

Olaf Langnes

Matematikkunnskaper ved
begynnelsen av videregående skole

Høgskolen i Hedmark
Notat nr. 2 – 2005

Trykkeri: Allkopi

Utgivelsessted: Elverum

Det må ikke kopieres fra notatet i strid med åndsverkloven og fotografiloven eller i strid med avtaler om kopiering inngått med KOPINOR, interesseorgan for rettighetshavere til åndsverk.

Forfatteren er selv ansvarlig for sine konklusjoner. Innholdet gir derfor ikke nødvendigvis uttrykk for Høgskolens syn.

I notatserien fra Høgskolen i Hedmark publiseres f.eks milepel dokumentasjon av et forsknings- og/eller utviklingsprosjekt, eller andre dokumentasjoner på at et arbeid er i gang eller er utført.

Notatet kan bestilles ved henvendelse til Høgskolen i Hedmark.
(<http://www.hihm.no/>)

Notat nr. 2 - 2005

© Forfatterne/Høgskolen i Hedmark

ISBN: 82-7671-444-7

ISSN: 1501-8555



Høgskolen i Hedmark

Tittel: Matematikkunnskaper ved begynnelsen av videregående skole

Forfatter: Olaf Langnes

Nummer: 1

Utgivelsesår: 2005

Sider: 26

ISBN: 82-7671-444-7

ISSN: 1501-8555

Oppdragsgiver:

Emneord: Matematikk, forkunnskaper, videregående skole, ungdomskole, algebra, brøk.

Sammendrag: I årene 1979-1980 ble det i Nordland gjennomført en test i matematikk ved starten av første klasse i allmennfaglig studieretning i de videregående skolene. Omtrent 1000 elever deltok hvert år. Samme test ble gjennomført høsten 2003, men den ble og nå gitt i alle studieretninger. 429 elever i studieforbereende studieretninger og 302 elever fra ikke studieforbereende studieretninger deltok. Oppgavene var i hovedsak knyttet til brøkgregning og algebra. Gjennomsnittscoren var 9,5 i 1979 og 9,9 i 1980 (av 19 oppnåelige poeng). I 2003 var scoren 4,4 innen studieretning for allmenne, økonomisk og administrative fag, 4,2 innen studieforbereende studieretninger og 1,9 innen ikke studieforbereende studieretninger. Både innen studieforbereende studieretninger og ikke studie-forberegende studieretninger scorer gutter noe høyere enn jenter. Ungdomskolene som elevene kommer fra, er delt inn i kategoriene reformvennlige, tradisjonelle og vanlige. Her scorer elevene fra de tradisjonelle skolene best. Elevene er også delt inn etter de videregående skolars omland. Som i 1979 og 1980 scorer elevene fra "større byer" best innen studieforbereende studieretninger. Innen ikke studieforbereende studieretninger er denne tendensen snudd. Elevene fra "større byer" scorer lavest, og elevene fra landlige distrikter scorer høyest. Antall elever fra landlige distrikter er imidlertid lite. Innen alle deloppgaver scores det lavere i 2003 enn i 1979 og 1980.



Høgskolen i Hedmark

Title: Mathematical knowledge at the start of upper secondary school in Nordland county, Norway

Author: Olaf Langnes

Number: 2

Year: 2005

Pages: 26

ISBN: 82-7671-444-7

ISSN: 1501-8555

Financed by: Hedmark University College

Keywords: Mathematics, algebra, fractions, previous knowledge, comprehensive school, upper secondary school.

Summary: In the years 1979-1980 there was carried out a test in mathematics at the start of the first grade in upper secondary school in Nordland county. Approximately 1000 student participated each year. Exact the same test was carried out in 2003 with 731 students. The problems were mainly taken from fractions and algebra. The average score was 9,5 in 1979 and 9,9 in 1980 (out of maximum 19 points). In 2003 the score was 4,4 in the general line of study, 4,2 in the lines preparing for further theoretical studies and 1,9 in the lines not preparing for further theoretical studies. Boys scored somewhat better than girls. On all subtasks the scores were lower in 2003 than in 1979 and 1980.

Innhold

Innledning.....	9
Undersøkelsen i 2003.....	10
Deltakelse	10
Kategoriseringer	10
1. Etter studieretning	10
2. Etter kjønn	10
3. Etter type ungdomskole som elevene har gått på.	11
4. Etter den videregående skolens omland	11
Resultater.....	13
Hovedoversikt for skolene (etter type studieretning)	13
Kommentar til resultater etter studieretning	14
Oversikt etter kategorier	14
Kjønn	14
Type ungdomsskole.....	15
Videregående skoles omland	15
Fordeling av score	17
De enkelte oppgavene	20
Kommentar:.....	22
Oppgave 1.....	22
Oppgave 2:	23
Oppgave 3:	24
Oppgave 4:	24
Oppgave 5.....	25
Helhetskommentar.....	25
Konklusjon	26

INNLEDNING

I årene 1978-1980 ble det i Nordland gjennomført en test i matematikk ved starten av første klasse i allmennfaglig studieretning i de videregående skolene. Testene ble gjennomført etter initiativ av fagseksjon for matematikk i daværende Nordland krets av Norsk Lektorlag.

Oppgavene ble valgt for å avsløre hva elevene hadde av forkunnskaper innen brøkgregning og algebra, da en hadde erfart at kunnskapene på disse feltene var noe sviktende. Resultatene kunne så legges til grunn for undervisningsopplegget den første tida i videregående skole.

Dataene ble statistisk behandlet av lektor Einar Lindblom ved Bodin videregående skole. Hvert år var det omtrent 1000 elever som gjennomførte testen. I dag har det bare vært mulig å finne resultater for årene 1979 og 1980.

Nøyaktig de samme oppgavene er brukt i tilsvarende test ved opptak til de videregående skolene i Nordland høsten 2003. En av oppgavene (3b) kan ikke sies å være pensum etter dagens planer. Den lå også på grensen til hva man kunne kreve i 1979-80, og er tatt med likevel.

Besvarelsene er rettet av lærerne ved de videregående skolene i Nordland, og jeg vil rette en takk til disse. Uten deres innsats ville ikke undersøkelsen vært mulig. Jeg retter også en takk til Fylkesutdanningssjefen i Nordland og personalet ved hans kontor for hjelp under arbeidet.

I rapporten benyttes forkortingene STFST for studieforberedende studieretninger og ISTFST for ikke studieforberedende studieretninger.

UNDERSØKELSEN I 2003

Deltakelse

I 1979 deltok 1061 elever fra allmenn studieretning. I 1980 deltok 939 elever fra allmenn studieretning. I 2003 deltok 731 elever. Av disse var 363 fra studieretning for allmenne, økonomiske og administrative fag, 66 fra andre studieforberevende studieretninger og 302 fra ikke studieforberevende studieretninger.

Kategoriseringer

Dataene er kategorisert på flere måter, og gjennomsnittscore beregnet for hver kategori.

1. Etter studieretning

Dataene er delt inn i tre:

- a) Studieretning for allmenne, økonomiske og administrative fag som stemmer best overens med utvalget i undersøkelsene fra 1979 og 1980, 363 elever.
- b) Studieretninger som gir studiekompetanse, 429 elever; altså 66 utover de under a.
- c) Studieretninger som ikke gir studiekompetanse, 302 elever.

2. Etter kjønn

- a) 367 jenter.
- b) 362 gutter.

3. Etter type ungdomskole som elevene har gått på

Her er lærerne som har rettet testen i videregående skole bedt om å karakterisere den ungdomskolen som elevene kommer fra. De tre kategoriene som har vært brukt er:

- a) Vanlig, 266 elever.
- b) Reformvennlig, 75 elever.
- c) Tradisjonell, 35 elever.

Det sier seg selv at denne inndelingen blir nokså omtrentlig. En vet ikke hvor godt lærerne i videregående kjenner forholdene ved den enkelte ungdomskolen, og forskjellige lærere vil nok vurdere skolene forskjellig. Det er da også relativt få lærere som har svart noe på dette; til sammen for 376 elever. For 355 elever er det ikke angitt noen kategori. Av de 376 elevene vi har data for, er det bare 110 som faller i kategoriene reformvennlige og tradisjonelle skoler. En kan da kanskje tenke seg at det er de skolene som mest tydelig avviker fra gjennomsnittskolene som er blitt plassert i disse kategoriene.

4. Etter den videregående skolens omland

- a) Større by
- b) Mindre by/større tettsted
- c) Landlig

Kategoriseringen er utført etter samråd med fylkesutdanningssjefens kontor og er som følger:

Skolenavn	Områdekategori: L = landlig M = Mindre by/større tettsted S = Større by
Vestvågøy	L
Sortland	M
Bodin	S
Moheia	S
Bodø	S
Melbu	M
Stokmarknes	M
Kongsvegen	S
Mjølan	S
Sortland, avd Bø	L
Vefsn landbruksskole	L
Sandnessjøen	M
Frydenlund	S
Hamarøy	L
Fauske	M
Svolvær	M
Saltdal	L
Mosjøen	S

RESULTATER

Hovedoversikt for skolene (etter studieretning)

Nedenfor er resultatene stilt opp etter skole og med oppsummering for fylket.

Skolekode	1979	1980	2003			
	Allmenn	Allmenn	Allmenn	Studieforberedende	Ikke stforb.	Alle
A	7,4	9,0	4,6	4,2		4,2
B	8,8		3,4	3,2	1,8	3,1
C	11,0	11,2	1,7	1,7	1,6	1,7
D	10,5	10,6	5,7	5,7		5,7
E	9,6	10,8	4,3	4,3		4,3
F					2,0	2,0
G	10,9	10,2	3,6	3,6		3,6
H					2,2	2,2
I					1,6	1,6
J			4,1	4,1	1,8	3,0
K					3,9	3,9
L	9,0	10,8				
M		9,8				
N	9,2	8,5				
O	7,9	8,5				
P	8,5	8,2				
Q	8,3	8,2				
R	10,3					
Fylket	9,5	9,9	4,4	4,2	1,9	3,3

Kommentar til resultater etter studieretning

I 1979 og 1980 var gjennomsnittsscoren henholdsvis 9,5 og 9,9.

I 2003 er den 4,4 på studieretning for allmenne, økonomiske og administrative fag som er den studieretning som har klart beste resultat. Studieforbereidende studieretninger utover studieretning for allmenne, økonomiske og administrative fag har nå et gjennomsnitt på 3,0. De ikke studieforbereidende studieretningene har et gjennomsnitt på 1,9.

Noen ekstra store utslag ved enkelte skoler kan nok skyldes at utvalget av elever ved undersøkelsen i 2003 har vært noe skjevt.

Vi kan se at alle skolene som deltok både nå og for ca. 25 år siden har hatt en dramatisk tilbakegang i score. Den beste skolen innen studieretning for allmenne, økonomiske og administrative fag scorer i 2003 klart svakere enn de svakeste skolene i 1979 og 1980.

Oversikt etter kategorier

Kjønn

Studieretn \ Kjønn	St. forberedende	Ikke st. forberedende	Totalt
Jenter	4,1 (245)	1,6 (122)	3,3 (367)
Gutter	4,2 (184)	2,2 (178)	3,2 (362)

Kommentar

Tallene i parentes viser antall elever. Bedre totalresultat for jentenes vedkommende kommer av at relativt flere jenter går på de studieforbereidende studieretningene. Det er en tendens til at guttene scorer høyest, men vi kan ikke si at det er noen klar sammenheng mellom kjønn og matematikk-kunnskaper ut fra denne undersøkelsen. At gutter scorer høyere stemmer med den ”populære” oppfatningen at gutter er flinkere i matematikk enn jenter, men eksamensstatistikk fra ungdomskolen viser at jenter scorer noe (men ikke mye) bedre enn gutter. Det er imidlertid slik at

jentene i de andre fagene i ungdomskolen scorer vesentlig bedre enn gutter, slik at det likevel synes som om matematikk er et spesielt vanskelig fag for jenter.

Type ungdomsskole

Studieretning Type \ ungdomsskole	St. forberedende	Ikke st. forberedende	Totalt
Reformvennlig	3,8 (67)	2,4 (28)	3,4 (95)
Vanlig	4,0 (136)	1,8 (130)	2,9 (266)
Tradisjonell	4,5 (18)	3,1 (17)	3,8 (35)

Kommentar

Som nevnt ovenfor var det bare 35 elever som ble kategorisert å komme fra en tradisjonell ungdomsskole, og bare 75 fra en reformvennlig ungdomsskole, så en kan ikke legge alt for mye i disse tallene. (Se også under kategorisering ovenfor).

Tendensen er imidlertid at de skolene som er betegnet som tradisjonelle, er de som scorer høyest, noe som må karakteriseres som meget overraskende.

Videregående skoles omland

Årsaken til at denne kategoriseringen er at det ble observert at det var en tydelig sammenheng mellom type omland og score på prøvene da prøvene ble holdt i 1979 og 1980. Nå har vi ikke antall elever som deltok i hver klasse i 1979 og 1980, men nedenfor er det beregnet et gjennomsnitt ut fra at alle klasser har vært like store. Dette burde ikke medføre større feil.

Studieretning \ Omland	1979	1980
Landlig	8,3	8,7
Liten by / tettsted	8,5	9,3
Større by	10,4	10,6

Ved undersøkelsen i 2003 var resultatene disse (antall elever i parentes):

Studieretning \ Omland	St. forberedende	Ikke st. forberedende	Totalt
Landlig	4,2 (85)	2,7 (22)	3,9 (107)
Liten by / tettsted	3,3 (134)	2,0 (94)	2,8 (228)
Større by	4,7 (212)	1,9 (184)	3,4 (396)

Kommentar:

En ser her at den klare tendensen fra 1979/80 der matematikkunnskapen økte med økende befolkningstetthet, nå er brutt. Både når det gjelder studieforberedende og ikke studieforberedende studieretninger ligger skoler fra landlige omgivelser på andre plass.

Når det gjelder ikke-studieforberedende studieretninger er imidlertid datagrunnlaget noe spedt, bare 22 elever.

En kan kanskje tro at det i denne 25-års perioden generelt har skjedd en økning av kompetanse blant lærerne, og at en effekt av denne kompetanseøkningen har vært en ujevning mellom byer og landdistrikter. En kan også anta at klassestørrelsene i de landlige omgivelsene er mindre og at en derfor får denne positive effekten.

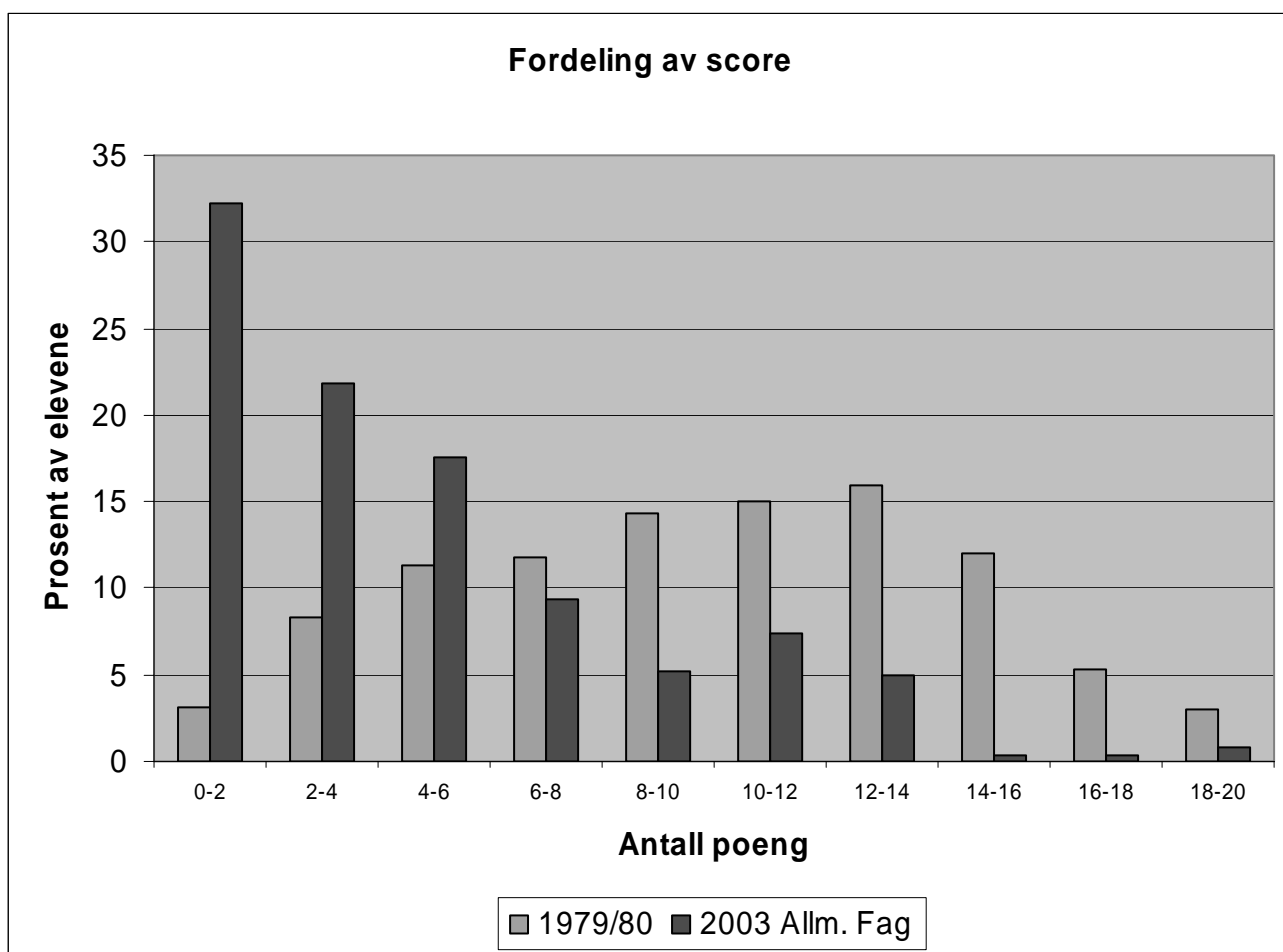
Når det gjelder større byer kan vi se et påfallende resultat. Disse scorer klart høyest for elever som starter på studieforberedende studieretninger, men lavest for elever som starter på ikke studieforberedende studieretninger. Samme tendens som for de studieforberedende studieretningene så vi også i 1979/80 når det gjaldt allmennfaglig studieretning..

Dette kan kanskje skyldes et større sosialt press for å gjøre det godt på skolen i bystrøk.

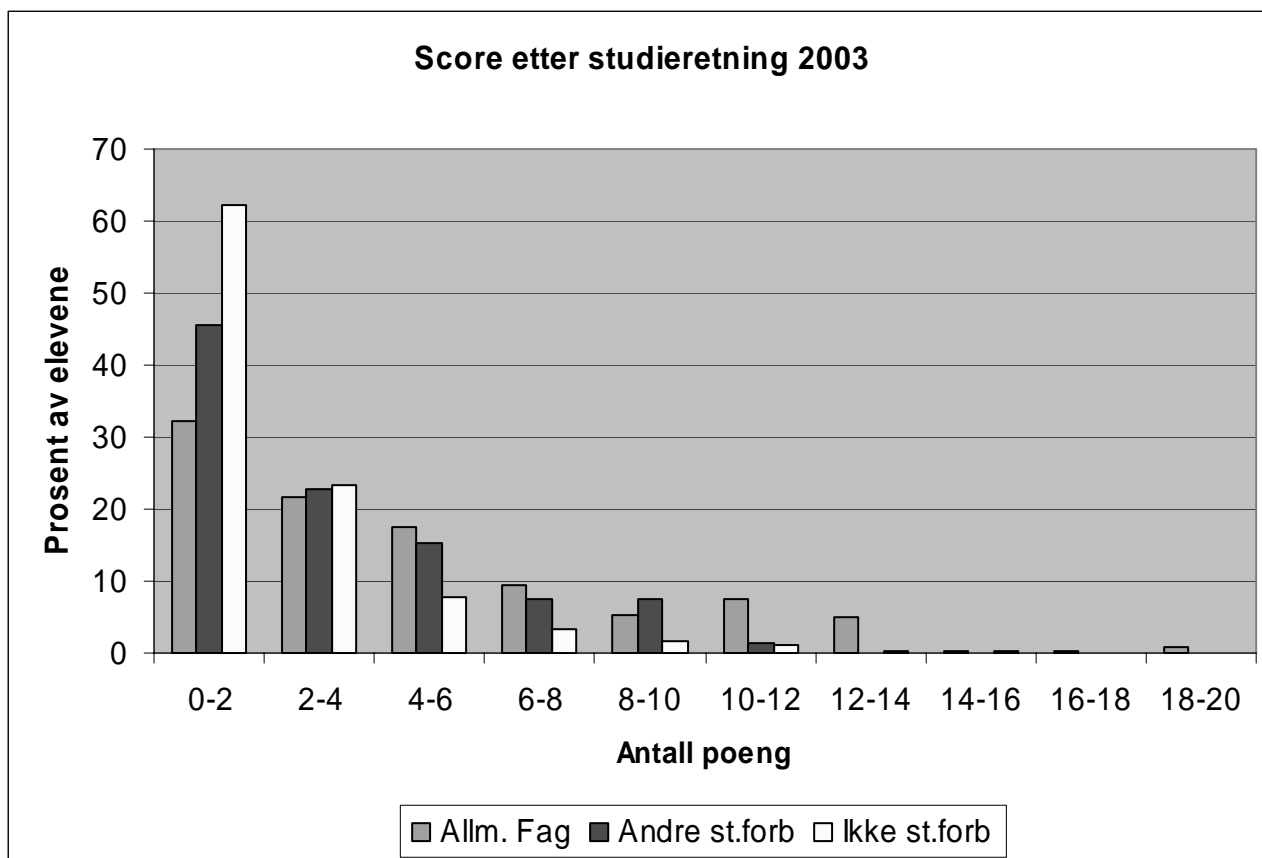
Samtidig er resultatene for ikke studieforberedende studieretninger de laveste. Kan dette forklares med at i byer er klassene i ungdomsskolen større, og at det blir mindre tid til å ta seg av de svakeste elevene?

Fordeling av score

Nedenfor framstilles elever fordelt etter antall scorede poeng delt inn i klasser på 2 poeng. Nedre klassegrense er inkludert i klassen. For 2003 er bare studieretning for allmenne, økonomiske og administrative fag tatt med. Ca. en tredel av elevene i 2003 har 0-2 poeng, noe som i praksis betyr at de er omtrent ubehjelpelige innen denne delen av matematikken. Nye ca. 20 % ligger i intervallet mellom 2 og 4 poeng så over halvparten må karakteriseres som ytterst svake i matematikk.



På neste side er fordelingen av poeng stilt opp for studieretning for allmenne, økonomiske og administrative fag, for andre studieforbredende fag og for ikke studieforbredende fag.



Kommentar:

Det er ikke overraskende at det er en voldsom forskjell mellom studieretningene.

Studieretning for allmenne, økonomiske og administrative fag

- Ca 55 % scorer lavere enn 4 poeng.
- Over 70 % scorer lavere enn 6 poeng.
- Over 80 % scorer lavere enn gjennomsnittet i 1979/80.

Dette betyr at storparten av elevene ved opptak til de mest teoretiske studieretningene i videregående mangler det mest vesentlige av kunnskaper innenfor algebra og brøkkregning.

Andre studieforbredende studieretninger

- Oppunder 70 % scorer lavere enn 4 poeng.
- Over 90 % scorer lavere enn 8 poeng.

Et fåtall av elevene her kan nytte seg av seg noen form for algebra eller brøkkregning ved opptak til videregående skole.

Ikke studieforbredende studieretninger

- 62 % scorer 0 eller 1 poeng.
- Over 90 % scorer lavere enn 6 poeng.

Undervisningen fra ungdomsskolen synes å ha hatt ubetydelig praktisk verdi for disse elevene.

De aller flinkeste elevene.

En skulle kanskje tro at en gruppe av de aller flinkeste elevene greide seg bra uavhengig av gjennomsnittsverdiene innenfor årskullet. Dette ser ikke ut til å være tilfellet i utstrakt grad i 2003. Alt riktig gir 19 poeng.

- 3 elever scoret 18 eller 19 poeng.
- 4 elever scoret 16 eller 17 poeng.
- 6 elever scoret 14 eller 15 poeng.

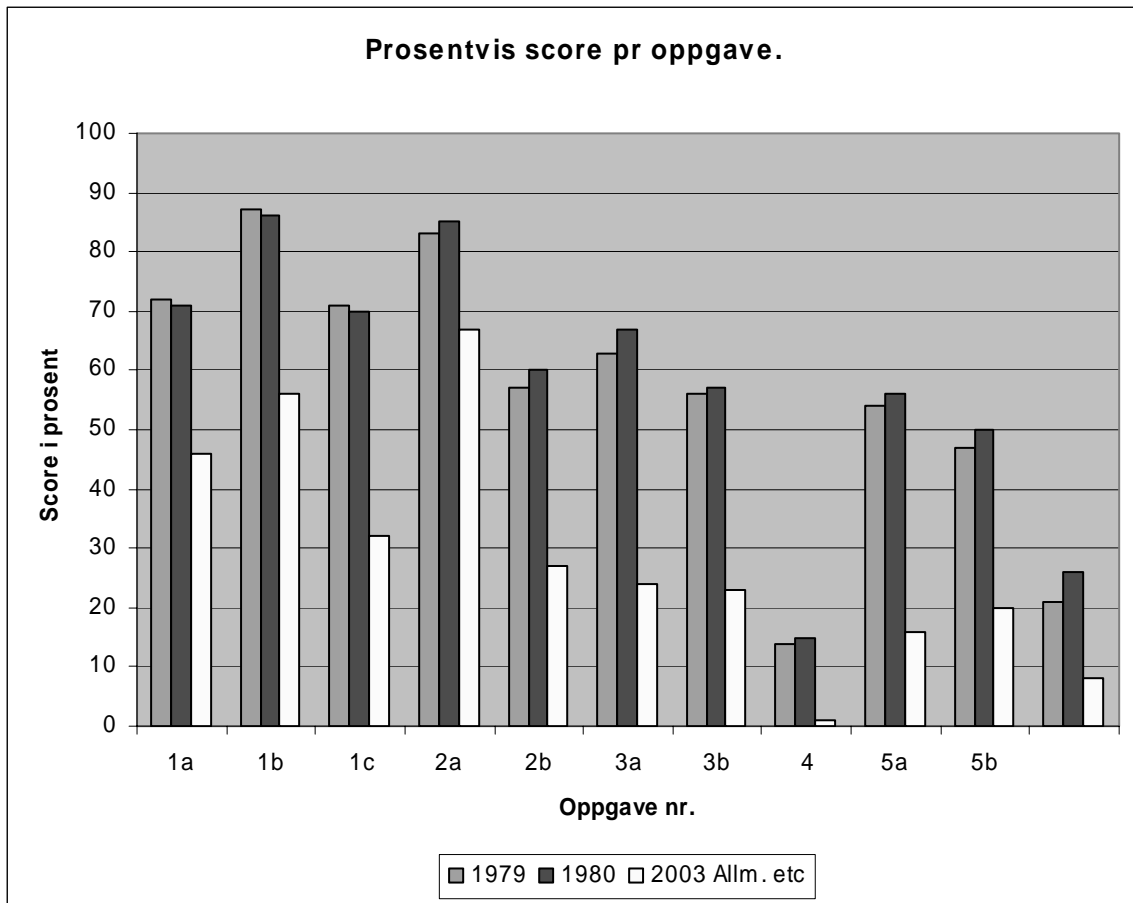
Ca 2 % scorer 14 poeng eller mer. I 1979/80 lå dette tallet på ca. 20 %. Det er altså ikke slik at de beste greier det meste uavhengig av gjennomsnittsnivået i klassen.

DE ENKELTE OPPGAVENE

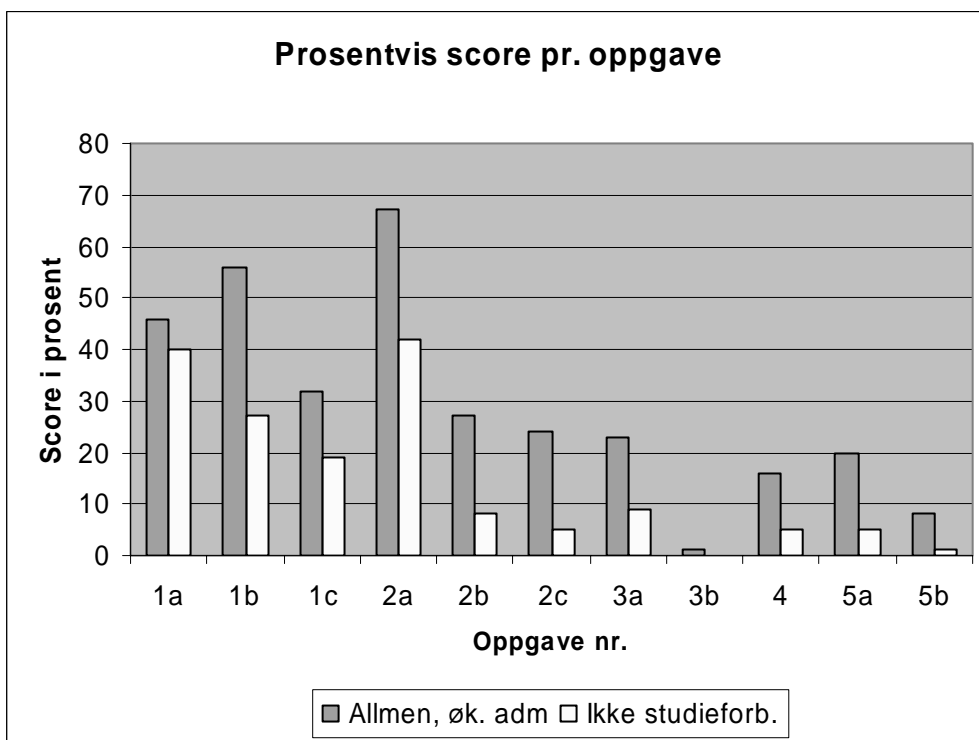
Scoren på de enkelte oppgavene målt i prosent er vist i tabellen nedenfor og diagrammene på neste side.

År \ Oppgavenr.	1979	1980	2003 Allmen mm	2003 Studieforb.	2003 Ikke stud- forb	2003 Totalt
1a	72	71	46	44	40	43
1b	87	86	56	54	27	43
1c	71	70	32	32	19	27
2a	83	85	67	66	42	56
2b	57	60	27	25	8	18
2c	63	67	24	22	5	15
3a	56	57	23	22	9	17
3b	14	15	1	1	0	1
4	54	56	16	15	5	11
5a	47	50	20	18	5	13
5b	21	26	8	7	1	5

På neste side følger et diagram som viser de samme resultatene fra 1979,1980 og fra allmenne, økonomiske og administrative fag i 2003.



Her følger de samme dataene for allmenne, økonomiske og administrative studieretningene sammen med ikke studieforbereende studieretninger i 2003:



Kommentar:

Oppgave 1:

Dette er en ren aritmetikkoppgave.

1a: Forenkle $\frac{1}{12} + \frac{4}{12} - \frac{2}{12}$.

Scoren på denne er lavere enn på 1b. Jeg antar dette skyldes at det kreves forkorting $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ for å få full score, men selv om vi antar ingen har forkortet korrekt, så vil dette si at ca. 20 % av elevene ikke kan trekke sammen dette uttrykket.

Det er ingen klar forskjell mellom studieretningene. For alle de andre spørsmålene ligger de ISTFST klart etter de andre.

1b: Forenkle $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$.

Sett i forhold til resten av besvarelsene scores det relativt høyt på dette spørsmålet. Bildet var det samme i 1979/80. En skulle tro at dette var den vanskeligste deloppgaven i oppgave 1. Dette er kanskje en oppgavetype som det arbeides mye med i grunnskolen.

1c. Forenkle $4 \cdot \frac{5}{24}$.

Igjen drar vel kravet til forkorting scoren noe ned, men selv om vi regner med at det gjelder alle så er det bare ca 60 % som vet at en skal gange 4-tallet med telleren.

Generell kommentar oppgave1:

Oppgaven omhandler i sin helhet enkel brøkkregning med tall. Innen de STFST greier ca. halvparten disse oppgavene. Innen de ISTFST er det bare ca. en tredel som greier disse oppgavene. En kan altså konkludere med at en i videregående skole må regne med å gjennomføre en viss repetisjon av enkel brøkkregning med tall.

Oppgave 2:

Dette er algebraoppgaver; fra det helt enkle i a) til ganske vanskelig i c).

2a. Forenkle $4a - b + 2a - 3b$

Dette er en av de aller enkleste oppgavetyper innen algebra.

For de STFST er det ca to tredeler som greier denne. Tilbakegangen er ikke dramatisk i forhold til i 1979/80.

I de ISTFST er det under halvparten som greier oppgaven.

2b. Forenkle $5(a-4) - (2a-3)^3 + a$.

For 2b og alle oppgaver utover er scoren innen STFST under ca 25 % og for ISTFST under ca 10 %. Scoren på 2b er forbausende lav sett i forhold til 2c.

En må konkludere med at elever ved opptak til videregående skole ikke er på høyde når det gjelder bokstavregning med parenteser.

2c. Forenkle $(3a+4b)^2$

Scoren er forbausende nok ubetydelig lavere enn på oppgave 2b innen STFST. Dette kan tyde på at det i ungdomskolen arbeides ganske omfattende med kvadratsetningene. På ISTFST er scoren nede i 5 %.

Generell kommentar oppgave 2:

Når det gjelder algebra må en konkludere at et lite fåtall (under 10 %) av elevene som begynner på ISTFST kan noe utover det helt elementære. På STFST ligger det tilsvarende tallet på under 25 %.

Oppgave 3:

Oppgaven kombinerer algebra og brøk. Oppgave b må regnes som meget vanskelig og kombinerer flere ulike prinsipper.

3a. Trekk sammen til en brøk: $\frac{5}{6a} + \frac{3}{2a}$

Scoren ligger på i overkant av 20 % i STFST, og i underkant av 10 % i ISTFST.

Oppgaven er i prinsippet ikke vanskeligere enn 1b, men det at det kommer bokstaver inn i uttrykket gjør den tydeligvis i praksis voldsomt mye vanskeligere.

3b. Trekk sammen til en brøk: $\frac{4a+6}{a^2+3a} - \frac{2}{a}$

Oppgaven er for de virkelig flinke. En kunne kanskje tenke seg at de elevene som har spesielle anlegg for matematikk, ville greie denne oppgaven uavhengig av om det ikke hadde vært arbeidet spesielt mye med slike oppgaver i klassene, og at derfor scoren ville være omtrent lik i de forskjellige årene. Slik er det ikke. Ca. 1 % av elevene i 2003 greier denne oppgaven, mot ca 15 % for 25 år siden.

For oppgave 4 og 5 må en kunne forvente at scoren reduseres noe fordi oppgavene kommer sist i settet, og at elevene kan ha begynt å få dårlig tid.

Oppgave 4:

Dette er løsning av en likning. Dessverre inngår det brøker i likningen og det er derfor umulig å si om det er prinsippene for løsning av likninger eller om det er brøkbehandlingen som forårsaker feilene uten at en går inn i hver enkelt besvarelse og undersøker.

Løs: $\frac{5x}{4} + 5 = \frac{x}{2} + 2$

Scoren er ca 15 % i STFST, og ca 5 % i ISTFST.

Oppgave 5.

Oppgaven går ut på å sette inn tallverdier for bokstavstørrelser, og så regne ut tallsvaret.

Sett inn $a = 2$, $b = -3$ og $c = 0$ og regn ut:

5a. $(a-b)^2$

Scoren ligger på ca 20 % i STFST og ca 5 % i ISTFST, men det er ikke mulig å avgjøre om dette skyldes tidsnød.

5b. $\frac{b}{4a} - \frac{2a+b}{2a} + abc$

Scoren er ca 8 % for STFST og ca. 1 % på ISTFST.

Helhetskommentar

På alle deloppgavene er det en klar tilbakegang fra 1979/80 til 2003. I gjennomsnitt er tilbakegangen på ca. 28 prosentpoeng. Dette er omtrent den samme tilbakegangen som har vært observert i Norsk Matematikkråd sine undersøkelser av forkunnskaper i matematikk ved opptak av nye studenter til høyskoler og universiteter.

Innen de ikke studieforbereidende studieretningene kan en nesten si at elevene stort sett ikke kan algebra utover det helt elementære, jfr. oppgavene fra 2b og utover. For de STFST kan en si at opp mot 25 % kan noe algebra utover det helt elementære.

Når det gjelder aritmetikk er ikke forskjellen så stor mellom STFST og ISTFST selv om det er en klar forskjell også her.

KONKLUSJON

Det har vært en skremmende tilbakegang i forkunnskaper i matematikk ved starten av videregående skole over en 25-års periode.

Opplæringen innen ikke studieforbredende studieretninger i videregående skole må bygges opp helt fra grunnen av innen algebra og brøkgregning.

Innen de studieforbredende studieretningene må det en grundig repetisjon av ungdomskolepensum til, før en kan arbeide videre.