Høgskolen i Hedmark

LUNA

Marianne Olsen

Bacheloroppgave

BRØK PÅ MELLOMTRINNET

- en undersøkelse av hvilke misoppfatninger vi kan finne innenfor temaet brøk på 7.trinn.

GLUS 1-7 2012

Pedagogikk og elevkunnskap, emne 4

Vår 2015

Samtykker til utlån hos høgskolebiblioteket JA ☒ NEI ☐

Samtykker til tilgjengeliggjøring i digitalt arkiv Brage JA ☒ NEI ☐

NORSK SAMMENDRAG

Tittel: Brøk på mellomtrinnet: en undersøkelse av hvilke misoppfatninger vi kan finne innenfor temaet brøk på 7.trinn

Forfatter: Marianne Olsen

År: 2015 | **Sider:** 56

Emneord: Brøk, misoppfatninger, diagnostiske oppgaver, begrepsforståelse

Sammendrag:

Temaet for denne oppgaven er brøk på mellomtrinnet, og problemstillingen lyder som følger: Hvilke misoppfatninger innenfor brøk kan man finne på 7.trinn?

For å besvare denne problemstillingen har jeg benyttet et kvalitativt intervju av seks elever på 7.trinn. Intervjuguiden har bestått av diagnostiske oppgaver, som har til hensikt å avslører elevenes misoppfatninger.

Undersøkelsen førte til følgende funn:

- Vi kan finne de fleste vanlige misoppfatningene innenfor brøk på 7.trinn.
- Undersøkelsen viser at elevene mangler grunnleggende forståelse av hva brøk er, noe som fører til misoppfatninger innenfor alle områder av emnet brøk.
- Arbeid med den grunnleggende begrepsforståelsen, fremfor å «pugge» regler er avgjørende.
- Med god begrepsforståelse kan man gradvis utvide elevenes kunnskaper i brøk, og elevene vil selv kunne avgjøre om det de gjør er riktig, siden de forstår hva de driver med.

Engelsk sammendrag (abstract)

Title: Fractions for middle-deemed primary schools: a study of misconceptions about the subject of fractions for class 7 students	
Author: Marianne Olsen	
Year: 2015	**Pages:** 56
Subject terms: fractions, misconceptions, diagnostic tasks, concepts, conceptual understanding	

Summary:

The topic of this paper deals with fractions for middle-deemed primary schools, with the following research question: What are the possible misconceptions about the subject of fractions for class 7 students?

In order to answer this question, I have used a qualitative interview method with a sample of six 7th year students. The interview guide was composed of diagnostics tasks for the purpose of identifying students' misconceptions.

The study resulted in the following findings:

- The most common misconceptions about fractions can be found among class 7 students.
- The study indicates that students lack a basic understanding of what fractions are, which then leads to misconceptions in all areas in the subject of fractions.
- Greater focus on a fundamental conceptual understanding of fractions rather than simply the memorization of rules is essential.
- With the proper understanding of concepts, it will be possible to gradually expand students' knowledge of fractions, enabling students to determine whether what they are doing is correct, since they would have an understanding of the principles.

INNHOLD

FORORD

Denne bacheloroppgaven er skrevet våren 2015, som en avslutning av tre år med pedagogikk og elevkunnskap på GLUS 1-7 ved Høgskolen i Hedmark, avdeling Hamar. I mitt skoleløp, har jeg valgt å fordype meg med 60 studiepoeng i matematikk, da dette er et fag jeg alltid har interessert meg for. Det var viktig for meg i prosessen med å skrive bacheloroppgave og velge et tema innenfor noe jeg faktisk brenner for. Matematikk er også et fag, som internasjonale tester viser at norske skoler skårer dårlig på. Dermed var det naturlig for meg å velge et tema innfor matematikk.

Brøk er et tema som jeg erfarer er vanskelig for elevene, og dermed valgte jeg å konsentrer meg om hvilke misoppfatninger vi kan finne innenfor dette temaet på 7.trinn. Arbeidet med denne oppgaven har vært både spennende, engasjerende, lærerikt og til tider utfordrende. Jeg sitter igjen med mye nyttig kunnskap, og et brennende ønske om å gjøre videre undersøkelser i forhold til denne problemstillingen. Kanskje er det grunnlaget for en fremtidig masteroppgave?

Jeg vil rette en stor takk til min veileder fra Høgskolen i Hedmark, Nils Fjeldsø, for gode og raske tilbakemeldinger underveis. Jeg ønsker også å takke skolen og læreren i Gran Kommune som hjalp meg med utvelgelsen av informanter, og lot meg gjennomføre denne undersøkelsen.

Brandbu 7.mai

Marianne Olsen

1. INNLEDNING

1.1 Bakgrunn for valg av tema

TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) er en internasjonal studie som måler kunnskaper og ferdigheter i matematikk og naturfag i skolen. Den internasjonale testen viser at norske elevers prestasjoner i matematikk ikke har vært tilstrekkelige. Fra 2003 har den negative trenden snudd noe. Færre elever skårer veldig lavt, men resultatet viser likevel at det er en lang vei frem til vi kan si vi presterer godt i matematikk (Aslaksen, Borge, Grønmo, Hole, Nilsen & Onstad, 2012).

Vi er omringet av matematikk hele tiden. Rutetabeller for å kunne ta buss og tog, klokke for å holde tiden, priser for å handle mat, alle former for teknologi osv. Mange er nok ikke klar over hvor ofte vi benytter oss av matematikken i løpet av en dag. Skal man fungere i vårt samfunn, er man avhengig av å ha en forståelse av tall. Vi er avhengig av matematiske kunnskaper og ferdigheter for å løse fremtidige utfordringer i samfunnet, som å bekjempe farlige sykdommer og miljøtrusler o.l. Matematikk er altså en viktig del av vårt samfunn og samfunnsutvikling, noe som understreker hvor viktig det er at vi klarer å heve nivået i dette faget i norsk skole.

På bakgrunn av de dårlige resultatene og matematikkens betydning i samfunnet, valgt jeg å skrive min bacheloroppgave innenfor dette faget, med et håp om å kunne bidra til å snu den negative trenden. Det er vi lærere som må ta tak i dette problemet. Hva ligger bak de dårlige resultatene? Hvordan kan vi bidra til å gjøre noe med dette?

Gjennom min praksis og jobb i barneskolen, har brøk utpekt seg som spesielt vanskelig for elevene. De gir selv uttrykk for at det er vanskelig, og i arbeid med regneoppgaver er det tydelig at de mangler noe i sin forståelse. I følge Petit, Laird & Marsden (2010) er det nettopp i temaene brøk og algebra elever møter størst vansker.

Gjennom mine tre år på lærerskolen har jeg møtt mange voksne studenter med det vi kaller «matteangst». Matteangsten har de dratt med seg fra grunnskolen, og gir uttrykk for at dette faget er som å lese et språk de ikke forstår. Mange utpeker også her brøk og algebra som det vanskeligste. Min erfaring er altså at brøk oppleves som vanskelig for elevene i grunnskolen, og for mange vedvarer dette synet også i voksen alder. Jeg har derfor valgt å se nærmere på nettopp dette i min oppgave. Hvilke vansker dukker opp i dette temaet? Hva kan vi lærere gjøre for å unngå at disse vanskene vedvarer i elevenes liv?

1.2 Problemstilling

På bakgrunn av mine observasjoner og av hva litteratur sier er vanskelig for elevene, valgte jeg temaet brøk. Jeg ønsket å undersøke hvilke misoppfatninger elevene møter innenfor dette temaet (se definisjon av misoppfatninger kapittel 2.1, s 7). Denne kunnskapen mener jeg vil gi meg gode muligheter til å kunne hjelpe elever med å utvikle god forståelse av brøk. Ved å kjenne til hvilke problemer som kan oppstå, kan jeg på en bedre måte tilrettelegge undervisningen, slik at misoppfatninger kan unngås. Jeg vil lære hvordan jeg kan avdekke misoppfatninger, noe som er avgjørende for å kunne rette på disse. Jo tidligere man avdekker eventuelle misoppfatninger, jo tidligere kan man hjelpe elevene og unngå at misoppfatningene skaper vansker i elevens videre skoleløp.

For å få god kunnskap om hvilke utfordringer elevene møter innenfor brøk, valgte jeg derfor problemstillingen:

- **Hvilke misoppfatninger innfor brøk kan man finne hos elever på 7. trinn?**

Gjennom å utføre en diagnostisk test på elever på 7.trinn har jeg undersøkt hvilke misoppfatninger vi kan finne. For å få en dypere innsikt i hva som er vanskelig i dette temaet, har jeg utført testen ved hjelp av et intervju. På den måten har jeg fått bedre innsikt i hvordan elevene tenker. Dette mener jeg er viktig, for å kunne unngå at flere sliter med matematikk gjennom grunnskolen, og kanskje også videre i sitt vokse liv.

1.3 Disposisjon

Oppgaven starter med innledning i kapittel 1. Her presenterer jeg bakgrunnen for valg av tema, oppgavens problemstilling og disposisjon. Videre tar jeg i kapittel 2 for meg relevant teori. Kapittel 3 presenterer oppgavens metode. Her gjør jeg rede for forskjellen mellom kvalitativ og kvantitativ metode, valg av metode, utvalg av informanter, gjennomføring av prosjektet, valg av analyseverktøy og oppgavens reliabilitet og validitet. I kapittel 4 presenteres så resultatet av undersøkelsene, før jeg i kapittel 5 kommer med en konklusjon og den eventuelle veien videre.

2. TEORI

2.1 Misoppfatninger

Alle elever kan gjøre feil eller misforstå en oppgave. En vanlig feil oppstår tilfeldig og kan være et resultat av at eleven f.eks. er ukonsentrert. Dersom en feil forekommer systematisk, snakker vi om en misoppfatning. En misoppfatning skyldes at eleven har skapt en ide eller tankemønster som vedkommende bruker i alle situasjoner. Dette tankemønsteret er galt, og vil da føre til at eleven gjør systematiske feil (Gustavsen, Hinna & Rinvold, 2012). For å kunne hjelpe elever med misoppfatninger er det viktig å vite forskjellen mellom en «normal feil» og en misoppfatning (Brekke, 2002).

Misoppfatninger er en naturlig del av barns utvikling. Når elevene møter nye begreper, vil de på bakgrunn av tidligere erfaringer danne nye ideer. Resultatet kan da bli et feil tankemønster. Det er en stor utfordring for elever å forstå at de begreper de danner, ofte ikke kan benyttes i nye situasjoner. Derfor skyldes mange misoppfatninger at elevene overgeneraliserer tidligere kunnskap. Det vil si at eleven benytter en tankemåte som fungerer i noen tilfeller, i en ny situasjon hvor denne tenkemåten ikke fungerer. Misoppfatninger kan altså skyldes at elevene har en ufullstendig forståelse av et begrep eller at de benytter tidligere kunnskap i nye situasjonen (Brekke, 2002).

I følge Brekke (2002), vil elever med misoppfatninger som ikke får hjelp, ofte beholde misoppfatningen også i voksen alder. For å rette opp i en misoppfatning må man finne ut hva som er feil i elevenes tankegang, og så forsøke å endre denne tankegangen. En forutsetning er da at man klarer å avdekke misoppfatninger hos elevene.

2.2 Diagnostiske oppgaver

2.2.1 Diagnostiske oppgaver

For at misoppfatninger ikke skal hindre videre læring, er det viktig å avdekke dem tidlig. Når man ønsker å avdekke misoppfatninger, kreves det en spesiell type oppgaver som «lurer» elevene til å avsløre dem. Slike oppgaver kaller vi diagnostiske oppgaver (Birkeland, Breiteig & Venheim, 2011). En diagnostisk prøve skiller seg ut fra en vanlig prøve. Hensikten til en vanlig prøve er å kontrollere hva elevene har lært. En slik prøve vil avdekke vanlige feil hos elevene, men elever med misoppfatninger vil likevel kunne svare riktig (Brekke, 2002).

En diagnostisk prøve vil derimot avdekke elevenes misoppfatninger. En elev med misoppfatning innenfor et tema, vil ikke være i stand til å svare riktig på en diagnostisk oppgave som omhandler dette temaet. Diagnostiske oppgaver fungerer på en slik måte at de vil avdekke kjente misoppfatninger hos elevene (Brekke, 2002).

2.2.2 Diagnostisk undervisning

Diagnostisk undervisning er en arbeidsmåte som bevisst fremhever og arbeider med vanlige misoppfatninger. Prinsippet bak er at det er mulig å avdekke misoppfatninger og hindringer elevene møter i matematikk, og at eleven trenger hjelp til å komme videre. En elev med feilmønster vil ikke selv være klar over at denne tankegangen gir feil løsning. For å komme videre trenger eleven hjelp til å se dette. Det gjøres ved å skape en kognitiv konflikt. Det vil si at vi får eleven til å innse at svaret ikke kan stemme, og hjelper dem til å bruke alternative tenkemåter (Gustavsen et al., 2012).

Forskning viser at vanlig undervisning er lite effektivt dersom man ønsker å hjelpe en elev med misoppfatninger. Bruk av kognitiv konflikt i undervisningen sammen med refleksjon rundt misoppfatningen, gir større fremgang (Brekke, 2002).

Diagnostisk undervisning består av fire faser:

1. **Avdekke misoppfatninger:**
   Avdekker her elevenes misoppfatninger ved hjelp av diagnostiske oppgaver. Følger opp med samtale for å kontrollere om feilen skyldes misoppfatninger.

2. **Skape en kognitiv konflikt:**
   Aktiviteten rettes mot å fremheve misoppfatningen. Eleven får igjen møte oppgaver, som på grunn av misoppfatningen vil gi feil svar. Eleven ledes så til alternative tankemåter og erfaringer, for å oppdage at det opprinnelige svaret ikke er riktig. På den måten skaper vi

en kognitiv konflikt hos eleven (Brekke, 2002). En kognitiv konflikt, vil i følge Piagets teori, skape en ubalanse hos eleven, som gjøre at eleven vil anstrenge seg for å rette opp i balansen (Gustavsen et al., 2012).

3. **Løse den kognitive konflikten:**
   Eleven vil nå være åpen for å motta hjelp til å løse den kognitive konflikten. Gjennom diskusjon og refleksjon, hjelpes eleven til å rette opp i sine misoppfatninger.

4. **Bruke det utvidede begrepet i andre sammenhenger.**
   Den nye kunnskapen brukes i nye sammenhenger. Dette vil bidra til å styrke begrepsforståelsen ytterligere (Gustavsen et al., 2012).

2.3 Konstruktivisme

Figur 1 Konstruktivisme

Erfaringer og handlinger danner grunnlaget for læring (se figur 1). Utvikling av kunnskap, avhenger av refleksjonene og tankene man gjør seg rundt erfaringene. Ved et slikt syn på læring, er det viktig at man i sin undervisning legger til rette for aktiviteter hvor elevene møter erfaringer de kan bygge kunnskap på. Elevene må også få tid til å stoppe opp og reflektere over det de gjør og erfarer. Diagnostisk undervisning bygger på denne teorien (Brekke, 2002).

Jean Piaget var en sveitsisk forsker, som har gitt mange viktige bidrag i utviklingspsykologien. Piaget var opptatt av kunnskapens struktur og hvordan disse strukturene konstrueres i barnet (Gustavsen et al., 2012). Hans teorier har hatt konsekvenser for læring i matematikk. Piaget mente at læringsprosesser kjennetegnes av tre aspekter (Birkeland et al., 2011):

- Læring innebærer endring av kognitive strukturer
- Læring skjer i interaksjon med omgivelsene
- Motivasjon for å lære

2.3.1 Endring av kognitive strukturer

Læring krever en endring av kognitive strukturer. Vi danner forestillinger om verden rundt oss. Disse forestillingene er byggverk av kunnskap, og kalles kognitive strukturer. De kognitive strukturene er satt sammen av ulike skjema. Et skjema er en forstilling om en bestemt ting, og de kognitive strukturene er samlinger av skjema som vi har koblet i logiske sekvenser. I matematikk vil barna utvikle skjema for tall, addisjon, brøk osv. Etter hvert som elevene gjør ulike erfaringer innenfor disse temaene, vil skjemaene utvide seg. Det er viktig at en lærer er i stand til å avdekke eventuelle mangler ved barnets skjema (Gustavsen et al., 2012).

2.3.2 Læring i interaksjon med omgivelsene

Læring skjer i interaksjon med omgivelsene. Vi tilpasser oss mentalt til våre omgivelser. Dette kalte Piaget for adaptasjonsprosessen (Gustavsen et al., 2012). I denne læringsprosessen fungerer skjemaene våre på to måter, som er nødvendige delprosesser i utviklingen. Delprosessene kalles assimilasjon og akkomodasjon (Imsen, 2010).

Ved assimilasjon tolker vi nye situasjoner ut fra våre etablerte skjemaer. Ny informasjon tilføyes de gamle skjemaene og utvider dem. Den nye informasjonen tilpasses de skjemaene som allerede eksisterer. Vi bruker vår etablerte kunnskap i den nye situasjonen som dukker opp (Gustavsen et al., 2012). Assimilasjon skjer for eksempel når barn har lært om addisjon av naturlige tall, og så skal lære multiplikasjon av de naturlige tallene. Siden multiplikasjon bygger på begrepet addisjon, og dette er kunnskap elevene allerede har mange erfaringer fra, vil multiplikasjonsbegrepet assimileres i barnets tidligere skjema. Den nye kunnskapen tilpasses skjemaet eleven allerede har (Birkeland et al., 2011).

Den andre delprosessen, kalles akkomodasjon. Akkomodasjon kan vi kalle en motsatt prosess av assimilasjon. Når eleven møter kunnskap som ikke passer inn i et eksisterende skjema, må eleven tilpasse og endre skjemaet slik at den nye kunnskapen passer inn. Dette innebærer enkelt sagt at man endrer den gamle oppfatningen. I følge Piaget er akkomodasjon å endre de kognitive strukturene, slik at man kan forstå de nye (Gustavsen et al., 2012). Akkomodasjon skjer for eksempel når barn skal lære om brøkens størrelse. Når man ordner brøk etter størrelse, ser man på nevner (dersom teller er den samme). Når elevene skal lære brøk, vil de oppdage at de ikke kan bruke samme strategi som for de hele tallene når de skal avgjøre hvem av brøkene som er størst. For brøk vil rekkefølgen bli motsatt av de hele tallene. Jo større nevner er, jo mindre blir brøken. Dermed vil $\frac{1}{5}$ være mindre enn $\frac{1}{4}$. Denne kunnskapen kan ikke assimileres i elevens tidligere skjema, dermed må akkomodasjon finne sted. Eleven vil få et nytt skjema i sin kognitive struktur, slik at den nye oppfatningen får plass (Gustavsen et al., 2012).

Assimilasjon og akkomodasjon er komplementære prosesser. De forgår samtidig, og utfyller hverandre (Imsen, 2010). Akkomodasjon er den grunnleggende læringsprosessen, og trer inn når elevene skal lære noe nytt. Samtidig vil assimilasjonsprosessen underbygge og styrke akkomodasjonsprosessen. Når elevene repeterer tidligere lærestoff, er det assimilasjon som trer i kraft. Under repetisjon vil de eksisterende skjemaene styrkes ytterligere. Likevel kan elevene i slike prosesser oppdage kunnskap som de ikke fikk med seg tidligere. I slike tilfeller må også akkomodasjon finne sted. Da må det opprinnelige skjemaet endres, slik at de nye oppfatningene får plass (Gustavsen et al., 2012).

2.3.3 Motivasjon

Det tredje aspektet i læringsprosessen er motivasjon. Det handler om hvilke drivkraft som får oss til å lære. Piaget ser på motivasjon som en indre drivkraft til å lære, mens akkomodasjon utgjør selve læringsprosessen. Når det oppstår en ubalanse mellom elevens tolkning og den tidligere forståelsen, vil trangen til å oppnå en indre likevekt setter i gang akkomodasjon. Dette likevektsprinsippet er en medfødt og selvregulerende prosess (Imsen, 2010).

2.4 Brøk

Brøk er tall som skrives på formen $\frac{a}{b}$, der a og b er hele tall og b er ulik 0. De to tallene er skrevet over hverandre med en strek mellom, kalt brøkstrek. Tallet over brøkstreken kalles teller, og tallet under kalles nevner. Brøk uttrykker et antall deler av en enhet. Teller angir delene, og nevner angir hvor mange deler enheten er delt i. Jo flere deler enheten deles i, jo mindre vil hver av delene bli. Det vil si at jo større nevneren er, jo mindre vil brøken være.

Når vi deler en enhet i et antall like store deler, vil en av delene kunne beskrives som en stambrøk (en stambrøk er en brøk som har en som teller). Det er viktig å forstå at helheten må deles i like store deler (Laird, Marsden & Petit, 2010). Dersom vi deler en kake i fire like store deler, vil hver del utgjøre en stambrøk $\frac{1}{4}$. Når vi setter sammen flere av delene (stambrøkene) får vi en ny brøk.

For å kunne regne med brøk og sammenlikne brøker, må elevene ha god forståelse for likeverdig brøk. To brøker $\frac{a}{b}$ og $\frac{c}{d}$ er likeverdige dersom det finnes et tall k slik at $a \cdot k = c$, og $b \cdot k = d$. Dersom vi multipliserer teller og nevner med samme tall, får vi en likeverdig brøk. Alle brøker representerer et punkt på tallinja, og de ordnes på samme måte som de naturlige tallene. Jo lengre til høyre på tallinja vi beveger oss, jo større vil brøken være. Alle likeverdige brøker representerer det samme punktet på tallinja.

Brøk kan ha ulik betydning i forskjellige sammenhenger. I følge Birkeland, Breiteig og Venheim (2011) kan brøk være:

1. **En del av en helhet**

   $\frac{1}{4}$ tilsvarer en firedel av enheten. Enheten kan for eksempel være en rute eller en liter.

2. **Et punkt på tallinja som ligger mellom to hele tall**

3. **En sammenlikning mellom del og et hele**

   $\frac{1}{4}$ av sjokoladene er med mintsmak.

4. **Svaret på en divisjonsoppgave**

   $1 : 4 = \frac{1}{4}$

5. **En måte å sammenlikne to mengder eller to mål på**

   Jens har $\frac{1}{4}$ så mange sjokolader som Per.

Brøk er et relativt begrep. Brøken uttrykker en del av en helhet, og må sees i relasjon til denne helheten. For eksempel vil en tredel av en pizza angi størrelsen på pizzastykket i forhold til den opprinnelige pizzaen. Når utgangspunktet/helheten varierer, vil delene også variere. Det vil si at dersom helheten forandrer seg, vil også brøkens verdi forandre seg. Selv om man er ute etter samme brøk, for eksempel $\frac{1}{2}$, vil $\frac{1}{2}$ av 2 meter være 1 meter, mens $\frac{1}{2}$ av 20 meter vil være 10 meter. Helheten forandret seg fra 2 meter til 20 meter, og dermed forandret også brøkens verdi seg fra 1 meter til 10 meter (Alseth, Nordberg & Solem, 2010).

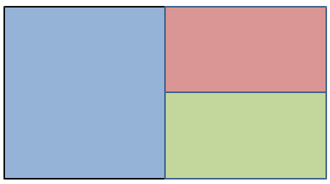
2.5 Misoppfatninger innenfor brøk

Det første elever lærer er de naturlige tallene. Tallområdet utvides så til å omfatte negative tall, desimaltall og brøk. Dette er store begrepsmessige sprang, og dermed en kritisk fase (Brekke, 2002). Brøk skiller seg radikalt fra elevenes tidligere erfaringer med tall, og krever tid og modning.

En årsak til at brøk er vanskelig, er at den som nevnt kan ha forskjellig betydning i ulike sammenhenger. Alle de ulike aspektene av brøk må beherskes for å ha et godt utviklet brøkbegrep (Birkeland et al., 2011). Forskning viser at vansker med brøk også henger sammen med barns tidligere erfaringer fra de hele tallene. Mange elever bruker «whole numbers reasoning» når de løser oppgaver med brøk (Laird et al., 2010). Det vil si at de ser på teller og nevner som to hele separate tall, noe som vil føre til flere ulike misoppfatninger innenfor brøk. Fra neste avsnitt vil jeg nevne noen av de mest vanlige misoppfatningene som dukker opp.

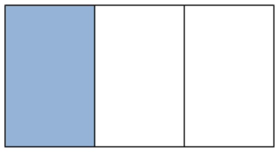
2.5.1 Brøk som del av helhet

Forskning viser at noen elever ikke tar hensyn til brøkdelenes størrelse, men kun fokuserer på antall deler (Laird et al., 2010). En misoppfatning som da oppstår, er at brøk ikke nødvendigvis betyr deling i like store deler. Når en elev møter en oppgave som i figur 2, vil eleven tro at hver del, både den blå, den røde og den grønne, tilsvarer $\frac{1}{3}$ av figuren (McIntosh, 2007).



Figur 2 Deling i like deler

Elever som ikke har forståelse for brøk som del av en helhet, kan sammenlikne brøk med proporsjoner. De tenker da at teller angir antall markerte deler, mens nevner angir delene som ikke er markert. Dersom elever møter en oppgave som i figur 3, vil de uttrykke denne brøken som $\frac{1}{2}$. De tenker at en del er farget, og to deler er uten farge (Gustavsen et al., 2012).



Figur 3 Brøk som proporsjoner

2.5.2 Brøkens størrelse

For å kunne avgjøre brøkens størrelse, er det i følge McIntosh (2007), fire momenter i elevenes begrepsforståelse som må være på plass. De må:

- Forstå at nevneren viser antall deler enheten er delt i.
- Forstå at jo større nevneren er, jo mindre vil brøken være.
- Forstå at alle delene må være like store
- Forstå at telleren forteller hvor mange av delene som er med

Når elevene skal avgjøre brøkens størrelse, er det to misoppfatninger som er vanlig at dukker opp. I begge tilfellene overgeneraliserer elevene kunnskap de har fra de naturlige tallene og desimaltall. I følge McIntosh (2007) er de to misoppfatningene som er vanlig å finne, som følger:

- Jo større nevneren er, jo større blir brøken. 4 er større enn 2, dermed må $\frac{1}{4}$ være større enn $\frac{1}{2}$.
- Når nevner er 9, betyr det at brøken er nær en hel. 0,9 er nesten 1, dermed vil $\frac{1}{9}$ være nær en hel.

2.5.3 Likeverdige brøker

Dersom en elev ikke har grunnleggende forståelse av begrepet brøk, vil vedkommende ha problemer med å avgjøre om to brøker er likeverdige (Laird et al., 2010). Mange elever lærer seg regelen for å gjøre brøk likeverdig, uten å forstå hva de gjør eller hvorfor det er viktig.

Mangel på forståelse og erfaring med likeverdige brøker kan føre til at elevene ikke tror det finnes brøker mellom $\frac{4}{6}$ og $\frac{5}{6}$. Ved å vite at dette er det samme som $\frac{8}{12}$ og $\frac{10}{12}$ ser man at dette ikke kan være riktig (McIntosh, 2007).

2.5.4 Addisjon og subtraksjon med brøk

Å kunne reglene for regning med brøk, er ikke det samme som å ha forståelse. Gode ferdigheter i regnereglene sammen med god forståelse av begrepet brøk, vil gi elevene bedre forståelse av addisjon og subtraksjon med brøk (Laird et al., 2010). Innlæring av regneregler alene vil altså ikke være tilstrekkelig. Det vil kunne føre til mangel på forståelse, som igjen vil kunne føre til misoppfatninger hvor elevene blander sammen reglene. (Birkeland et al., 2011).

En annen vanlig misoppfatning, er at elevene ser på teller og nevner som to uavhengige tall. Dermed overgeneraliserer de kunnskap fra heltallene, som resulterer i at eleven adderer/subtraherer teller med teller, og nevner med nevner. Som eksempel vil de da løse regneoppgaver på følgende måte: $\frac{3}{4} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{4+8} = \frac{5}{12}$. (Gustavsen et al., 2012).

2.5.5 Multiplikasjon med brøk

Multiplikasjon med brøk har en enkel regel. Teller multipliseres med teller og nevner multipliseres med nevner. Elever som ser på tallene som to hele tall, vil dermed kunne svare riktig på multiplikasjonsoppgaver til tross for deres misoppfatning. En mekanisk utregning av multiplikasjon av brøk, gir ikke elevene forståelse, så her er det viktig å avdekke elevenes tankegang. En misoppfatning innenfor multiplikasjon viser seg ofte, nemlig at elevene blander sammen reglene for regning med brøk ved at de blander multiplikasjonsreglene med divisjonsreglene, eller at de tror reglen for addisjon også gjelder for multiplikasjon (McIntosh, 2007).

2.5.6 Brøk som en relativ størrelse

En grunnleggende forståelse av brøk, er å se delene i forhold til helheten, og forstå at denne helheten ikke alltid er en, men kan variere (Alseth, 1998). Elevene vil da ha forståelse for at samme størrelse/tallverdi både kan være $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$, avhengig av hva helhet er. For eksempel er 200 kroner $\frac{1}{2}$ av 400 kroner, men det er også $\frac{1}{4}$ av 800 kroner. Delens størrelse avhenger altså av helhetens størrelse.

En misoppfatning som kan oppstå, er at elevene tror brøker er en del av den samme helheten. Dermed vil elevene tro at brøkenes verdi alltid har det samme forholdet til hverandre, uavhengig av brøkens helhet. For å unngå dette trenger elevene erfaring med at brøk kan være en del av varierende mengder. Gjennom denne erfaringen vil elevene oppdage at $\frac{1}{2}$ ikke alltid er like mye.

3. METODE

3.1 Kvalitativ og kvantitativ metode

I samfunnsvitenskapelig metodelære, finner vi et skille mellom kvantitative og kvalitative metoder. Kvantitativ metode har fokus på å telle opp et fenomen og se hvor utbredt dette er. Hensikten med kvalitativ metode er å få mer detaljert og nyansert informasjon om det man skal undersøke (Christoffersen, Johannessen & Tufte, 2010).

De to metodene skiller seg fra hverandre i graden av strukturering. Kvantitativ metode har en høy grad av struktur og lite fleksibilitet. Spørreskjemaet utarbeides i forkant av undersøkelsen, og kan ikke endres i etterkant. Dette krever et grundig forarbeid. Forsker må sette seg grundig inn i relevant teori og forskning for å kunne stille gode spørsmål som gir svar på det man undersøker. Metoden krever også god kunnskap om hvordan man gjennomfører en spørreundersøkelse (Christoffersen et al., 2010).

Kvalitativ metode har en høy grad av åpenhet og fleksibilitet. Under et kvalitativt intervju, benytter forsker en intervjuguide, men er ikke låst til denne. Det kan gjøres endringer underveis i intervjuet dersom noe dukker opp som man ønsker å følge opp nærmere. Dette skaper rom for interaksjon mellom forsker og intervjuobjektene (Christoffersen et al., 2010).

Fordelen med en kvalitativ metode er at man går mer i dybden på det man skal undersøke, mens fordelen med kvantitativ metode er at man inkluderer flere enheter i undersøkelsen, og dermed kan trekke slutninger om hva som er typisk for en større populasjon (Christoffersen et al., 2010).

3.2 Presentasjon av metode

Målet med oppgaven min har vært å få et godt innblikk i hvilke misoppfatninger elever på 7.trinn har innenfor brøk. Jeg har valgt en kvalitativ metode, for å få en dypere forståelse av misoppfatningene. Ved å utføre et intervju av noen utvalgte elever, har jeg kunnet få frem hva som ligger bak en eventuell misoppfatning. Hva tenker denne eleven som fører til feil begrepsforståelsen? Mer detaljert informasjon om det som ligger bak misoppfatningene, har gitt meg bedre kunnskap om hvordan jeg som fremtidig lærer kan unngå at elevene møter slike misoppfatninger, og hvordan jeg kan rette opp i de misoppfatningene som eventuelt har oppstått.

Misoppfatninger innenfor brøk, er et område jeg ikke hadde mye kunnskap om før jeg gjorde denne undersøkelsen. Det er heller ikke gjort noen store forskningsprosjekter innenfor temaet i Norge. Christoffersen, Johannessen & Tufte (2010) sier det er særlig hensiktsmessig å bruke en kvalitativ metode, dersom man ønsker å undersøke et fenomen vi ikke kjenner så godt, og som det er gjort lite forskning på. Dette er en av begrunnelsene for at jeg har valgt en kvalitativ metode. Siden målet mitt i tillegg ikke har vært å trekke generelle slutninger, men å vise eksempler på elevenes tankegang, ble det tydelig at valget måtte falle på en kvalitativ metode.

Jeg valgte å bruke intervju som metode. Som utgangspunkt benyttet jeg diagnostiske oppgaver som elevene skulle besvare i intervjuet. De diagnostiske oppgavene hentet jeg fra to ulike kilder:

1. Alle teller (McIntosh, 2007)
2. Chelsea Diagnostic Mathematics Test (Brown, Hart, Kerslake, Küchemann & Ruddock, 1985)

Det jeg ønsket å få frem, er hvordan elevene kom frem til svaret. Jeg ville altså undersøke deres tankegang og begrepsforståelse i møte med oppgaver i brøk. Dataanalysen tar utgangspunkt i elevsvarene. De diagnostiske oppgavene utgjorde min intervjuguide. Til hver oppgave stilte jeg oppfølgingsspørsmål for å finne ut hvordan elevene kom frem til svaret. Oppfølgingsspørsmålene varierte avhengig av hva elevene svarte. Intervjuet var derfor delvis strukturert, siden oppgavene var faste, mens resten av intervjuet var fleksibelt.

3.2.1 Utvalg av informanter

Siden studentprosjektet hadde begrenset med tid, valgte jeg å holde meg til seks informanter. Jeg ønsket å avdekke hvilke misoppfatninger vi kan finne innenfor brøk, og tankegangen bak disse misoppfatningene. Det var derfor vesentlig at de informantene jeg valgte hadde god erfaring med brøk. For å sikre dette valgte jeg informanter fra 7.trinn. Disse elevene hørte til en klasse jeg har god kjennskap til, noe som bidro til at intervjusituasjonen ikke ble skremmende for dem.

Jeg ba læreren i denne klassen om å velge ut elever. Ut fra sin kjennskap til elevene og tidligere kartlegginger hun har utført, valgte hun seks elever som kunne gi meg nyttig informasjon. Nivåmessig valgte hun to elever under middels, to elever som er middels og to elever over middels. For å anonymisere elevene, har jeg kalt dem elev 1 og opp til elev 6.

3.2.2 Gjennomføring av prosjektet

Før intervjuet fikk elevene og deres foresatte et samtykkeskjema (se vedlegg 1). Her ble de informert om prosjektets hensikt, om anonymitet og muligheten til å trekke seg fra intervjuet. Dette skjemaet ble underskrevet før vi begynte intervjuene. Når intervjuet skulle gjennomføres, satt jeg og elvene (en om gangen) på et grupperom, uten fare for forstyrrelser underveis.

For å avdekke misoppfatninger, utformet jeg en diagnostisk test. Det vil si at oppgavene elevene møtte hadde til hensikt å få frem elevenes misoppfatninger. Denne testen benyttet jeg som intervjuguide under elevintervjuene (se vedlegg 2).

Jeg startet intervjuet med å informere elevene om hva en diagnostisk test er, og hva de kunne forvente. Siden oppgavene hadde som hensikt å avdekke misoppfatninger, ville elevene kunne møte mange vanskelige oppgaver. For at de ikke skulle sitte igjen med opplevelsen av å mislykkes, tok jeg derfor med noen enklere oppgaver. På den måten sikret jeg at elevene opplevde mestring, slik at motivasjonen ikke ville påvirke testen.

Intervjuet gikk ut på at vi i fellesskap gjennomgikk en oppgave, slik at elevene forstod den. Elevene fikk så tid til å skrive sitt svar. Videre ba jeg dem forklare hvordan han/hun tenkte for å finne svaret. Elevene ble informert om at dette spørsmålet alltid ville stilles, uavhengig av om svaret var rett eller galt. Dermed påvirket ikke dette spørsmålet elevenes tro på eget svar. Slik ble prøven gjennomført. Elevene regnet og forklarte sin tankegang, mens jeg noterte det som ble sagt. Elevenes svar er brukt som grunnlaget for videre analyse.

3.2.3 Valg av analyse

Analyse av kvalitative data består i å bearbeide tekst, som i dette tilfellet er notatene fra elevenes intervju. Jeg valgte å benytte en fenomenologisk analyse, hvor jeg er opptatt av innholdet i datamaterialet. (Christoffersen et al., 2010).

I første fase av analysen gikk jeg gjennom datamaterialet for å bli kjent med det og få et helhetsinntrykk. Ut fra denne gjennomgangen valgte jeg ut de mest sentrale temaene, og fjernet all unødvendig informasjon. Dette kalles en meningsfortetning, som vil si å forkorte datamaterialet til å inneholde kun det som er av verdi for å kunne gi svar på oppgavens problemstilling. Denne sammenfatningen av innholdet er utgangspunktet for den videre tolkningen (Christoffersen et al., 2010).

I fase to klassifiseres innholdet, ved å kode viktige temaer i materialet. Det vil si at man markerer de delene av teksten som hører under samme tema, med samme kode. På den måten kan man lettere samle all informasjon som omhandler samme tema. Kodingen er første ledd i fortolkningsprosessen. Det gjør det mulig å få tak i meningsinnholdet, for så å kunne tolke dette. Kodingen er utgangspunktet for neste fase i analysearbeidet (Christoffersen et al., 2010). I denne oppgaven har jeg valgt å benytte følgende kodekategorier:

1. Brøk som del av en helhet
2. Brøkens størrelse
3. Likeverdige brøker
4. Regning med brøk
5. Brøk som en relativ størrelse
6. Andre misoppfatninger

I tredje fase sorteres så delene fra teksten som er kodet. Resultatet blir et redusert materiale, som er sortert etter kodekategoriene. (Christoffersen et al., 2010). I denne oppgaven er dette gjort i form av en tabell (se vedlegg 3). Alle besvarelsene som viste misoppfatninger som hørte under samme kategori, ble samlet under denne kategorien i tabellen. Kodekategoriene er benyttet som overskrifter i tabellen, og i presentasjonen av undersøkelsens resultater.

3.3 Reliabilitet og validitet

Når man benytter en kvalitativ forskningsmetode, brukes reliabilitet og validitet som kriterier for kvalitet. Reliabilitet handler om hvor pålitelig forskningen sies å være, og omhandler hvilke data som brukes, hvordan de samles inn og bearbeides. Validitet sier noe om oppgavens gyldighet, og omhandler spørsmålet om oppgaven måler det man ønsker (Christoffersen et al., 2010).

Ved bruk av intervju fremfor spørreundersøkelse, vil det være mindre rom for å feiltolke elevenes svar, noe som styrker oppgavens reliabilitet. Jeg kan med større sikkerhet fastslå om eleven har en misoppfatning, eller om feilen skyldes andre ting som gjetting, mangel på konsentrasjon eller misforståelse av oppgaven.

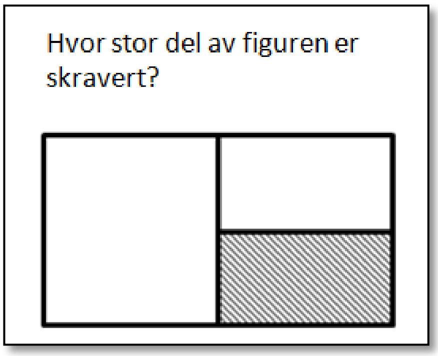
Oppgavens problemstilling handler om å finne ut hvilke misoppfatninger som finnes innenfor temaet brøk på 7.trinn. Intervjuguiden er laget med utgangspunkt i en kartleggingstest om misoppfatninger laget av Alistair McIntosh, og en diagnostisk test, brukt i en studie av barns forståelse og misoppfatninger i matematikk i Storbritannia, kalt CSMS (Consept in Secondary Matematics an Science). Oppgavene jeg har brukt er diagnostiske, og har nettopp til hensikt å fremprovosere elevenes misoppfatninger. Intervjuguiden vil dermed i høy grad svare på det problemstillingen spør om, og ved å bruke oppgaver fra kartleggingsverk og tidligere forskning, sikrer dette at spørsmålene er av god kvalitet. Dette styrker oppgavens validitet.

4. RESULTAT

I dette kapittelet har jeg redegjort for resultatene fra mine undersøkelser. Gjennom analyseprosessen har jeg sortert resultatene i kodekategorier, som i dette kapitlet vil fungere som underoverskrifter. For hver kategori vil jeg trekke frem en oppgave som viser hvilke misoppfatninger som har dukket opp innenfor denne kategorien.

4.1 Brøk som del av en helhet

Flere av oppgavene i intervjuet har til hensikt å avdekke om elevene forstår at brøk innebærer deling i like store deler. Figur 4 viser en av oppgavene som vil avdekke om elevene forstår dette. Figuren er delt i tre deler, hvor delene ikke er like store. En av delene er skravert. Dersom en elev ikke forstår at delene må være like store, vil ikke elven ha mulighet til å svare riktig på denne typen oppgave. Dette er derfor en god diagnostisk oppgave.



Figur 4 Brøk som del av en helhet

Fire av de seks elevene på 7.trinn svarte feil på denne oppgaven.

Elev 2, 4, 5 og 6 svarte:

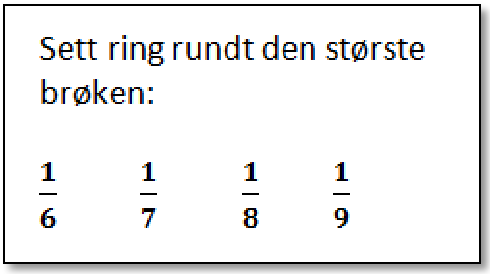
> " $\frac{1}{3}$ *av figuren er skravert. Figuren er delt i tre deler, så det er tre deler totalt. Deler totalt skal stå under brøkstreken. En av de tre delene er fargelagt, og derfor skal det stå en over brøkstreken. En av totalt tre deler er skravert* "

Dette viser at elevene ikke tar hensyn til delenes størrelse når de arbeider med brøkoppgaver. Elevene avgjør nevnerens størrelse ved kun å telle antall deler totalt. De samme elevene svarte feil på samtlige oppgaver innenfor denne kategorien. Når en feil opptrer systematisk kan det kalles en misoppfatning. Vi kan derfor trekke konklusjonen at fire av de seks informantene har misoppfatningen at brøk ikke nødvendigvis betyr deling i like store deler.

Denne forståelsen er viktig, da den er grunnleggende for å forstå forholdet mellom del og helhet, for å kunne sammenlikne brøker, for å forstå likeverdige brøker og for å kunne regne med brøk (Laird et al., 2010). Det er derfor bekymringsverdig at fire av de seks elevene på 7.trinn delte dette tankemønsteret.

4.2 Brøkens størrelse

Oppgavene under neste kategori vil avdekke elevenes forståelse av brøkens størrelse. Oppgaven vist i figur 5, ber elevene sette ring rundt den brøken som er størst. Dette er også en diagnostisk oppgave, da den vil få frem om elevene tror brøkens størrelse øker når nevner øker.



Figur 5 Brøkens størrelse

Elev 2 svarte:

“ $\frac{1}{9}$ *er den største. 9 er større enn 6, derfor må denne brøken være større.* “

I følge McIntosh (2007) er det i hovedsak to misoppfatninger som kan dukke opp i forhold til brøkens størrelse. En av informantene viser seg å ha en av dem. Elevens tankegang viser tydelig at vedkommende ser på brøk som to hele tall, noe som fører til at eleven overgeneraliserer sin kunnskap fra de hele tallene. Dette resulterer i at brøken $\frac{1}{6}$ tolkes som tallene 1 og 6, og brøken $\frac{1}{9}$ som tallene 1 og 9. For de hele tallene vil tallet 9 være større enn 6. Eleven bruker samme regel for å avgjøre hvilken av brøkene som er størst. Dermed vil eleven tro at $\frac{1}{9}$ er den største brøken. Misoppfatningen skyldes altså i dette tilfellet at eleven overfører kunnskap fra ett område til et annet, hvor denne kunnskapen ikke fungerer.

Fem av informantene svarte riktig på denne oppgaven. Fire av elevene med riktig svar, viser likevel dårlig forståelse for brøkens størrelse når de svarer på oppfølgingsspørsmålet. Samtlige av de fire gir samme begrunnelse for sin besvarelse, og av den den grunn gjengir jeg kun en av elevenes forklaring.

Elev 3, 4. 5 og 6 svarte:

Elev: " $\frac{1}{6}$ er *den største brøken.* "

Intervjuer: " *Hvordan kom du frem til dette svaret?* "

Elev: " *Fordi nevneren i denne brøken er minst.* "

Intervjuer: "*Har det en betydning?* "

Elev: " *Ja. Jo mindre nevneren er, jo større blir brøken.* "

Intervjuer: " *Hvorfor er det slik?* "

Elev: " *Vi har lært av læreren at det er slik, men jeg vet ikke hvorfor.* "

Hadde jeg valgt å benytte en kvantitativ metode, ville jeg mest sannsynlig konkludert med at elevene ikke har misoppfatninger. Oppfølgingsspørsmålene avdekker her at elevene likevel ikke har en god forståelse av brøkens størrelse. Mye tyder på at elevene har «pugget» regelen: mindre nevner, gir større brøk. De klarer ikke å gi noen forklaring på hvorfor det er slik, noe som vitner om mangelfull begrepsforståelse. Mangel på forståelse vil føre til vansker når elevene skal begynne å regne med brøk. Intervjuet viser hvor viktig det er å stille oppfølgingsspørsmål til den diagnostiske testen for å få et fullstendig bilde av elevenes begrepsforståelse.

Brøk krever som sagt et stort kognitivt sprang fra de hele tallene. Det er enkelt for elevene på 7.trinn å avgjøre hvilke av to hele tall som er størst. Det å forstå brøkens størrelse, vil derimot kollidere med elevenes erfaringer fra de hele tallene. Kunnskapen om at mindre teller gir større brøk, vil ikke passe inn i elevenes tidligere skjema. Den nye kunnskapen krever akkomodasjon. Dersom elevene ikke får hjelp til å sette i gang akkomodasjonsprosessen ved å skape en kognitiv konflikt, vil misoppfatningene kunne vedvare videre i livet. Dette kan skape vansker innenfor andre områder av brøk, noe testen tydelig viser.

4.3 Likeverdige brøker

En elev som har god forståelse for likeverdig brøk, vil kunne avgjøre om det finnes en brøk mellom to brøker. Figur 6 viser en oppgave som vil avsløre om elevene mangler forståelse for likeverdig brøk. Mangel på dette, kan føre til misoppfatningen at det ikke er noen brøker mellom en fjerdedel og en todel. Fem av informantene svarer det samme på denne oppgaven.

Hvor mange brøker finnes mellom $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{2}$

Figur 6 Likeverdige brøker

Elev 2, 3, 4, 5 og 6 svarte:

> " *Mellom* $\frac{1}{4}$ *og* $\frac{1}{2}$ *finnes bare* $\frac{1}{3}$*. Fordi mellom 4 og 2 finner vi bare tallet 3.* "

Fem av de seks informantene tror ikke det finnes noen brøk mellom en firedel og en tredel. Elevenes besvarelse indikerer at de mangler grunnleggende forståelse av brøk. Det finnes bare ett tall mellom 4 og 2, og dermed bare en brøk mellom $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{2}$ svarer de, noe som tyder på at elevene bruker «whole numbers reasoning» når de løser oppgaven. Elevene ser altså på en brøk som to separate tall, noe som betyr at $\frac{1}{4}$ vil bestå av 1 og 4, og $\frac{1}{2}$ vil bestå av 1 og 2. For heltallene finner vi kun tallet 3 mellom de to heltallene 2 og 4. Elevene overfører denne kunnskapen til den nye situasjonen. På grunn av denne misoppfatningen, vil de derfor tro at vi kun finner brøken $\frac{1}{3}$ mellom brøkene $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{2}$.

4.4 Regning med brøk

Mangelfull forståelse av brøk, kan skape misoppfatninger når elevene skal regne med brøk. Innlæring av regler og algoritmer alene, vil ikke være tilstrekkelig for å forstå de ulike regnereglene. Oppgaven vist i figur 7, har til hensikt å avsløre elevenes misoppfatninger innenfor dette området. I oppgaven vil elevene møte både addisjon,

Regn ut:

$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} =$ $\quad\quad$ $\frac{1}{10} + \frac{3}{5} =$

$\frac{8}{10} - \frac{2}{10} =$ $\quad\quad$ $\frac{7}{8} - \frac{2}{4} =$

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} =$ $\quad\quad$ $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} =$

Figur 7 Regning med brøk

subtraksjon og multiplikasjon. Innenfor hver av de tre regneartene vil elevene møte en oppgave hvor det er felles nevner, og en oppgave hvor nevnerne er ulike.

Intervjuet førte til to ulike besvarelser som presenteres under.

1. Elev 1, 3, 4 og 5 svarte:

" Når det er samme nevner, trenger man ikke å gjøre noe med dem. Man beholder samme nevner i svaret, og regner sammen tellerne. "

" Når det er ulike nevnere, må man regne sammen tallene over og under brøkstreken. "

$$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{3+2}{8}=\frac{5}{8} \qquad \frac{1}{10}+\frac{3}{5}=\frac{1+3}{10+5}=\frac{4}{15}$$

$$\frac{8}{10}-\frac{2}{10}=\frac{8-2}{10}=\frac{6}{10} \qquad \frac{7}{8}-\frac{2}{4}=\frac{7-2}{8-4}=\frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1\cdot 1}{3\cdot 4}=\frac{1}{12} \qquad \frac{1}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{1\cdot 3}{5}=\frac{3}{5}$$

Figur 8 Svar elev 1,3,4 & 5

Som vi kan se i figur 8, har elevene lært at fellesnevner flyttes over i addisjon og subtraksjon, men de tror dette også gjelder multiplikasjon. Dette fører til at oppgavene med addisjon og subtraksjon, hvor nevner allerede er lik, blir riktig, mens multiplikasjonsoppgaven med fellesnevner blir feil. Når nevnerne er ulike, tror elevene nevner regnes sammen med nevner og teller med teller. Dette fører til feil svar i alle oppgavene med ulik nevner. Denne regnestrategien benytter disse elevene konsekvent i møte med de tre regneartene. De har etablert et feil tankemønster.

2. Elev 2 og 6 svarte:

$$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{3+2}{8}=\frac{5}{8} \qquad \frac{1}{10}+\frac{3}{5}=\frac{1}{10}+\frac{3\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{1+6}{10}=\frac{7}{10}$$

$$\frac{8}{10}-\frac{2}{10}=\frac{8-2}{10}=\frac{6}{10} \qquad \frac{7}{8}-\frac{2}{4}=\frac{7}{8}-\frac{2\cdot 2}{4\cdot 2}=\frac{7-4}{8}=\frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{1\cdot 3}{5}=\frac{3}{5} \qquad \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1\cdot 4}{3\cdot 4}\cdot\frac{1\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{4}{12}\cdot\frac{3}{12}=\frac{4\cdot 3}{12}=\frac{12}{12}$$

Figur 9 Svar elev 2 og 6

> *" Når nevneren er lik flytter man den bare over. Man regner da ikke ut nevnerne med hverandre. "*
>
> *" Når nevnerne er ulike, må man gange opp slik at man får felles nevner. Så regner man sammen teller og teller og nevner og nevner. "*

I figur 9 kan vi se at disse elevene har fått med seg at fellesnevner flyttes over når vi adderer eller subtraherer. De har også lært at dersom brøkene har ulik nevner, må de utvides slik at vi får fellesnevner før de kan regnes sammen. Elevene svarer derfor riktig på alle oppgavene med addisjon og subtraksjon. Det vi kan se av besvarelsene, er at elevene tror at denne strategien også gjelder for multiplikasjon, noe som fører til feil i begge multiplikasjonsoppgavene.

Ut fra intervjuet ser vi tydelig at mangelfull forståelse fører til mange ulike misoppfatninger når elevene skal regne med brøk. Vi ser at reglene blandes sammen, elevene tror samme regler gjelder for alle de tre regneartene og elevene overgeneraliserer kunnskapen fra heltallene når de møter brøk med ulike nevnere i regnestykket. Dette viser hvor avgjørende grunnleggende forståelse for brøk er for å kunne regne med brøk.

4.5 Brøk som en relativ størrelse

Brøk krever som sagt et stort kognitivt sprang fra de hele tallene. Fem er alltid fem for de hele tallene, men $\frac{1}{2}$ vil ikke alltid være et uttrykk for den samme verdien, siden brøk må sees i relasjon til helheten. Denne forståelsen krever akkomodasjon hos elevene.

I figur 10 kan vi se en oppgave som avslører om elevene ser på brøk som en relativ størrelse. Ingen av informantene svarte rett på dette spørsmålet. Alle hadde samme oppfatning, så her vil jeg derfor kun gjengi ett eksempel på deres besvarelser:

> Per og Mari har begge fått lommepenger. Mari bruker $\frac{1}{4}$ av sine og Per bruker $\frac{1}{2}$ av sine.
>
> Er det mulig at Mari har brukt mer penger enn Per?

Figur 10 Relativ størrelse

Elev 1, 2, 3, 4, 5 og 6 svarte:

> “ *Nei, fordi $\frac{1}{4}$ er en halv bit av $\frac{1}{2}$. Dvs. at $\frac{1}{4}$ er mindre enn $\frac{1}{2}$. Derfor kan ikke Mari ha brukt mer penger enn Per.* “

Vi ser at elevene her ser på brøk som en del av den samme helheten, og de vil derfor ikke forstå at helheten ikke trenger å være den samme for Per som for Mari.

Elevenes svar kan tyde på at de ikke har forståelse for at brøk er et relativt begrep, noe som fører til at de tror $\frac{1}{4}$ alltid er mindre enn $\frac{1}{2}$. De forstår ikke at brøkene er et uttrykk for deler av en helhet, og at denne helheten ikke trenger å være den samme. En firedel eller en todel av lommepengene angir størrelsen på det som er brukt i forhold til den opprinnelige summen av lommepenger. Elevene forstår ikke at mengden penger Mari og Per bruker, avhenger av hvor mye lommepenger de hadde i utgangspunktet. De behandler brøkens størrelse, og ser den ikke i relasjon til en helhet. Denne misoppfatningen fører til elevenes begrunnelse som i oppgaven: $\frac{1}{4}$ er mindre enn $\frac{1}{2}$. Elevene mangler tydelig en grunnleggende forståelse av hva brøk egentlig uttrykker.

5. AVSLUTNING

5.1 Konklusjon

Formålet med denne oppgaven var å undersøke hvilke misoppfatninger som kunne dukke opp innenfor temaet brøk på 7.trinn. Undersøkelsen viser at vi kan finne misoppfatninger innenfor alle områder av brøk på dette trinnet. Elevenes besvarelser tyder på at grunnleggende forståelse av brøk mangler, noe som fører til at elevene viser misoppfatninger innenfor flere av oppgavene.

Undersøkelsene viser at flere av elevene ikke har forstått at brøk er deling av like store deler, noe som er grunnleggende for å kunne forstå likeverdig brøk, for å kunne sammenlikne brøk og for å kunne regne med brøk. En annen grunnleggende forståelse av brøk, er å se delene i forhold til helheten, og forstå at helheten kan variere. Samtlige elever mangler den forståelsen, og vil derfor tro at $\frac{1}{2}$ alltid er et uttrykk for samme verdi.

Videre ser vi at selv om kun en av elevene svarte feil på oppgavene om brøkens størrelse, viste videre undersøkelser at alle elevene manglet denne kunnskapen. Dette indikerer at noen elever pugger regler, men mangler forståelse for det de gjør. Også når det gjelder likeverdig brøk og regning med brøk, har elevene pugget regler. Den manglende begrepsforståelsen fører til at elevene utvikler misoppfatninger, på bakgrunn av at de overgeneraliserer kunnskap fra de hele tallene, at de blander sammen regler og at de generaliserer en regneregel til å gjelde i alle situasjoner.

Det som kommer frem av denne undersøkelsen er altså at mangel på grunnleggende forståelse for brøk ligger til grunn for de fleste misoppfatningene. Det viser hvor viktig det er å jobbe med nettopp forståelsen, og ikke bare pugge regler. Dersom den grunnleggende forståelsen er på plass, kan man gradvis utvide elevenes forståelse av brøk. Elevene vil også være i stand til å vurdere om det de gjør er riktig, siden de faktisk forstår hva de driver med.

Det er også viktig at man ikke lar seg lure av de elevene som mestrer ulike oppgaver innenfor brøk godt. Dette kan være et resultat av godt innlærte regler, men elevene vil møte vansker senere dersom forståelsen ikke er der. Så nok en gang understreker jeg betydningen av å gi elevene god grunnleggende forståelse av begrepet brøk, for på den måten å unngå at elevene utvikler misoppfatninger som kan følge dem videre i livet.

5.2 Veien videre

For min del synes jeg det er bekymringsfullt å oppdage at misoppfatninger som handler om den helt grunnleggende forståelsen for brøk, mangler hos informantene fra 7.trinn. Dette har vekket mitt ønske om å gjøre videre undersøkelser, og det store spørsmålet er:

Gjelder resultatet av denne forskningen for 7.trinn generelt?

Jeg mener det er viktig å undersøke om den mangelfulle forståelse av brøk gjelder for 7.trinnselever i norsk skole. Gjør den det, er det tydelig at noe må gjøres med matematikkundervisningen i Norge.

For en fremtidig masteroppgave ville jeg undersøkt nettopp dette. Jeg ville startet med å kartlegge brøksforståelsen på 7. trinn i norsk skole. Videre ville jeg gjort forskning på hvordan brøk undervises i dagens skole, og hvordan dette eventuelt kan gjøres bedre. Jeg håper jeg i fremtiden får mulighet til å gjøre denne undersøkelsen, eller at det blir gjort mer forskning på dette området i Norge. Brøk er vanskelig, og vi trenger mer kunnskap om hvordan vi på en bedre måte kan skape forståelse hos elevene innenfor dette temaet.

.

LITTERATURLISTE

Alseth, B. (1998). *Matematikk på småskoletrinnet: kartlegging av matematikkforståelse.* Utdanningsdirektoratet. Lokalisert på: http://bestilling.utdanningsdirektoratet.no/Bestillingstorg/PDF/38228_Mattem_sma.pdf

Alseth, B., Nordberg, G. & Solem, I.H. (2011). *Tall og tanke: Matematikkundervisning på 1. til 4. trinn.* Oslo: Gyldendal akademiske

Aslaksen, H., Borge, I.C., Grønmo, L.S., Hole, A., Nilsen, T. & Onstad, T. (2012). *Framgang, men langt fram: norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011.* Oslo: Akademika forlag

Brown, M., Hart, K., Kerslake, D., Küchemann, D. & Ruddock, G (1985). *Chelsea Diagnostic Mathematics Test: Fractions1.* Great Britain: NFER-NELSON

Birkeland, P.A., Breitteig, T. & Venheim, R. (2011). *Matematikk for lærere 1* (5.utg.). Oslo: Universitetsforlaget

Brekke, Gard. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk.* Læringssenteret. Lokalisert på: http://bestilling.utdanningsdirektoratet.no/Bestillingstorg/PDF/59447_KAR_MAT_007_innmat.pdf

Christoffersen, L., Johannessen, A. & Tufte, P.A. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode.* (4.utg.). Oslo: Abstrakt forlag AS.

Gustavsen, T.S., Hinna, K.R.C. & Rinvold, R.A. (2012). *QED 1-7: matematikk for grunnskolelærerutdanningen bind 1.* Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Imsen, G. (2010). *Elevens verden: Innføring i pedagogisk psykologi.(4.utg.)*. Oslo: Universitetsforlaget.

Laird, R.E., Marsden, E.L. & Petit, M.M. (2010). *A focus on Fractions: Bringing research to the classroom.* New York: Routledge.

McIntosh, Alistair. (2007). *Alle teller: Kartleggingstester og veiledning om misoppfatninger og misforståelser på området.* Matematikksenteret.

FIGURLISTE

VEDLEGG

Vedlegg 1 - samtykkeerklæring

Samtykkeerklæring for intervju til bacheloroppgave

Beskrivelse av prosjektoppgaven

Mitt navn er Marianne Olsen, og jeg er student ved Høgskolen i Hedmark, avdeling Hamar. I forbindelse med mitt tredje studieår ved grunnskolelærerutdanningen, skal jeg skrive en bacheloroppgave. Jeg har valgt å fordype meg i matematikk, og min bacheloroppgave vil derfor være innenfor dette faget.
Kontaktinformasjon: marianne_o@outlook.com tlf: 936 91 968

I min bacheloroppgaven ønsker jeg å undersøke hvilke misoppfatninger som finnes innenfor temaet brøk hos elever på 7.trinn. Hensikten med prosjektet er å få en god forståelse av hvilke vansker som kan dukke opp når man skal lære elevene brøk, og dermed være bedre rustet til å unngå at slike misoppfatninger oppstår. For å avdekke dette, ønsker jeg å gjennomføre en diagnostisk test på 3 elever. Elevene vil få tildelt et utvalg diagnostiske oppgaver, som vil avsløre eventuelle vanlige misoppfatninger innenfor temaet. Mens eleven gjennomfører testen vil jeg stille noen spørsmål som har til hensikt å gi meg som student en innsikt i hvordan eleven tenker når han/hun løser en gitt oppgave. Notater fra intervjuet samt en beskrivelse av de refleksjonene jeg gjør meg, vil bli skrevet ned og brukt til å drøfte og reflektere over teori og forskning som omhandler samme tema.

Frivillig deltakelse

All deltagelse er frivillig, og eleven kan trekke seg når som helst. Jeg kommer ikke til å bruke noen form for opptak, men vil ta notater underveis. Intervjuet kan avsluttes når som helst, og informasjon som er gitt under intervjuet kan trekkes tilbake.

Anonymitet

Notatene og bacheloroppgaven vil bli anonymisert. Det vil si at ingen andre enn intervjuer vil vite hvem som er blitt intervjuet, og informasjonen vil ikke kunne tilbakeføres til dere. I forkant av intervjuet ber jeg foresatte om å samtykke i at deres barn deltar, ved å undertegne på at informasjonen på dette arket er lest og forstått.

Jeg setter stor pris på deres samarbeid.

Samtykke

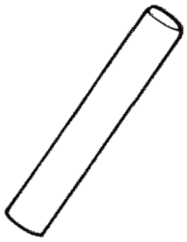
Vi har lest og forstått informasjonen over og gir vårt samtykke til å la eleven delta i intervjuet.

Sted og dato   Signatur foresatte

Signatur elev

Vedlegg 2 – intervjuguide

1.



Her ser du en trepinne. Denne trepinnen skal deles likt mellom 5 barn.

Hvor stor brøkdel av pinnen får hvert barn?

____

2.

a) Lars vinner $\frac{1}{3}$ av disse klinkekulene.

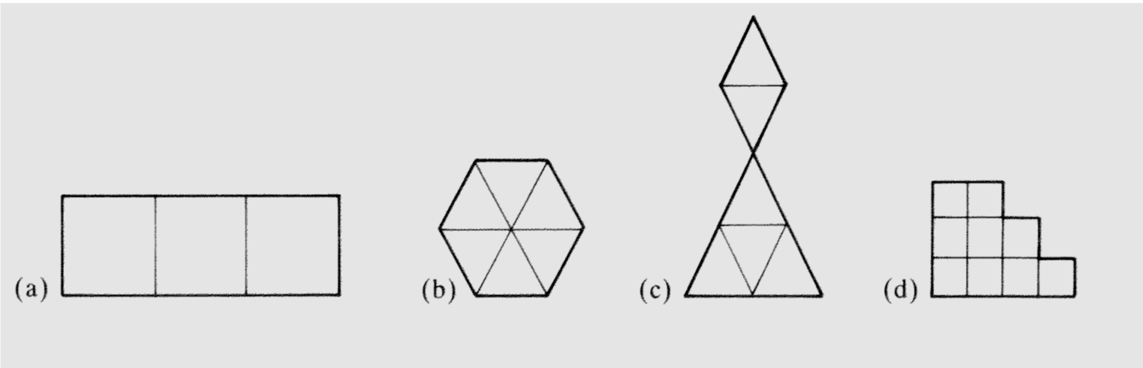
Tegn en ring rundt klinkekulene hans.

b) Kari vinner $\frac{2}{3}$ av klinkekulene.

Hvor mange klinkekuler vinner hun? _____________

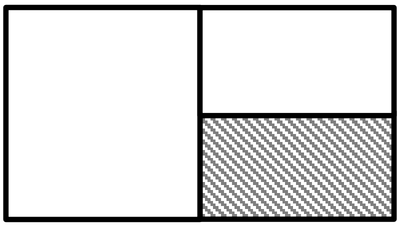
3.

Fargelegg $\frac{2}{3}$ av hver av disse figurene.



4.

Hvor stor brøkdel av figuren er skravert?



____

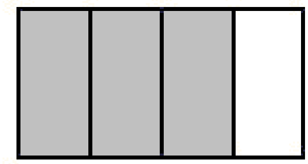
5.

Tegn en figur som passer til

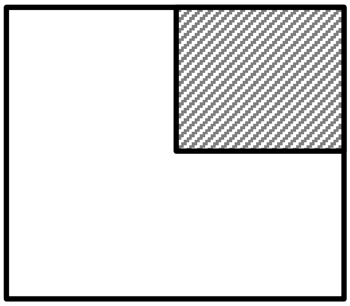
brøken $\mathbf{\frac{3}{5}}$

6.

Skriv brøken som passer til

figuren $=$ 

7.

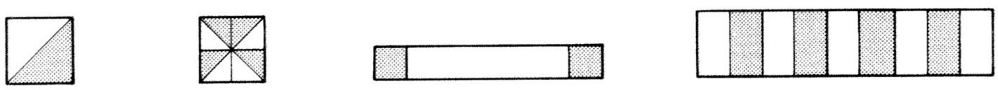
Er $\frac{1}{4}$ av figuren skravert? 

____

8.

Sett et merke under hver figur der halve figuren er fargelagt.

På den første figuren er det allerede gjort for deg.

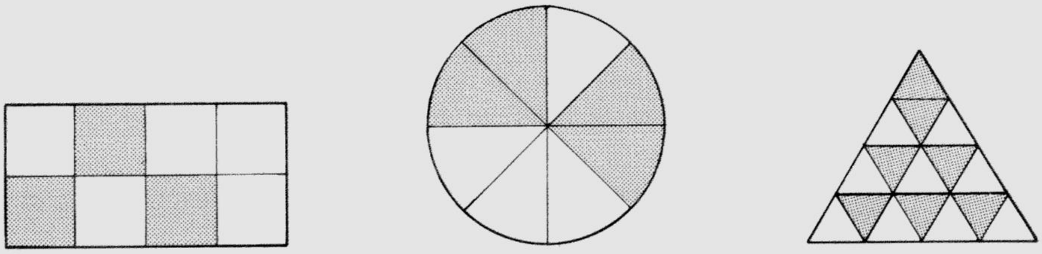


(a) ....✓.... (b) .... (c) .... (d) ....

9.

Hvor stor brøkdel av hver figur under er fargelagt?

Skriv svaret ditt under figuren.



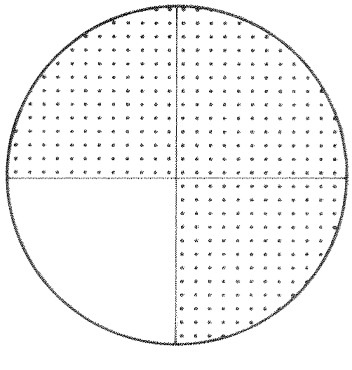
(a) .... (b) .... (c) ....

10.

Fargelegg $\frac{1}{6}$ av det **PRIKKETE** området i figuren.

Hvor stor brøkdel av **HELE** figuren

har du fargelagt? ________________________



11.

Knut deler eplet sitt i to like store deler. Deretter deler han den ene halvdelen i to deler igjen.

a) Hvor mange eplebiter har han til sammen?________________________________

b) Hvor stor del av eplet er en av de minste bitene?____________________________

12.

Sett ring rundt den største brøken i hvert par under.

Den første er gjort for deg.

(a) $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{7}$ $\frac{5}{7}$ (c) $\frac{3}{5}$ $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{10}$

13.

Sett ring rundt den største brøken:

a) $\mathbf{\frac{1}{6}}$ b) $\mathbf{\frac{1}{7}}$ c) $\mathbf{\frac{1}{8}}$ d) $\mathbf{\frac{1}{9}}$

14.

Peter og Ola har en sjokoladeplate hver som er like stor. Peter deler sin i 8 like store deler, og spiser 4 av dem. Ola deler sin i 4 like store deler og spiser 2 av dem.

a) Hvem spiste mest sjokolade?____

b) Hvorfor tror du det?____

____

15.

Fyll inn tallene som mangler:

a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{\quad}$ b) $\frac{6}{8} = \frac{3}{\quad}$ c) $\frac{5}{10} = \frac{\quad}{30}$

d) $\frac{2}{3} = \frac{\quad}{15}$ e) $\frac{4}{12} = \frac{1}{\quad}$

16.

Skriv en brøk som er lik:

$\mathbf{\frac{4}{8}} =$

$\mathbf{\frac{3}{9}} =$

$\mathbf{\frac{2}{4}} =$

$\mathbf{\frac{4}{6}} =$

17.

I et bakeri blir $\mathbf{\frac{3}{8}}$ av melet brukt til å bake brød, og $\mathbf{\frac{2}{8}}$ av melet blir brukt til å bake kaker.

Hvor stor brøkdel av melet er brukt til sammen?________________________________

18.

Sett ring rundt tallet du kan sette inn på den ledige plassen slik at regnestykket nedenfor blir riktig:

$\frac{1}{2} \cdot \qquad = \frac{3}{6}$

A: $\frac{2}{4}$ **B:** $\frac{2}{3}$ **C:** $\frac{3}{3}$ **D:** 3

19.

Regn ut:

$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} =$

$\frac{1}{10} + \frac{3}{5} =$

$\frac{8}{10} - \frac{2}{10} =$

$\frac{7}{8} - \frac{2}{4} =$

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} =$

$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} =$

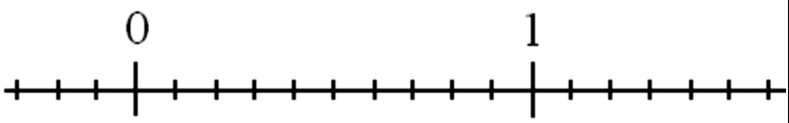
20.

Hvor mange brøker ligger mellom $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{2}$?________________________________

21.

Sett en pil inn på tallinja

der du mener $\frac{1}{2}$ er



og der du mener

$\frac{1}{4}$ er.

22.

Per og Mari har begge fått lommepenger. Mari bruker $\frac{1}{4}$ av sine og Per bruker $\frac{1}{2}$ av sine.

a) Er det mulig at Mari har brukt mer penger enn Per?___________________________

b) Hvorfor tror du det?____

____

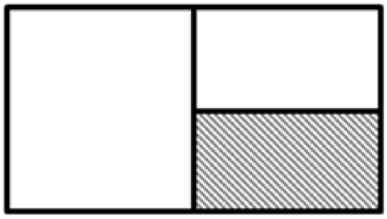
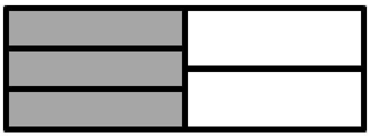
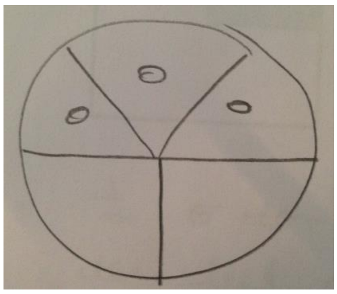
____

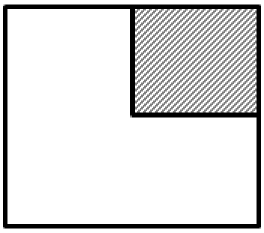
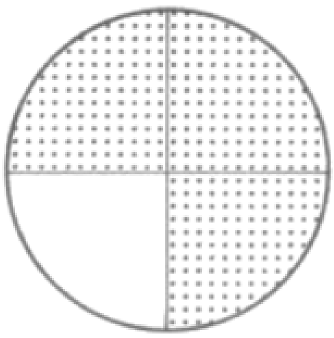
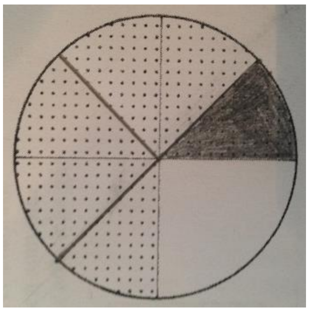
23.

Sett ring rundt en brøk som er større enn $\frac{1}{2}$, men mindre enn 1.

$\frac{2}{6}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{2}{5}$

Vedlegg 3 - resultatene

Brøk som del av en helhet	
Oppgaven	Elevenes svar
Hvor stor del av figuren er skravert? 	**<u>Elev 2, 4, 5 og 6:</u>** • $\frac{1}{3}$: figuren er delt i 3 deler. Det er derfor tre deler totalt, som skal stå under brøkstreken. En av delene er fargelagt og skal derfor stå over brøkstreken.
Tegn en figur som passer til brøken $\frac{3}{5}$	**<u>Elev 2:</u>**  • Jeg laget et rektangel som jeg delte i to. Den ene halvdelen delte jeg i 2 biter, og den andre i tre biter. Da fikk jeg fem biter totalt (nevner). Så fargela jeg tre av bitene (teller). **<u>Elev 6:</u>**  • Jeg deler først sirkelen i to deler. Den ene halvdelen deler jeg i to biter, og den andre i tre. Fargelegger så 3 av de fem bitene.

Er $\frac{1}{4}$ av figuren skravert? 	**<u>Elev 2, 4, 5 og 6:</u>** • Nei. Figuren er ikke delt opp i flere enn to biter. En av de to bitene er fargelagt, dermed er den skraverte delen $\frac{1}{2}$ av figuren.
Fargelegg $\frac{1}{6}$ av det prikkete området i figuren. Hvor stor brøkdel av hele figuren har du fargelagt? 	**<u>Elev 2, 4, 5 og 6:</u>**  • Det var 3 deler i utgangspunktet. Jeg delte hver del i to og fikk da 6 deler totalt. Fargela så en av delene. • $\frac{1}{7}$ fordi hele figuren er nå delt i 7 deler. Dermed er den fargelagte delen $\frac{1}{7}$ av hele figuren.
Knut deler eplet sitt i to like store deler. Deretter deler han den ene halvdelen i to deler igjen. a) Hvor mange eplebiter har han til sammen? b) Hvor stor del av eplet er en av de minste bitene?	**<u>Elev 2, 4, 5 og 6:</u>** • Eplet er nå delt i 3 biter. • Den minste biten vil da være $\frac{1}{3}$ av eplet, fordi hele eplet er delt i 3 deler totalt, og den ene biten er da 1 av de 3 bitene.

Brøkens størrelse	
Oppgaven	**Elevenes svar**
Sett ring rundt den største brøken: $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$	<u>**Elev 2:**</u> • $\frac{1}{9}$ er den største brøken, fordi 9 er det største tallet. <u>**Elev 3, 4, 5 og 6:**</u> • $\frac{1}{6}$ er størst, fordi jo mindre teller er, jo større blir brøken. • Når eleven blir spurt hvorfor får jeg til svar: ○ Vet ikke, men vi har lært at det er sånn.

Sett ring rundt den største brøken i hvert par.
 	
$\frac{3}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{10}$
	<u>**Elev 3, 4, 5 og 6**</u>
	
	• Eleven svarer: $\frac{3}{4}$ og $\frac{1}{5}$
	
	• Når eleven blir spurt hvorfor svarer vedkommende:
	  ○ Fordi nevner er minst. Jo mindre nevner er, jo større blir brøken.
	
	• Jeg spør eleven videre hvorfor det er slik, og eleven svarer:
	  ○ Det vet jeg ikke, men vi har lært at det er sånn.

Likeverdige brøker	
Oppgaven	**Elevenes svar**
Peter og Ola har en sjokoladeplate hver som er like stor. Peter deler sin i 8 like store deler, og spiser 4 av dem. Ola deler sin i 4 like store deler og spiser 2 av dem. Hvem spiste mest sjokolade?	<u>**Elev 2:**</u> • Ola har bare spist to biter, mens Peter har spist 4 biter. Derfor har Peter spist mest.

Hvor mange brøker finnes mellom $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{2}$	**Elev 2, 3, 4, 5 og 6:** Bare $\frac{1}{3}$. Mellom 4 og 2 finner vi bare tallet 3.
Skriv en brøk som er lik: $\frac{4}{8} =$ $\frac{3}{9} =$ $\frac{2}{4} =$ $\frac{4}{6} =$	**Elev 1:** • $\frac{4}{6} = \frac{2}{10}$ fordi 6 + 4 = 10, og 6 – 4 = 2. • De andre svarte eleven riktig på. 8 kan deles på 4. Får da 1 over streken, og 8/4 = 2 under. • Samme gjelder på de andre. 4 kan deles på 2. får da 1 over og 4/2 = 2 under. • 9 kan deles på 3. får da 1 over og 9/3=3 under. **Elev 2:** • $\frac{4}{8} = \frac{4}{32}$ fordi $4 \cdot 8 = 32$. 32 blir da nevner. • $\frac{3}{9} = \frac{3}{27}$ fordi $3 \cdot 9 = 27$. 27 blir da nevner. • $\frac{2}{4} = \frac{2}{8}$ fordi $2 \cdot 4 = 8$. 8 blir da nevner. • $\frac{4}{6} = \frac{4}{24}$ fordi $4 \cdot 6 = 24$. 24 blir da nevner. **Elev 5:** • $\frac{4}{8} = \frac{2}{4}$ • $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ • Eleven forklarer det med at alle disse er lik en halv. • De andre klarte ikke eleven å svare på.

Fyll inn tallene som mangler:

$\frac{1}{3} = \frac{2}{\square}$ $\quad$ $\frac{6}{8} = \frac{3}{\square}$

$\frac{5}{10} = \frac{\square}{30}$ $\quad$ $\frac{2}{3} = \frac{\square}{15}$

$\frac{4}{12} = \frac{1}{\square}$

Elev 4:

- $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ fordi $3 \cdot 2 = 6$
- $\frac{6}{8} = \frac{3}{24}$ fordi $8 \cdot 3 = 24$
- $\frac{5}{10} = \frac{3}{30}$ fordi $10 \cdot 3 = 30$
- $\frac{2}{3} = \frac{5}{15}$ fordi $3 \cdot 5 = 15$
- $\frac{4}{12} = \frac{1}{12}$ fordi $12 \cdot 1 = 12$

Elev 5:

- $\frac{1}{3} = \frac{2}{2}$ fordi $1 + 3 = 4$, da må nevner være 2 fordi $2 + 2 = 4$
- $\frac{6}{8} = \frac{3}{10}$ fordi $8 + 6 = 13$, da må nevner være 3 fordi $3 + 10 = 13$
- $\frac{5}{10} = \frac{15}{30}$ fordi 5 er halvparten av 10, og 15 er halvparten er 30.
- $\frac{2}{3} = \frac{12}{15}$ fordi $3 + 12 = 15$
- $\frac{4}{12} = \frac{1}{13}$ fordi $12 + 1 = 13$

Elev 6:

- $\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
- $\frac{6}{8} = \frac{3}{8}$
- $\frac{4}{12} = \frac{1}{12}$
- Det må være samme nevne, ellers vil ikke brøkene være like.

Regning med brøk	
Oppgaven	Elevenes svar
Regn ut: $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} =$ $\quad$ $\frac{1}{10} + \frac{3}{5} =$ $\frac{8}{10} - \frac{2}{10} =$ $\quad$ $\frac{7}{8} - \frac{2}{4} =$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} =$ $\quad$ $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} =$	**Elev 1, 4 og 5:** • $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}$ • $\frac{1}{10} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{10+5} = \frac{4}{15}$ • $\frac{8}{10} - \frac{2}{10} = \frac{8-2}{10} = \frac{6}{10}$ • $\frac{7}{8} - \frac{2}{4} = \frac{7-2}{8-4} = \frac{5}{4}$ • $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{12}$ • $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{5} = \frac{3}{5}$ • Når det er samme nevner trenger man ikke å gjøre noe med dem. Man beholder samme nevner i svaret. Da regner man bare sammen tellerne. • Når det er ulik nevner, må man legge sammen tallene over og under brøkstreken. **Elev 2 og 6:** • $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}$ • $\frac{1}{10} + \frac{3}{5} = \frac{1}{10} + \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{1+6}{10} = \frac{7}{10}$ • $\frac{8}{10} - \frac{2}{10} = \frac{8-2}{10} = \frac{6}{10}$ • $\frac{7}{8} - \frac{2}{4} = \frac{7}{8} - \frac{2 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{7-4}{8} = \frac{3}{8}$ • $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} \cdot \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{4 \cdot 3}{12} = \frac{12}{12}$ • $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{5} = \frac{3}{5}$ • Når nevner er lik, flytter man bare den over. Man regner ikke ut nevnerne med hverandre da. • Når nevnerne er ulike, må man gange opp slik at man får felles nevner. Så regner man sammen tellerne og flytter nevner over.

	<u>Elev 3:</u> • $\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{3+2}{8}=\frac{5}{8}$ • $\frac{1}{10}+\frac{3}{5}=\frac{1+3}{10+5}=\frac{4}{15}$ • $\frac{8}{10}$ - $\frac{2}{10}=\frac{8-2}{10}=\frac{6}{10}$ • $\frac{7}{8}$ - $\frac{2}{4}=\frac{7-2}{8-4}=\frac{5}{4}$ • Når nevner er lik, trenger ikke denne og gjøres noe med. Da bare plusser vi sammen/trekker fra teller med teller. • Når nevner ikke er lik, plusser man sammen/trekker fra både over og under brøkstreken. • $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1\cdot1}{3\cdot4}=\frac{2}{12}$ • $\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{1+3}{5+5}=\frac{3}{10}$ • Eleven er litt usikker her. • Tror vi ganger under brøkstreken og plusser over når nevner ikke er lik. • Tror vi plusser både over og under brøkstreken når nevner er lik.
Sett ring rundt tallet du kan sette inn på den ledige plassen slik at regnestykket blir riktig: $\frac{1}{2}\cdot \_\_\_ = \frac{3}{6}$ A: $\frac{2}{4}$ B: $\frac{2}{3}$ C: $\frac{3}{3}$ D: 3	**<u>Elev 2 og 4:</u>** • B: $\frac{2}{3}$ slik at regnestykket blir: $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{3}{6}$ • Dette er fordi: 2 · 3 i nevner = 6 og 1 + 2 i teller = 3.

<table>
<tr><th colspan="2">Brøk som en relativ størrelse</th></tr>
<tr><td>Oppgaven</td><td>Elevenes svar</td></tr>
<tr><td>
Per og Mari har begge fått lommepenger. Mari bruker $\frac{1}{4}$ av sine og Per bruker $\frac{1}{2}$ av sine.

Er det mulig at Mari har brukt mer penger enn Per?
</td><td>
<u>Elev 1, 3, 5 og 6:</u>

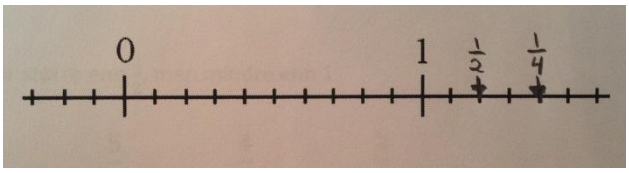
• Nei. Fordi $\frac{1}{4}$ er en halv bit av $\frac{1}{2}$. Dvs at $\frac{1}{4}$ er mindre enn $\frac{1}{2}$. Derfor kan ikke Mari ha brukt mer penger enn Per.

<u>Elev 2:</u>

• Nei. Mari har brukt halvparten av Per, så det går ikke. Hvis de har 400 kr, vil da Per ha brukt 200kr, mens Mari har brukt 100kr.

<u>Elev 4:</u>

• Nei det går ikke, for $\frac{1}{4}$ er mindre enn $\frac{1}{2}$.
</td></tr>
<tr><th colspan="2">Andre misoppfatninger</th></tr>
<tr><td>Oppgaven</td><td>Elevenes svar</td></tr>
<tr><td>
Sett en pil inn på tallinja der du mener $\frac{1}{2}$ er og der du mener $\frac{1}{4}$ er.

</td><td>
<u>Elev 4:</u>


• $\frac{1}{2}$ vil si en og to deler etter en.

• $\frac{1}{4}$ vil si en og fire deler etter en.
</td></tr>
</table>