

To streker under svaret – Matematiske møter mellom teori og praksis

Innledning

Under et etterutdanningskurs for lærere i matematikk prøvde en av lærerne ut et dataprogram for å skrive matematiske formler og symboler. Han kom ivrig bort til kursholderen og fortalte at han hadde funnet ut hvordan det var mulig å skrive to streker under svaret. Så uskyldig dette kan høres ut, kan det være uttrykk for et syn på matematikkfaget med uheldige konsekvenser. Å legge for stor vekt på riktige svar og regler for føring kan fortrenge tenkning og kreativitet. Einar Jahr, ansatt ved lærerutdanningsavdelingen på Hamar¹ fra 1992 til 2005, argumenterte for en frigjørende matematikdidaktikk som åpner for elevenes tenkning (Jahr, 2002). Han erfarte at mange lærerstudenter spurte om de har lov til å gjøre slik eller slik i stedet for å spørre om det er en korrekt tankegang. Dette knyttet Jahr til at elever i skolen lærer oppskrifter for å løse hver enkelt oppgavetype, og oppskriftene kan bli ritualer og hemmende rutiner for elevene. Jahr hevdet også at lærere som mangler faglig innsikt, kan ha en autoritær holdning til elevenes arbeid. Han siterte George Polya som skrev at «en lærer som aldri har fått en lys idé i sitt liv, vil heller gi en reprimande enn oppmuntring til en elev som får en lys idé». Matematikere arbeider ofte utprøvende og lekende. De vet ikke bare *hvordan* noe skal gjøres, men tenker over *hvorfor* det fungerer. I barnehagen er ikke fravær av lek problemet, men allerede der finnes farer for rigide tilnærminger til matematikk. Både barn og barnehagelærere er opptatt av telling, men denne aktiviteten knyttes ofte ikke til mening. En utfordring er å forene akademisk lekenhet med barnas lek på en måte som er meningsfull for barn og ansatte i barnehagen.

Akademisk skoloring har preget de ansatte ved lærerutdanningsavdelingen på Hamar fra siste del av 1900-tallet. På 1990-tallet ble lærerhøgskolene en del av større sammenslåtte høgskoler som blant annet inkluderte de tidligere distriktshøgskolene. Allerede på 1970-tallet hadde lærerskolene blitt lærerhøgskoler, men nå ble de en mer integrert del av det akademiske høgskolesystemet. Den tidligere seminartradisjonen var blitt erstattet av profesjonsutdanninger der både læringsmåter, kultur og de ansattes bakgrunn er vesentlig annerledes enn i grunnskolen. Allerede de første årene etter at seminaret på Hamar ble opprettet i 1867, ble det undervist i matematikk, eller snarere «regning og romlære» (Dahl,

¹ Avdelingen inneholder også fag og utdanninger som ikke er lærerutdanning, og omfatter også studiested Elverum i en periode. Fra 2005 har avdelingen på Hamar hatt navnet LUNA, Avdeling for lærerutdanning og naturvitenskap.

1976, s. 20), men denne artikkelen retter oppmerksomheten mot matematikkfagets plass fra 1990 og fremover. Heller ikke fra 1990 gis en fullstendig oversikt over all aktivitet knyttet til matematikkfaget ved lærerutdanningsavdelingen på Hamar. Det som løftes frem, er møter mellom praksisfeltet og høyskoleansatte med akademisk skoleing i matematikk og matematikkdidaktikk. Vekten legges på profesjonsrettet forskning i nær kontakt med praksisfeltet, og det blir gitt spesielt mye plass til et forskningsprosjekt om læring av tall i barnehagen som har pågått frem til artikkelen ble skrevet. Den valgte vinklingen er begrunnet i at det har vært en tydelig utvikling mot mer praksisnærhet og forskning rettet mot praksis, og dessuten at Kunnskapsdepartementet signaliserer at en slik utvikling er ønsket fremover (Kunnskapsdepartementet, 2017).

De ansatte i matematikk ved lærerutdanningsavdelingen på Hamar var tidligere organisert i en fagseksjon med en av de matematikkansatte som seksjonsleder. Etter en kortere overgangsperiode med en seksjon sammen med naturfag og kroppsøving, ble de matematikkansatte fra høsten 2005 innlemmet i Institutt for naturvitenskap og teknologi. Dette ble slutten på fagseksjonen som en formell del av styringssystemet. I praksis utgjør fortsatt de matematikkansatte en faglig gruppe. I artikkelen omtales denne som matematikkgruppa eller gruppa. Arbeidsoppgavene til matematikkgruppa har i hovedsak vært knyttet til lærerutdanning og fra 1995 også førskolelærerutdanning. Oppgavene inkluderer etter- og videreutdanning av lærere og matematikkdidaktisk forskning. Flere ansatte har hovedfag i matematikk, og i løpet av det første tiåret på 2000-tallet fikk gruppa etter hvert tre medlemmer med doktorgrad i denne vitenskapsdisiplinen. Undervisningserfaring fra grunnskole og videregående skole forekommer, men mange års erfaring som lærer i skolen, er unntaket. Noen flere ansatte har matematikkdidaktisk utdanning som inkluderer hovedfag i matematikkdidaktikk og kurs som inngår i et ph.d.-studium i matematikkdidaktikk.

Et miljø med skoleing i matematikk som vitenskapsfag kan bidra til at skolens matematikkfag ikke isolerer seg fra matematikk slik den inngår i kulturen og brukes i samfunnet. At matematikkfaglig innsikt er viktig, har stått sterkt i gruppa i den tidsperioden artikkelen dekker². Fagdidaktisk kunnskap bør per definisjon være nyttig i skole og barnehage, men representanter for praksisfeltet ser ikke alltid denne nytten. Flere av matematikkgruppas medlemmer har erfart at lærere på kurs ikke er glade i teori. Lærerne ønsker aktiviteter som de straks kan gjennomføre i klasserommet, men enkeltstående aktiviteter er ikke nok til å gjøre undervisningen god. Ifølge Ertsås og Irgens (2012) må «lærere kunne teoretisere sin tenkning og sin praksis». De advarer mot lokal og innelukket praksis og hevder at profesjonelle lærere trenger teori i form av generell profesjonskunnskap som gir et korrigerende utenfraperspektiv. Samtidig er profesjonell yrkesutøvelse avhengig av å teste ut generelle teorier i praksis. Denne kombinasjonen kan oppnås ved akademisk forskning i samarbeid med

2 Verken forfatteren eller noen av respondentene artikkelen bygger på, har vært ansatt før 1990, og heller ikke de skriftlige kildene det refereres til gir grunnlag for å si noe om hvordan det var tidligere.

praksisfeltet. Ikke all forskning på praksisfeltet blir anvendt eller egner seg for å utvikle praksis. Akker (1992, s. 2) hevder «that 'traditional' research approaches such as experiments, surveys, correlational analyses, with their emphasis on description hardly provide prescriptions that are useful for design and development problems in education». Forskning i samarbeid med praksisfeltet kan øke sjansen for at forskningen kommer til nytte. Bishop (1997) hevder at «[r]esearchers need to engage more with practitioners' knowledge, perspectives, work and activity situation, with actual materials and actual constraints, and within actual social and institutional contexts». Fra 2013 har gruppa i samarbeid med barnehagelærere drevet praksisnær forskning på barns læring av tall i barnehagen. Resultater fra denne forskningen har i vesentlig grad blitt trukket inn både i barnehagelærerutdanningen og i etterutdanning av barnehagelærere.

Artikkelen tar for seg matematiske møter mellom teori og praksis i nåtid og fremtid, men også i fortid, oppsummert i følgende to hovedmål:

- Presentere hovedtrekk ved matematikkgruppas møter med praksisfeltet i form av bidrag til praksisnær undervisning, kursvirksomhet og forskning fra 1990-tallet og fremover, med vekt på et pågående forskningsprosjekt om barns læring av tall i barnehagen
- Diskutere hvordan høy kompetanse i vitenskapsdisiplinene matematikk og matematikkdidaktikk kan berike kommende og nåværende praktikere i skole og barnehage, og hvordan fagpersoner i matematikk og matematikkdidaktikk kan inngå i et godt samspill med grunnskole og barnehage

Vitenskapelig metode og etikk

Artikkelen bygger på lydopptak av intervjuer høsten 2016 med den tidligere ansatte Einar Jahr og med to barnehagelærere som deltok i et forskningssamarbeid sammen med tre av matematikkgruppas medlemmer, samtaler med gruppemedlemmer, forfatterens egne erfaringer og notater, styringsdokumenter og forskningspublikasjoner. Gruppemedlemmer omtales med sine virkelige navn. Fiktive navn brukes for de to barnehagelærerne og for barn som nevnes i forbindelse med forskning. For å sikre anonymitet oppgis heller ikke nærmere lokalisering eller navn på den aktuelle barnehagen. Foreldre til barn som deltok i omtalte forskningsprosjekter, har samtykket til deltagelsen og publiseringen i anonymisert form. Både forskerne og barnehagelærerne har tilstrebet å unngå at barn havner i ubehagelige situasjoner eller at de må delta på noe mot sin vilje. Barna som deltok var alltid motiverte.

For å unngå at fremstillingen blir for oppstykket, gjengis de fleste uttalelser fra respondentene som sammenhengende fortellinger snarere enn i form av sitater og transkripsjoner. Ulempen er at leseren ikke kan vurdere om fortellingen er en rimelig tolkning av det som ble sagt. Dette balanseres av at respondentene fikk lese og gi tilbakemelding på de delene av artikkelen som angår dem, før artikkelen ble publisert. De to barnehagelærerne ble dessuten to måneder etter intervjuet på epost bedt om å bidra til å oppklare to uttalelser fra intervjuet der forfatteren var usikker på tolkningen. Forfatteren har tilstrebet å omtale både

navngitte og anonymiserte personer slik at fremstillingen ikke blir ubehagelig for noen. Respondentenes gjennomlesning øker sannsynligheten for at dette lykkes. En forskningsmetodisk utfordring er at forfatteren selv er en del av matematikkgruppa. Dette forsøkes balansert ved å bruke andre kilder så langt som mulig, likevel er det umulig å unngå at egne perspektiver vil påvirke fremstillingen. Fremstillingen er forfatterens og respondentenes opplevde historie.

Grunnutdanningene

I 1975³ ble det innført treårig allmennlærerutdanning som bygde på treårig utdanning fra videregående skole. Studentene som tok allmennlærerutdanningen, fikk kompetanse til å undervise på alle klassetrinn i grunnskolen. I 1990 ble fem vekttall (15 studiepoeng (stp.)) matematikk obligatorisk. Dette ble utvidet til 30 stp. i 2003. I tillegg har det vært tilbudt påbygningskurs som valgfag. Grunnskolelærerreformene fra 2010 erstattet den tidligere allmennlærerutdanningen med én utdanning for barnetrinnet (1–7) og én for mellom- og ungdomstrinnet (5–10). På 1–7-utdanningen ble 30 stp. matematikk obligatorisk og ytterligere 30 stp. valgfritt. På 5–10-utdanningen velger studentene enten ingen matematikk eller 60 stp. Matematikk i førskolelærerutdanningen har en nyere historie. Obligatorisk matematikk ble innført i 1995, da med 2 vekttall (6 stp.). Einar Jahr hadde erfaring med førskolelærerutdanning i naturfag fra sin tidligere arbeidsplass, og han ble sentral i oppstarten av førskolematematikken både lokalt og nasjonalt. I tillegg kom også Hans Erstad tidlig inn i førskolelærerutdanningen. Jahr forteller at han ble ringt opp våren 1992 fra departementet og spurt om å skrive en rammeplan for matematikk. Skrivningen skjedde i løpet av få dager, men planen ble ikke tatt i bruk før i 1995. Siden mange førskolelærere ble styrere på denne tiden, foreslo Jahr også læringsmål i matematikk beregnet for jobben som barnehagestyrer, men forslaget ble ikke tatt i bruk. Denne delen av forslaget ble ikke tatt i bruk. Betegnelsen førskolelærerutdanning ble erstattet med barnehagelærerutdanning i 2012. Innføringen av grunnskolelærerutdanningene i 2010 og barnehagelærerutdanningen i 2012 satte krav til at utdanningene skulle være integrerte, profesjonsrettede og forskningsbaserte (Kunnskapsdepartementet, 2010, 2012). De av gruppas medlemmer som var mest interessert i praksisnær forskning, hadde begynt å la fagdidaktisk og praksisnær forskning innvirke på undervisningen sin før disse reformene. Likevel har innføringen av de nevnte momentene i fagplanene hatt en merkbar effekt på gruppa som kollektiv.

Jahr sa at da matematikk ble innført i førskolelærerutdanningen, møtte faget motbør fra kolleger som underviste i andre fag. De tenkte på matematikk som et skolefag, og var redd for at fagets inntreden i barnehagen skulle føre til et skolepreg som truet barnas frie lek. Ifølge Jahr «har det vært vanntette skott mellom allmennlærerutdanningen og førskolelærerutdanningen». Mens Jahr var ansatt, mente mange at det som er så elementært matematisk, er veldig greit å undervise. Både Jahr og Erstad hevdet at førskolelærerutdanningen har hatt en

3 Utdanningen ble vedtatt innført i 1973.

lavere status. Erstad sa at ingen ville undervise førskolematematikken. Det var liten interesse for barnehagefeltet blant gruppas medlemmer. Små barns læring av matematikk kan ha blitt opplevd som et felt langt fra egen utdanningsbakgrunn. Flere som prøvde å undervise matematikk i førskolelærerutdanningen, erfarte at dette var krevende. Etter at gruppa i 2013 begynte med praksisnær barnehageforskning, har det vært en utvikling mot at barnehagelærerutdanning og grunnskolelærerutdanning ses som likeverdige og beslektede.

På barnehagefeltet bidrar matematikkgruppa til arbeidsplassbasert førskolelærerutdanning. Dette er en variant av førskolelærerutdanning der studentene jobber som assistenter i barnehager og har en erfaren førskolelærer som veileder. Studiet er samlingsbasert og deltagerens bosteder er fordelt over et stort geografisk område. Flere av samlingene skjer i distriktet der barnehagen ligger. Gruppa var involvert i denne typen kurs første gang i 2011.

Kompetanseutvikling for lærere og barnehagelærere

Tradisjonelt har lærere i jobb styrket sin kompetanse gjennom kurs som er gitt og organisert av høyskoler og universiteter. Lærere som har tatt videreutdanning⁴, har hatt omtrent samme vilkår som studenter i grunnutdanningene, og har til dels tatt kursene sammen med slike studenter. Arbeidsplassen til lærerne har ikke vært involvert. En nyere tilnærming basert på teorien om lærende organisasjoner (Utdanningsdirektoratet, 2012), er å øke kompetansen gjennom utviklingsprosjekter på arbeidsplassen eller i prosjekter sammen med andre skoler eller barnehager.

Fra og med studieåret 2016/2017 har gruppa vært kompetansemiljø for skole- og barnehageutvikling i realfagskommuner (Utdanningsdirektoratet, 2015), i første omgang ved å bidra til skole- og barnehageutvikling i tre kommuner. Dette skjer gjennom kontakt med skoleledelsen i kommunene og ved å holde foredrag og involvere deltagerne i faglige prosesser på nettverkssamlinger. Kompetansemiljøene skal bringe inn forskningsbasert kunnskap (Utdanningsdirektoratet, 2013), og til dels skjer det ved å trekke inn matematikkgruppas egen forskning. En god effekt av det siste er at troverdigheten hos deltagerne oppleves høyere når det vises til egen praksisnær forskning. Flere av gruppas medlemmer har erfart at det er mulig å bli påklistret merkelappen skrivebordsteoretiker i møte med lærere.

Matematikkgruppa har siden 2013 vært kompetansemiljø for regning som grunnleggende ferdighet som en del av den nasjonale satsingen Ungdomstrinn i utvikling (Matematikkenteret, 2014). Tre av gruppas medlemmer har sammen med ansatte i andre fagmiljøer ved lærerutdanningsavdelingen på Hamar bidratt til skolebasert kompetanseutvikling på en rekke skoler i flere kommuner. I dette oppdraget har det vært nødvendig å forholde seg til undervisning i alle skolefagene, og alle lærerne på de involverte skolene deltok. Regning som grunnleggende ferdighet handler om bruk av matematisk kompetanse i alle fag og er et begrep som ble innført med læreplanen fra 2006, LK06. Det var arbeidskrevende for gruppas medlemmer å måtte sette seg grundig inn i andre skolefag og disse fagenes læreplaner. Riktignok

4 Kurs som gir vekttall eller studiepoeng kalles videreutdanning.

er medlemmene av og til på praksisbesøk i andre skolefag enn matematikk, men i den akademiske høyskolekulturen har identiteten for de fleste vært sterkt knyttet til ett bestemt fag. Fra 2014–2017 har gruppa også vært faglig ansvarlig for et 30-studiepoengs videreutdanningskurs i regning som grunnleggende ferdighet for lærere på 1.–7. trinn. Kolleger i andre fag ved lærerutdanningsavdelingen på Hamar har bidratt til kurset og slik gitt gruppas medlemmer erfaring med tverrfaglighet. Selv om det er enkeltlærere som deltar på kurset, bidrar det indirekte til skoleutvikling ved at kursdeltagerne må dele kunnskap med kolleger og gjennomføre et utviklingsprosjekt på egen skole. Kunnskapsdeling er lagt inn som et krav for at deltagerne skal kunne bli ressurspersoner i regning som grunnleggende ferdighet ved egen skole.

Etterutdanningsprogrammet Vurdering for læring pågikk fra 2008 til 2010. Det var et skoleutviklingsprosjekt i samarbeid med naturfag og bestod av fagdager for lærere, ressurslærere og skoleledere, og veiledning av lærere på de deltagende skolene. Eskild Narum bidro fra matematikkgruppa. Gruppa var også involvert i en del andre etterutdanningskurs for lærere og førskolelærere på 1990-tallet og det første tiåret av 2000-tallet, men disse var for det meste enkeltstående kurs over en dag.

Videreutdanning for matematikklærere er et annet felt der gruppa er engasjert. Fra studieåret 2015/2016 innskjerpet Utdanningsdirektoratet at lærere som tar kurs som inngår i Kompetanse for kvalitet (KFK), skal gjennomføre kunnskapsdeling med kolleger. I retningslinjene for KFK understrekes det at skoleeier og den enkelte skole er ansvarlige for kunnskapsdeling ved videreutdanning (Kunnskapsdepartementet, 2011). Evaluering av KFK viser at denne type deling tidligere skjedde i begrenset grad og at skoleeier heller ikke la til rette for det (Maugesten & Mellegård, 2015).

I samarbeid med naturfag startet gruppa studieåret 2016/2017 opp et masterstudium i realfagsdidaktikk. Blant deltagerne er det både studenter med flere års erfaring som lærere og studenter som tar kurset som en del av grunnutdanningen sin. Studentene må forholde seg til både matematikk og naturfag, men fordyper seg i ett av fagene. I studiet er det et 20 studiepoengs kurs i realfagsdidaktikk. Spesielt dette kurset og masteroppgaven på 45 studiepoeng gir stor oppmerksomhet til fagdidaktisk forskning. I tråd med gruppas fagmatematiske profil inneholder studiet også kurs der det matematikkfaglige har stor plass. Tanken er at studentene kan oppnå mer oversikt og forståelse av lærestoffet til elevene ved å arbeide med matematikk utover grunnskolens pensum.

Praksisnær skoleforskning

Aksjonsforskning er en forskningsmetode der forskere og praktikere samarbeider om å endre praksis til det bedre. Ifølge Carr og Kemmis (1986) deles aksjonsforskning inn i en «teknisk» og en «praktisk» retning. Innen den tekniske retningen er forskerne eksperter, og de velger ut deltagerne fra praksisfeltet. I den praktiske retningen er forskeren mer en konsulent. Postholm (2007) opererer med en tredje type aksjonsforskning der forskere og praktikere likeverdig prøver å utvikle praksisfeltet og å forske på denne prosessen.

Designforskning er en annen forskningsmetode som studerer hvordan konkrete problemer i praksisfeltet kan løses. I designforskning går utvikling av teori hånd i hånd med utvikling av opplegg og hjelpemidler for læring og undervisning (Godino et al., 2013). Forskningen skal prøve ut hvordan designet fungerer i autentiske settinger. Dette innebærer at lærere i skolen ofte foretar den praktiske utprøvingen. Lærerne er også konsulenter for praktiske aspekter ved designet, og de er brukere av designet og forskningen.

Nes-prosjektet eller «Bedre læringsstrategier i realfag» var et kombinert skoleutviklings- og forskningsprosjekt som ble definert som aksjonsforskning (Holt, Øyehaug, Rom, Kvammen & Molberg, 2008). Det var et samarbeid mellom matematikkgruppa, naturfaggruppa og Nes kommune i Akershus. Bjarte Rom, Mats Molberg og Eskild Narum deltok fra matematikk. Gjennom året 2007 ble skolekulturen kartlagt ved to skoler, og elevenes kunnskaper og læringsstrategier ble undersøkt. Skoleåret 2007/2008 og to påfølgende skoleår ble nye læringsmetoder utviklet sammen med lærere og prøvd ut i klasserommet. I Nes-prosjektet var forskerne eksperter eller konsulenter for læringsstrategier eller metakognitive aspekter ved læringen, men ellers var forskere og lærere ganske likestilte. Molberg og Rom forteller at de hadde stort utbytte av å delta i prosjektet. Begge var ganske nye i lærerutdanningen og hadde bakgrunn fra vitenskapsfaget matematikk. Deltagelsen ga verdifull kjennskap til og erfaring med praksisfeltet.

Per Storfossen var først ut av gruppas medlemmer med praksisnær forskning. Hans prosjekt dreide seg om hvordan elever tar i bruk en avansert kalkulator i læringsarbeid i matematikk, og hvordan elevene utvikler metakognitive strategier for valg mellom denne kalkulatoren og alternative hjelpemidler (Storfossen, 2011, 2013). Datainnsamlingen foregikk i 2005/2006 på 5. trinn. Storfossen hadde selv litt undervisning med elevene i klassen, men størstedelen av forskningen var en case-studie der to par av elever ble fulgt over tid. Disse elevene gjennomførte økter to og to i et eget rom. Hver økt startet med at elevene arbeidet med oppgaver spesielt designet for denne studien⁵. Deretter ble elevene intervjuet om hvordan de tenkte og om hvordan de valgte hjelpemidler. Både oppgavearbeidet og intervjuene ble videofilmet. Skoleåret 2004/2005 ble det gjennomført en pilotstudie med like gamle elever der Storfossen sammen med klassens lærere designet oppgavene som ble brukt i case-studien. Oppgavene måtte lages slik at de egnet seg til å støtte elevenes utvikling av fornuftig kalkulatorbruk. Lærerne bidro med sin praktiske erfaring til å gjøre språket og utformingen mest mulig egnet til målgruppen, og de var dessuten med på å velge ut elever til studien. I utgangspunktet var tanken at Storfossens studie skulle være aksjonsforskning, men lærerne ville ikke bruke den avanserte kalkulatoren forskeren ønsket å prøve ut. Lærerne holdt seg til en enkel type kalkulator de brukte fra før, så rollen deres ble begrenset til å være konsulenter for oppgaveutvikling og utvalg av elever. Dette viser at praktikere kan vise motstand mot utprøving av nye tiltak

⁵ Storfossens prosjekt var ganske omfattende, og artikkelen går ikke i dybden på det. Han omtaler forskningsdesignet som en oppgavebasert case-studie på to nivåer. Nivå 1 er hele klassen, og nivå 2 de to parene av elever.

med potensielt gode muligheter, og at aksjonsforskningens idealer om likeverd og demokrati dermed også kan ha ulemper.

Høsten 2009 gjennomførte Reinert A. Rinvold og en forsker fra NLA Høgskolen i samarbeid med tre lærere et forskningsprosjekt på åttende trinn om konkrete i læring av algebra (Rinvold, 2010). Læringsaktiviteter ble utviklet av forskerne og gjennomført av lærerne i hver sine klasserom. Før og etter gjennomføringen var det møter mellom lærere og forskere der aktiviteter ble videreutviklet og evaluert. Studien benyttet observasjon i den ene klassen. Dessuten ble elevpar tatt ut i et eget rom der de ble videofilmet mens de gjorde aktiviteter og ble intervjuet. Den sistnevnte delen av Rinvolds forskning var inspirert av og hadde mange likhetstrekk med den metodikken Storfossen brukte da han fulgte to par av elever over tid. Klasseromsdelen av studien derimot hadde aksjonsforskningspreg, siden lærerne var sterkt involvert ved at de påvirket og evaluerte aktivitetene. Forskerne både initierte prosjektet og valgte ut lærerne, så det er snakk om teknisk aksjonsforskning. Prosjektet handlet om å utvikle læringsaktiviteter basert på teoretiske ideer fra matematikdidaktikken og var egentlig ment som designforskning, men læringsaktivitetene ble ikke fulgt opp av teoriutvikling.

Praksisnær barnehageforskning

I 2013 begynte gruppa med forskning på læring av matematikk i barnehagen. Initiativtager var Hans Erstad som hadde flere års erfaring med å undervise matematikk i førskolelærerutdanningen. Han hadde observert at barnehagene gjorde litt for å støtte femåringenes læring av tall, men lite for de yngre barna. Dessuten virket det som at telling var den dominerende aktiviteten. Erstad fattet interesse for små barns læring av tall og leste flere artikler og bøker om temaet skrevet av psykologer. Artikkene deres understreker at selv om barn kan telle seks eller sju gjenstander, så er det ingen garanti for at de for eksempel kan hente tre lekebiler når de blir bedt om det. Sistnevnte aktivitet kaller gruppa nå *Hent-N*, fra det engelske *Give a number* eller *Give-N* (Wynn, 1992). Psykologene bruker aktiviteten til å teste om barna har forståelse av telling. Bakgrunnen er at Wynn (1992) påviste en progressiv utvikling i barnas læring der de først behersker Hent-1, så noen måneder senere Hent-2, og etter ytterligere noen måneder Hent-3. Når barna etter hvert greier å utføre Hent-5 og Hent-6, kan de også utføre Hent-N for større tall de kan telle til. Det tyder på at barna har oppdaget et system for hvordan telling kan brukes i Hent-N aktiviteten.

Rinvold ble inspirert av Erstad og så at Luis Radfords teori om kunnskapsobjektifisering kunne være et godt teoretisk rammeverk for å studere små barns læring av tall. Læring, eller objektifisering, forutsetter deltagelse i kulturelle aktiviteter og bruk av kulturelle hjelpemidler (Radford, 2006). Objektifisering er en prosess der barna gradvis blir fortrolig med kulturelle aktiviteter og ser sammenhenger i og mellom aktivitetene. I denne prosessen er det sentralt at barna uttrykker seg. I tillegg til ord og setninger i muntlig språk legger teorien vekt på at barna også bruker andre kulturelle uttrykksformer som gester, eller språklige virkemidler som trykk eller rytme.

Pilotprosjekt om treåringers læring av tall

Rinvold og Erstad satte i gang et forskningsprosjekt om treåringers læring av tall og hvordan barnehagelærere kan støtte denne læringen. De begynte å utvikle ideer til lærerledede økter som dreier seg om tallfesting av mengder og Hent-N. Hensikten er å bidra til objektifisering av disse kulturelle aktivitetene med vekt på sammenhenger og mønstre i og mellom dem. I et års tid ble det i samarbeid med en førskolelærer gjennomført ukentlige læringsøkter med tolv barn i en barnehage i Hedmark. Barna var delt i tre grupper, så vanligvis deltok maksimalt fire barn i hver økt. Ved oppstart var den yngste 3 år og 2 måneder og den eldste 5 år og 7 måneder. Hver økt varte fra 10 til 20 minutter og ble ledet av førskolelæreren. Barna satt på stoler i en halvsirkel. Noen ganger talte eller sang barna ledet av førskolelæreren, men det hendte også at han fortalte historier der tall stod sentralt. Et typisk tema var bjørner som kom og gikk, og besøkte hverandre. Oftest utførte enkeltbarn oppgaver knyttet til gjenstander som plastikk-bjørner eller lekebiler. Forskerne observerte og videofilmet øktene og studerte opptakene før neste økt ble planlagt. Før hver økt fikk førskolelæreren en epost som beskrev den kommende læringsaktiviteten, men meldingene kom ofte i seineste laget og var ikke alltid godt nok gjennomarbeidet. Det gjorde god planlegging vanskelig å få til i førskolelærerens travle hverdag. Noen økter avvek derfor fra forskernes intensjoner, og praktikerens erfaring ble ikke alltid utnyttet optimalt.

Prosjektet i 2013 ble på mange måter et pilotprosjekt. Forskernes kommunikasjon med førskolelæreren hadde en mangel på omfang og struktur som gjør at dette ikke kan kalles aksjonsforskning og knapt designforskning, likevel gav det opphav til en forskningsartikkel (Rinvold & Erstad, 2015). Sentralt i artikkelen er teoriutvikling og analyse av noen episoder fra økter med barn og barnehagelærer. Et funn fra artikkelen er at Hent-N finnes i ulike vanskegrader alt etter hva slags informasjon barna får på forhånd. Lettest er det å hente et antall gjenstander som naturlig hører til en mengde barna ser eller har fysisk tilgang til. Et eksempel er at tre plastikkbjørner er plassert rundt et lekebord, og at barna blir bedt om å hente tre tallerkener for å dekke på til dem. Hver bjørn trenger én tallerken, så tallerkene kobles naturlig til mengden av bjørner. Vanskeligst er det når barnet får vite et tallord uten å ha noen eksisterende mengde å koble tallordet til. Et eksempel på det er at et barn skal dekke på tallerkener til fem gjester som barnet verken kjenner eller kan se. Hent-N av de enkleste typene kan støtte barna i læringen av den vanskeligste versjonen. Et annet funn er at det er krevende for førskolelærer å følge opp læringsaktiviteter med barna. Læring av tall er svært komplekst, og førskolelæreren hadde ikke matematikk i førskolelærerutdanningen sin. Den tallrelaterte tenkningen til treåringer er så forskjellig fra de voksne at det er utfordrende å følge opp det barna sier og gjør på en god måte.

Oppfølgende forskning på treåringers læring av tall

Den igangsatte forskningen ble fulgt opp i en annen barnehage studieåret 2015/2016, og nå sluttet Mats Molberg seg til forskningsprosjektet. De tre forskerne fra matematikkgruppa samarbeidet med to barnehagelærere i et pro-

sjekt med en strammere og mer systematisk tilnærming enn i pilotprosjektet. Denne gangen ble det gjennomført økter på om lag 15 minutter hver fjortende dag med fire treåringer. I uka mellom de to øktene var det evaluerings- og planleggingsmøte mellom forskere og barnehagelærere, og som bakgrunn for diskusjonene, ble videoen fra den siste økten vist. Forskerne hadde med aktuelle hjelpemidler til bruk neste gang og skriftlig materiell som forklarte forskernes ideer. Barnehagelærerne kom også med innspill basert på sin erfaring med barn. For å få barnehagelærerne til å forstå hensikten med det de skulle gjøre, ga forskerne dem en innføring i noen teoretiske prinsipper for de lærerledede øktene. Like lite som lærerne utelukkende skal bygge på egen erfaring, jfr. Ertsås og Irgens (2012), skal de ikke blindt følge oppskrifter som de får av forskere eller andre. Forståelse og teoretisk tenkning er nødvendig for å kunne møte overraskelser fra barna, men også for å kunne drive med aktiviteter utenom og etter forskningsprosjektet.

Teori og teoriutvikling

Teorigrunnet er som for pilotprosjektet, men tallfesting av mengder og Hent-N suppleres med måling, en tredje kvantitativ kulturell aktivitet. I oppfølgingsprosjektet forekommer måling som sammenligning av lengder visuelt eller fysisk, eller ved å knytte tallord til tårn med ulike høyder. Tallordet fire brukes for eksempel om et tårn bygd av fire identiske brikker. Med litt erfaring lar dette barna estimere høyden til tårn med tallord. Tallgester og terningmønstre innføres som supplerende uttrykksformer. Å utføre en tallgest innebærer å holde opp like mange fingre som antallet til mengden. Små barn kan bruke tallgester til å uttrykke antall før de kan gjøre dette med tallord (Gunderson, Spaepen, Gibson, Goldin-Meadow & Levine, 2015). Innenfor kognitiv psykologi brukes uttrykket «å forstå telling» (Wynn, 1992), men hva det egentlig vil si for et barn er uklart. I prosjektet sies det i stedet at barna skal bli fortrolige med telleaktiviteter og se sammenhenger i og mellom slike aktiviteter. Oppmerksomheten rettes mot den kulturelle aktiviteten, snarere enn det som skjer i barnas hoder, noe som har praktisk betydning. Bruk av begreper og ord knyttet til barnas observerbare aktivitet kan bidra til et klarere språk, og til at barnehagelærere i større grad forstår hva høgskolens akademikere snakker om. Det oppfølgende prosjektet forener systematisk utvikling av læringsøkter med teoriutvikling forankret i rammeverket som består av Radfords teori om kunnskapsobjektifisering. Forskningen kan derfor betegnes som designforskning.

Eksempler på utvikling av teoretiske begreper er *mengdekonstruksjon*, *presentert mengde*, *meningsfull bruk av tallord* og *distraktor*. En presentert mengde er en mengde som voksne viser barna, og som barna skal uttrykke antallet til i form av et tallord eller på annen måte. At voksne presenterer en mengde, garanterer ikke at barna oppfatter hvilken mengde det siktes til. I studien fra 2015/2016 er det ei jente som begynner å telle kronbladene på blomstene når førskolelæreren viser henne et kort med bilde av to blomster. I mengdekonstruksjon skal barna lage eller endre en mengde ut fra opplysninger om antall uttrykt

med tallord eller på annen måte. I tillegg til Hent-N kan dette være problemer som å endre en mengde bygd av fire klosser til en mengde bygd av seks klosser. I mengdekonstruksjon må barna velge mellom alternative gjenstander for å lage eller endre mengden. I pilotprosjektet så Rinvoold og Erstad at slike valg kan overta barns oppmerksomhet. Når barn skulle stille opp tre lekebiler på en «parkeringsplass», hendte det at de ble opptatt av hvilken lekebil som var mest spennende. I dette tilfellet er lekebilenes egenskaper en distraktor som svekker oppmerksomheten om mengdekonstruksjon.

Meningsfull bruk av tallord betyr at barna bruker tallord til å uttrykke seg eller for å endre noe i omgivelsene sine. Først objektifiserer barn tallordene som en regle med meningsløse ord som ramses opp i en fast rekkefølge. Ganske tidlig begynner de fleste barn med peketelling, dvs. å si tallordene ett og ett i rekkefølge, samtidig som de peker på ett og ett objekt eller individ. Bruken av tallord blir først meningsfull når et tallord sier noe om en mengde og ikke oppfattes som et navn på et individ. Er antallet tre eller mindre, kan barna lære å uttrykke antallet med tallord uten å telle. Dette gjelder uavhengig av individenes romlige konfigurasjon. Å uttrykke antall umiddelbart med tallord uten telling, kalles subitisering (Glasersfeld, 1982). Dette omfatter også noen større antall enn tre når individene er ordnet i strukturelle mønstre, som på en terning eller en dominobrikke. Subitisering kan åpne barnas øyne for hva tallordene sier om verden rundt oss. For antall opptil tre er det fordi tallord forbindes direkte med mengder. Terningmønstre blir først gjenkjent som en visuell struktur, men når barna teller for eksempel øynene på en terning, oppdager de at strukturens individer utgjør en mengde (Glasersfeld, 1982). Bruk av tallgester kan forberede at barn knytter mening til tallord. Hvis de voksne knytter tallord til tallgester barna benytter, kan barna oppdage at tallordene har samme funksjon som tallgestene (Gunderson et al., 2015). Holder barnet opp tre fingre som respons på at barnet ser tre kattunger, kan den voksne si «så bra, dette er tre kattunger». Å utføre handlinger som å bygge et tårn så høyt som terningen viser, kan bidra til barns objektifisering av sammenhengen mellom telling og meningsfull bruk av tallord.

Utvikling av læringsøkter

Både forskere og barnehagelærere bidro til å utvikle læringsøktene underveis i prosjektet, økter som skulle ivareta flere hensyn. De skal hjelpe barna å komme i gang med og ta del i kulturelle matematiske aktiviteter, samtidig som barna kan delta på en aktiv og lekpreget måte. Aktiviteter som mengdekonstruksjon og tallfesting av mengder settes inn i kontekster som er spennende for barna, og de enkelte delene av økta skal ha sammenheng og gjerne utgjøre en historie eller fortelling (Björklund, 2014). I tråd med det sosiokulturelle rammeverket må lærerens bidrag inkluderes i utviklingen av læringsøktene. For at barna skal kunne delta i kulturelle aktiviteter, er de avhengige av at noen kjenner kulturen. Barnehagelæreren skal legge til rette for at barna oppdager sammenhenger og utvide mulighetene deres til å uttrykke seg. I det oppfølgende prosjektet vies mye oppmerksomhet til barnehagelærernes spørsmål og respons.

Små barn assosierer ofte spørsmålet «*hvor mange?*» med selve telleproseduren. Barn som har talt fem lekebjørner og blir spurt om hvor mange det er, responderer ofte med å telle bjørnene en gang til. For å gjøre barna oppmerksomme og bevisste på hvordan tallord sier noe om mengder som helhet, fikk forskerne barnehagelærerne til å spørre på en annen måte. I første økt ble barna vist kort med bilder av noen gjenstander av samme type, for eksempel to blomster eller tre mariehøner. Barnehagelærerne spurte dem «*hva ser du?*», og barna ga først svar av typen «*blomster*». Flertallsendelsen «*-er*» viser at barna er oppmerksomme på skillet mellom hele mengden og individene den består av (Sarnecka, Kamenskaya, Yamana, Ogura & Yudovina, 2007). Med oppfølgings spørsmålet «*er det tre?*» når antallet egentlig er to, ble barnas oppmerksomhet rettet mot tallord. De svarte «*nei, det er to*». I fortsettelsen ble det en underforstått regel for barna at et tallord skulle inngå i svaret, og barna koblet bruken av tallord til hele mengder.

Økter med bygging av tårn

I treårsalderen kan de fleste barn subitiserer tre, men ikke fire. Når de skal hente én, to eller tre gjenstander, er de i stand til å se om mengden de har valgt, har det ønskede antallet. Når mengden ikke kan subitiseres, er barna henvist til en helt annen metode, bruk av telling. Det er derfor en kritisk overgang å gå fra meningsfull bruk av tallordet tre til meningsfull bruk av tallordet fire. For å støtte dette læringspranget ville forskerne utvikle læringsaktiviteter som benyttet tårnbygging. Barna kan se at et tårn bygget av fire klosser, er høyere enn et som er bygget av tre. Dessuten ser barna at tårnet blir høyere når det legges på en kloss til samtidig som de sier neste tallord. Aktiviteten gjør det dermed mulig å knytte sammen de tre kvantitetsrelaterte kulturelle aktivitetene telling, mengdekonstruksjon og måling.

En praktisk utfordring med tårnbygging er at det kan være vanskelig visuelt å skille fra hverandre klossene i et ferdigbygd tårn. Barna kan se det som ett tårn, snarere enn et tårn bygd av mange klosser. Første gang barna skulle bygge tårn, satt de på stoler ved et bord og bygde liggende tårn på et kvadratisk pluggbrett. Klossene kunne skilles fra hverandre, men barna slet med å tilordne mening til det de skulle gjøre. En av forskerne oppdaget at aktiviteten kunne forbedres ved å bruke runde brikker med hull som kan tres ned på en stang. Det blir lettere for barna å oppfatte hva de skal gjøre, og byggverkene minner om tårn barn ellers leker med. En annen forbedring er å la barna sitte på gulvet og kaste en stor skumgummiterning. Barna er fysisk aktive både når de kaster terningen, og når de løper eller krabber for å hente den. Barnehagelærerne bekreftet i intervjuet et halvt år etterpå at det fungerer best når aktiviteten er lekpreget og barna beveger seg.

Å bygge det tårnet som terningen viser, er en Hent-N aktivitet som kan involvere at barna teller øynene på terningen og teller brikker mens de bygger tårnet. For små antall bruker barn imidlertid subitisering, og noen ganger skjer det også for antall som er større enn tre. Barna gjenkjenner terningmønstrene og husker det tilhørende tallordet. For å unngå taus bygging, ble det alltid spurt om hva barna

skulle bygge tårn av. Når tallordene sies høyt, blir sammenhengen mellom subitisering og telling fremhevet, og barna kan lære av hverandre. Etter at alle barna har bygd tårnet sitt, stilte barnehagelæreren dem spørsmål for at de skulle oppdage sammenhenger mellom telling, mengdekonstruksjon og måling. Hun spurte om hvilket tårn som er minst eller høyest, og ledet barna til å sammenligne høydene på tårnene. Barnehagelæreren sa at seks brikker er mye høyere enn to og pekte samtidig på de tilhørende tårnene. To av barna tok straks i bruk denne uttrykksformen selv for å sammenligne tårnet bygd av seks brikker med et tårn bygd av fire brikker.

Bruk av terning tilfører aktiviteten et lekpreg som er gunstig, men kan vanskelig gjøre tilpasning til det enkelte barn. To av dem hadde ikke objektifisert meningsfull bruk av tallord større enn tre. Da er utfordringen i største laget hvis terningen viser fire eller mer. Forskerne vurderte å bruke en terning som bare viste en til tre øyne for disse barna, men i stedet valgte de å gi ekstra støtte til dem som trengte det. Øynene i skumgummiterningen er hull som er akkurat store nok til at én brikke kan legges i hvert hull. Barn kan legge en brikke i hvert hull og bruke brikkene som byggemateriale for et tårn.

Bruk av kosedyr i læringsøker

Et av bidragene fra barnehagelærerne var å bruke kosedyr, eksempler på det er kjekemonsteret og påskehøna. Kosedyra stimulerer barnas fantasi og bidrar til å skape en meningsbærende fortelling (Björklund, 2014). I læringsaktiviteten der barna bygde tårn, fortalte barnehagelæreren at påskehøna var fra en gård i et utmarksområde rett bak barnehagen. Kosedyr tiltrekker seg oppmerksomhet. Det forebygger at barn er opptatt av å svare riktig til barnehagelæreren, eller at det blir for mye eksponering av barn som svarer feil. Ved bevisst å la kosedyr gjøre feil skapes undring og refleksjon hos barna (Muldoon, Lewis & Freeman, 2009). Påskehøna gjorde feil da den skulle bygge tårnet terningen viste. En gang viste terningen seks, men kosedyret bygde et tårn av fire brikker. Barna ble svært engasjerte og ville hjelpe påskehøna. Selv om aktiviteten var igangsatt av voksne, virket det som at barna oppfattet den som lek.

I en annen læringsaktivitet inngikk en sulten rev som ønsket kjeke i form av plastbrikker. Det dreide seg om mengdekonstruksjon i form av Hent-N og endring av mengder. Et barn ble bedt om å gi reven tre kjeke i en skål der barna ikke kan se innholdet. Da det var gjort, tok barnehagelæreren ut en kjeke. Hun sa at reven spiste én og spurte barnet hva som nå var i skåla. En annen gang ble det sagt at tre ikke er nok, for reven er fortsatt sulten og vil ha en kjeke til. Etter at barnet har svart, tømmer kjekeene ut på bordet slik at barnet kan kontrollere om svaret stemmer. Aktiviteten støtter objektivering av etterfølgerprinsippet, en sammenheng mellom tallordenes rekkefølge og mengdekonstruksjon. Prinsippet sier at når et tallord er antallet til en mengde, så er det neste tallordet antallet til mengden som oppstår ved å føye til ett nytt individ. Når reven har fått tre kjeke, men vil ha én til, kan barnet løse problemet ved å ramse opp én, to, tre, fire, og se at fire kommer rett etter tre. Etterfølgerprinsippet lar barnet finne frem til riktig svar selv om barnet ikke ser de fire kjekeene.

Endring av praksis og utvikling av teoretisk tenkning

I et intervju et halvt år etter prosjektet forteller barnehagelærerne at de har endret praksisen sin og blitt mer bevisste. De har mye å si om hvordan de har innført nye aktiviteter inspirert av prosjektet. En gang om dagen har de et matematikkopplegg der de sitter sammen med noen av barna. Dette skjer både under samlingsstunder og i frileksperioder. Barna strømmer til, også de som ikke var med i prosjektet.

Tone: Vi bruker en del av oppgavene fra prosjektet, men kanskje i en litt annen setting. Vi har ikke PC-systemer, men kan vri det til andre måter å gjøre det på. Vi kan bruke teppe i stedet for skjerm.

Forsker: Dere har ting skjult under et teppe?

Tone: Ja, så viser vi hva vi har, og så henter vi en ting, og så henter vi en ting tilbake.

Når Tone sier PC-systemer, viser hun til en aktivitet der barna så noen prikker på en skjerm og skulle si det tilhørende tallordet. Første del av teppeaktiviteten handler også om å bruke tallord eller tallgester til å uttrykke antallet til en presentert mengde. Å føye til eller ta bort gjenstander forekom i aktiviteten der reven enten spiste en kjeks eller ville ha flere kjeks. I en annen økt i prosjektet var gjenstandene synlige hele tiden. En familie plastbjørner satt rundt et bord. Et barn skulle hente en tallerken til hver bjørn og måtte svare på hvor mange tallerkener som skulle hentes. Etter at en bjørn kom på besøk, ble det hentet en tallerken til gjesten, og barna måtte svare på hvor mange tallerkener det var da. Barnehagelærerne har altså utviklet en aktivitet som er basert på ideer fra minst to av øktene i prosjektet. Den forekommer i ulike former ved at både typen av gjenstander og det som legges over dem, varierer. Eksempler er at barn kan legges under et teppe eller blyanter under et ark. En viktig forskjell fra prosjektet er at barna også leker den nyutviklede aktiviteten på egenhånd. Ifølge barnehagelæreren Tone kan de si: «Se på meg, hva har jeg lagt under?» Barna bruker både tallord og tallgester⁶. Barnehagelærerne lar barna leke, men de gir bekreftelser på barnas matematiske språkbruk. De voksne sier for eksempel «ja, det er to» eller «det er to under».

Barnehagelærerne har også utviklet videre aktiviteten der barna kaster terning og bygger tårn, og også den er tilpasset hverdagen i barnehagen. De har ikke det spesielle utstyret der tårnene bygges av brikker som tres ned på en stang, men barna bruker i stedet klosser som stables oppå hverandre. Det bygges videre på eksisterende tårn slik at tårn kan bestå av mer enn seks klosser. Aktiviteten som forskerne utviklet, gjør det mulig for barna å oppdage sammenhenger mellom telling, mengdekonstruksjon og måling. Når barna bygger høye tårn, kan de ikke lenger estimere tårns høyder med tallord. For å se at et tårn som er bygd av tjue-fire klosser er høyere enn et som er bygd av tjueto, må tårnene settes tett inntil hverandre. En annen forskjell er at antall øyne på terningen ikke er høyden av tårnet, men økningen i høyde. Aktiviteten er endret, men den har fortsatt mange

kvaliteter. Barna må fremdeles koble øynene på terningen med riktig tallord. Når et barn har kastet terningen, støtter de tilgjengelige barnehagelærerne dem ved å spørre hvor mange klosser de skal bygge på nå. Tone forteller at hensikten med tårnaktiviteten er å sammenligne høyder. Barnehagelærerne snakker med barna om relasjoner som «mer enn», «mindre enn», høyest og høyere, og barna forsøker å telle klossene i ferdige tårn. Den endrede versjonen har noen viktige fordeler som barnehagelærerne med sin praktiske erfaring har sett verdien av. De forteller i intervjuet at barna synes det er spennende med høye tårn, og at det er motiverende for barna å telle langt. Dessuten fortsetter barna på egenhånd å leke det som ble igangsatt av barnehagelærerne i både tårnbygging og i aktiviteten der gjenstander skjules under et teppe.

Barnas utvikling

To av de fire barna var svært aktive i prosjektet, men ei jente og en gutt sa langt mindre enn de to andre. Den beskjedne jenta hang ganske godt med, men den stille gutten så ut til å ha saktere progresjon enn de andre. De to beskjedne barna viste gjennom smil og blikk at de likevel fulgte med og var engasjert. Barnehagelærerne forteller at alle barna var motiverte for å delta underveis, og at de alltid ville være med når det var matteøkter. Da spratt de opp uten å mukke. I den siste økta i prosjektet ble gruppa delt i to. Den stille gutten og den beskjedne jenta var sammen. Hun overrasket positivt da hun fikk mer plass, men også han viste klar fremgang. Ulikhetene mellom barna gjør at forskerne er usikre på om tilfeldig valgte grupper av barn bør delta sammen over tid, slik det ble gjort i prosjektet. Intervjuet med de to barnehagelærerne belyser dette spørsmålet ved å gi et innblikk i hva som har skjedd med barna det halve året etter at de deltok.

Elisabeth: Barna har blitt mer interessert i matte, teller, ser mengder og bruker det mer aktivt.

Tone: De bruker fingrene mer. De er opptatt av tall.

Barna som deltok, kaller seg nå for «mattegruppa», en betegnelse som tyder på at de liker tall og matematikk og er stolte av å ha vært med i prosjektet. At de ser mengder, vil sannsynligvis si at de uttrykker antall med tallord, for eksempel «tre epler». Bruken av fingre henviser trolig til tallgester, altså at barna holder opp så mange fingre som antallet de vil uttrykke. Ifølge Elisabeth har gutten med sakte progresjon kommet seg et hakk videre. Han ser nå større mengder. Forskerne kan ikke si hvor mye av fremgangen hans som kan knyttes til prosjektet, men gutten ser på seg selv som en del av mattegruppa og hadde merkelig fremgang i siste økt. En mulig konklusjon er at et godt læringsutbytte ikke er forbeholdt de barna som deltar mest synlig og hørbart aktivt i organiserte aktiviteter. Barnehagelærerne ga uttrykk for at alle barna var flinkere enn de trodde, og at alle hadde god progresjon. Også etter prosjektet har barnehagelærerne erfart potensialet til barna. Elisabeth og Tone hadde vært usikre på språket til nye treåringer som hadde kommet til avdelingen, men også disse har begynt å bli med på igangsatte aktiviteter. Tone forteller at de kommer inn der matematikkaktivitetene foregår og synes det er morsomt.

⁶ Dette fremkom gjennom epostkorrespondanse med forskerne etter intervjuet.

Diskusjon og avslutning

Medlemmene i matematikkgruppa bidrar både til grunnutdanning, etterutdanning og videre-utdanning av lærere og barnehagelærere, men hvordan får kommende og nåværende praktikere i skole og barnehage nytte av den akademiske kompetansen deres? Effekten som gruppas undervisning har på studenter i grunnutdanningene, er i liten grad dokumentert. Det hender at tidligere studenter forteller om undervisningsutbyttet fra studiet, men slike erfaringer gir ikke grunnlag for å trekke vitenskapelige konklusjoner. Menneskers minne er usikkert, og det er vanskelig for de tidligere studentene å være sikre på hvilke faktorer som er mest avgjørende for at de er de lærerne de er i dag. Sikrere konklusjoner kan trekkes om hvordan praksisnær forskning, videreutdanning og etterutdanning påvirker praksis. Når en lærer eller barnehagelærer forteller om endringer i sin nåværende praksis, skjer det relativt kort tid etter møtet med gruppas medlemmer, og praktikerne har en etablert praksis de kan sammenligne med. Lærere på videreutdanningskurs i «Regning som grunnleggende ferdighet» har fortalt at de har endret undervisningsformene sine, selv om dette kan ha vært fremskyndet av at de er pålagt å dele kunnskap med kolleger og gjennomføre et utviklingsprosjekt på egen skole. Den praksisnære barnehageforskningen har dokumentert endringer av praksis og teoretisk tenkning gjennom intervju og epostkontakt. En mulig innvending er at de personlige relasjonene som er opparbeidet mellom forskere og praktikere, kan ha ført til en overdreven positiv omtale. At endringene er beskrevet detaljert og med iver, taler for at praktikerne faktisk opplever en positiv endring, og at barna trives med de nye aktivitetene. Hva læringseffekten er for barna, er derimot ikke studert vitenskapelig. På en nettverkssamling for barnehagelærere og assistenter i en realfagskommune ble begreper og ideer fra barnehageforskningen tatt i bruk. Forskeren som stod for den faglige formidlingen, fikk signaler som tydet på at forsamlingen ikke bare var mottakelig for enkeltaktiviteter, men også tok til seg ideer. De la merke til hvordan barns oppmerksomhet om mengder som helhet kunne gi mening til telling. Deltagerne ga også positive tilbakemeldinger etterpå. Det er aktuelt å forske på om de teoretiske begrepene som er utviklet i prosjektet, kan ha en gunstig effekt på barnehagelæreres læring i møte med kompetansemiljøer.

Samspillet mellom praksisfeltet og matematikkgruppa er tydelig i barnehageforskningen når forskere og barnehagelærere sammen utvikler og evaluerer læringsøker, men også mer indirekte gjennom intervjuet et halvt år senere. Barnehagelærernes tilpassede aktiviteter ga forskerne en idé. Når praktikerne i en barnehage lyktes, kan kanskje lokal tilpasning generelt bidra positivt til endring av barnehagelæreres praksis. Å lage egne versjoner av aktiviteter kan både virke motiverende og føre til at man tenker gjennom prinsippene bak dem. Lokal tilpasning så ut til å fungere da det ble prøvd ut i den omtalte realfagskommunen, men mer forskning er nødvendig for å avgjøre hvor overførbare resultatene er. Andre ideer fra barnehagelærere som det er aktuelt å følge opp gjennom forskning, er hvordan barn kan lære gjennom deltagelse sammen med andre barn, og hvordan aktiviteter kan gjøres mer lekpregede.

Det er gjort erfaringer med å ta i bruk teori og resultater fra gruppas forskning på kommende praktikere i barnehagelærerutdanningen, men ennå er det for tidlig å sette to streker under svaret på hvordan det endrer studentenes syn på matematikk i praksisfeltet. Sammenhengen mellom teori og praksis i studiet kan styrkes ytterligere ved å involvere studentene i forskningen. I grunnskolelærerutdanningen er det naturlig å begynne med masterstudiet i realfagsdidaktikk. Veiledning av masterstudenter kan gå hånd i hånd med praksisnær skoleforskning og bidra til utdanning av gode matematikklærere og meningsfull matematikklæring for barna.

Referanser

- Akker, J.v.d. (1999). Principles and Methods of Development Research. I J.v.d. Akker, R.M. Branch, K. Gustafson, N. Nieveen, & T. Plomp (red.), *Design Approaches and Tools in Education and Training* (s. 1–14). Boston: Kluwer Academic.
- Bishop, A.J. (1997). Research, Effectiveness, and the Practitioners' World. I A. Sierpinska & J. Kilpatrick (red.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (s. 33–44). Dordrecht: Kluwer.
- Björklund, C. (2014). Powerful teaching in preschool: A study of goal-oriented activities for conceptual learning. *International Journal of Early Years Education*, 22(4), 380–394.
- Carr, W. & Kemmis, S. (1986). *Becoming Critical: Education, Knowledge and Action research*. London: Falmer Press.
- Dahl, H. (1967). Hamar lærerskole gjennom 100 år. I T. Fladsrud (red.), *Hamar lærerskole 100 år*. Norsk Skoletidendes Trykkeri: Hamar.
- Ertsås, T.I. & Irgens, E.J. (2012). Teoriens betydning for profesjonell yrkesutøvelse. I M.B. Postholm (red.), *Læreres læring og ledelse av profesjonsutvikling* (s. 195–215). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Glaserfeld, E. v. (1982). Subitizing: The Role of Figural Patterns in the Development of Numerical Concepts. *Archives de Psychologie*, 50, 191–218.
- Godino, J.D., Batanero, C., Contreras, A., Estepa, A., Lacasta, E. & Wilhelmi, M. (2013). Didactic engineering as design-based research in mathematics education. I B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (red.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 2810–2819). Ankara: Middle East Technical University.
- Gunderson, E., Spaepen, E., Gibson, D., Goldin-Meadow, S. & Levine, S. (2015). Gesture as a window onto children's number knowledge. *Cognition*, 144, 14–28.
- Holt, A., Øyehaug, A.B., Rom, B., Kvammen, P.I., Molberg, M. (2008). Bedre læringsstrategier i realfag. *NorDiNa: Nordic Studies in Science Education*, 4(2), 209–212.
- Jahr, E. (2002). Skolematematikk – tenking eller ritualer? Innspill til en friggjørende matematikdidaktikk. I O. Retvedt & K.J. Tollan (red.), *Kollokvium. Artikler om utdanning*. Hamar: Høgskolen i Hedmark.
- Kunnskapsdepartementet. (2010). *Forskrift om rammeplan for grunnskolelærerutdanningene for 1.–7. trinn og 5.–10. trinn*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/forskrift-om-rammeplan-for-grunnskolelar/id594357/>
- Kunnskapsdepartementet. (2011). *Kompetanse for kvalitet. Strategi for etter- og videreutdanning 2012–2015*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/vedlegg/f_4269b_kompetanse_for_kvalitet.pdf
- Kunnskapsdepartementet. (2012). *Forskrift om rammeplan for barnehagelærerutdanning*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/rundskriv/2012/forskrift_rammeplan_barnehagelaererutdanning.pdf

- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Lærerutdanning 2025. Nasjonal strategi for kvalitet og samarbeid i lærerutdanningene*. Hentet fra: <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nasjonalt-strategi-for-larerutdanningene/id2555622/>
- Matematikksenteret (2014). *Teoretisk bakgrunnsdokument for arbeid med regning på ungdomstrinnet – Revidert våren 2014*. Hentet fra https://www.udir.no/Upload/Ungdomstrinnet/Rammeverk/Ungdomstrinnet_Bakgrunnsdokument_regning_vedlegg_2.pdf
- Maugesten, M. & Mellegård, I. (2015). Profesjonelle læringsfellesskap for lærere i videreutdanning – utvikling i kunnskapskulturen. *Acta Didactica Norge*, 9(1), 1–20.
- Muldoon, K., Lewis, C. & Freeman, N. (2009). Why set-comparison is vital in early number learning. *Trends in Cognitive Sciences*, 13(5), 203–208.
- Postholm, M.B. (2007). Interaktiv aksjonsforskning: Forskere og praktikere i gjensidig bytteforhold. I M.B. Postholm (red.), *Forsk med. Lærere og forskere i læringsarbeid* (s. 12–33). Oslo: Damm forlag.
- Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. I S. Alatorre, J.L. Cortina, M. Sáiz, & A. Méndez (red.). *Proceedings of the 28th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. North American Chapter*, Vol. 1 (s. 2–21). Mérida: Universidad Pedagógica Nacional.
- Rinvold, R. (2010). Konkreter i læring av algebra. *Tangenten*, 21(1), 7–10.
- Rinvold, R.A. & Erstad, H. (2015). Learning interventions supporting numerosity in three year old children. I K. Krainer & N. Vondrová (red.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 1968–1974). Praha, Tsjekia: ERME.
- Sarnecka, B.W., Kamenskaya, V.G., Yamana, Y., Ogura, T., & Yudovina, Y.B. (2007). From grammatical number to exact numbers: Early meanings of ‘one’, ‘two’, and ‘three’ in English, Russian, and Japanese. *Cognitive Psychology*, 55(2), 136–168.
- Storfossen, P. (2011). Graphic calculator use in primary schools: An example of an instrumental approach. I M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (red.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 2238–2247). Rzeszow, Polen: ERME.
- Storfossen, P. (2013). Graphic calculator use in primary school: An example of an instrumental action scheme. I B. Ubuz, Ç. Haser & M.A. Mariotti (red.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 2734–2743). Ankara: Middle East Technical University.
- Utdanningsdirektoratet. (2012). *Teoretisk bakgrunnsdokument for arbeid med organisasjonslæring*. Hentet fra https://www.udir.no/globalassets/upload/ungdomstrinnet/rammeverk/ungdomstrinnet_bakgrunnsdokument_organisasjonslaring_vedlegg_6.pdf
- Utdanningsdirektoratet. (2013). *Rammeverk for skolebasert kompetanseutvikling på ungdomstrinnet 2013–2017*. Hentet fra <https://www.udir.no/kvalitet-og-kompetanse/nasjonale-satsinger/ungdomstrinn-i-utvikling/Rammeverk-skolebasert-komputvutrinnnet2012-2017/>
- Utdanningsdirektoratet. (2015). *Rammeverk for realfagskommuner*. Hentet fra <https://www.udir.no/globalassets/upload/rammeverk-for-realfagskommuner.pdf>
- Wynn, K. (1992). Children’s acquisition of number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24, 220–251.