En liten omvei

Elever med matematikkvansker og deres strategiutvikling ved hjelp av konkreter

Nina Weiseth

Bacheloroppgave for Grunnskolelærerutdanningen 5.-10. trinn

Avdeling LUNA

HØGSKOLEN I HEDMARK

Vår 2013

Norsk sammendrag

Tittel: En liten omvei: Elever med matematikkvansker og deres strategiutvikling ved hjelp av konkreter	
Forfatter: Nina Weiseth	
År 2013	**Sider** 28
Emneord: Matematikkvansker, strategier og konkreter	
Sammendrag: Sammenlignet med lese- og skrivevansker er ikke matematikkvansker like mye forsket på. Ut fra forskning er det omtrent ti prosent av norske elever som har matematikkvansker. På bakgrunn av dette er det viktig å sette søkelyset på denne vansken, og se etter hvilke hjelpemidler som kan hjelpe disse elevene. Elever med matematikkvansker bruker få og lite varierte strategier. De bruker også strategier som er lite hensiktsmessige å bruke når de skal løse en matematikkoppgave. Elever som har matematikkvansker har vanskeligheter med å kunne forstå abstrakte fenomener, og derfor er det viktig at de får dette visualisert. Forskning viser at elever som har matematikkvansker gjør det bedre på ettertester når de har fått undervisning ved hjelp av konkreter. Bruk av konkreter kan styrke forståelsen til elevene og de vil antakeligvis ha en forståelse for hvilke strategi de bruker, og eventuell bruke strategier som er mer hensiktsmessig å bruke.	

Engelsk sammendrag (abstract)

Title: A small detour: Students with learning disabilities in mathematics and their strategy development using concretes
Authors: Nina Weiseth
Year: 2013 — **Pages:** 28
Keywords: Learning disabilities in mathematics, strategies and concretes

Summary:

Compared to reading and writing disabilities, there exists little research on learning disabilities in mathematics. In Norwegian schools, ten percent of the students suffers from learning disabilities in mathematics. Therefore, it is important to focus on these types of disabilities, and use tools that can help the students. It turns out that students with learning disabilities in mathematics use few and not so varied strategies when they solve a mathematical problem. They also tend to use strategies that are less suitable for the given task. These students have difficulty understanding abstract phenomena, and therefore it is important that they get this visualized. Research shows that students who have learning disabilities in mathematics do better on posttest after using concretes. The use of concretes can enhance the understanding of mathematics for the students, and they will probably have an understanding of the strategy they use.

Innhold

NORSK SAMMENDRAG **2**

ENGELSK SAMMENDRAG (ABSTRACT) **3**

INNHOLD **4**

FORORD **6**

1. INNLEDNING **7**

1.1 PROBLEMSTILLING 8

1.2 BEGREPSDEFINISJON 8

1.3 OPPBYGNING AV OPPGAVEN 9

2. TEORI MED DRØFTING **10**

2.1 HVA VIL DET SI AT EN ELEV HAR LÆREVANSKER I MATEMATIKK? 10

2.1.1 Kjennetegn som viser om en elev har matematikkvansker *11*

2.1.2 Konstruktivistisk læringsteori *12*

2.2 KONKRETER 13

2.2.1 Matematikkopplæring på konkret og semikonkret nivå *14*

2.2.2 Hva forteller forskning om bruk av konkreter for elever med matematikkvansker? *16*

2.3 STRATEGIER 17

2.3.1 Ulike typer strategier *18*

2.3.2 Strategivalg blant elever med matematikkvansker sammenlignet med elever uten matematikkvansker *19*

2.3.3 Sosiokulturell læringsteori *20*

2.3.4 Strategiopplæring 21

3. KONKLUSJON OG OPPSUMMERING 25

LITTERATURLISTE..27

Forord

Planen for denne oppgaven var ikke opprinnelig å skrive om matematikkvansker, men da jeg leste om matematikkvansker, vekket dette min interesse. Erfaringer fra praksis viser at elever har vanskeligheter med å forstå matematikk. Jeg tenkte ikke på at noen av disse elevene kunne kanskje ha lærevansker i matematikk. Da jeg begynte å lese om matematikkvansker fant jeg ut at dette er noe jeg virkelig har bruk for som framtidig lærer, og derfor valgte jeg å skrive om fagområdet. Jeg har brukt mye tid på å finne relevant teori, ved hjelp fra biblioteket og veileder.

Jeg vil takke min veileder Bjarte Rom for all den hjelpen jeg har fått underveis i oppgaven min.

Hamar

22.05.2013

1. Innledning

I dagens samfunn er matematisk kunnskap og kompetanse viktig, hadde vi ikke hatt en slik kunnskap og kompetanse ville ikke Norge vært verdensledende på olje- og gassvirksomhet. For å løse framtidas utfordringer som for eksempel å finne nye miljøvennlige energiløsninger, trenger vi matematisk kunnskap og kompetanse (Kunnskapsdepartementet, 2011).

Ser vi på resultatet fra matematikkeksamen vår 2012 for grunnskolen er det et skremmende resultat. Resultatet viser at andelen elever som har karakteren 3 eller lavere er på hele 63 prosent. Denne statistikken forteller oss at det er under halvparten av norske elever som har høyere kompetanse i matematikk. Forskjellen mellom gutter og jenter er heller ikke så stor (Utdanningsdirektoratet, 2012). Er vi stolt av dette resultatet, og er det et slikt samfunn vi ønsker, et samfunn med mennesker med lav kompetanse i matematikk? Vi kan stille spørsmålet om skolen krever for mye av elevene, eller om undervisningen er for dårlig. Eller er det slik at det er mange elever i norsk skole som har lærevansker i matematikk?

I fag for læreplanen i matematikk fellesfag står det at skolen skal medvirke til å utvikle kompetansen som samfunnet og den enkelte trenger. En matematisk kompetanse er viktig for å kunne forstå og påvirke prosesser i samfunnet (Utdanningsdirektoratet, 2010). For enkelte elever kan dette bli en ekstra utfordring å skulle tilegne seg en slik kompetanse. Dette er elever som strever med matematikk, og det gir oss ofte betegnelsen elever med matematikkvansker (Nordvedt & Vogt, 2012). Da kommer vi fram til spørsmålet som tidligere ble stilt om hvor mange elever som har lærevansker i matematikk. Vil dette være svaret på hvorfor over halvparten av norske elever får karakteren 3 eller lavere på eksamen når de går ut av grunnskolen. I følge Lunde (2010) har lærevansker i matematikk vært den lærevansken skolen glemte. Vi har derfor en mistanke om at mange elever i skolen i dag har matematikkvansker, men de får ikke den hjelpen som de trenger. Dette kan endres på, for elever med matematikkvansker er i stand til å lære matematikk (Lunde, 2010). Med bakgrunn av dette ble temaet for denne oppgaven matematikkvansker.

Elever med matematikkvansker lykkes ikke i faget matematikk, og den faglige utviklingen følger ikke det karakteristiske mønsteret for "normal" matematikkfaglig utvikling (Ostad, 2010). Ut fra resultatet fra eksamen kan det tyde på at det finnes elever med lærevansker i matematikk, derfor er det gunstig å kartlegge matematikkvansker hos elever, og se hva som kan hjelpe disse elevene til å få bedre resultater.

1.1 Problemstilling

Forskning viser at elever med matematikkvansker bruker strategier i matematikk som er lite hensiktsmessige å bruke når de skal løse en matematikkoppgave. Det tyder på at disse elevene har et dårlig lagringskvalitet på det innlærte (Ostad, 2010). Derfor ble fokuset på problemstillingen rettet mot strategier og konkreter. Vil bruk av konkreter hjelpe elever med matematikkvansker, slik at de bruker strategier som er mer hensiktsmessige å bruke enn de gjør i dag. Eller vil dette forstyrre elevene mer enn det gjør til nå? Ut i fra dette ble problemstillingen:

"Hvordan kan bruk av konkreter hjelpe elever med matematikkvansker til å utvikle strategier?"

1.2 Begrepsdefinisjon

Matematikkvansker blir definert og drøftet forskjellig ut i fra det faglige perspektivet, som for eksempel pedagogiske perspektiver eller psykologiske perspektiver. Dette er grunnen til at matematikkvansker blir definert forskjellig, og at forskerne ikke har kommet frem til en felles definisjon som åpner for en entydig og samlet forståelse av fenomenet (Ostad, 2010).

Det vi kan med sikkerhet si er at begrepet matematikkvansker betegner elever som av en eller annen grunn har spesielle vansker med å tilegne seg de kunnskapene i matematikk som er forventet av dem. Dette utelukker ikke at elevene har vansker i andre fag (Ostad, 2010). Betegnelsen generelle matematikkvansker dreier seg om at elever har generelle problemer med å lære. Derimot er spesifikke matematikkvansker et uttrykk hvor lærevansken gjør seg kun gjeldene i matematikk. Det viser seg at det kan være vanskelig å avgjøre om eleven har generelle eller spesifikke matematikkvansker. I praksis viser det seg at enkelte elever kan befinne seg et sted mellom generelle og spesifikke matematikkvansker (Ostad, 2010). Johnsen forklarer begrepet dyskalkuli slik: "Spesifikke matematikkvansker defineres gjennom en funksjonsprofil der matematikknivået ligger betydelig under eget evnenivå og faglig nivå ellers" (sitert i Ostad, 2010, s. 19). Det er ofte slik at begrepene spesifikke matematikkvansker og dyskalkuli benyttes om hverandre (Ostad, 2010). I denne besvarelsen vil matematikkvansker bli betegnet for de elevene som har lærevansker i matematikk, både de med dyskalkuli, generelle og spesifikke matematikkvansker.

Begrepet strategi dreier seg om det som foregår når en elev løser en matematikkoppgave. Mer presist kan vi si at det er et uttrykk som knytter seg til selve løsningsprosessen (Ostad, 2010).

Konkreter er fysiske gjenstander som er hjelpemidler for å støtte elevers læring av begreper og regneoperasjoner (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2010).

1.3 Oppbygning av oppgaven

Denne besvarelsen vil ta utgangspunkt i begrepene matematikkvansker, konkreter og strategier. Kapittel 2 vil ta for seg teori med drøfting, her vil sentral teori om begrepene som er nevnt over bli tatt opp, og det vil bli drøftet parallelt med teorien. I underkapittel 2.1 vil matematikkvansker være i fokus, og hva som kjennetegner en elev med matematikkvansker. Underkapittel 2.2 vil ha fokus på matematikkopplæringen med konkreter, og her vil aktuell forskning komme frem. Det siste underkapittelet 2.3 handler om hvilke strategiene elever med matematikkvansker bruker og hvordan strategiopplæringen kan foregå. I kapittel 3 blir det gjort en oppsummering og det vil prøve et forsøk på å komme frem til en konklusjon.

2. Teori med drøfting

Hva vil det si at en elev har lærevansker i matematikk, og hva kjennetegner elever med matematikkvansker? Hvilke strategier bruker elevene, og hvordan kan bruk av konkreter hjelpe dem til å velge de mest hensiktsmessige strategiene? I dette kapittelet vil det bli lagt frem aktuell teori og forskning som kan gi svar på dette.

2.1 Hva vil det si at en elev har lærevansker i matematikk?

Det å ha lærevansker i matematikk blir gjerne kalt matematikkrelaterte vansker, dysmatematikk, eller bare matematikkvansker (Ostad, 2010). Videre i besvarelsen vil elever som har lærevansker i matematikk bli omtalt som elever med matematikkvansker. Elever med matematikkvansker lykkes ikke i faget matematikk, og den faglige utvikling følger ikke det karakteristiske mønsteret for "normal" matematikkfaglig utvikling (Ostad, 2010). Det har dermed skjedd et brudd i forhold til den jevne, faglige utviklingen som elever uten matematikkvansker følger (Ostad, 2008). Det blir derfor naturlig å vurdere fenomenet matematikkvansker i lys av hvilken grad elevene når målene i læreplanen (Holm, 2012).

Det kan se ut til at elever med matematikkvansker lagrer kunnskapen sin på en annerledes måte enn elever uten matematikkvansker. Dette kan føre til at det blir dårligere kvalitet på det innlærte. Det er viktig å være klar over at det er først og fremst den dårlige lagringskvaliteten og ikke det at elevene har for lite matematikkunnskaper, som er den viktigste hindringen for en matematikkfaglig utvikling (Ostad, 2010). Når vi vet at elever med matematikkvansker lagrer kunnskapen sin på en annerledes måte, bør man som lærer vite hvordan man skal legge opp et godt undervisningsopplegg. De undervisningsoppleggene som fungerer på elever uten matematikkvansker, fungerer nødvendigvis ikke det samme for elever med matematikkvansker. Disse elevene kan bruke andre strategier for å løse et matematisk problem, men det kan hende at disse strategiene ikke nødvendigvis er de som fungerer best i lengden. Ostad (2010) skriver:

> Når læreren møter en elev med matematikkvansker og skal iverksette et praktisk opplegg for eleven, bør læreren derfor tenke slik: Dette er en elev som ikke først og fremst trenger hjelp til å lære mer matematikk, men til å lære annerledes slik at det blir bedre kvalitet på det innlærte. (Ostad, 2010 s. 10-11).

Ut fra dagens forskning kan den fortelle oss at matematikk stiller helt spesielle krav til hvordan man henter frem kunnskapene (Ostad, 2010). Når en elev skal løse en matematikkoppgave, kan ikke denne eleven ta opp en kunnskapsbit av gangen, men han må kunne ta opp biter som henger sammen. Kunnskapsbitene hos disse elevene er isolerte og ikke organisert i et nettverk. For å få en bedre forståelse av dette kan vi sammenligne med elever som ikke har matematikkvansker. Disse elevene har et nettverk av kunnskapsbiter og klarer å kople de forskjellige bitene sammen, noe elever med matematikkvansker har vanskeligheter med. Elever med matematikkvansker har vanskeligheter med å kople de forskjellige kunnskapsbitene sammen til et nettverk, som har en sammenheng med at kunnskapene er isolerte. Dette kan resultere i at når de skal løse en oppgave vil hver oppgave føles som om at de må nærme seg hvert problem som om det var et nytt problem (Ostad, 2010).

2.1.1 Kjennetegn som viser om en elev har matematikkvansker

I følge Ostad (2010) viser det seg at omlag ti prosent av norske elever har matematikkvansker. På bakgrunn av dette resultatet bør vi som lærere være oppmerksomme på at vi kan møte elever med matematikkvansker, og da må vi vite hvilke kjennetegn som viser dette. Det er en nær sammenheng mellom de lærestrategiene elevene bruker i matematikktimen, og kvaliteten på deres kunnskaper. Om en elev svarer riktig eller galt på et regnestykke, forteller ingenting om eleven har matematikkvansker eller ikke. Det er derimot hvordan eleven løser oppgaven, som avslører dette (Ostad, 2010). Det som blir registrert hos elever med matematikkvansker er at de har uklare grunnleggende begreper, som for eksempel det å kunne måle ting, regne ut priser og lignende. Hvor omfattende matematikkvanskene er hos den enkelte elev, må sees i forhold til alderen og hvilke kompetansemål eleven mestrer. Et eksempel kan være en elev på ungdomstrinnet som ikke mestrer de målene for 2. årstrinn, da må en kunne si at denne eleven har meget omfattende vansker (Lunde, 2008). Dette viser hvor viktig det er at matematikkvansker blir sett i lys av de kompetansemålene eleven mestrer, for å kunne måle graden av matematikkvansken eleven har.

Det å finne ut om elever har lærevansker i matematikk er vanskeligere å observere i forhold til skriftspråkene. Hvis en elev skriver "51", men tenkte å skrive "15" er det vanskelig for en lærer å se dette (Lunde, 2008). Skulle man oppdage at det eleven har skrevet ikke samsvarer med resten av oppgaven er det viktig å spørre eleven hvilke tall han mente. Et annet eksempel som kan være lettere å se om det har skjedd en brist i tallforståelsen er: en elev lager 39 streker rundt tallet 39, og må telle alle strekene for å kunne danne seg et bilde av hva tallet 39 står for (Lunde, 2008).

Andre kjennetegn på elever med matematikkvansker er at de bruker læringsstrategier som er lite hensiktsmessig å bruke under oppgaveløsningen. Dette hindrer en god matematikkfaglig utvikling. I praksis viser det seg at disse elevene bruker primitive tellestrategier som de låser seg fast i. Dette vil føre til at alternative og mer hensiktsmessige løsningsstrategier ikke slipper til (Ostad, 2010). Strategier vil bli lagt frem i kapittel 2.3.

2.1.2 Konstruktivistisk læringsteori

Konstruktivistisk læringsteori bygger på at en selv konstruerer vår egen kunnskap ut fra våre egne erfaringer (Imsen, 2005). Det å jobbe med matematikkopplæring som baserer seg på denne teorien, vil trolig egne seg spesielt godt til elever med matematikkvansker. Grunnen til dette er at konstruktivistisk læringsteori i mindre grad krever at elevene skal memorere kunnskapsstoff med lite meningsbærende elementer (Lunde, 2008). I følge denne teorien starter matematikkopplæringen i de fleste regnestrategier og begreper i matematikkfaget ved hjelp av eksperimentering med konkreter (Holm, 2012). Etter hvert som progresjonen i matematikkopplæringen beveger seg fremover, vil elevene lære strategier og tallbegreper ved hjelp av tankevirksomhet og refleksjon, uten bruk av konkreter (Holm, 2012). I skolen er den konstruktivistiske læringsteori synlig da det legges vekt på at elevene skal få eksperimenter med konkreter og selv oppdage sammenhenger mellom elementer, og føre dette videre til abstrakte symboler (Holm, 2012). Piaget deler barnas kognitive utvikling inn i fire stadier, den *sensoriskmotoriske,* den *preoperasjonelle*, det *konkret-operasjonelle* og det *formelt-operasjonelle* (Breiteig & Venheim, 2005). Det er de to siste stadiene som er sentrale for elever med matematikkvansker. I det *konkret-oprasjonelle* stadiet kan mer abstrakte, logiske resonnementer utføres, dette med bakgrunn i erfaringer med konkret materiell (Breiteig & Venheim, 2005). I det *formelt-operasjonelle* stadiet har barnet utviklet evnen til å tenke abstrakt, og at dette kan utføres uten bakgrunn i erfaringer med konkret materiell (Breteig & Venheim, 2005).

Ut fra det siste stadiet skal barn fra de er 11 år klare å tenke abstrakt, de trenger ikke lenger å bruke konkreter for å forstå et abstrakt problem (Helland, 2009). Men hvordan skal en 11 år gammel elev med matematikkvansker som har vanskeligheter med å lagre kunnskapen sin på en hensiktsmessig måte klare nå å tenke abstrakt? Det er viktig at man ikke henger seg opp i aldersperspektivet til Piaget, men heller ser tanken hans om at elever må få et abstrakt fenomen på et konkret nivå først, for å kunne forstå fenomenet på det abstrakte nivået.

Siden elever med matematikkvansker lagrer kunnskapen sin på en annerledes måte, kan disse elevene få et dårligere utbytte av undervisningsmetoder som fokuserer på uforståelige regler, formler og prosedyrer. En pedagogisk konsekvens av kognitiv læringsteori er at elevene får den utfordringen i form av konkrete oppgaver og spørsmål som gir mening. Gjennom utforskende og varierende arbeidsmetoder tilegner elevene seg matematikkompetanse som gradvis vil utvikles til kunnskap på det abstrakte nivået (Holm, 2012). Ut i fra konstruktivistiske læringsteori vil elevene lære ved å abstrahere fra konkrete situasjoner der de blir aktivt involvert, slik at begreper vil bli formet ut fra mange erfaringer (Breiteig & Venheim, 2005).

Det å tenke abstrakt er vanskelig for elever med matematikkvansker, og i matematikken finnes det enormt med symboler. Symbolene i matematikken blir for dem abstrakte, og det er vanskelig å forstå hva de representerer (Holm, 2012). Utfordringen for denne gruppen er å hjelpe elevene til å forstå matematikk og lære dem hvordan man skal anvende matematikk på en meningsfull måte (Holm, 2012). Det at elever med matematikkvansker sliter med å forstå symboler, kan det være hensiktsmessig å bruke hjelpemidler som konkreter. Dette kan føre til at elevene får informasjonen på det konkrete nivået før de går over til det abstrakte nivået, som gjenspeiler seg i Piaget sine to siste stadier. Bruker vi ikke konkreter for elever med matematikkvansker, men går rett over til det abstrakte kan disse elevene falle av, da det viser seg at de har vanskeligheter med å tenke abstrakt. Det er vel ikke slik at vi skal gå gjennom pensum så raskest som mulig og satse på at de aller fleste forstår? Vi må bruke tiden vi har til rådighet godt, slik at vi får med oss alle grupper.

2.2 Konkreter

Fra og med 2. årstrinn blir matematikkundervisning gradvis mer symbolsk. For elever med matematikkvansker blir denne typen undervisning vanskeligere å begripe da kravene til symbolforståelse øker (Holm, 2012). Det er ikke mange elever som er klar over at de bruker matematikk i hverdagen, og når de skal lære seg matematikk på skolen blir det vanskelig for dem å forstå skolematematikken (Holm, 2012). Det som oppleves som fremmed i matematikken er språket. Når elevene møter lærebøkene i skolen møter de for eksempel ordene "addere" og "subtrahere". Ordene er ikke en naturlig del av elevens ordforråd, de oppleves som fremmedord. I hverdagslivet bruker vi ordene "legge til" og "trekke fra" isteden for. Dette kan være med å fjerne matematikken fra samfunnet rundt skolen (Botten, 2003). På bakgrunn av dette er det også viktig at vi bruker begreper som elevene er kjent med fra hverdagen sin.

Som nevnt innledningsvis blir matematikken mer og mer symbolsk fra 2. årstrinn, for at elevene skal få en bedre forståelse med de abstrakte symbolene kan man bruke konkreter. Et eksempel på bruk av konkreter er når elevene skal lære om brøk. Her kan man bruke en kake for å vise elevene at en kakebit av fem biter er det samme som 1/5. Det er viktig å være klar over at det å tegne en sirkel på tavla og dele dem opp i flere deler ikke er det samme som konkreter. Konkreter er fysisk gjenstander, derimot kan vi si at tegninger er en form for representasjoner, dette kalles semikonkreter (Holm, 2012).

Konkreter som brøksirkler, terninger, kulerammer og lignende hører som regel hjemme i undervisningssituasjon, dette kan bidra til å forsterke avstanden mellom skolematematikken og livet utenfor skolen. Derimot er epler, kaker, penger og så videre konkreter som hører mer hjemme i elevenes hverdag (Herbjørnsen, 2006). På bakgrunn av dette kan man tenke over hvilke konkreter man bør bruke i den gitte situasjonen slik at avstanden fra hverdagsmatematikk og skolematematikken ikke blir så stor.

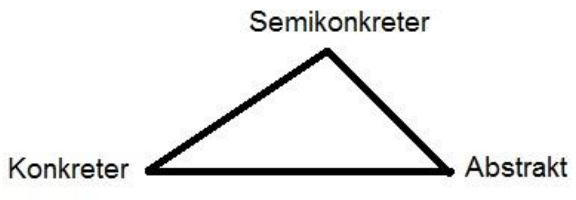
2.2.1 Matematikkopplæring på konkret og semikonkret nivå

Matematikkopplæring som vil foregå ved bruk av konkreter vil fremme forståelsen til elevene (Holm, 2012). En forutsetning for å bruke konkreter er at elevene selv får bruke og manipulere med konkretene og ikke kun være en tilskuer. Når konkreter skal brukes for å øve inn tallbegreper bør de variere farge, fasong og størrelse slik at elevene ikke knytter tallbegrepene til bestemte gjenstander (Holm, 2012).

Det at elevene kan se et abstrakt fenomen visualisert ved bruk av konkreter kan føre til at de bedre forstår et fenomen enn om opplæringen kun foregår med abstrakte symboler. Ved bruk av konkreter får elevene utprøve og resonnere seg frem til ulike strategier som kan anvendes for løsning av matematikkoppgaver (Holm, 2012). Det er viktig at elevene blir forklart hva konkretene skal representere før de blir anvendt. Grunnen til dette er at konkretene skal bli brukt på en hensiktsmessig måte for at det skal gi mening. Forskning viser at undervisning ved bruk av konkreter har best effekt dersom undervisningen styres og struktureres av lærer

(Holm, 2012). Det at lærer bør styre og strukturere undervisningen når det kommer til konkreter er viktig, hvis det ikke hadde vært noen lærer tilstede ville sannsynligvis elevene ikke visst hvordan de skulle anvende konkretene, antakeligvis hadde de begynt å leke med dem. Det er derfor viktig å forklare elevene at konkreter er et verktøy som skal hjelpe dem til å forstå problemet. Bruk av konkreter kan hjelpe elevene med å forstå hvorfor vi bruker en bestemt strategi for å komme fram til en løsning (Holm, 2012).

For at man ikke skal gå rett fra det konkrete til det abstrakte kan man gå veien gjennom det semikonkrete nivået. Dette dreier seg om at elevene bruker semikonkreter før de bruker abstrakte symboler. Når elevene går fra det å bruke konkreter til å bruke semikonkreter vil elevene bevege seg fra det tredimensjonale til det todimensjonale planet. Når elevene jobber på denne måten utnytter de sine erfaringer fra forståelsen de har utviklet på det konkrete nivået til det semikonkrete nivået. Ved bruk av enkle bilder, prikker, streker og lignende kan elevene løse oppgaver uten bruk konkreter (Holm, 2012).



Figur 1: Figuren viser hvilke veier man kan gå for å nå det abstrakte nivået. Det finnes tre ulike veier å gå: konkret-abstrakt, semikonkret-abstrakt eller konkret-semikonkret-abstrakt. (Høgskolestudent, av forfatteren, 2013. Brukt med tillatelse).

Det at elevene får bruke semikonkreter som tegninger og bilder, kan hjelpe dem til å danne seg indre forestillinger om matematiske begreper og strategier. Dette kan gjøre det lettere å forstå matematikk når matematiske begreper assosieres med bilder i hodet. Elever med matematikkvansker trenger mer støtte og veiledning enn de andre elevene trenger for å danne slike forestillinger. Det å la elevene tegne bilder samtidig som de bruker sitt hverdagsspråk, kan føre til at de oppdager tegningens symbolfunksjoner og opplever at bildene representerer noe annet enn det som er direkte avbildet (Holm, 2012). Aktiviteter på det semikonkrete nivå bør også struktureres på lik linje som man gjør på det konkrete nivået.

2.2.2 Hva forteller forskning om bruk av konkreter for elever med matematikkvansker?

En studie gjort i USA undersøkte effekten ved bruk av konkreter i matematikkundervisning under temaet brøk (Butler, Miller, Crehan, Babbitt & Pierce, 2003). I denne undersøkelsen var det 50 elever som var med, og elevene hadde en form for lærevanske i matematikk. Elevene var i en alder fra 11 til 15 år. De ble delt inn i to forskjellige grupper, en CRA-gruppe som står for "concrete-representational-abstract" og en RA-gruppe som står for "representational-abstract". Det som var forskjellen mellom disse to gruppene var at CRA-gruppen brukte konkreter og representasjoner før de gikk over på det abstrakte, mens RA-gruppen brukte representasjoner i form av tegninger før de gikk over til det abstrakte. Begge gruppene fikk ti leksjoner, CRA-gruppen hadde tre leksjoner med konkreter, mens RA-gruppen hadde tre leksjoner ved bruk av representasjoner i form av tegninger. Det ble gjort en før- og en ettertest, og det viste seg at begge gruppene gjorde det bedre på ettertesten enn førtesten. Det viste seg også at elevene i CRA-gruppen skåret høyere enn RA-gruppen. I denne undersøkelsen var det også en kontrollgruppe på 65 elever, disse elevene hadde ikke matematikkvansker og skulle være en indikasjon på hvor elevene med matematikkvansker skulle være i slutten av 8. klasse. Læreren som styrte leksjonene var en utvalgt lærer som hadde utdannelse innenfor elever med matematikkvansker. Konkreter som ble brukt under undersøkelsen var brøksirkler, hvite bønner og papirfirkanter. Brøksirklene ble brukt til å utforske brøk, de hvite bønnene ble brukt til å telle antall bønner når de skulle finne svaret på for eksempel 3/4= ?/16 (Butler et al., 2003).

Ut fra denne undersøkelsen kan det tyde på at elever med matematikkvansker gjør det bedre når de får brukt konkreter i undervisning. Vi kan stille oss spørsmålet om vi hadde fått de samme resultatene hvis det hadde vært en lærer som ikke hadde utdannelse innenfor fagområdet. Det vi kan få ut fra denne undersøkelsen er at læreren hadde god kompetanse om elever med matematikkvansker, og på bakgrunn av dette vil læreren klare å gi god undervisning. Ut fra dette kan det se ut til at, skal man ha et undervisningsopplegg med elever som har en form for matematikkvanske, bør man sette seg inn i hvordan disse elevene lærer og hva som gir best læringseffekt.

Det ble gjort en annen undersøkelse i USA. Denne undersøkelsen bestod av elever med matematikkvansker som gikk i 6. og 7. trinn (Witzel, Mercer & Miller, 2003). Undersøkelsen gikk ut på om konkret-semikonkret-abstrakt læring hadde noe å si når elever med matematikkvansker skulle løse likninger. Elevene ble delt inn i like par, slik at to og to elever med matematikkvansker ble satt sammen. Parene hadde samme utviklingsnivå, alder og skolepresentasjoner. Deretter ble parene atskilt, den ene eleven gikk i en klasse og den andre eleven gikk i en annen klasse. Det var til sammen 34 par, vi kan derfor si at den ene gruppen var en forsøksgruppe og den andre gruppen var en kontrollgruppe. Elevene fikk lærerstyrt undervisning i begge gruppene, det som var forskjellen mellom de to gruppene var at forsøksgruppen brukte konkreter, semikonkreter før de gikk over på et abstrakt nivå. Mens kontrollgruppen hadde undervisning uten bruk av konkreter. Resultatene fra denne undersøkelsen viste at elevene i forsøksgruppen skåret høyere enn kontrollgruppen på testene som handlet om likninger etter forsøksperioden og på en senere oppfølgingstest. Elevene i forsøksgruppen gjorde også færre feil enn kontrollgruppen (Witzel, Mercer & Miller, 2003).

Ut i fra denne undersøkelsen kan det tyde på at matematikkopplæring på konkret-semikonkret-abstrakt gir bedre resultater enn uten bruk av konkreter. På bakgrunn av denne undersøkelsen viser det seg hvor viktig det er å bruke konkreter for elever med matematikkvansker. Ut fra begge undersøkelsene viser det seg at elever som får bruke konkreter og ikke bare representasjoner gjør det bedre på ettertest enn førtest. Det at konkreter viser seg å være et godt verktøy for elever med matematikkvansker støtter Piaget sine to stadier om at barn må gå gjennom det konkrete før de kan gå over på det abstraktet. På bakgrunn av de to undersøkelsene bør man som lærer bruke konkreter hver gang elevene skal lære seg noe nytt, spesielt hvis man har elever med matematikkvansker. Slik at de får en god forståelse over hva de gjør. Klarer en lærer å bruke mer konkreter i undervisningen, så kan det føre til at elever med matematikkvansker får bedre utbytte av undervisningen, enn uten bruk av konkreter.

2.3 Strategier

Strategier i matematikk har fokuset rettet mot det som foregår når en elev løser en matematikkoppgave. For en mer presis definisjon av dette begrepet kan vi si at det er et uttrykk som knytter seg til selve løsningsprosessen (Ostad, 2008). Deretter blir strategi delt inn i to, en vid betydning og en trang betydning. I den vide betydningen vil en strategi dreie seg om alle de kjente delprosessene som er involvert når en matematikkoppgave skal løses. I den trange betydningen vil en strategi dreie seg om hvilke som helst fremgangsmåte som er brukt på en hensiktsmessig måte. Med andre ord referer strategi seg til alle de kjente delprosessene som er involvert når en oppgave i faget løses (Ostad, 2008). Dette kan tyde på at strategier er viktig i matematikk, har ikke en elev en strategi for hvordan man skal løse en matematikkoppgave kan det være vanskelig for eleven å komme frem til et riktig svar.

2.3.1 Ulike typer strategier

I Ostad (2008) kan vi lese at Goldman skiller mellom to hovedkategorier av strategier, generelle strategier og oppgavespesifikke strategier. Generelle strategier er vid, og retter oppmerksomheten mot matematikkopplæringen, og mot det metodiske opplegget i matematikkbøkene. Oppgavespesifikke strategier dreier seg om de ulike alternativene elevene har til disposisjon når de skal løse matematikkoppgaver. De oppgavespesifikke strategiene blir deretter delt inn i to, retrievalstrategier og backupstrategier. Retrievalstrategier handler om de strategiene elevene henter frem fra kunnskapslageret sitt. Backupstrategier er alle de øvrige strategiene, altså de strategiene man ikke kan hente frem fra kunnskapslageret (Ostad, 2008). Under blir det vist hva som er forskjellen mellom en backupstrategi og en retrievalstrategi (Ostad, 2008):

Eleven får oppgaven 5 + 3 =

Her kan enkelte elever hente frem utsagnet 5 + 3 = 8. Eleven har hentet frem kunnskapen fra kunnskapslageret, derfor er dette en retrievalstrategi.

Andre elever som får denne oppgaver klarer ikke å se at svaret skal bli åtte, og må bruke backupstrategier. En backupstrategi anvendt på den oppnevnte addisjonsoppgaven 5 + 3 = 8 kan bestå av følgende steg:

1. Eleven teller først fem fingre "1-2-3-4-5" og forsetter på neste hånd "1-2-3".

2. Eleven starter forfra igjen og teller alle de åtte fingrene "1-2-3-4-5-6-7-8", og gjenter "8" og skriver svaret "8".

De to eksemplene på retrievalstrategier og backupstrategier er relativt enkle strategier, men vil gi en god forklaring på hva som er forskjellen mellom de to strategiene (Ostad, 2008). De fleste strategiene som er knyttet til oppgaveløsning i matematikk på grunnskolen, er som oftest langt mer omfattende og sammensatte. Et eksempel på en sammensatt oppgave er når en elev skal løse en divisjonsoppgave med flersifrede tall. For at eleven skal klare å løse en slik oppgave forutsetter det at eleven behersker er rekke forskjellige enkeltstrategier som addisjons-, subtraksjons- og multiplikasjonsstrategier (Ostad, 2008). På bakgrunn av dette er det viktig å være klar over at retrievalstrategier ikke må oppfattes som enkle enhetlige handlinger, da de ofte er et produkt av kognitive aktiviteter (Ostad, 2008). Derfor kan det være mest hensiktsmessig å ha begge strategiene lagret, men i lengden vil retrievalstrategiene være mest sentrale da backupstrategier er lite hensiktsmessige, da disse vil ta få lang tid å bruke. I løpet av skoleårene bør elevene ha et større register av retrievalstrategier enn backupstrategier (Ostad, 2008).

2.3.2 Strategivalg blant elever med matematikkvansker sammenlignet med elever uten matematikkvansker

Bruker elever uten matematikkvansker andre strategier enn elever med matematikkvansker? Videre i dette underkapittelet kommer det forskningsresultater som kan gi en forklaring på hvilke strategier elever både med og uten matematikkvansker bruker.

MUM-prosjektet ble utført på 1990-årene, der "MUM" står for "matematikk uten matematikkvansker". Prosjektet ble gjennomført i to norske kommuner, hvor det til sammen var omtrent 950 elever. Den matematikkfaglige utviklingen til elevene ble fulgt over en 2-års periode. Det var elever som ble fulgt fra 1. til 3. klasse, fra 3. til 5. klasse og fra 5. til 7. klasse (Ostad, 2008). Oppmerksomheten under dette prosjektet ble rettet spesielt mot elever med matematikkvansker. Under prosjektet var det viktig å få fram at intensjonen var at elever med matematikkvansker ikke skulle ses som et isolert fenomen. De skulle synliggjøres i lys av det som var karakteristiske utviklingsmønsteret for elever uten matematikkvansker (Ostad, 2008). Videre i besvarelsen vil elever med matematikkvansker bli omtalt som MD-elever ("mathematically disabled pupils"), og elever uten matematikkvansker blir omtalt som MN-elever ("the mathematically normal pupils") (Ostad, 2010).

Hensikten med MUM-prosjektet var å vise hvilke strategier MD-elever og MN-elever brukte, og resultatet viste seg at det var stor forskjell mellom disse to gruppene. Når MN-elevene kom høyere opp i grunnskolen viste det seg at retrievalstrategier fikk gradvis større plass. Det karakteristiske utviklingsforløpet til MN-elevene var at det ble dannet nye strategier, både backupstrategier og retrievalstrategier. De primitive backupstrategiene elevene hadde blitt erstattet med andre backupvarianter, særlig verbal telling fikk større plass i oppgaveløsningen (Ostad, 2008).

Resultatene fra MD-elevene viste at utviklingsforløpet kjennetegnes av ensidig, nesten opp til 100 prosent bruk av backupstrategier opp gjennom hele grunnskolealderen. Backupstrategier, og bare backupstrategier kjennetegner MD-elevens utviklingsmønster år etter år opp gjennom hele grunnskolealderen (Ostad, 2008). Det at disse elevene bruker backupstrategier opp gjennom hele grunnskolen, kan være en grunn til å anta at gjensidig bruk av disse strategiene representerer en kritisk faktor for normal utvikling (Ostad, 2008). Disse kjennetegnene viste seg å være typiske for elever med matematikkvansker under dette prosjektet (Ostad, 2010):

- De hadde en ensidig bruk av backupstrategier.
- De brukte de mest primitive backupstrategiene.
- De hadde liten variasjonsgrad i bruken av ulike strategivarianter.
- De hadde lav endringsgrad i strategibruken fra år til år opp gjennom grunnskolealderen. (Ostad, 2010, s. 138).

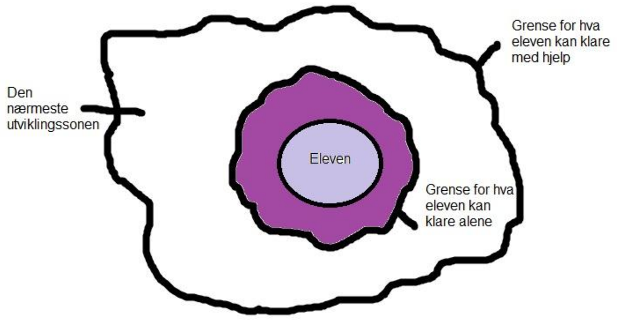
Det at elever med matematikkvansker vanligvis bruker backupstrategier kan ha en sammenheng med den dårlige lagringskvaliteten på kunnskapene og at de har vanskeligheter med å kople de ulike kunnskapsbitene i et nettverk.

2.3.3 Sosiokulturell læringsteori

Det finnes tre grunnleggende forutsetninger i sosiokulturell læringsteori; *mennesker lærer når de deltar i kunnskapsprosesser, mennesker er aktive medskapere av kunnskap* og *kunnskap kan forandres* (Lillejord, 2009). Vi kan forklare den siste forutsetningen ved at hvis kunnskap ikke forandrer seg, kan ikke mennesket være delaktig i prosesser som utformer ny kunnskap (Lillejord, 2009). Innenfor sosiokulturell læringsteori er man opptatt av hvordan menneskers læring, tanker og handlinger foregår i ulike sosiale sammenhenger (Sjøvoll, 2006).

En sentral teoretiker innenfor sosiokulturell læringsteori er Vygotsky. Det sentrale i hans teori er språk og kultur, det er dette som er grunnleggende for den kognitive utviklingen. Kunnskapen har sitt opphav i et sosialt meningsfylt handling, og at det blir formet av språket, som vil fremme kognisjon og læring (Helland, 2009). Når situasjonen blir mer kompleks, blir det viktigere at barnet kan bruke språket for å kunne klare oppgaven. Dette blir kalt den egosentriske talen, og etter hvert utvikler den seg på det indre planet, som kan gjøre at barnet kan bruke språket overfor seg selv til å legge planer, styre og tenke for seg selv (Imsen, 2005). Det viktigste øyeblikket i løpet av kognitiv utvikling er når to helt uavhengige utviklingsforløp som tale og praktisk handling smelter sammen. I Vygotskys teori er språket en måte å styre handling på, i samtale med en voksen, blir det internalisert som en indre stemme til å styre handlingen (Helland, 2009). Hans syn på læring og utvikling er først og fremst et resultat av et sosialt samspill, slik at eleven gjennom bruk kan tilegne seg de redskapene som ligger i språket (Imsen, 2005).

Som tidligere skrevet har allerede barn brukt matematikken før de begynner på skolen. Men skolen introduserer noe nytt i barnets utvikling, og det er dette Vygotsky kalte den nærmeste utviklingssonen (Helland, 2009).



Figur 2: Illustrasjon på "den nærmeste utviklingssonen" (Imsen,2005).

Figueren over viser "den nærmeste utviklingssonen" som er grensen mellom hva eleven kan klare alene og grensen for hva eleven kan klare ved hjelp av andre. Når det er snakk om hjelp fra en annen, må denne personen ha kompetanse til å løse det problemet eleven står ovenfor (Helland, 2009).

2.3.4 Strategiopplæring

Systematisk strategiopplæring har lenge vært kjent for å bidra til en mer effektiv bruk av strategier hos elever (Ostad, 2010). Nyere undersøkelser har vist hvilke sammenhenger det er mellom kvaliteten på elevens matematikkunnskaper og deres strategibruk. Manglende eller mangelfulle strategikunnskaper og lite bruk av strategier ser ut til å hindre den matematikkfaglige utviklingsforeløpet. På bakgrunn av dette blir det derfor viktig å sette søkelyset på kvaliteten på strategiopplæringen i grunnskolen (Ostad, 2010).

Det finnes ulike opplæringsmodeller som man kan bruke under strategiopplæringen, disse modellene forutsetter at det er mulig å utvikle strategiene, og at strategibruken kan endres gjennom systematisk tenkning (Ostad, 2010). I Ostad (2010) kan vi lese at Goldman skiller mellom to hovedtyper: direkte og indirekte modeller. I praksis kan det være glidende overganger mellom disse to modellene (Ostad, 2010).

Strategiopplæring som bygger på direkte modeller, inkludere direkte instruksjon. Dette bygger på forutsetningene på at en større mengde oppgavespesifikke strategikunnskaper, som gjør at elevene er i bedre stand til å avgjøre når, hvor, hvordan og hvorfor en strategi er hensiktsmessig (Ostad, 2010). Studier blant matematikksvake elever har dokumentert at de slutter å bruke strategiene de har lært, når de ikke blir direkte påminnet på hvilke strategi de skal bruke for å løse den bestemte matematikkoppgaven (Ostad, 2010). Ut i fra studier som har er blitt beskrevet tidligere, kan det være viktig for lærere å bidra til at strategikunnskapene blir lagret hensiktsmessig, og utvikle fremhentingsredskapene for elever med matematikkvansker.

Strategiopplæringen innenfor indirekte modeller er å bevisstgjøre elevene sitt repertoar av strategikunnskaper. Når elevene er bevisste på sine strategikunnskaper kan løsningsprosessene foregå på en mer kontrollert måte (Ostad, 2010). Indirekte modeller kan gjennomføres på flere forskjellige måter. I Ostad (2010) kan vi lese at Goldman skiller mellom to modeller: veiledningsmodellen og selvinstruksjonsmodellen. De to modellene har fellestrekk, begge tar utgangspunktet at en "ekspert" viser fremgangsmåten i løsningsprosessen. Når fremgangsmåten som blir gjort av en "ekspert" må denne synliggjøres for eleven, slik at eleven har et forbilde å strekke seg etter. Forskjellen mellom de to modellene er at veiledningsmodellen tar utgangspunkt i løsningsprosessen til den enkelte elev, med at veileder korrigerer kursen i retning av ekspertens fremgangsmåte. Derimot er selvinstruksjonsmodellen at eleven skriver ned ekspertens fremgangsmåte og trener eleven i å benytte den mest mulig nøyaktig (Ostad, 2010).

Slik kan veiledningsmodellen fungere i praksis, her har det blitt tatt utgangspunkt i at læreren er eksperten (Ostad, 2010):

1. Læreren viser først stegene i strategibruken frem til oppgaven er riktig løst. På denne måten får eleven sett og hørt hvordan "eksperten" tenker.
2. Læreren hjelper eleven et stykke på vei. Læreren tar da selv ansvar for deler av løsningsstrategien, slik at eleven kan konsentrere seg om de komponentene han eller hun mestrer.
3. Læreren overlater ansvaret til eleven. Dette skjer i takt med at elevene viser økende kompetanse (Ostad, 2010, s. 148).

Selvinstruksjonsmodellen forgår i fem trinn (Ostad, 2010):

1. En voksen løser oppgaven mens han eller hun instruerer høyt hvordan strategien utføres.
2. Eleven benytter den samme strategien på den samme oppgaven ved hjelp av den voksens instruksjon.
3. Eleven løser oppgaven på samme måte (som punkt 2) mens han eller hun instruerer seg selv høyt.
4. Eleven hvisker instruksjonen til seg selv mens han eller hun løser oppgaven.
5. Eleven løser oppgaven mens utførelsen ledsages av elevens indre stemme (Ostad, 2010 s. 148).

De to modellene tar utgangspunktet i at strategiopplæringen skal foregå på det abstrakte nivået. Som tidligere skrevet må elevene over på et abstrakt nivå, da det er dette som måler elevens kompetanse i faget matematikk. Som tidligere skrevet viser forskning at elevene med matematikkvansker gjør det bedre da de får bruke konkreter før de går over til det abstrakte. På bakgrunn av dette bør vi ta med de erfaringene elevene har fra det konkrete nivået når de nå skal jobbe med strategier på det abstrakte nivået. Begge disse modellene tar utgangspunktet i at læreren skal vise og forklare fremgangsmåten. For at konkretene skal få en rolle i de to modellene, vil det antageligvis bli mest hensiktsmessig at læreren forklarer hvilke konkret som symboliserer det abstrakte symbolet. I begge modellene er det viktig at læreren viser stegene i strategien tydelig, og lar eleven få prøve ut selv. Veiledningsmodellen støtter Vygotskys "nærmeste utviklingssone", det at eleven trenger hjelp fra andre for å klare å løse et problem. Når man skal jobbe med denne modellen kan det oppstå vanskeligheter i klasseromssammenheng. Grunnen til dette kan være at den krever at det er en "ekspert" som skal veilede elevene underveis. I et klasserom er det vanlig at det er en lærer på x antall elever, det å hjelpe et stort antall elever på en klassetime kan være vanskelig. En måte å løse dette problemet på er å la elevene jobbe i grupper slik at de kan veilede hverandre. Etter sosiokulturell læringsteori lærer man nettopp det med samhandling med andre mennesker. Sammensetningen av gruppen kan diskuteres, ut i fra modellen trenger man en som kan den gitte strategien, spørsmålet er derimot om de elevene som forstår dette får de utfordringene de trenger.

Selvinstruksjonsmodellen bygger mer på språket enn veiledningsmodellen, da denne modellen krever at elevene skal sette ord på det dem gjør. Denne modellen tar utgangspunktet i at eleven skal klare oppgaven selv, ut i fra lærerens fremgangsmåte. Modellen bygger på at eleven skal gå fra det å lese høyt til å gå til en indre tale. Dette støtter Vygotskys teori om at språket er viktig i barnas utvikling, og at i denne fasen vil barnet utvikle sin kognitive utvikling. Organiseringen av det å bruke indre tale kan organiseres individuelt, i samlet klasse eller i mindre grupper. Flere forskere har poengtert betydningen av grupperelatert organisering av strategiopplæring. Når strategiopplæringen foregår i grupper vil elevene få god anledning til å tilegne seg "kunnskaper om" alternative løsningsstrategier gjennom medelever og til å beskrive eller begrunne sine strategivalg (Ostad, 2010). Ut i fra dette kan det se ut som at selvinstruksjonsmodellen er den modellen som er best tilegnet i klasseromssammenheng.

Selv om de to modellene innenfor strategiopplæring bygger på arbeid på det abstrakte nivået, så utelukker det ikke at vi kan bruke de to modellene når elevene jobber med konkreter. Som tidligere skrevet er det viktig at elevene får bruke og manipulere konkretene selv, så skulle man bruke de to modellene må man ikke vise frem stegene. Da dette strider mot hvordan man bør bruke konkretene på en mest hensiktsmessig måte. I veiledningsmodellen vil lærer være en veileder for eleven når han eller hun ikke vet hvordan man skal bruke konkretene for å løse problemet. Dette støttes opp mot forskningen da det viser seg at bruk av konkreter som blir styrt og strukturert av lærer gir best effekt. Selvinstruksjonsmodellen blir vanskeligere å følge ved at elevene skal manipulere med konkretene, derfor kan vi si at det beste ved denne modellen er at læreren viser fremgangsmåten. Deretter gjør elevene de resterende stegene i denne modellen. Grunnen til at læreren bør vise frem stegene i fremgangsmåten er at denne modellen ikke har noen veileder til stede.

3. Konklusjon og oppsummering

I dette kapittelet vil det bli lagt frem en oppsummering og prøve et forsøk på å komme frem til en konklusjon på problemstillingen som var:

"Hvordan kan bruk av konkreter hjelpe elever med matematikkvansker til å utvikle strategier?"

Forskning som har blitt gjort blant elever som har matematikkvansker viser seg at disse elevene bruker for det meste backupstrategier. Derimot er det lite bruk av retrievalstrategier som er de mest hensiktsmessige strategiene å bruke i lengden. Kan dette være svaret på at norske elever har lave resultater på matematikkeksamen når de går ut av grunnskolen? Siden retrievalstrategiene er de strategiene som lønner seg å bruke når man skal løse en matematikkoppgave, kan det tyde på at vi som lærere bør få elevene til å bruke disse mer enn det har blitt gjort tidligere.

Som tidligere skrevet har det vist seg at elever med matematikkvansker lagrer kunnskapen sin på en annerledes måte enn de elevene som ikke har matematikkvansker. Spørsmålet vi kan stille oss er om det er en sammenheng mellom kunnskapslagringen deres og hvilke strategier de velger? Da retrievalstrategier dreier seg om det å kunne hente frem kunnskapen fra lageret sitt, kan det tyde på at det er en sammenheng.

Vil konkreter være en støtte for elever med matematikkvansker til å bruke mer retrievalstrategier eller vil dette bare øke bruken av backupstrategier? Går vi tilbake til hva en backupstrategi var, så kan vi fort si at konkreter vil føre til backupstrategier. Da en backupstrategier handler om at elevene bruker de hjelpemidlene som er tilgjengelig for å komme frem til et svar. Derimot kan konkreter hjelpe elevene i matematikken ved å gi dem forståelse over hva de abstrakte symbolene står for, noe som kan være vanskelig å forklare uten noe konkret å vise fram. Forskning viser at elever som har en form for lærevanske i matematikk gjør det bedre på ettertest enn førtest, når de får bruke konkreter sammenlignet de som ikke brukte konkreter. Det viste seg også det at elever som gikk fra konkret-semikonkret-abstrakt gjorde det bedre enn elever som gikk fra semikonkret-abstrakt. Det skal også sies at begge disse to gruppene gjorde fremskritt fra førtest, men at den første gruppen hadde bedre resultater enn den andre. På bakgrunn av resultatene kan det se ut til at lærere ute i skolen bør bruke konkreter, men har de ikke konkreter bør de bruke semikonkreter, noe alle har tilgjengelig. Ut i fra forskning viser det seg at undervisning med bruk av konkreter har best utbytte når det blir strukturert og styrt av læreren. Som lærer kan det være hensiktsmessig å sette seg inn i hvordan man skal bruke konkretene, og hva de skal representere. Det viser seg også at forskningen som ble gjort ved hjelp av konkreter, hadde læreren kompetanse innenfor fagområdet matematikkvansker. Vi kan derfor stille oss spørsmålet om matematikklærere skal få opplæring i hvordan undervisning bør foregå når man har elever med matematikkvansker. Det kan i alle fall tyde på at hvis lærerne får opplæring vil ikke dette gi en negativ effekt. Spørsmålet nå blir hvordan vi kan bruke konkreter for å utvikle strategiene til elever med matematikkvansker. Sagt med andre ord hvordan kan bruk av konkreter utvikle elevenes register av retrievalstrategier?

For at elevene skal få utvikle strategiene sine må vi se på hvordan strategiopplæringen kan foregå, siden elever med matematikkvansker ikke har et rikt register av retrievalstrategier, kan det tyde på at denne opplæringen må forandres på. Ut i fra Goldman har vi to modeller innenfor strategiopplæring nemlig veiledningsmodellen og selvinstruksjonsmodellen. Begge disse modellene har sine ulemper og fordeler, det kan se ut som at selvinstruksjonsmodellen kanskje er den best egnet til å bruke i klasseromssammenheng. Men det er viktig å være klar over at veiledningsmodellen også kan brukes i klasserommet, men at man som lærer må gå gjennom med seg selv hvordan han skal eventuell løse de problemer som kan oppstå. Problemer i denne sammenheng kan være at mange elever trenger veiledning, og med en lærer kan dette være vanskelig. Dette kan løses ved at elevene jobber i grupper.

Basert på det som har blitt lagt fram kan vi komme frem til at bruk av konkreter kan hjelpe elevene til å forstå et abstrakt fenomen. Konkretene vil visualisere det abstrakte fenomenet for elevene, og de vil trolig få en forståelse over hvorfor de bruker den strategien. Begge av Goldmans modeller innenfor strategiopplæring er fine å bruke når elevene skal lære seg strategier. Det er derimot vanskelig å forutsi om de to opplæringsmodellene vil gjøre at elevene bruker mer retrievalstrategier enn backupstrategier. Her vil det være gunstig å finne ut om de to opplæringsmodellene med bruk av konkreter kan hjelpe elever med matematikkvansker til å utvikle mer hensiktsmessige strategier enn det de bruker i dag. Ut i fra de forskningsresultatene som har blitt lagt fram kan det tyde på at bruk av konkreter ikke vil gjøre vondt verre, men det vil bedre forståelsen til elevene.

Litteraturliste

Botten, G. (2003). *Meningsfylt matematikk: Nærhet og engasjement i læringen.* (2. utg.). Bergen: Caspar forlag.

Breiteig, T. & Venheim, R. (2005). *Matematikk for lærere 1.* (4.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Butler, F. M., Miller, S. P., Crehan, K., Babbitt, B., & Pierce, T. (2003). Fraction Instruction for Students with Mathematics Disabilities: Comparing Two Teaching Sequences. *Learning Disabilities Research & Practice (Blackwell Publishing Limited),18*(2), 99-111. doi: 10.1111/1540-5826.00066

Helland, T. (2009). Vi lærer hele tiden. I T. Manger, S. Lillejord, T. Nordahl & T. Helland, *Livet i skolen 1: Grunnbok i pedagogikk og elevkunnskap.* (1. utg., s. 119-152). Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke.

Herbjørnsen, O. (2006). *Rom, form og tall: Matematikkdidatikk for grunnskolen.* (2.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Hinna, K., Rinvold, R. A., & Gustavsen, T. S. (2012). *QED 1-7: Matematikk for grunnskolelærerutdanningen, Bind 1*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Holm, M. (2012). *Opplæring i matematikk.* (2.utg). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Imsen, G. (2005). *Elevens verden: Innføring i pedagogisk psykologi.* (4.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Kunnskapsdepartementet (2011). *Fra matteskrekk til mattemestring.* Lokalisert på http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/aktuelt/nyheter/2011/fra-matteskrekk-til-mattemestring1.html?id=652802

Lillejord, S. (2009). Læring som en praksis vi deltar i. I T. Manger, S. Lillejord, T. Nordahl & T. Helland, *Livet i skolen 1: Grunnbok i pedagogikk og elevkunnskap.* (1. utg., s. 217-247). Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke.

Lunde, O. (2008). Matematikkvansker. I A. L. Rygvold & T. Ogden (Red.), *Innføring i spesialpedagogikk* (4. utg., s. 94-132). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Lunde, O. (2010). *Hvorfor tall går i ball: Matematikkvansker i et spesialpedagogisk fokus*. Bryne: Info vest forlag.

Nordtvedt, G. A. & Vogt, G. O. (2012). Når matematikk blir vanskelig - matematikkvansker i elev- og undervisningsperspektiv. I E. Befring & R. Tangen (Red.), *Spesialpedagogikk.* (5. utg., s. 370-384). Oslo: Cappelen Damn Akademisk.

Ostad, S. A. (2008). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring: Med fokus på elever med matematikkvansker.* Trondheim: Læreboka forlag.

Ostad, S. A. (2010). *Matematikkvansker: En forskningsbasert tilnærming.* Oslo: Unipub.

Sjøvoll, J. (2006). *Tilpasset opplæring i matematikk: Om retten til å lykkes i læringsarbeidet.* Oslo: Gyldendal akademisk.

Utdanningsdirektoratet. (2010). *Læreplan i matematikk fellesfag.* (Rev. utg). Lokalisert på http://www.udir.no/kl06/MAT1-03/

Utdanningsdirektoratet. (2012). *Foreløpig karakterstatistikk eksamen våren 2012.* Lokalisert på http://www.udir.no/Tilstand/Analyser-og-statistikk/vgo/Karakterer/Forelopig-karakterstatistikk-eksamen-varen-2012/

Witzel, B. S., Mercer and, C. D., & Miller, M. D. (2003). Teaching Algebra to Students with Learning Difficulties: An Investigation of an Explicit Instruction Model. *Learning Disabilities Research & Practice (Blackwell Publishing Limited), 18*(2), 121-131. doi: 10.1111/1540-5826.00068