

Ronald Bradal

Forsøk med bruk av IKT i  
matematikkundervisningen

Høgskolen i Hedmark  
Rapport nr. 6 – 2004

Online-versjon

Utgivelsessted: Elverum

Det må ikke kopieres fra rapporten i strid med åndsverkloven og fotografiloven eller i strid med avtaler om kopiering inngått med KOPINOR, interesseorgan for rettighetshavere til åndsverk.

**Forfatteren er selv ansvarlig for sine konklusjoner. Innholdet gir derfor ikke nødvendigvis uttrykk for Høgskolens syn.**

I rapportserien fra Høgskolen i Hedmark publiseres FoU-arbeid og utredninger. Dette omfatter kvalifiseringsarbeid, stoff av lokal og nasjonal interesse, oppdragsvirksomhet, foreløpig publisering før publisering i et vitenskapelig tidsskrift etc.

Rapporten kan bestilles ved henvendelse til Høgskolen i Hedmark.  
(<http://www.hihm.no/>)

Rapport nr. 6 - 2004  
© Forfatterne/Høgskolen i Hedmark  
ISBN: 82-7671-364-5  
ISSN: 1501-8563



# Høgskolen i Hedmark

<b>Tittel:</b> Forsøk med bruk av IKT i matematikkundervisningen			
<b>Forfatter:</b> Ronald Bradal			
<b>Nummer:</b> 6	<b>Utgivelsesår:</b> 2004	<b>Sider:</b> 51	<b>ISBN:</b> 82-7671-364-5 <b>ISSN:</b> 1501-8563
<b>Oppdragsgiver:</b>			
<b>Emneord:</b> matematikk, undervisning, ikt			
<p><b>Sammendrag:</b> I studieårene 2001-02 og 2002-03 gjennomførte Høgskolen i Hedmark, avdeling for lærerutdanning i Hamar (LUH), forsøk med bruk av IKT i undervisningen. Forsøket ble kalt MIK-forsøket (media, informasjon og kommunikasjon). Det ble opprettet ei forsøksklasse hvert år. Også i studieåret 2003-04 deltok LUH i et slikt forsøk, men som da var utvidet til å gjelde alle førsteklasse. Denne rapporten omhandler matematikkfagets involvering i disse to forsøkene, i studieårene 2002-03 og 2003-04. Rapportens første del beskriver matematikkfagets del av MIK-forsøket i studieåret 2002-03. Forsøket ble det året kombinert med en egen fagplan i faget. Denne planen var spesielt tilrettelagt for bruk av ulike IKT-verktøy, samtidig som den forsøkte å ivareta sentrale ideer innen matematikdidaktikken. Fagplanen beskrives, og de pedagogiske ideene begrunnes teoretisk. Det er også tatt inn en del eksempler på oppgaver som studentene måtte gjennomføre i løpet av studieåret. Hensikten er å vise hvordan det faglige innhold ble forsøkt tilpasset bruk av elektroniske hjelpemidler. Rapporten gjengir også et eksempel på studentenes vurdering av opplegget. Del 2 omhandler forsøksvirksomheten i studieåret 2003-04. Forsøket har i stor grad dreid seg om bruk av nettprogrammet ClassFrontier. I rapporten gis det en beskrivelse av matematikkseksjonens arbeid med dette programmet. Det er også lagt inn en prinsipiell vurdering av hvordan elektroniske programmer kan brukes til å utvide det matematiske perspektivet hos studentene, og det er listet opp en del forslag til konkret bruk av IKT i matematikk grunnkurs for lærerutdanninga. I den forbindelse er det påpekt et økt behov for utstyr og programmer.</p>			





# Høgskolen i Hedmark

<b>Title:</b> Using ICT in the teaching of Mathematics			
<b>Author:</b> Ronald Bradal			
<b>Number:</b> 6	<b>Year:</b> 2004	<b>Pages:</b> 51	<b>ISBN:</b> 82-7671-364-5 <b>ISSN:</b> 1501-8563
<b>Financed by:</b>			
<b>Keywords:</b> mathematics, ICT, teaching			
<p><b>Summary:</b> In 2001-02 and 2002-03 the Faculty of Education in Hedmark College, situated in Hamar, carried out a pilot project involving the use of ICT in teaching all subjects. The project was called 'The MIC-project' as it involved the integration of media, information technology and communication studies. There was a special project class at the college in each of these two years. In the following year, 2003-04, the project was expanded to include all first year teacher training students. This report deals with the subject of mathematics in the project in the years 2002-03 and 2003-04. The first part of the report deals with the part played by mathematics in the project in 2002-03. As part of the project a special curriculum plan was developed for the subject. This plan was especially designed so that students could make use of ICT software, at the same time as an effort was made to preserve the place of central concepts in the teaching of mathematics. The report contains a description of the plan and of the pedagogical ideas which it was based on. Also included are some examples of the sorts of exercises students had to grapple with in the course of the year. The reason for their inclusion is to show how the subject content was adapted to meet the needs of students who were using electronic aids. The report also contains an example of a student evaluation of the course. Part 2 of the report details the progress of the project in 2003-04. Integral to the project in 2003-04 was the use of the web-based program 'Class Fronter'. The report contains a description of the mathematics department's work with this program. It also contains an evaluation of the ways in which electronic programs may be employed to broaden the mathematical horizons of students. Included is a list of concrete suggestions for ways of using ICT in basic mathematics courses in teacher education. The need for more equipment and programs is touched upon.</p>			



# INNHALDSFORTEGNELSE

Innledning.....	3
Del 1 - MIK-klassa 2002-03.....	5
Matematikkdelen av MIK-prosjektet.....	5
Spenninger.....	5
Forsøk med egen fagplan.....	6
Organisering av studiet.....	8
Nærmere begrunnelse for forsøket .....	9
Didaktiske vurderinger .....	10
Arbeidsformer .....	12
Oppgavegjennomgang, diskusjoner og faglige oppsummeringer.....	17
Bruk av IKT.....	19
Eksamen .....	19
Utdrag fra noen av arbeidsprogrammene .....	20
Erfaringer.....	33
Oppsummering .....	34
Del 2 – IKT-prosjekt 2003-04 .....	37
Bakgrunn for prosjektet.....	37
Beskrivelse av vår del av prosjektet .....	38
Muligheter for reorganiserende bruk av PC .....	40
Funksjoner i regneark. ....	41
Simuleringer i regneark. ....	41
Statistikk, herunder regresjon, på regneark. ....	42
Dynamisk geometri i Cabri.....	42
Sannsynlighetsregning i generelle matematikk-programmer. ....	43
Algebra. ....	43
Aktiv bruk av Internett. ....	43
Drilløvelser.....	43
Matematikkseksjonens arbeid innen IKT-prosjektet .....	44
Tilbakemeldinger på besvarelser. ....	45
Bruk av programmets e-posttjeneste. ....	45
Opplæring i bruk av programmene.....	46
Avsluttende kommentarer.....	47
Referanser.....	49





# INNLEDNING

Denne rapporten omtaler to ulike utviklingsprosjekter. Det første var et forsøk i én klasse i studieåret 2002-2003. Dette var en klasse som var tatt opp for å gå inn i et forsøksprosjekt med bruk av media, informasjons- og kommunikasjonsteknologi i undervisningen (MIK-prosjektet). MIK-prosjektet startet et år tidligere, studieåret 2001-02, med et annet kull studenter. Prosjektet som er omtalt under angår altså den andre MIK-klassa ved LUH. Opplegget i matematikkfaget ble endret en god del det andre året, og bygde på en egen fagplan som jeg hadde utarbeidet og fått godkjent som et eget delprosjekt. Det andre prosjektet, som gjelder studieåret 2003-04, har også vært en del av et større prosjekt i regi av Høgskolen i Hedmark, finansiert av Utdannings- og forskningsdepartementet. Matematikkseksjonen på Hamar har hatt ansvaret for en del av prosjektet, og denne rapporten omtaler matematikkseksjonen sin del av prosjektet.

Første del av rapporten omhandler MIK-prosjektet. Denne delen er vesentlig større enn del 2. Årsaken er at de fleste teoretiske og didaktiske betraktninger er lagt til denne delen. Store deler av første del er publisert tidligere, nærmere bestemt i HiO-rapport nr. 14, 2003 (Bradal, 2003). Dette ble skrevet midt i studieåret 2002-03 og har nå blitt supplert med en del materiale og erfaringer fra siste del av det studieåret. Denne delen inneholder en del didaktiske vurderinger knyttet til forsøket. Andre del av rapporten omhandler aktivitetene i studieåret 2003-04, fram til mars 04. I dette prosjektet har alle lærere og studenter i matematikk grunnkurs blitt trukket inn. En av premissene som ble lagt til grunn var at erfaringer fra det første prosjektet skulle alminneliggjøres.



# DEL 1 - MIK-KLASSA 2002-03

## **Matematikkdelen av MIK-prosjektet**

MIK-prosjektet hadde som mål å øve opp studentene i variert bruk av moderne datateknologi, slik som de vanlige verktøyprogrammene, lyd- og bildebehandling, ulike former for kommunikasjon, og bruk av bruk av integrerte læringsprogrammer (ClassFronter). Det var ikke definert spesifikke mål for matematikkdelen av prosjektet, noe som medførte at jeg i sto nokså fritt til å definere dette selv, innenfor de gitte rammene.

Mitt mål var å ta i bruk datateknologien til å utvide studentenes perspektiv på matematikken, det som teoretikere kaller en reorganiserende bruk av teknologien (Bigge & Shermis, 1992; Dörfler, 1993; Hillel, 1993; Kilpatrick & Davis, 1993). Poenget er å bruke dataverktøyene til å lære noe nytt, se nye aspekter ved ting eller på en effektiv måte illustrere ting som det før har vært vanskelig å vise på en god måte. Man prøver altså å utvide det matematiske perspektivet, ikke gjenta det gamle i ny innpakning, eller la studenter øve på det man har gjort før. Et godt eksempel er bruk av konstruksjonsprogrammet Cabri, der man kan bedrive dynamisk geometri. Regneark kan brukes på mange kreative måter, blant annet til å studere funksjoner. Enda sterkere verktøy er generelle matematikkprogrammer som Mathematica eller Scientific Workplace.

## **Spenninger**

Første del av MIK-prosjektet, det vil si studieåret 2001-02, var preget av en del usikkerhet. De arbeidsmåtene som det ble lagt opp til i MIK-klassa krevde at studentene til enhver tid hadde god tilgang til nødvendig datautstyr. Ikke minst gjaldt dette i matematikk. Dessuten var jeg avhengig av å ha datamaskin og storskjerm eller lerret i klasserommet, slik at jeg kunne ta det i bruk når det måtte passe. En av premissene fra departementets side var at høgskolen ikke skulle bruke prosjektets midler til innkjøp av utstyr. Aller helst burde vi hatt fri tilgang til en datalab. Fra

min side forelå det også et sterkt ønske om innkjøp av en del programvare. Et minimumsønske var Cabri, og jeg ønsket også å kunne bruke deler av Scientific Workplace (dette er egentlig ei pakke med ulike delprogrammer), da jeg var noenlunde fortrolig med programmet fra før. Det viste seg imidlertid vanskelig å få oppfylt disse ønskene. Ledelsen av prosjektet hadde forestilt seg at det ville være tilstrekkelig med undervisningstimer gitt av datakyndige, og at studentene så skulle bruke det utstyret som fantes rundt omkring på skolen, og da uten videre instruksjon. Det var vanskelig å få forståelse for at matematikk hadde spesielle behov. Dette førte til en del spenninger og til slutt til kraftige protester fra studentene. Til slutt fikk vi ei maskin og en prosjektør på plass i klasserommet og hver studentgruppe fikk en bærbar PC. Jeg fikk ta i bruk Cabri, mens lisensene til Scientific Workplace var for dyre til at vi kunne kjøpe dette programmet.

I det neste studieåret, det vil si det studieåret som er omtalt under, var premissene klarere fastlagt på forhånd. Vi unngikk derfor diskusjoner om utstyr og programmer, men det fantes altså en del begrensninger i programmer og utstyr.

Også i studieåret 03-04, da vi gikk inn i det nye IKT-prosjektet, oppsto det diskusjoner om utstyr. På det tidspunktet hadde også tilgangen til skolens datalaboratorium blitt sterkt begrenset, da den i store deler av uka var leid ut til en annen av høgskolens avdelinger. Svak tilgang til utstyr og rom der man har kunnet drevet instruksjon og parallelle øvinger, har lagt begrensninger på i hvor stor grad vi kunnet følge opp alle våre intensjoner.

## **Forsøk med egen fagplan**

Da det var klart at jeg skulle undervise i ei ny MIK-klasse i studieåret 2002-03, ønsket jeg å utvide det pedagogiske perspektivet. Derfor søkte jeg om å få gjennomføre et forsøksprosjekt i matematikk grunnkurs. Det var mange beveggrunner for dette. Hovedgrunnen var et generelt ønske om å finne et undervisningsopplegg som gir mer engasjerte studentene enn vi hadde opplevd de senere årene. På dette tidspunktet lå de organisatoriske forholdene ved skolen godt til rette for å gjøre et slikt forsøk. For det første skulle jeg undervise ei klasse som skulle satse spesielt på bruk av

informasjons- og datateknologi. Dessuten skulle vi ta i bruk et nytt tilbygg der det er lagt godt til rette for aktiv bruk av bibliotek og datateknologi. Bibliotek med diverse arbeidsstasjoner, både med og uten PC-er, lesesaler med PC-er på arbeidspultene og grupperom, utgjør en integrert enhet, som vi kaller Læringstorget. Samtidig skulle vi få nye fine auditorier med godt teknisk utstyr. Forholdene lå godt til rette for nytenkning, og jeg sendte derfor inn en søknad der jeg presenterte mine tanker. Oppsummert så de slik ut:

1. Ønske om å prøve ut undervisningsformer som er mer i tråd med nyere ideer i skoleverket enn de vi tradisjonelt har brukt ved LUH. Problembasert læring vil være et gjennomgående prinsipp. Prosjekter, storyline-metodikk og problembaserte temaopplegg vil bli prøvd ut.
2. Håp om at disse undervisningsformene kan virke motiverende på studentene og dermed bidra til økt aktivitet i faget.
3. Håp om at opplegget vil styrke studentrollen på bekostning av elevrollen.
4. Håp om at studentene etter hvert kan delta mer aktivt i planlegging av læringsaktivitetene.
5. Ønske om å gjøre forsøk med vurderingsformer som er i tråd med det vi kan forvente i den nye lærerutdanninga, og som vil bli iverksatt fra og med studieåret 2003/04. Hovedpoenget er at vurderingen i større grad enn før skal ta hensyn til det arbeidet studentene har utført gjennom studieåret.

I tillegg til å satse på disse prinsippene, ønsket jeg å innføre flere obligatoriske arbeider enn vi hadde operert med tidligere. De obligatoriske innleveringene skulle legges i elektroniske mapper og brukes som materiale for muntlig eksamen. Jeg tok sikte på en fire timers skriftlig eksamen og en muntlig eksamen. Den skriftlige delen skal telle 60 % og den muntlige 40 % av den endelige karakteren.

Søknaden ble innvilget, og jeg utformet så en egen fagplan for grunnkurset i denne klassa.

## Organisering av studiet

Våren 2002 bestemte vår avdeling at studiet i første studieår skulle periodiseres, slik at hvert fag i størst mulig grad skulle få tiden alene i sine tildelte perioder. Grunnkurset i matematikk ble tiltenkt seks perioder à 2 uker. Dette passet meg godt, da denne ordningen gir gode muligheter til å arbeide prosjektrettet.

Opprinnelig tenkte jeg meg at alle obligatoriske arbeider skulle være gruppearbeider. Senere bestemte jeg meg for å innføre to typer arbeider, en gruppeoppgave og en individuell oppgave.

Gruppeoppgavene besto av følgende elementer:

- En prosjektpreget oppgave.
- En problemoppgave.
- En beskrivende oppgave, gjerne historisk.

De individuelle oppgavene gikk ut på å utforme et undervisningsopplegg for et klassetrinn i grunnskolen, knyttet til det temaet som blir behandlet i prosjektoppgaven. Med disse forutsetningene på plass satte jeg opp følgende oversikt over temaer og obligatoriske arbeider:

Periode	Rapport (gruppearbeider)	Undervisningsopplegg (individuelle arbeider).
1	Temaoppgaver om tall, tallsystemer og tallteori.	Innføring av tallsymboler. Posisjonssystemet.
2	Storylineopplegg om kombinatorikk og sannsynlighetsretning.	Enkel sannsynlighet.
3	Prosjekt om geometri.	Grunnfigurer. Areal- og volumbegrepene.
4	Tematisk oppgave i algebra.	Variabelbegrepet. Likninger.
5	Tematiske oppgaver om funksjoner.	Funksjoner. Ulike representasjoner
6	Prosjekt om statistikk.	Grafiske framstillinger. Frekvenser. Sentralmål.

## Nærmere begrunnelse for forsøket

### Krav om endringer

Blant norske studenter synes det å være en gjengs oppfatning at de tradisjonelle studiene er for mye preget av enveiskommunikasjon fra lærer eller foreleser til student. I arbeidet med den såkalte Kvalitetsreformen ble det lagt det stor vekt på endringer i organiseringen av selve studiet (KUF, 2001). I Stortingsmelding nr. 27 (2000-2001) kan vi blant annet lese følgende:

Utfordringen ligger i å organisere studier som balanserer faginnhold, gradenes oppbygning og læringsarbeidet på den mest hensiktsmessige måten slik at studentene lykkes med sine studier. Dette krever omfattende endringer i organiseringen av studiene, organiseringen av studienes innhold og gradsstrukturen. Nye studieordninger gir nye muligheter og utfordrende krav til nytenkning om studienes innhold, organisering av lærestoffet og formidlingen av dette.

Tidsbrukundersøkelser viser at for mange studenter bruker for få timer i uka på studiene. Manglende krav til oppmøte, deltakelse og anvendelse av tradisjonell sluttevaluering, slik vi ser i en del studier, stimulerer ikke til jevn studieaktivitet gjennom hele studieåret. Studentene må ta ansvar for å arbeide intensivt med tilegnelsen av kunnskap i løpet av studiet, men det er institusjonenes plikt å legge opp til studieløp som følger opp og stiller krav til studentene.

Ref.

Den situasjonen som er beskrevet her, passet dessverre også på matematikkstudiet ved vårt studiested, selv om forholdene har bedret seg gradvis de siste årene. Krav om flere obligatoriske arbeider har derfor vært et ønske fra ulike hold, også fra studentene selv. Flere obligatoriske arbeider er derfor en viktig del av forsøket. Også de andre klassene ble pålagt obligatoriske arbeider i hver matematikkperiode, men i min klasse utgjorde de obligatoriske arbeidene en større del av den totale arbeidsmengden enn i de andre klassene.

## Didaktiske vurderinger

Jeg hadde lenge følt behov for å integrere ulike didaktiske elementer i min undervisning på en mer systematisk måte enn tidligere. Noe hadde blitt gjort, mens det hadde vært vanskelig å få til andre ting.

### Generelle forhold

Konstruktivismen sier at vi mennesker konstruerer vår egen personlige forståelse av begrepene og at kunnskap derfor ikke kan overføres direkte fra lærer til student som om det skulle være en vare. Denne tesen tilsier at den studerende må få tid til å bearbeide materialet selv, noe som har ført til troen på andre arbeidsmåter i skolen enn de tradisjonelle, der læreren forklarte og eleven øvde. Ansvar for egen læring har blitt et slagord. Samtidig vet vi at det lett oppstår mange misforståelser, ikke minst i et fag som matematikk (Bradis, Minkovskii & Kharcheva, 1999; Breiteig, 1994). Sammen med teorier om læring som en sosial aktivitet (Vygotsky, 1978; Gallimore & Tharp, 1990; Wertsch, 1990; Säljød, 2001) peker dette fram mot undervisningsformer som legger vekt på gruppearbeid, dialog og faglige diskusjoner (Bell, 1993; Brown, 1997; Boaler, 1997; Seeger, Voigt & Waschescio, 1998). Mitt mål var å nærme meg disse idealene så langt det var praktisk mulig ut fra de rammeforholdene vi arbeider under på Hamar, og så langt som studentene og jeg personlig maktet å følge opp. I tillegg ønsket jeg å ta i bruk undervisningsopplegg som ligner mest mulig på de oppleggene jeg anbefaler brukt i skolen, noe som det er god støtte for i litteraturen (for eksempel Hefendehl-Hebeker, 1998).

Det var altså et konglomerat av ønsker, idealer, endring i rammefaktorer og andre forutsetninger som lå til grunn for utformingen av undervisningsopplegget. I tillegg kom det forholdet at jeg tidligere hadde prøvd ut lignende opplegg i ungdomsskolen. Jeg har tjenestegjort mesteparten av mitt yrkesaktive liv i dette skoleslaget (1970-1995, 1997-1998), og særlig de siste årene jeg jobbet i ungdomsskolen, forsøkte jeg å nærme meg de idealene som er nevnt over. Erfaringene var positive og har etter hvert gitt meg lyst til å følge opp også i rollen som lærerutdanner.



Vektlegging av egeninnsats fra studentenes side. Problembasert læring.

Ideer fra konstruktivismen og fra den sosiokulturelle innfallsvinkelen til læring, har ført til en reformbevegelse innen matematikdidaktikken. Nye ideer vil imidlertid alltid ha svakheter og en av de svakhetene reformbevegelsen har blitt tillagt, er at det legges for liten vekt på nødvendigheten av hardt arbeid for å kunne tilegne seg matematikk. Undervisningen kan lett bli for lekpreget. Man kan ikke tilegne seg matematisk kunnskap uten strev og innsats (Sfard, 2000; Devlin, 2000; Holm, 2002). Personlig mener jeg at læring blir mest effektiv når innlevelsen og graden av egeninnsats i selve innlæringsprosessen er høyest mulig. Dette kan best oppnås ved at studentene forsøker å trenge seg inn i stoffet på egenhånd, før læreren forsøker å "lære det bort" til dem. Ting sitter best når man finner ut av det selv.

Undervisningsdepartementet i USA iverksatte i 1999 en stor undersøkelse om undervisningsmetodene i ti land som hadde gode resultater i den såkalte TIMSS-undersøkelsen (Third International Mathematics and Science Survey). Rapport fra undersøkelsen ble lagt fram i fjor (Stiegler, 2003). Det viser seg at undervisningsmetodene varierer, men et fellestrekk synes å være at i de landene der resultatene er gode, blir elevene oppmuntret eller utfordret til å tenke selv. Best resultater er det i Japan, hvor problemløsning som metode er høyest utviklet. Det er en ganske sikkert en klar sammenheng mellom forståelse og forutgående tenkning i form av problemløsningsaktivitet (Mayer, 1991).

Det finnes imidlertid begrensninger. Den gjengse oppfatningen hos konstruktivistene kan ofte synes å være at studenter gjennom problemløsning og utforskning skal gjenoppdage tidligere utviklet matematikken, eller at de skal skape sin egen matematikk (Orton, 1992). Matematikk er imidlertid et fag som er utviklet gjennom flere årtusen, og det er ikke realistisk å tro at vanlige studenter skal make å gjenoppdage særlig mye av denne, ofte høyt utviklede, kunnskapen. Utfordringen blir derfor at kunnskapen skal konstrueres, samtidig som den må betraktes å være ferdig konstruert. Vi står altså overfor mål som er tilsynelatende selvmotsigende (Steinbring, 1998). Min måte å løse dette på, har vært å la

studentene arbeide seg framover så langt de har kunnet, for så å tre støttende til etter hvert. Dette skjer gjennom individuell veiledning eller gjennom veiledning av grupper. På et passende tidspunkt samler jeg klassa og hjelper studentene gjennom de vanskeligste stegene. På det tidspunktet har de som oftest satt seg så godt inn i problematikken at de kan bidra med egne tanker og kunnskaper, og forhåpentligvis kunne ta poengene uten altfor store vansker.

## **Arbeidsformer**

Et av målene med prosjektet har vært å ta i bruk undervisningsformer som ligner mest mulig på de undervisningsformene studentene vil møte og ta i bruk i sin framtidige rolle som lærere. Dette er ingen enkel målsetting å følge opp, for arbeidsformene i skolen er under stadig endring og utvikling, slik at det er vanskelig å vite hva som vil være mest relevant om en del år. Dessuten varierer dagens praksis fra skole til skole. I L97 legges det stor vekt på tema- og prosjektarbeid, men matematikkfaget har lett for å falle utenom dette mønsteret, slik at undervisningen i dette faget har forblitt tradisjonell. Med tradisjonell mener jeg da en undervisning preget av tavlegjennomgang og regneøvelser, mangel på diskusjon og klargjøring av begreper, med hovedvekt på rituell matematikk og ensidige krav til hukommelse. Med dette som bakgrunn er mitt opplegg å betrakte som et forsøk på å demonstrere hvordan jeg mener ting bør gjøres i skolen, mer enn som en illustrasjon på hvordan undervisningen i skolen faktisk er. Mitt siktemål var å forberede studentene på at man også i matematikkfaget skal ta i bruk nyere undervisningsmetoder.

Den arbeidsmetodikken som er beskrevet over, lar seg likevel enkelt kombinere med de nyere arbeidsmetodene som har vokst fram i skolen de siste årene. Ringstadbekk skole i Bærum har vært en foregangsskole når det gjelder prosjekt- og temabasert undervisning, og jeg støttet meg på dokumentasjon fra denne skolen under planleggingen av mitt opplegg (Bolstad, Bonde, Haugerud, Jacobsen, Raaum & Teigen, 2001).

For å få bredde i arbeidsformene opererte jeg med tre typer oppgaver innen det obligatoriske gruppearbeidet. Den ene oppgavetypen har vært konstruert slik at studentene skal kunne finne svar ved å gå til ulike kilder,

det være seg lærebøker, annen faglitteratur eller andre kilder som kan finnes i nærmiljøet. Den andre oppgavetyper har vært rene problemoppgaver der det har vært vanskeligere å få hjelp fra litteraturen. Den tredje typen oppgaver har vært rent beskrivende og med et historisk innhold.

Opplegget har stilt store krav til egeninnsats fra studentenes side. God tilgang til bibliotek og datautstyr har vært en forutsetning.

### Årsplan

Planen for året ble noe endret underveis. De fire første periodene ble gjennomført som opprinnelig planlagt, mens i de to siste fikk gruppearbeidene en litt annen form enn opprinnelig planlagt. Årsaken var at jeg i løpet av året fikk en del ideer om bruk av regneark, som jeg syntes passet godt inn i planen, og som ga oss anledning til å bruke regneark langt mer aktivt enn vi hadde gjort før. Den gjennomførte planen ser slik ut:

Hovedtema	Arbeidsform i gruppearbeidet.
Tall og tallteori.	Forhåndsdefinert tema.
Kombinatorikk og sannsynlighet.	Storyline med gitt tema.
Geometri.	Prosjekt uten forhåndsgitt tema.
Algebra	Forhåndsdefinert tema.
Funksjoner	Forsøk med reorganiserende bruk av Excel regneark.
Statistikk.	Bruk av Excel regneark på data hentet fra Internett (SSBs database).

I det følgende vil jeg gi kommentarer til noen av arbeidsformene.

### Prosjekter

I henhold til den mest brukte teorien for prosjektarbeid i skolen (Berthelsen, Illeris & Poulsen, 1985) skal utgangspunktet for et prosjektarbeid være et problem som så skal belyses best mulig. I den såkalt kritiske matematikken legges det stor vekt på det samme (Mellin-Olsen, 1984; Skovsmose, 1994). Problemene bør komme fra elevene selv og

gjenspeile forhold som de er interessert i. I praksis har det vist seg vanskelig i grunnskolen å følge opp de strenge kravene om problemorientering med påfølgende problemformulering. Prosjektene der har utviklet seg mer til å bli slik man bruker begrepet prosjekt i næringslivet, som et avgrenset arbeid av bestemt varighet. Jeg har forsøkt å ivareta problemaspektet i mine opplegg, men har ikke lagt avgjørende vekt på dette. Noen av prosjektene er derfor mer preget av å være temabaserte gruppeoppgaver.

Storyline-opplegg har svært mye til felles med prosjekter, også med hensyn til vurderingene over. Forskjellen er at i storyline dikter man opp personer og en historie der disse er involvert. Dette kan være spennende i grunnskolen.

### Bruk av regneark

Vi brukte regnearket til å studere funksjoner og i forbindelse med statistikk. Funksjoner ble studert på ulike måter, både nokså tradisjonelt og mer utradisjonelt. Med tradisjonelt menes her å lage grafer av gitte funksjonsuttrykk og å studere disse. I den mer utradisjonelle delen tok vi utgangspunkt i datatabeller, framstilte disse grafisk, fant funksjonsuttrykk som kunne passe og drøftet betydningen av disse. Arbeidsmetoden lå således nært opp til det som kalles matematisk modellering.

I statistikkdelen tok vi utgangspunkt i data fra Statistisk Sentralbyrå (kommunal statistikk). Ut fra dette studerte vi ulike sentral- og spredningsmål. Regnearket gir mulighet både til å beregne disse størrelsene ved å gjennomføre alle nødvendige beregninger, og ved å kommandere regnearket til å finne størrelsene automatisk. I det siste tilfellet er beregningsmåtene skjult. Vi forsøkte å gjøre begge deler.

Det kan trekkes fram mange mulige pedagogiske fordeler ved å bruke regneark eller andre matematikkprogrammer på de måtene som er beskrevet over. En oppsummering kan for eksempel se slik ut (Hillel, 1993).

Š Automatiske beregninger frigjør tanken for høyere tenkning.

- Š Middels og svake studenter får oppmuntring ved å se at de ikke behøver å være briljante i algebraisk manipulasjon for å kunne løse problemer.
- Š Inspeksjon av de underliggende algoritmene hjelper til å forstå operasjonenes natur.
- Š Muligheten til å konstruere nye operasjoner resulterer i bedre begrepsforståelse.
- Š Arbeid med slike systemer oppmuntrer til eksperimentering, noe som fører til hypoteseformuleringer, funn av mønstre, eksempler og moteksempler.

I hvert fall de to første og det siste punktet var relevante i vår sammenheng.

### De individuelle oppgavene

De individuelle oppgavene var didaktiske, og gikk ut på å lage undervisningsopplegg for et angitt klassetrinn i grunnskolen. Temaet for oppgaven var knyttet til samme tema som det øvrige arbeidet i perioden.

Eksamenssettene til grunnkurset i matematikk pleier å ha et ganske stort innslag av didaktiske oppgaver av denne typen. Min erfaring er at det har vært vanskelig å gi studentene god trening i å utforme slike undervisningsopplegg som oppgavene ber om. Ideelt sett skulle de få øvelse til dette i praksisperiodene, men det er sannsynligvis få studenter som får relevante erfaringer. Det er mange årsaker til dette. For det første er grunnkurset i matematikk lagt til 1. studieår, noe som gir plass til bare to hektiske praksisperioder. Mange studentgrupper vil oppleve å ha få matematikktimer i disse periodene. Enkelte studenter vil nesten ikke undervise matematikk i det hele tatt. Dessuten vet vi, som sagt over, at de undervisningsmetodene studentene møter i praksisperiodene, ofte skiller seg ut fra de idealene vi forsøker å formidle i lærerutdanninga. Å gi studentene bedre anledning til å jobbe med utforming av undervisningsopplegg enn det de har fått hos oss tidligere, var derfor et viktig delmål.

Studentene hadde god tilgang til faglitteratur og lærebøker for grunnskolen. De kunne altså få mange tips om undervisningsopplegg fra denne litteraturen. Dessuten hadde de god tilgang til Internett, og mange av studentene hentet metodiske tips og forslag til oppgaver derfra. Erfaringen var at de har laget grundige, detaljerte og fyldige opplegg, og med god struktur. Svakheten var en viss mangel på utforskende og problembaserte opplegg. Sett i lys av tidligere skoleerfaring, vanlig praksis i skolen og innholdet i tilgjengelige lærebøker, er ikke dette overraskende. Jeg anså det derfor som et viktig element i veiledningen å oppmuntre til å finne slike opplegg. Det samme ble vektlagt i den etterfølgende, skriftlige, vurderingen av innleverte arbeider.

### Innleveringsfrister. Arbeidets gang

Hver arbeidsperiode var på to uker. Frist for innlevering av de obligatoriske oppgavene var satt til onsdag i uke 2. De to siste dagene ble brukt til diskusjon og gjennomgang av andre oppgaver (se under).

### Forelesninger

Min klasse hadde tilbud om fellesforelesninger på samme premisser som de andre klassene på studiestedet. Tematisk sett var innholdet i undervisningen i alle klassene samordnet, slik at alle studentene kunne få like stor nytte av disse forelesningene. Den tradisjonelle innføringen i nytt stoff, samt repetisjon av mer grunnleggende matematikk, ble lagt til disse forelesningene. Det ble også gitt forelesninger i didaktisk teori, med temaer valgt på grunnlag av kravene i rammeplanen.

### Valgfrie oppgaver

De øvrige klassene fikk i hver matematikkperiode et arbeidsprogram som blant annet inneholdt et sett med oppgaver som ble gjennomgått i klasses timene. Min klasse fikk også et utvalg av de samme oppgavene og andre oppgaver. Arbeidet med disse oppgavene var frivillig, men i praksis ble det slik at de to siste dagene i perioden ble brukt til å arbeide med disse oppgavene. Dette ga anledning til faglig utdyping og til løpende oppsummering av teorien, ut fra hva studentene ønsket seg, og ut fra hva jeg selv følte som mest aktuelt.

## Oppgavegjennomgang, diskusjoner og faglige oppsummeringer

Siste del av hver periode ble satt av til sammenkomster i klassa hvor programmet ikke var definert i detalj, heller ikke tidsforbruket, men hvor hovedtemaet selvsagt var gitt. Det ble gitt stort rom for spørsmål og innspill fra studentene. Erfaringene viser at innholdet i timene i stor grad ble styrt av innholdet i de frivillige ekstraoppgavene, men av og til ble også andre ting som dukket opp underveis tatt opp.

Arbeidsformen under disse sammenkomstene ble lagt opp med dialog og diskusjon som ideal. Denne strategien kan begrunnes med konstruktivisk teori, men også mer spesifikt med hermeneutisk (Brown, 1997) og sosiokulturell teori (Säljö, 2001).

Hermeneutikk handler om tolkningskunst. Dersom studentene skal kunne konstruere sin egen forståelse av matematikk og deretter plassere denne forståelsen inn i en felles menneskelig forståelsesramme, må de delta i dialoger hvor det foregår utveksling av matematiske ideer og slutninger. På denne måten kan studentene tilegne seg det matematiske språket og hvordan det brukes. Det er lærerens oppgave å være modell og sette dem i stand til dette. Samtidig får læreren selv mulighet til både å utdype sin egen kunnskap og til å lære studentene bedre å kjenne. Begge parter har altså gjensidig nytte av dialogen.

I den sosiokulturelle teorien legges hovedvekten på et annet aspekt ved dialogen. Der er det samspillet mellom likeverdige dialogpartnere som plasseres i fokus. Konstruksjon av kunnskap betraktes som et felles prosjekt der hver enkelt deltaker bidrar ut fra egne kunnskaper og forutsetninger. Ifølge denne teorien er kunnskap i seg selv et sosialt fellesfenomen. Forskjellen mellom de to perspektivene, er at i den første varianten får læreren en mer sentral rolle. Læreren representerer kulturen og får ansvaret for å introdusere et utvidet perspektiv for studentene. I praktisk yrkesutøvelse kan det være nyttig å ha med seg begge perspektivene. Det vil gi rom for ulke typer innspill og diskusjoner. Dette kan oppsummeres slik (Bussi, 1998):

Konstruktivistisk diskusjon. Prinsipper:

- Š Oppmuntre elevene til å stille sine egne spørsmål.
- Š Venne elevene til å håndtere enighet/uenighet uten at læreren dirigerer.
- Š Få elevene til å akseptere at læreren skjuler sin kunnskap for å la diskusjonen fortsette.
- Š Elevene bruker en metakognitiv strategi, å huske ting sammen, å lokalisere dem i klassens historie.

Noen elever vil internalisere dialoger med læreren.

Balanserende diskusjon:

- Š Har sosialisering og kollektiv evaluering av individuell problemløsning som mål.
- Š Finner sted noen dager etter problemløsninga.
- Š Prototyper av løsninger trekkes fram.
- Š Standardprosedyre:
  - Første akt (sann balanse): Individuell presentasjon og kollektiv vurdering av ulike løsninger.
  - Andre akt (prosess): Individuell rekonstruksjon av problemløsningsprosessen.
  - Tredje akt (ny læring): Kollektiv oppsummering av hva som er lært.
  - Fjerde akt (institusjonalisering): Utforming av offisiell status for det nye som er lært.

Eksempler på kommunikative strategier.

- Š Å generalisere elevutsagn som viser til spesifikke eksempler. Enkelte elever vil da se det generelle, mens andre fortsatt er avhengig av det konkrete eksempelet. Dette eksempelet danner ei bro som gjør at alle kan forstå kommunikasjonen.
- Š Det motsatte.

Ref. (forkortet).

Jeg har forsøkt å følge disse prinsippene så langt det er mulig.



## **Bruk av IKT**

Datautstyret ble brukt på to måter, som kommunikasjonskanal og som arkiv. Vi brukte nettprogrammet ClassFronter og hver enkelt student fikk tilgang til programmet. Arbeidsprogrammer, beskjeder, eller eventuelle fasiter eller faglige råd og innspill, kan legges inn der. Vi hadde også mulighet til å bruke diskusjonsforum og pratekanaler, men dette ble det lite av i praksis. Derimot ble e-post flittig benyttet. Studentene hadde også mulighet til å nå meg på mobiltelefon, og det var i praksis denne metoden som ble brukt mest når de hadde behov for å få tak i meg til veiledning. Dette er raskt, og de kunne være nokså sikre på at de nådde meg.

Obligatoriske arbeider ble levert elektronisk. Dette skulle i prinsippet skje ved at studentene selv la sine besvarelser inn i innleveringsmapper i ClassFronter. På grunn av en del tekniske problemer ble en del besvarelser sendt via e-post. Jeg la da selv besvarelsene inn i CF. Alle besvarelser ble kommentert skriftlig. Jeg lastet dem ned i Word, skrev kommentarer og la den kommenterte versjonen i innleveringsmappa. Mappa inneholdt altså to versjoner av hver besvarelse, en original og en kommentert utgave. Den kommenterte utgaven ble også sendt som e-post til hver enkelt student. Gruppebesvarelsene ble sendt til alle på gruppa, den individuelle besvarelsen til den enkelte.

## **Eksamen**

Sluttvurderingen besto som tidligere nevnt av to deler, en muntlig og en skriftlig eksamen. Under den muntlige delen ble stoffet det kunne eksamineres i, hentet fra mappa med obligatoriske arbeider. Hver enkelt kandidat ble altså bedt om å redegjøre for én eller flere oppgaver som var utført og lagt i mappa. Den skriftlige eksamensprøva gikk over fire klokketimer. Den muntlige delen telte 40 % og den skriftlige 60 % ved fastsetting av den endelige karakteren.

De øvrige klassene ved LUH hadde hatt et mer tradisjonelt opplegg, men også de hadde obligatoriske innleveringer gjennom året. Alle klasser hadde muntlig og skriftlig eksamen etter samme mønster som over. Jeg tok opprinnelig sikte på å bruke samme skriftlige eksamen som de øvrige klassene, selv om min klasse fulgte et annet opplegg og mine studenter

hadde brukt mindre tid på å løse tradisjonelle oppgaver. Bak dette valget lå det en hypotese om at mer selvstendig arbeid skal gi studentene økt kompetanse i å løse problemer (Boaler, 1997). Jeg ville gjerne prøve ut denne hypotesen, og anså det ikke som noe stort problem om eksamen skulle inneholde oppgaver som studentene ikke hadde hatt anledning til å drille eksamensstoffet spesielt mye på på forhånd.

Til syvende og sist ble det likevel slik at jeg laget et eget oppgavesett til mine studenter. Hovedårsaken var et klart uttrykt ønske blant noen av studentene om å få bruke PC under eksamen. Jeg benyttet da sjansen til å legge inn en regnearkoppagave i eksamenssettet. Denne oppgaven måtte studentene besvare elektronisk, mens det var frivillig om man ville føre de andre oppgavene elektronisk eller på papir.

## **Utdrag fra noen av arbeidsprogrammene**

Under er gjengitt deler av tre arbeidsprogram. Bare de obligatoriske oppdragene er tatt med. En del generell informasjon, frivillige oppgaver og oversikt over forelesninger er sløyfet.

### 1. Kombinatorikk og sannsynlighetsregning. Arbeidsoppdrag.

#### Arbeidsprinsipper:

Temaoppgaver, prosjekter og storylineopplegg løses gruppevis og leveres samlet (som gruppeoppgave).

Utarbeidelse av undervisningsopplegg gjøres individuelt.

Problemoppgaver og øving på tidligere eksamensoppgaver kan løses individuelt eller i grupper. Løsninger *kan* leveres (frivillig).

Arbeidet kan gjøres der studentgruppene selv ønsker å være.

Studentene må selv finne oppslagsverk eller andre kilder til å belyse problemstillingene med. (Ofte vil lærebøkene være den mest sentrale kilden.)

Lærer er tilgjengelig på klasserom eller på sitt kontor i de fleste timeplanlagte timer. Lærer skal da være oppkoblet på nett. Studentgrupper og lærer kan kommunisere via ClassFronter, vanlig e-mail eller via telefon. (623 17719 eller 48 25 86 96).

Klassa møtes etter avtale for å drøfte felles problemer.

De to siste dagene i perioden brukes til at grupper og enkeltpersoner presenterer sine besvarelser

§ faglige diskusjoner

§ faglig oppsummering.

#### A. Gruppeoppgaver.

Gruppene skal denne gangen lage et **storyline-opplegg**. Dette går ut på at man dikter opp en del mennesker, for eksempel 4 stykker, for så å følge dem over en viss periode. I vårt tilfelle kan vi tenke oss enten en familie med foreldre og et par halv voksne barn, eller en vennegjeng som treffes ofte. I denne gruppa skal det være noen spillegale personer, og kanskje også en eller annen som er svært betenkt på det pengeforbruket som går med til spillene. Det spilles på Lotto, vanlig forballtipping og på travløp (andre spill kan også tas med). Gruppa diskuterer ofte priser og sjanser. Den matematiske utfordringen blir å klargjøre nettopp disse forholdene, hvorfor ting koster det de gjør og hvor store sjansene er for å vinne. Er det forresten mulig å påvirke sjansene på noen måte?

#### Løs også følgende oppgaver:

##### Oppgave 1.

Tenk deg et spill som går ut på følgende:

Det kastes med to terninger og hver deltaker spiller mot en bank. Hver gang summen av terningene er 2, 3, 4, 10, 11 eller 12 får spilleren tilbake en og en halv ganger innsatsen. Dersom resultatet er 5, 6, 7, 8 eller 9, får banken innsatsen.

Mener du spillet ville lønne seg for banken i det lange løp, eller ville den tape penger på det?

Tips:

For å løse oppgaven bør man starte med følgende:

Tenk dere at dere kaster med to terninger. Lag en oversikt over alle mulige resultater, dvs. summer, man kan få på et kast og hvordan man kan få dem. Lag så en oversikt over hvor stor sjanse det er for å få hvert enkelt resultat (dvs. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 eller 12).

(Obs! Vi regner det som to ulike resultater dersom dere først får for eksempel en 2-er på første terning og 3-er på den andre, og så en 3-ere på den første og en 2-er på den andre. Dersom vi får samme antall øyne på begge terningene, for eksempel to 5-ere, ser vi ikke forskjell på terningene, så da er det bare ett mulig resultat.)

Oppgave 2.

Finn fram litteratur eller opplysninger på Internett om **Blaise Pascal** og fortell det dere finner om hans arbeid med sannsynlighet og bruk av den såkalte Pascals trekant (som har blitt brukt av andre enn ham før hans tid, men til litt andre formål).

B. Individuell oppgave.

(Før dere gjør ferdig dette opplegget, kan det lønne seg å se på noen av oppgavene under og å følge noen fagforelesninger.)

Lag et undervisningsopplegg for ei 9. klasse i ungdomsskolen der formålet er at elevene skal lære seg det mest grunnleggende om sannsynlighet. (Hvor mye som skal læres, vil dere finne i L97 og i lærebøker for ungdomsskolen).

Følgende elementer bør være med i besvarelsen:

Noen tanker om grunnleggende metodikk (for eksempel gjennomgang på tavle – øvinger (deduktive metoder), spørrende undervisningsform, problembasert opplegg (induktive metoder).

Eventuelt andre metodiske grep (kartlegging eller lignende).

Konkretisering av oppleggende i form av hva som skal gjennomgås, oppgaver som skal gis, problemer som presenteres osv.

Gjerne også litt om tidsforbruk (men dette er ikke vesentlig).

Helst: litt begrunnelse for valg av metoder.

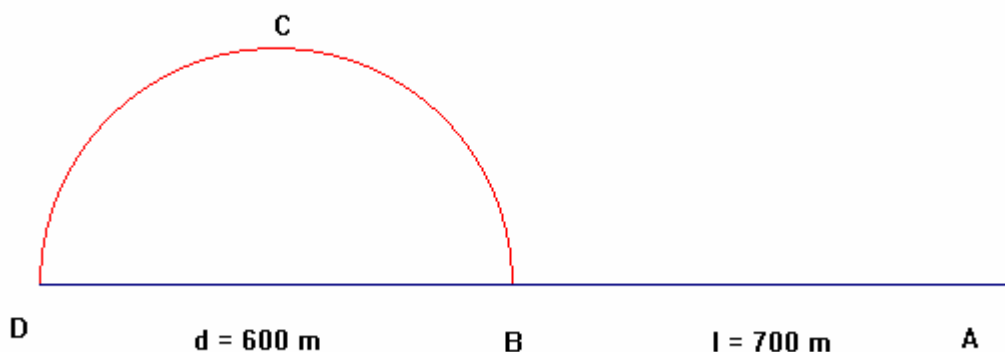
Ref.

## 2. Funksjoner.

### Gruppeoppgaver.

#### **En tenkt fottur**

Tenk dere at dere går en fottur langs stier som går omtrent som på figuren under:



Dere går fra A til B, deretter langs halvsirkelen  $BCD$  og så rett tilbake fra  $D$  til A.

Hvor langt har dere gått da?

La oss generalisere dette. Vi tenker oss at  $AB$  hele tiden er 700 m, men lar radius på sirkelen variere, slik at  $BD$  kan variere i lengde.

Vis at strekningen vi går blir:  $S = r(2 + \pi) + 1400 \approx 5,14r + 1400$

Lag en tabell og en grafisk framstilling i Excel som viser hvordan strekningen varierer med radius i sirkelen.

Som dere vil se, gir formelen  $S = 5,14r + 1400$  ei rett linje når den framstilles grafisk.

Hva er stigningsforholdet for linja?

Hvor skjærer den y-aksen (S-aksen)?

### **Stoppstrekning ved bilkjøring**

Under kjøring er det viktig å holde en fornuftig avstand til bilen foran seg. En mye brukt regel er å se etter når bilen foran deg kjører forbi et fast punkt (en stolpe, et hus e.l.) og så etter om det går minst 3 sekunder før du passerer samme punkt. Tiden måles ved å lese 1001, 1002, 1003, for man regner med at det går omtrent 1 sekund for å telle hvert tall. Nå skal vi forsøke å vurdere om denne regelen er fornuftig eller ikke.

Et forskerteam målte en gang hvor langt en bil brukte på å stoppe når det oppsto en spesiell hindring. Stoppstrekningen ble delt i to, en del som målte hvor langt bilen kjørte før sjåføren rakk å trække på bremsen, og en del som målte hvor lang bremsestrekningen var. Den totale stoppstrekningen er altså summen av disse to. Gjennomsnittet av en del målinger ga følgende resultat:

<b>Fart m/s</b>	<b>Reaksjons- avstand (m)</b>	<b>Bremse- strekning (m)</b>	<b>Total stopp- strekning (m)</b>
8,9	6,7	6,1	12,8
11,2	8,5	8,5	17,1
13,4	10,1	12,3	22,4
15,6	11,9	16,0	27,9
17,9	13,4	21,9	35,4
20,1	15,2	28,2	43,4
22,3	16,8	36,0	52,7
24,6	18,6	45,3	63,9
26,8	20,1	55,5	75,6
29,1	21,9	67,2	89,2
31,3	23,5	81,1	104,5
33,5	25,3	96,9	122,2
35,8	26,8	114,6	141,4

Lag en graf som viser sammenhengen mellom *farten* og *reaksjonsavstanden* (hvor langt sjåføren kjørte før han rakk å tråkke på bremsen). Grafen skal presenteres i Excel.

Legg inn en *lineær* trendlinje. Sørg for at formelen også vises.

Hvorfor er det naturlig å anta at denne sammenhengen er lineær?

Lag så en graf som viser sammenhengen mellom *farten* og *bremsestrekningen*.

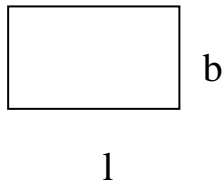
Dere ser med en gang at denne sammenhengen ikke er lineær. Legg inn en *polynomformet* trendlinje. Be også her programmet om å vise formelen for trendlinja.

Klarer dere å finne en årsak til at denne sammenhengen ikke er lineær (2.-gradsfunksjon)?

Lag til slutt en graf for sammenhengen mellom *farten* og *den totale stoppstrekningen*. Finn formel og vis at den siste grafen er (tilnærmet) lik summen av de to foregående.

Ut fra den siste formelen kan vi nå argumentere for at regelen som er omtalt i første del av denne teksten, ikke holder mål, spesielt hvis hastigheten blir høy. (Farten i km/t finner dere ved å gange farten målt i m/s med 3,6.) Hvorfor kan vi trekke den konklusjonen? (Tenk litt på hvordan formlene i 2 og 3 måtte sett ut hvis regelen skulle vært riktig.)

### Størst mulig areal



Arealet av et rektangel er:  $A = l \cdot b$

Omkretsen er:  $O = 2l + 2b$ .

Hvis vi bruker den siste formelen til å uttrykke bredden ved hjelp av omkretsen og lengden, får vi at

$$b = \frac{O - 2l}{2}$$

Dette kan vi sette inn i uttrykket for arealet, og vi får da at

$$A = l \cdot \frac{O - 2l}{2} = \frac{O}{2} \cdot l - l^2$$



La oss nå tenke oss at vi skal lage en rektangulær innhengning av 200 m materiale ( $O = 200$  m). Da vil arealet bli

$$A = 100l - l^2$$

Dette arealet vil variere ettersom hvor langt (eller bredt) vi lager rektangelet.

Lag en verditabell og en grafisk framstilling av hvordan arealet varierer med lengden av rektangelet. (Legg merke til at  $l$  kan variere mellom 0 og 100).

Kunne vi sett av formelen over at vi får en parabel? Dessuten:

Hvor går aksene til parabellen?

Hvor stort er det maksimale arealet, og hvordan ser innhengningen ut da?

Hvorfor kunne vi se av formelen at parabellen vender nedover?

Gjør om uttrykket over til et fullstendig kvadrat og vis at det har et maksimum lik 2500 for  $l = 50$ .

### **Provisjonssalg**

En bokselger har en fastlønn på 10 000 kr per måned. I tillegg får han 500 kr for hvert bokverk han selger.

Sett antall solgte bokverk =  $x$  og lag en formel som viser hvor mye han tjener,  $y$ , per solgte bokverk.

Lag en verditabell og en grafisk framstilling av funksjonen  $y$ . Hvilken type funksjon er dette?

Legg inn en trendlinje med formel og se om den stemmer med den opprinnelige formelen.

## Gjærceller i kultur

(Oppgaven bør passe spesielt godt for trøndere og hedmarkinger).

Dere ser her en tabell over hvordan antall gjærceller utvikler seg i en sukkerholdig kultur.

Lag en grafisk framstilling av dataene i tabellen (Excel) og forsøk å forklare hvorfor grafen har den formen dere ser. Kjenner dere noen andre fenomener som utvikler seg på samme måten?

Tid timer	Gjærceller (Ukjent enhet)	Dersom dere forsøker å lage en trendlinje her, vil dere oppdage at programmet ikke klarer å lage noen god tilnærming med tilhørende formel. En tilnærmet riktig formel er av formen
0	9,60	$y = \frac{a}{1 + ke^{-b(t-c)}}$
1	18,30	
2	29,00	
3	47,20	
4	71,10	
5	119,10	
6	174,60	
7	257,30	
8	350,70	
9	441,00	
10	513,30	<p>Opplysning: Den formen for utvikling som vises her, kalles <i>logistisk vekst</i>. Den har stor betydning innenfor bl.a. biologien.</p> <p>Et annet eksempel på logistisk vekst er en spådom om befolkningsutvikling i USA som ble gjort omkring 1920. formelen ser slik ut:</p> $P(t) = \frac{197\,273\,522}{1 + e^{-0,03134(t-1914,32)}}$
11	559,70	
12	594,80	
13	629,40	
14	640,80	
15	651,10	
16	655,90	
17	659,60	
18	661,80	

### Individuell oppgave

Under matematikk for 8. klasse i L 97 står blant annet følgende under avsnittet for grafer og funksjoner:

I opplæringen skal elevene

- øve seg i å lage grafer som beskriver situasjoner og sammenhenger i dagliglivet, og tolke resultater.

Lag et undervisningsopplegg som egner seg for å oppnå dette målet.

### 3. Statistikk

#### Gruppeoppgaver

##### Oppgave 1

I et eget vedlegg vil dere finne et regneark med data over en del økonomiske fakta i utvalgte kommuner i Hedmark. Jeg har også laget en del beregninger som dere kan bruke som eksempler. Først har jeg regnet litt på rammeoverføringer fra Staten, dernest har jeg sammenlignet skatteinntekter med de totale frie inntektene per innbygger i de samme kommunene.

Se gjennom kapittel 11 i Matematikk 2 og gjør dere kjent med følgende begreper:

Diskrete data

Kontinuerlige data

Klassedeling – frekvenstabell

Histogram

Ulike diagramtyper

Sentralmål:

Gjennomsnitt

Median

Kvartil

Spredningsmål

Variasjonsbredde

Midtspredning

Gjennomsnittsavvik

Normalfordeling og standardavvik

## Korrelasjon

### (Hypotesetesting)

Lag en analyse av andre faktorer (kolonner) i tabellen over kommuneøkonomien (se regnearket). Ulike sentralmål og spredningsmål, samt histogram, skal være med i analysen.

Sammenhold ett eller flere par av faktorer, lag punktdiagram, sett inn trendlinje og finn korrelasjonen mellom faktorene.

## Oppgave 2

Lag en egen statistikk og gjør tilsvarende analyser som i oppgave 1. Dere kan velge tema fritt, men dersom dere er interessert i å bruke offentlig statistikk, kan dere se på <http://www.ssb.no> (Statistisk sentralbyrå). Dersom dere har lyst til å jobbe mer med kommunal eller fylkeskommunal økonomi, finner dere det på

<http://www3.ssb.no/Statistikbanken/Database/Koetra%202001/Koetra.asp>

Gi også en vurdering av resultatene. (Er de som forventet, overraskende, helt uventede osv?) Dere kan også komme til å trenge sida som heter <http://www.ssb.no/emner/02/02/folkendrkom/tabell02.html> .

### Oppgave 3

Lag en liten biografi om *Abraham de Moivre* og gjør kort rede for hvilken betydning han har hatt for sannsynlighetsregning og statistikk.

#### **Individuell oppgave**

I L97 for 7. klasse finner vi følgende formulering:

I opplæringen skal elevene gjøre flere erfaringer med data, med å finne fram til hensiktsmessig gruppering når det er aktuelt, og med å bruke søyle- og sektordiagram.

Lag et undervisningsopplegg for dette.

#### Besvarelsene

De innleverte produktene var hele tiden av høy kvalitet, med unntak av de første famlende forsøk på å lage undervisningsopplegg. Jeg lot bevisst være å styre de første forsøkene på å lage slike opplegg for mye. Derimot forsøkte jeg å gi fyldige kommentarer til besvarelsene. I disse kommentarene argumenterte jeg for problemorientert undervisning som et ideal, noe jeg også gjorde i plenumsforelesninger i didaktikk. Klassa ble etter hvert flinke til å lage undervisningsopplegg, og noen av dem ble senere utprøvd i en av praksisperiodene. I løpet av året lærte de også om undervisningsplanlegging i pedagogikk, noe de også trakk veksler på. Gruppearbeidene var hele tiden fyldige og gode, og bruk av edb ga studentene mulighet til å lage spennende og varierte besvarelser.

#### Bruk av datateknologien

Forkunnskapene i bruk av PC varierte sterkt innen klassa. Flertallet av studentene var fortrolige med teknologien uten å være superbrukere, mens én av studentene knapt hadde brukt et tastatur. Vedkommende overveide derfor å gå over til en annen klasse, men bestemte seg etter første periode å fortsette. Vi hadde også en person i klassa som måtte sies å være dataekspert, og som ble en viktig ressursperson i klassa.

Klassa lærte fort å bruke formeeditoren i Word, og allerede i de første innleveringene fikk jeg inn besvarelser med kombinasjon av tekst, tabeller, bilder, figurer av ulike slag og koblinger til internettsider. Senere tok vi også i bruk Cabri, slik at studentene kunne kopiere inn konstruksjoner derfra. I andre sammenhenger lærte de å bruke PowerPoint, og en del studenter leverte besvarelser i dette formatet. Noen av gruppene fikk også anledning til å bruke dette programmet i praksisukene i skolen.

I andre semester brukte vi mye tid på Excel regneark. Etter egen vurdering ble dette en spesielt vellykket del av studieåret, både fordi flertallet av studentene ble flinke til å bruke programmet, og fordi jeg synes vi maktet å bruke programmet på en slik måte at det ga en utvidet perspektiv på deler av faget; en reorganiserende bruk, slik som vi ønsket fra starten av prosjektet.

### Hva som fungerte dårligst

Hver arbeidsperiode ble avsluttet med samling i klassa, for å oppsummere det faglige innholdet, avklare uklarheter, trekke forbindelser til annet fagstoff og ellers ta opp ting som måtte være aktuelt. Disse timene fungerte for så vidt utmerket, men oppmøtet var ikke alltid så godt som ønskelig. Grunnen var sannsynligvis at mange av studentene følte seg ferdig med stoffet og ikke så helt vitsen med å tygge mer drøv på det. De fleste er vel heller ikke vant med den slags oppsummeringer og diskusjoner fra skoletiden. Mitt inntrykk er imidlertid at de som møtte opp til disse timene hadde godt utbytte av dem.

### Eksamensresultater

Resultatene til muntlig eksamen var svært gode, kanskje bedre enn de nøkternt sett burde vært. Dette skyldes nok eksamensformen, der studentene fikk legge fram arbeider som de hadde arbeidet mye med og som de derfor kjente svært godt. Ved skriftlig eksamen ble resultatene dårligere, men også der var det samlede resultatet bedre enn hva som har vært vanlig ved LUH de seneste årene. Det var en håndfull svært gode resultater, men fire av studentene strøk. Samlet sett lå resultatet i klassa et stykke over de øvrige klassene, men det vil være uriktig å sette disse resultatene opp mot hverandre. De andre klassene fikk et annet

oppgavesett, der arbeidsmengden nok var noe større, og der spesielt en av oppgavene viste seg å være vanskelig. Det er derfor grunn til å tro at det var forskjeller i eksamenssettene mer enn ulikheter i undervisningsoppleggene som forklarer forskjellene i resultater. Dette behøver ikke bety at opplegget ikke har hatt noen positiv effekt, bare at den tradisjonelle skriftlige eksamen ikke er spesielt godt egnet til å fange opp virkningene av opplegget. Jeg har heller ikke hatt tilgang til data som kan brukes til å sammenligne eventuelle forskjeller i forkunnskaper i MIK-klassa og de øvrige klassene. Det er forøvrig liten grunn til å tro at disse forskjellene var signifikante.

## **Erfaringer**

Klassa var lita og besto i starten av bare fjorten studenter. Gruppen hadde stor spredning i alder, og mange av studentene var godt voksne mennesker med mange typer av bakgrunn. I løpet av året vokste klassa til et par og tjue på grunn av overgang fra andre klasser. Grunnen syntes å være at arbeidsopplegget passet disse studentene godt. Det samlede resultatet var ei klasse med en variert og spennende sammensetning av studenter.

Innledningsvis la jeg vekt på å motivere studentene til å arbeide selvstendig og til å forsøke å arbeide seg inn i stoffet på egenhånd så langt som mulig. Klassa tok denne utfordringen på strak arm og vi fikk etablert et veldig fint arbeidsklima. Studentene ble flinke til å bruke ulike kilder, og samarbeidet i gruppene var veldig godt, selv om det av ulike grunner var en del gnisninger i et par av gruppene.

### Veiledning

Det var en sentral idé i opplegget at studentene, både under gruppearbeidene og i de individuelle arbeidene, skulle søke veiledning når de syntes de hadde kommet så langt som de kunne på egenhånd. Selv om de syntes de kunne løse oppgavene på egenhånd, skulle de søke veiledning for å få en vurdering av det de hadde produsert.. Gruppene var selvsagt ikke like, og behovet for veiledning varierte, men opplegget fungerte fint hele året. Arbeidsformen ga meg anledning til å bli bedre kjent med alle studentene enn det jeg hadde opplevd i tidligere klasser, og veiledningen kunne tilpasses den enkelte.

## Oppsummering

Undervisningsopplegget som er beskrevet over hadde som siktemål å få til en balanse mellom flere ønsker:

- Š Å øke studentenes arbeidsinnsats og heve deres interesse for faget gjennom å
  - gi dem muligheter til mer selvstendig arbeid
  - øke mengden av obligatoriske arbeider
  - få systematiske tilbakemeldinger på utført arbeid.
- Š Å vektlegge veiledning og konstruktivistisk dialog som arbeidsmetoder.
- Š Å utnytte tilgjengelige læringsressurser, slik som bibliotek og dataverktøy, best mulig.
- Š Å lage undervisningssekvenser som kan virke som modell for videre yrkesutøvelse.
- Š Å gi studentene øving i å utarbeide undervisningsopplegg som er i tråd med vår didaktiske filosofi og som kan overføres til en praktisk undervisningssituasjon.
- Š Å bruke moderne, digitalt utstyr til å gi beskjeder, til kommunikasjon og til arkivfunksjoner.

Hensikten var ikke å prøve ut én bestemt idé eller én bestemt teori, men å skape et balansert opplegg som ivaretok flest mulig ønskede aspekter ved nyere tids tenkning innen matematikkdiraktikken.

### Studentenes vurderinger av opplegget

Avslutningen av vårsemesteret er gjerne oppstykket, og det er vanskelig å samle studentene. På det tidspunktet var jeg heller ikke klar over at jeg skulle skrive denne rapporten. Det kom derfor ikke til at jeg fikk gjennomført noen avsluttende studentvurdering av opplegget. Det eneste jeg kan legge fram er et par vurderinger gitt tidligere i studieåret:



*Nedenfor følger et lite vurderingsskjema for siste periode med matematikk. Det er umulig å lage skjemaet på en slik måte at spørsmålene passer inn i tankemåten til alle. Derfor er det viktig å gi kommentarer.*

Spørsmål		Svært bra	Bra	Nøytralt	Dårlig	Svært dårlig	Kommentar
Arbeidsvilkår	Fysiske forhold	4	7	1			Uvant arbeidsmåte Bra arbeidsforhold. Greit å få hjelp.
	Hjelp og støtte	4	8				
	Tilgjengelig litteratur	8	3	1			
Gruppearbeidet	Arbeidsmengde	2	9	1			Frustrerende innledningsvis. Utfordrende å disponere tiden. Oldtidstall litt for dominerende.
	Vanskegrad	2	9	1			
	Relevans	3	7	2			
Individuell oppgave	Arbeidsmengde	4	6	2			Usikkerhet første gang. Eksempler ville vært bra.
	Vanskegrad	4	7	1			
	Relevans	6	4	2			
Diskusjon	Relevans	5	4	3			Bra når man er trygg i klassen. Kunne vært mer.
	Læringseffekt	9	2	1			
Teori	Relevans	4	5	2	1		Tøff progresjon. Vanskelig teori.
	Læringseffekt	2	9	1			

Mitt bestemte inntrykk er at de positive holdningene holdt seg gjennom hele studieåret.

### Egen vurdering

Studentene i klassa startet med svært ulike holdninger til og følelser overfor matematikk. Noen av de flinkeste hadde gode forkunnskaper og hadde et positivt forhold til faget. Disse studentene fikk gode resultater, og jeg har grunn til å tro at de i løpet av året fikk utdypet sin forståelse av ulike emner innen faget.

Andre hadde en mer nøytral holdning til matematikken, mens noen uttrykte stor usikkerhet og delvis angst overfor faget. Flere mente at de aldri hadde fått tak på faget i skolen, og at de opplevde faget som problematisk. Spesielt gjaldt dette algebra, noe vi vet er vanlig blant svært mange mennesker (Curry et al., 1996; Ernest, 1988). Disse studentene ga på slutten av studieåret uttrykk for at angsten for faget var borte, og at de etter hvert hadde følelsen av at det burde være mulig å mestre ting de før hadde ansett for umulig. Et par av disse studentene strøk dessverre til eksamen, mens andre klarte seg bra. De som strøk har imidlertid senere gitt uttrykk for at de fortsatt ser optimistisk på muligheten for å komme videre.

Alt i alt synes jeg vi kom langt med hensyn på å oppfylle de intensjonene som er nevnt ved innledningen til dette avsnittet. Ved siden av å få gjennomført de praktiske arbeidsmålene, er det mitt klare inntrykk at studentene også kom ut av studiet med positive holdninger og en økt selvtillit overfor faget. I hovedsak føler jeg derfor at forsøket var vellykket.

## DEL 2 – IKT-PROSJEKT 2003-04

### **Bakgrunn for prosjektet**

Ved studiestart høsten 2003 fikk matematikkseksjonen ved LUH vite at vi skulle delta i et nytt IKT-prosjekt i regi av Høgskolen i Hedmark. Denne gangen skulle prosjektet omfatte alle klassene, også en såkalt desentralisert klasse på Otta. En av intensjonene var som tidligere nevnt å alminneliggjøre opplegget fra forgående års MIK-klasse.

#### Mangelfulle avklaringer

I premissene for tildeling av prosjektmidler var det sagt at matematikkfaget skulle prioriteres. Dette var for så vidt hyggelig, men det kom etter hvert fram at forventningene til matematikken var noe annerledes enn det vi på seksjonen trodde. Departementets krav om at vårt fag skulle prioriteres så ut til å være begrunnet i et utviklingsprosjekt som en av våre kolleger i Elverum arbeider med. Vår kunnskap om dette prosjektet var nokså begrenset, og innholdet i det gikk i en annen retning enn det vi hadde arbeidet med i våre MIK-klasser. Nå skal det sies at vi har fått lov til å utforme vårt arbeid i prosjektet ut fra våre egne premisser, men jeg føler at forventningene om hva som skal komme ut av prosjektet fortsatt spriker.

Vedtaket kom noe brått på oss, all den stund vi ikke hadde hatt noen mulighet til å ta hensyn til disse ønskene i de planene vi hadde lagt allerede på våren. Til alt hell hadde vi imidlertid allerede da bestemt oss for å bruke ClassFronter aktivt innen våre opplegg. Vi hadde riktignok ikke avklart hvorvidt alle klassene skulle ta i bruk elektronisk innleveringsmapper, men bruk av programmet som informasjonsmedium, oppslagstavle og kommunikasjonsmiddel var avklart. Vi ble fort enige om at vi skulle ta i bruk innleveringsmapper i ClassFronter i alle klassene, men at vi ikke kunne gjøre elektroniske innleveringer obligatorisk for studentene.

## Beskrivelse av vår del av prosjektet

### Deltakere

Allmennlærerstudentene ved LUH har matematikk grunnkurs i første klasse, med unntak av ei klasse med spesiell vekt på musikk, benevnt som 4Ad. Denne klassa har matematikk grunnkurs det fjerde studieåret. Alt i alt har vi omkring 150 studenter fordelt på fem klasser, hvorav altså én musikkklasse. I tillegg har vi de senere årene hatt en eller to desentraliserte kurs. I studieåret 03-04 har vi ei klasse på Otta, slik at alt i alt er det seks klasser som er involvert i prosjektet.

### Undervisningsopplegg

Også i dette studieåret er undervisningen i 1. klasse periodisert, med unntak av musikk-klassa, som har hatt løpende undervisning, uavhengig av de andre klassene. På grunn av kvalitetsreformen er undervisningstiden utvidet, og matematikkdelen er utvidet fra 12 til 15 uker. Faget har imidlertid blitt delt i to moduler med en fire timers skriftlig eksamen etter hver modul. Noe av den utvidede undervisningstiden går derfor med til eksamensforberedelser som tidligere var lagt til etter 1. mai, utenom de ordinære periodene.

Hver periode består av to uker. Studentene blir tilbudt fra 8 til 10 timer plenumsforelesninger per uke. Omtrent to tredeler av disse er rent faglige, mens resten omhandler didaktisk teori. Den øvrige tiden er delt mellom klesstimer og arbeidstimer med tilbud om veiledning, 8 – 10 timer av hver. I hver periode kan studentene levere en gruppeoppgave og en individuell oppgave. Det er et krav at hver student skal besvare minst tre slike oppgaver i hver modul, hvorav minst en skal være individuell. Ved siden av dette blir det i arbeidsprogrammet for hver periode gitt et sett øvingsoppgaver. Klesstimene brukes i hovedsak til å arbeide med disse oppgavene.

### Fagplanen

Nye rammeplaner for fagene i lærerutdanningen ble gjort gjeldende fra og med studieåret 03-04. Disse rammeplanene er langt mindre detaljerte enn de foregående, slik at de stiller hvert enkelt studiested friere med hensyn til

konkret innhold i hvert enkelt fag. Dette hadde som konsekvens at det var naturlig for oss å utarbeide en ny fagplan for grunnkurset i matematikk. Dette skjedde for øvrig i samarbeid med matematikkseksjonen ved studiested Elverum, LUE.

Det var imidlertid også andre føringer i den såkalte kvalitetsreformen som nødvendiggjorde en revisjon av våre fagplaner. Det gjaldt først og fremst kravene om modulisering og om supplerende vurderingsformer, det vil si vurdering som tar hensyn til studentenes arbeid i løpet av undervisningsåret. I tillegg kom det forholdet at vi skulle legge opp et kurs for lærere som var innvilget stipend for å ta etter- eller videreutdanning i matematikk. Noen av disse hadde en del matematikk i fagkretsen fra før, andre ikke. Av praktiske grunner ønsket vi å lage et kurs som kunne ivareta alle disse hensynene, slik at vi unngikk å måtte lage et eget kurs for stipendlærerne. Resultatet ble en deling i to moduler, med en avsluttende eksamen etter hver modul, og med et sett av oppgaver som skulle legges i mappe (se om obligatoriske krav i avsnittet over). Vi laget så en bestemt vektig mellom de i alt fire elementene som skal inngå i den endelige karakteren, to mappevurderinger og to firetimers skriftlige eksamener.

### Begrensninger i mulighetene for IKT-basert undervisning

Det er ikke helt klart hvilke forventninger som ligger i mandatet for prosjektet, men vårt inntrykk er at først og fremst dreier det seg om bruk av ClassFronter og i liten eller ingen grad om pedagogisk innhold for øvrig. Også denne gangen har dette ført til gnisninger om utstyr, da det fortsatt er ønskelig for oss å bruke dataprogrammene til å utvide det matematiske perspektivet. Vi anser etter hvert Cabri og Excel som integrerte deler av våre faglige opplegg, og repertoaret for bruk av disse programmene utvides gradvis. Dessuten er det fortsatt et ønske å kunne tilby studentene et generelt matematikkprogram, slik som Mathematica eller tilsvarende. Økonomien i høgskolen ser ut til å forhindre dette, så vi må være på utkikk etter gratis programvare. Vi burde også lære oss å bruke Internett som faglig kilde mer aktivt enn vi har gjort til nå. Det finnes mange gode matematiske nettsider, etter hvert også på norsk, slike som Matematikk.org og vårt eget Puggandplay (svartjeneste på nettet, kombinert med TV-sendinger, produsert ved LUH).

For oss i matematikkseksjonen er disse faglige aspektene ved bruk av edb mer interessant enn å bruke ClassFronter. Dette programmet inneholder riktignok moduler for diskusjon og utveksling av ideer, men vi mener at disse elementene ikke fullt ut kan erstatte personlige møter. I fjernundervisning vil det være naturlig å bruke disse modulene mer aktivt, men så lenge vi har studentene rundt oss, er det ikke så stort behov for å bruke dem. Bruk av ClassFronter som kommunikasjons- og lagringsmedium blir derfor for oss mer et teknisk arbeidsverktøy enn et faglig verktøy. For å kunne ivareta de faglige ønskene er vi avhengig av datautstyr i selve undervisningssituasjonen. Det er ikke fullt ut tilfredsstillende at studentene bare har tilgang til slikt utstyr når de arbeider på egen hånd. Etter en del diskusjoner fikk vi derfor satt opp PC-er i fire av klasserommene, og vi fikk to bærbare videokanoner til fritt bruk. Det følger ikke med vanlig skjerm til PC-ene, så vi er avhengige av å bruke videokanonene, noe som medfører at vi ikke kan bruke utstyret på mer enn to klasser samtidig.

Enkelte ganger er vi avhengige av å kunne samle ei klasse i et datalaboratorium med en PC for hver student og et lerret til å vise instruksjoner på. Skolen er godt utstyrt med slike fasiliteter, men de har i inneværende studieår vært bortleid til andre, slik at vi har hatt store problemer med å komme til. Dette har vært nokså frustrerende.

## **Muligheter for reorganiserende bruk av PC**

Det finnes mange muligheter for å kunne utnytte nyere elektroniske verktøy til å gå nye veier innen matematikken og matematikkundervisningen. I dag finnes det for eksempel et vell av spill og programmer for ferdighetstrening, og det finnes store mengder av nettsider med all den matematikken noen enkeltperson kan make å tilegne seg, og mye mer. Man kan finne nettsider der barn kan finne problemer og sende inn sine løsninger, eller sider der de kan sende inn spørsmål og få svar fra fagpersoner, slik som i Puggandplay. Nesten enhver læringsinstitusjon tilbyr fjernundervisningskurs via nettet, og etter hvert blir hele læreverk presentert i elektronisk form. Et eksempel på det siste er den norske „Vi på vindusrekka“.

Prinsipielt kan man som før nevnt si at det finnes to hovedtyper materiale, eller at et materiale kan brukes på to måter. Programmene kan enten brukes til å gjøre den samme matematikken som før, eventuelt forsterke virkningen av handlingene, eller man kan utvide det didaktiske repertoaret og se matematikken fra nye synsvinkler (Bigge & Shermis, 1991), det vi kaller reorganiserende bruk av verktøyene. I praksis vil nok ofte begge disse elementene være til stede samtidig, men mange programmer og nettsider er rent repeterende. Standardeksempelen på dette er drillprogrammer. Slike programmer var de første som kom, og mange har vært i bruk i skolen i mange år. Ulike matematikkspill bygger på de samme prinsippene. De vanlige nettsidene, herunder elektroniske lærebøker, inneholder heller ikke særlig mye annet enn ei vanlig lærebok, bortsett fra at det har blitt vanlig med dynamiske illustrasjoner og figurer.

Det er de generelle verktøyprogrammene som eigner seg best til å gjøre ting på en ny måte. Innen matematisk og naturvitenskapelig forskning har elektroniske hjelpemidler blitt uunnværlige. Innen lærerutdanningen er det selvsagt begrenset hva vi kan gjøre, men vi bør etter min vurdering føle oss forpliktet til gi våre studenter er liten smak på hva som finnes i verden rundt oss på dette feltet. La meg derfor gi noen eksempler på ting jeg mener vi kan og bør ha med i vårt grunnkurs i matematikk.

## **Funksjoner i regneark.**

Tradisjonelt har man i skolen konsentrert seg om å framstille funksjoner grafisk ut fra en gitt funksjonsforskrift. Regnearket gir mulighet til å arbeide motsatt, det vil si å finne (ofte tilnærmede) funksjonsuttrykk ut fra målte eller gitte data. Vi kan altså bruke regnearkene til enkel matematisk modellering. I praktisk forsknings- og utviklingsarbeid er dette den helt dominerende formen for matematisk virksomhet.

Man kan enkelt og raskt studere hvordan ulike funksjoner oppfører seg når parametrene endres.

## **Simuleringer i regneark.**

Simuleringer har blitt uhyre viktig innen teknikk og vitenskap. I dag her denne teknikken kommet så langt at man for eksempel kan simulere

hvordan en bil vil oppføre seg under en kollisjon. En enkel form for simulering som vi kan utføre i vårt grunnkurs, er å illustrere „De store talls lov“ innen sannsynlighetsregning. Dette kan gjøres ved å bruke tilfeldighetsfunksjonen i regnearket. Vi kan for eksempel simulere myntkast eller kast med terninger.

## **Statistikk, herunder regresjon, på regneark.**

Regnearkene har innebygde funksjoner for ulike sentralmål og spredningsmål. Dersom målet er å studere egenskapene til disse målene, kan det være greit å utføre beregningene raskt og effektivt. Om man så ønsker, kan man selvsagt også ved hjelp av regnearket gå gjennom beregningsprosedyrene skritt for skritt.

Man kan enkelt foreta såkalt regresjon ut fra punktdiagrammer i regnearket, for øvrig ved hjelp av den samme funksjonen som nevnt i første hovedpunkt.

## **Dynamisk geometri i Cabri.**

I Cabri kan man se hvilke strukturer som er stabile når en geometrisk konstruksjon endrer form. Man kan altså studere for eksempel geometriske steder på en ny og instruktiv måte.

Cabriprogrammet har også den egenskapen at man meget enkelt kan kopiere figurer derfra over til for eksempel Word.

Det finnes også programmer som tillater overføring av cabrikonstruksjoner til web-sider uten at dynamikken blir borte. Vi har ikke tatt i bruk denne teknikken ved LUH ennå, men vi blir nok nødt til å gjøre det ganske snart.

Funksjoner i særskilte graftegningsprogrammer eller i et generelt matematikkprogram.

I begge disse programtypene kan man enkelt studere egenskapene til forskjellige slags funksjoner. Lærerne ved LUH bruker Scientific Workplace (SW), men brukerlisensene for dette programmet er dessverre for dyre til at vi har kunnet tilby studentene å ta det i bruk.



I SW eller lignende programmer kan man også enkelt studere for eksempel derivasjon av funksjoner.

## **Sannsynlighetsregning i generelle matematikk-programmer.**

Programmer som SW har innebygde rutiner for nærmest alle typer beregninger, også av binomialkoeffisienter. Under beregning av hypergeometriske fordelinger kan regnearbeidet være omfattende, uten at man lærer så mye prinsipielt nytt av å utføre beregningene for hånd. Ved å la programmet utføre regnearbeidet, kan man lettere konsentrere seg om de strukturelle sidene ved oppsettene, ikke minst fordi man kan rekke over mange flere varianter på kort tid.

## **Algebra.**

Inntil nå har vi ikke brukt dataprogrammer til å studere algebra. Her finnes det imidlertid mange muligheter for å utvikle vår bruk av datateknologien.

## **Aktiv bruk av Internett.**

Som oppslagsverk. Dette gjelder både rent faglige ting og didaktiske tips, for eksempel til bruk under utarbeidelse av undervisningsopplegg.

Som kilde til å finne oppgaver, ikke minst problemoppgaver.

## **Drilløvelser.**

Mange av våre studenter har behov for ferdighetstrening. Vi burde ideelt sett kunnet tilby drillprogrammer til fri bruk for studentene. SW har for øvrig innebygd en modul for utarbeidelse av slike drilløvelser.

Man kan gjøre mange av de samme aktivitetene som er nevnt over på grafiske kalkulatorer. De har den fordelen at de er langt billigere enn en PC, de er enkle å ta med seg, og mange av studentene er vant med å bruke dem. De gir imidlertid ikke så god visuell oversikt som skjermbildet fra en PC. Dessuten forutsetter hovedmålene i vårt IKT-prosjekt at studentene skal bruke PC.

## Matematikkseksjonens arbeid innen IKT-prosjektet

Det mest sentrale i vårt arbeid er bruk av det internettbaserte programmet ClassFronter. Ved Høgskolen i Hedmark er det opprettet en link mellom dette programmet og det administrative programmet, slik at lister over studenter automatisk legges inn i ClassFronter. Hvert fag har fått tildelt sitt område, eller rom som det kalles i dette programmet, og så har hver enkelt klasse fått sine underrom. Tilgangen til disse rommene avgrenses til de personene som har tilknytning til faget eller klassa. I tillegg er det opprettet et fellesrom for vårt kull. Her har også øvingslærere i skolen fått tilgang.

### Vår bruk av ClassFronter

De elementene i programmet vi bruker mest aktivt er følgende:

- Š Bruk av programmet som informasjonskanal. Diverse ting legges inn i arkivmapper som er tilgjengelige for studentene:
- Š Fagplan og årsplan for undervisningen.
- Š Alle arbeidsprogrammer legges ut.
- Š Aktuelle faglige saker.
- Š Forelesningsnotater (alle didaktikkforelesningene).
- Š Linker til interessante nettsider.
- Š Bruk av programmet som oppslagstavle. Alle beskjeder til klassene eller til kullet legges inn i modulen for nyheter og beskjeder.
- Š Innlevering av oppgavebesvarelser.

For hver klasse er det opprettet innleveringsmapper for gruppebesvarelser og for individuelle besvarelser. Vi bruker altså ClassFronter som elektronisk mappe. Alle besvarelser er imidlertid ikke levert elektronisk. Studentenes ferdigheter varierer, og noen typer stoff er vanskeligere å lage i elektronisk form enn andre. Andelen besvarelser som er levert elektronisk varierer derfor fra periode til periode. Det varierer nok også hvor stort press lærerne i de ulike klassene har lagt på sine studenter for å få besvarelsene levert i ClassFronter.

Programmet er laget slik at lærerne kan bestemme hvem som får innsyn i mappene. Lærerne ser selv alle mappene, mens studentene ser bare de mappene som de har tilgang til, det vil si ei gruppemappe og ei individuell mappe.

Tilgangen til mappa kan reguleres tidsmessig, slik at dersom vi ønsker det kan vi stenge mappa når fristen for innlevering er ute.

### **Tilbakemeldinger på besvarelsen.**

Vi kan legge inn kommentarer som egne filer, eller vi kan bruke programmets eget kommentarfelt. Dette er knyttet direkte til den innleverte fila.

Vi har også lagt inn kommentarer i de innleverte dokumentene og lagt ut den kommenterte utgaven som egne filer.

### **Bruk av programmets e-posttjeneste.**

Hver student kan legge inn personlige opplysninger, blant annet e-postadresse. Alle studentene har for øvrig fått tildelt en studentmail-adresse. Bruk av denne tjenesten varierer fra lærer til lærer.

### Kontakt med øvingslærere

Øvrige deler av programmet har vært lite brukt til nå. Jeg tenker da på slike ting som prate(chat)- funksjonen, diskusjonsforum og fellesdokument. Vi har imidlertid inngått avtale med øvingslærerne om å ta i bruk noen av disse tjenestene i forbindelse med vårens praksisperiode. I denne praksisperioden skal studentene gjennomføre en prosjektoppgave. De skal da legge inn forslag til prosjektbeskrivelse i ClassFronter. Så skal øvingslærer og faglærer ved LUH gi sine kommentarer til forslaget. Dette vil da foregå i form av et diskusjonsforum der alle involverte kan følge med. Håpet er at tiltaket vil føre til et utvidet samarbeid mellom avdeling for lærerutdanning og øvingslærerne ute i skolen.

## Excel-oppgaver til skolebruk

Under et møte med noen av øvingslærerne kom vi inn på myndighetenes krav om bruk av regneark i skolen, og at eksamen i 10. klasse stiller krav om bruk av dette. Lærerne følte stor usikkerhet om hva de kunne bruke regneark til. Jeg ble oppfordret til å lage noen oppsett med ideer, noe jeg gjorde kort tid etterpå. Også her la jeg vekt på å bruke regnearket på en reorganiserende måte. Derfor laget jeg oppsett for lek med desimaltall, å finne mønstre i tabeller eller matriser, simulering av myntkast og terningkast, samt funksjoner. Filene er lagt ut på ClassFronter slik at alle øvingslærere kan se dem.

For kort tid siden, etter at dette arbeidet var gjort, var jeg til stede på et seminar der en person fra Læringscenteret orienterte om sine forventninger og krav til bruk av regneark i skolen. Deres forventninger var svært tradisjonelle og dreide seg i hovedsak om enkelt formelbruk i regnearket samt framstilling av diagrammer. Det ble blant annet sagt at man ikke kunne arbeide med funksjoner i et regneark. For meg var dette en skuffende holdning, og det kan meget vel føre til at andre former for bruk av regnearket føles som uinteressante for øvingslærerne.

## **Opplæring i bruk av programmene**

### ClassFronter

Ansvar for å lære opp studenter og lærere i bruk av ClassFronter er lagt til en prosjektleder. Alle klassene har fått kurs i bruk av programmet. Det er imidlertid svært mange detaljer i programmet, slik at det er behov for stadig oppdatering av kunnskapen. På grunn av de nevnte begrensningene i vår bruk av utstyr, har det vært litt problematisk for oss faglærere å gi alle studenter en så god oppfølging på dette punktet som vi burde gjort. Det er også viktige detaljer i bruk av programmet som vi har hatt problemer med å oppdage selv. Dessuten gjennomgår programmet en stadig utvikling, slik at også vi lærere har behov for å fornye våre kunnskaper om programmet.

### Andre programmer

Det har vært et mål å venne alle studentene til å bruke formeledatoren i Word. Dette har langt på vei lyktes, men det finnes nok en og annen student som ikke behersker bruken av dette delprogrammet ennå.

Alle klassene har fått opplæring i bruk av Cabri, og programmet er lagt inn på maskinene i læringstorget (områdene i og rundt biblioteket, der maskinene som studentene bruker, er satt opp). På grunn av manglende tilgang til datalaboratoriet har dessverre ikke opplæringen blitt så grundig som den burde.

Studentene vil også få innføring i bruk av Excel regneark. Det er i skrivende stund uklart for omfattende denne opplæringen kan bli. Når det gjelder dette programmet, er det i hvert fall ikke noe problem med tilgangen på selve programmet, da det jo er en del av standardpakka på PC-er.

Klasse 4Ad, musikklassa, har fått flere demonstrasjoner i bruk av dataprogrammer enn de andre klassene. Vi har blant annet utført en del simuleringer av myntkast og terningkast, men nok en gang har manglefull tilgang til datalaboratoriet medført at studentene har måttet nøye seg med å se programmet demonstrert. De har også fått se bruk av Scientific Workplace, særlig til å beregne sannsynligheter i forbindelse med kortspill og andre litt omfattende sannsynlighetsoppgaver. Denne klassa har også fått se en del internettsider.

### **Avsluttende kommentarer**

Mitt inntrykk er at de som søkte om midler IKT-prosjektet, har vært mer ensidig opptatt av datamaskinene som informasjons- og kommunikasjonskanaler enn det vi på matematikkseksjonen ved LUH har vært. Et mål, eller et håp, kan ha vært å få utviklet nettbaserte verktøy som kan brukes til fjernundervisning, eller som kan redusere behovet for lærerintensiv undervisning. Man kan ha forestilt seg at vi ville utarbeide selvinstruerende materiell som til en viss grad reduserer lærerbehovet. Matematikklærerne ved LUH er imidlertid av den oppfatningen at informasjons- og datateknologien først og fremst bør brukes til å gi

studentene økt innsikt i matematikk, ikke til å lære det samme som før, bare med andre hjelpemidler. For oss er ClassFronter et hendig arbeidsverktøy, men ikke noe mer. For matematikkfaget som sådan har ikke programmet spesielt større egenverdi enn ei tradisjonell lærebok. Dette betyr ikke at vi er blinde for de mulighetene moderne datateknologi gir for å lage spennende og dynamiske illustrasjoner, eller til å kombinere lyd og bilder, eller til å vise videofilm. Vi har imidlertid ikke hatt tid og anledning til å produsere slike ting, og vi er uansett av den oppfatningen av slike ting bare kan utvide lærerens repertoar, ikke erstatte læreren, selv om vi selvsagt innser at det finnes mange muligheter for fjernundervisning ved hjelp av ulike nettprogrammer, slik som ClassFronter. Dette har imidlertid ikke vært vårt oppdrag.

Sett fra vår synsvinkel har prosjektet vært for lite ambisiøst når det gjelder å lære studentene å bruke programmer som er av særskilt interesse for matematikken. Dette ville imidlertid ha krevd bedre adgang til utstyr. Vi har kommet et godt stykke på vei, men kunne kommet lengre.

Man må forvente at framtidige matematikklærere vil måtte framstille matematiske tekster i elektronisk form. De trenger å få trening i dette i lærerutdanningen. Dette er en verdifull side ved prosjektet. Mange studenter har kommet langt, men det er noen som henger igjen. Resultatet er at vi ikke har kunnet gjøre ønsket om elektroniske innleveringer fullt ut obligatorisk. Hvor stor del av besvarelsene som er levert på denne måten, har jeg ikke oversikt over, men det varierer fra klasse til klasse. Enkelte studenter burde fått grundigere opplæring og tettere oppfølging.

På tross av en del kritiske merknader, må man kunne si at prosjektet har ført oss framover. Det synes som at LUH har kommet langt i bruk av elektroniske hjelpemidler i undervisningen. Utviklingen kommer til å fortsette, og vår seksjon er beredt til å yte konstruktive bidrag også i framtida.

# REFERANSER

- Bednarz, N (1998). Evolution of classroom culture in mathematics, teacher education, and reflection on action. In Seeger, F, Voigt, J & Waschescio, U (Ed.), *The culture of the mathematics classroom*. Cambridge University Press, UK.
- Bell, A. (1993). Principles for the design of teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 5-34.
- Berthelsen, J., Illeris, K. & Poulsen, S.C. (1985). *Grundbog i projektarbejde*. Unge Pædagoger. Danmark.
- Bigge, M.L. & Shermis, S.S. (1992). *Learning theories for teachers*. New York. Harper Collins Publishers.
- Boaler, J. (1997). *Experiencing school mathematics*. Open University Press. UK.
- Bolstad, B., Bonde, E., Haugerud, I.E., Jacobsen, I., Raaum, E. & Teigen, K.Å. (2001). *Moderne pedagogikk*. Universitetsforlaget. Oslo.
- Bradal, R. (2003). Forsøk med et integrert undervisningsopplegg i matematikk. In S. Ongstad (Ed.). *Koordinert lærerutdanningsdidaktikk? Høgskolen i Oslo*. HiO-rapport 2003 nr. 14.
- Bradis, V., Minkovskii, V. and Kharcheva, A. (1999). *Lapses in mathematical reasoning*. Mineola, NY: Dover.
- Breiteig, T. (1994). Hvordan forstår elever desimaltall? *Tangenten*, 5, 1, s. 9-16.
- Brown, T. (1997). *Mathematics education and language*. Kluwer Academic Publishers. London.
- Bussi, M.G.B. (1998). Joint activity in mathematics classrooms: A Vygotskian analysis. In Seeger, F, Voigt, J & Waschescio, U (Ed.), *The culture of the mathematics classroom*. Cambridge University Press, UK.
- Curry, D., Schmitt, M. J. & Waldron, S. (1996). *A framework for adult numeracy standards: the mathematical skills and abilities adults need to be equipped for the future*. USA: National Institute for Literacy. The Adult Numeracy Practitioners Network.

- Devlin, K. (2000). *The Maths Gene: Why everyone has it, but most people don't use it*. Weidenfeld and Nicolson, US.
- Dörfler, W. (1991). Computer use and views of the mind. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds.). *Learning from computers. Mathematics Education and Technology* (pp. 159-186). Springer.
- Ernest, P. (1988). The Impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: The state of the art*. London: Falmer Press.
- Gallimore, R & Tharp, R. (1990). Teaching mind in society: Teaching, schooling. and literate discourse. In Moll, L.C. *Instructional implications and applications of sociohistorical psychology*. Cambridge University Press, UK.
- Hillel, J. (1993). Computer algebra systems (CAS) as cognitive technologies; implications for the practice of mathematics education. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds.). *Learning from computers. Mathematics Education and Technology* (pp. 18-47). Springer.
- Holm, M (2002). *Opplæring i matematikk : for elever med matematikkvansker og andre elever*. J.W. Cappelens forlag. Oslo.
- Hefendehl-Hebeker, L. (1998). The practice of teaching mathematics: Experimental conditions of change. In Seeger, F, Voigt, J & Waschescio, U (Ed.), *The culture of the mathematics classroom*. Cambridge University Press, UK.
- Kilpatrick, J. & Davis, R.B. (1993). Computers and curriculum change in mathematics. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds.). *Learning from computers. Mathematics Education and Technology* (pp. 203-221). Springer.
- Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet (2001). *Gjør din plikt – krev din rett*. St.meld. nr. 27 (2000-2001).
- Mayer, R.E. (1991). *Thinking, problem solving, cognition*. USA. W.H. Freeman and Company.
- Mellin-Olsen, S. (1984). *Eleven, matematikken og samfunnet*. Oslo: NKI-forlaget.
- Orton, A. (1992). *Learning mathematics*. Cassel. UK.
- Seeger, F, Voigt, J & Waschescio, U (Ed.) (1998). *The culture of the mathematics classroom*. Cambridge University Press, UK.
- Sfard, A. (2000c). On reform movement and the limits of mathematical discourse. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(3), 157-189.



- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Nederland: Kluwer.
- Steinbring, H. (1998) : *Mathematical understanding in classroom interaction: the interrelation of social and epistemological constraints*. In Seeger, F, Voigt, J & Waschescio, U (Ed.), *The culture of the mathematics classroom*. Cambridge University Press, UK.
- Stiegler, J. et al. (2003). *Teaching mathematics in seven countries. Results from the TIMSS 1999 video study*. USA. National Center for Education Statistics.
- Sälj , R. (2001). *L ring I praksis. Et sosiokulturelt perspektiv*. J.W. Cappelen forlag. Oslo.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society*. Cambridge, MA: Havard University press.
- Wertsch, J.V. (1990). *The voice of rationality in a sociocultural approach to mind*. In Moll, L.C. *Instructional implications and applications of sociohistorical psychology*. Cambridge University Press, UK.