

Høgskolen
i Innlandet

Fakultet for lærerutdanning og pedagogikk

Forfatter: Anna Villoria

**Masteroppgave i matematikdidaktikk
Utforskende matematikkundervisning
og intellektuell risikotaking. En
casestudie om undervisning som
fremmer modige elever i en klasse på
yrkesfag.**

Inquiry-based mathematics teaching and
intellectual risk-taking. A case study about teaching
that encourages brave students in a vocational
class.

45 studiepoeng

2MROPPG2

Forord

En usannsynlig reise har ført meg til denne dag, hvor jeg med glede har dypdykket ned i matematikdidaktikkens verden. For 10 år siden flyttet jeg fra Stockholm til Stavanger, og var relativt nyutdannet naturfag og biologilærer. Jeg ble da kastet inn i en matematikklærerjobb nesten mot min vilje, men oppdaget ganske snart hvilken fantastisk jobb det er – å være matematikklærer. Nå, etter 4 år med videreutdanning ønsker jeg at flere fikk oppleve den reisen jeg har hatt.

Tidligere så trodde jeg at matematikkfaget var et sett med regler som jeg må huske, at du må være «smart» for å «være flink» i matematikk. Nå vet jeg at matematikk handler om så mye mer. Det handler om mønster, om utforskning og om gleden ved å først bryne seg – og etter hvert forstå logiske sammenhenger.

Jeg vil takke læreren og elevene som frivillig har stilt opp i dette masterprosjekt, men også de matematikdidaktikere på universitetet som åpnet opp verden av matematikkundervisning. Takk til min veileder Ove Haugereid som ikke har mistet troen på mitt prosjekt gjennom året som var. Takk også til mine kolleger og deres ektefeller som har stilt opp med å rette opp i både svorsk og grammatikk.

Tack så mycket!

Stavanger, mai 2022

Anna Villoria

Innholdsfortegnelse

Forord	2
Figuroversikt	6
Tabelloversikt.....	6
Sammendrag.....	8
Abstract	9
1 Innledning.....	10
1.1 Bakgrunn – Utforskning og intellektuell risikotaking (IRT).....	10
1.2 Bakgrunn – Utforskning som begrep i Fagfornyelsen.....	11
1.3 Studiets formål	12
1.4 Problemstilling og forskningsspørsmål	13
2 Tidligere forskning og teoretisk rammeverk	14
2.1 Utforskning i matematikkfaget.....	15
2.1.1 Begrepet utforskning (eng. <i>inquiry</i>)	15
2.1.2 Utforskende oppgaver og metoder	15
2.2 Intellektuell risikotaking.....	18
2.2.1 Definisjon av Intellektuell risikotaking (IRT).....	18
2.2.2 Intellektuell risikotaking – en motivasjonsvariabel.....	19
2.2.3 Intellektuell risikotaking i utforskende matematikk.....	20
2.2.4 Skolekultur for intellektuell risikotaking.....	24
2.3 Regler for matematisk aktivitet og samtaletrekk.....	29
2.3.1 Regler for matematisk aktivitet – «klasseromsregler»	29
2.3.2 Samtaletrekk.....	30
2.4 Matematisk område – mønster, modeller og formler i dagligliv og yrkesliv	33
2.5 Teoretisk rammeverk for studien.....	34
2.5.1 Hvordan tar elevene intellektuell risiko	34
2.5.2 Samtaletrekk og regler for matematisk aktivitet.....	35
3 Vitenskapsteoretisk tilnærming og metode	36
3.1 Vitenskapsteoretisk tilnærming	37
3.2 Forskningsdesign.....	39
3.3 Datainnsamlingsprosessen.....	40
3.3.1 Pilotundersøkelse.....	41
3.3.2 Hovedundersøkelsen	42
3.3.3 Semi-strukturerte intervjuer med lærer	48

3.4	Studiens kvalitet	49
3.4.1	Utvalg	49
3.4.2	Reliabilitet	49
3.4.3	Validitet	50
3.4.4	Forskningsetiske problemstillinger og anonymisering	52
4	Analyse	54
4.1	Intellektuell risikotaking i helklasse (plenum)	55
4.1.1	Elever deler ideer og lærerens bruk av samtaletrekk	57
4.1.1.1	Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: gjentar	58
4.1.1.2	Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: repetere	59
4.1.1.3	Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: resonnere	59
4.1.1.4	Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: tilføyse	61
4.1.1.5	Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: tenketid	61
4.1.1.6	Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: snu og snakk	62
4.1.1.7	Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: endre	63
4.1.2	Elever stiller spørsmål og lærerens bruk av samtaletrekk	64
4.1.3	Elever prøver å lære noe nytt og lærerens bruk av samtaletrekk	64
4.1.4	Elever er villige til å se på alternative ideer og lærerens bruk av samtaletrekk	65
4.1.5	Elever tar ordet i klasserommet og lærerens bruk av samtaletrekk	65
4.2	Intellektuell risikotaking i gruppesituasjoner	66
4.2.1	Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk	68
4.2.1.1	Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: gjentar	68
4.2.1.2	Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: repetere	69
4.2.1.3	Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: resonnere	69
4.2.1.4	Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: tilføyse	71
4.2.1.5	Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: tenketid	71
4.2.1.6	Elever deler ideer i grupper – samtaletrekk: snu og snakk	72
4.2.1.7	Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: endre	72
4.2.2	Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk	73
4.2.2.1	Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk: gjenta	73
4.2.2.2	Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk: repetere	74
4.2.2.3	Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk: resonnere	74
4.2.2.4	Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk: tilføyse	75
4.2.2.5	Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk: tenketid	75
4.2.2.6	Elever stiller spørsmål i grupper – samtaletrekk: snu og snakk	75
4.2.2.7	Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk: endre	75
4.2.3	Elever prøver å lære noe nytt i grupper – elever bruker samtaletrekk	76

4.2.4	Elever er villig å se på alternative ideer – elever bruker samtaletrekk.....	79
4.2.5	Elever tar ordet i klasserommet – elever bruker samtaletrekk	80
4.3	Regler for matematisk aktivitet	81
4.3.1	Husker det er greit å gjøre feil.....	81
4.3.2	Stiller spørsmål som hjelper med å forstå	83
4.3.3	Lytter for å forstå andres ideer og gir hverandre tid til å tenke	84
5	Diskusjon	85
5.1	Hvilke samtaletrekk bruker læreren når elever tar intellektuell risiko i plenum?	86
5.1.1	Elever deler ideer i plenum – lærerens bruk av samtaletrekk.....	86
5.1.2	Elever stiller spørsmål i plenum – lærerens bruk av samtaletrekk	89
5.1.3	Elever prøver å lære seg noe nytt i plenum – lærerens bruk av samtaletrekk	90
5.1.4	Elever er villig å se på alternative ideer i plenum – lærerens bruk av samtaletrekk	90
5.1.5	Elever tar ordet i klasserommet i plenum – lærerens bruk av samtaletrekk	91
5.2	Hvilke samtaletrekk bruker elever seg imellom når de tar intellektuell risiko i gruppe?.....	92
5.2.1	Elever deler ideer i grupper – elevers bruk av samtaletrekk	92
5.2.2	Elever stiller spørsmål i grupper – elevers bruk av samtaletrekk.....	94
5.2.3	Elever prøver å lære noe nytt – elevers bruk av samtaletrekk.....	94
5.2.4	Elever er villige å se på alternative ideer i grupper – elevers bruk av samtaletrekk	95
5.3	Hvilke tegn finnes på at elevene etterfølger klasseromsregler?	96
5.3.1	Feiltoleranse og trygt klasseromsfelleskap.....	96
5.3.2	Stille spørsmål	97
5.3.3	Lytte til hverandre og gi hverandre tid til å tenke	97
6	Konklusjon.....	98
6.1	Konklusjon med utgangspunkt i problemstilling	99
6.2	Feilkilder og videre forskning	102
6.3	Implikasjon for arbeid i skolen.....	103
	Litteraturliste	104
	Appendiks – Liste over oppgavens vedlegg.....	107

Figuroversikt

Figur 1: Rammeproblemet presentert med PPT. Figur laget i GeoGebra av Anna Villoria. Oppgavetekst hentet fra bok MØNSTER 1P-Y (Bækkevar et al., 2020, s. 148)	44
Figur 2: Bildet lagt i GeoGebra av Anna Villoria. Oppgavetekst hentet fra MØNSTER 1-PY (Bækkevar et al., 2020, s. 150).....	46
Figur 3: Bilder av elevenes egne tallmønstre	46
Figur 4: Antall observerte situasjoner hvor forekomst av IRT er registrert i plenum (n=17)	56
Figur 5: Antall observerte situasjoner hvor forekomst av IRT er registrert i gruppe (n=34)	67
Figur 6: Forekomst av IRT-typer i observerte gruppesituasjoner (n=17) og plenumsituasjoner (n=34)	83

Tabelloversikt

Tabell 1: Criteria for Intellectual Risk and Descriptors at Two Levels. Hentet fra Allmond et. al. (2016) s.101:.....	22
Tabell 2: Teoretisk rammeverk for oppbygging av en kultur for Intellektuelt risiko. Hentet fra Soutter og Clark (2021) s.4:.....	25
Tabell 3: Forslag på regler i klasserommet, hentet fra Kazemi og Hintz (2019) s.31-32:	29
Tabell 4: Samtaletrekk for å støtte klasseromssamtaler, hentet fra Kazemi og Hintz (2019) s.33:.....	31
Tabell 5: Oversikt over gjennomføring av datainnhenting.....	40
Tabell 6: Oversikt over lydopptak og transkribering fra hovedundersøkelsen.....	43
Tabell 7: Økt 1, 90 minutter undervisning (n=10).....	55
Tabell 8: Økt 2, 45 minutter undervisning (n=7).....	56
Tabell 9: Situasjoner med samtaletrekk – når elever deler ideer, økt 1 og økt 2 (n=15).....	57
Tabell 10: Lærers notater på tavle etter felles utforskning av rammeproblemet	58
Tabell 11: Læreren ber elever å forklare	60
Tabell 12: Antall tilfeller med snu og snakk med lengdeintervall.....	62
Tabell 13: Økt 1, 90 minutter undervisning (n=20).....	66
Tabell 14: Økt 2, 45 minutter undervisning (n=14).....	67
Tabell 15: Samtaletrekk når elever deler ideer med hverandre (n=25)	68
Tabell 16: Samtaletrekk når elever stiller spørsmål til hverandre (n=15)	73
Tabell 17: Elever prøver å lære noe nytt – elever bruker samtaletrekk (n=7).....	76
Tabell 18: Villig å se på alternative ideer og motsatte ideer – elever bruker samtaletrekk (n=7).....	79

Sammendrag

Utforskende undervisning (eng. *inquiry*) har fått stor plass i den nye læreplanen, fagfornyelsen i 2020. Den presiserer at elevene skal utforske i matematikkundervisningen. Denne type undervisning skiller seg fra tradisjonell undervisning gjennom at elevene ikke blir presentert med ferdige svar og teknikker, men skal være med i en oppdagelsesreise.

Denne masteroppgaven undersøker om *samtaletrekk* og *regler for matematisk aktivitet* kan få elever til å ta *intellektuell risiko* (eng. *intellectual risktaking, IRT*) i utforskende matematikkundervisning. Når elever gjør dette så bidrar de til samtalen uten å være sikker på resultatet, med risiko for å gjøre feil. Soutter og Clark (2021) beskriver at dette kan manifestere seg gjennom at elever deler en ide, stiller spørsmål, tar ord i klasserommet, prøver å lære noe nytt eller er villige å se på alternative ideer eller ideer motsatte av sine egne. Intellektuell risikotaking er verdsatt innenfor de såkalte «21st Century skills» som bidrar til kreativitet (Allmond et al., 2016).

Undersøkelsen er gjennomført som en eksperimentell enkelcasestudie, hvor jeg har introdusert noen tiltak i en vg1 yrkesfagsklasse:

- introduksjon av *regler for matematisk aktivitet*
- læreren oppfordres til å bruke *samtaletrekk*
- valg av *utforskende oppgaver* sammen med læreren

Datainnsamlingen varte i fire uker hvor jeg observerte, gjorde lydopptak og gjennomførte intervju med læreren før og etter prosjektet.

Resultatet peker mot at *samtaletrekk* sammen med *regler for matematisk aktivitet* kan bidra til at elever tar *intellektuell risiko* i utforskende undervisning i en yrkesfagsklasse på videregående.

Nøkkelord: Utforskende matematikk, intellektuell risikotaking, samtaletrekk, regler for matematisk aktivitet

Abstract

Inquiry-based teaching has been given a large place in the new Norwegian curriculum for teaching (2020), especially emphasized as a method of teaching mathematics. This method of teaching differs from traditional teaching. Students are not presented with correct answers and techniques, but are invited on a journey of discovery.

This master thesis investigates if *talking moves* and *rules for mathematical activity* may promote students in *Intellectual Risk-Taking* (IRT) in an inquiry classroom. When students take intellectual risk, they contribute to the classroom talk without knowing the outcome. Soutter and Clark (2021) suggest that this includes when students are sharing ideas, asking questions, speaking up in the classroom or consider alternative ideas and evidence contrary to one's own views. Taking intellectual risk is valued among the 21st century skills by promoting creativity (Allmond et al., 2016).

In this *experimental single case study*, I have visited a vocational class in upper secondary school. Here I have introduced:

- *rules for mathematical activity* in the classroom
- and encouraged the teacher to use *talking moves*
- and chose tasks that promote *inquiry* together with the teacher

The data collection persisted through four weeks where I observed, made audio recordings, and interviewed the teacher before and after the project.

The results indicate that *talking moves* and *rules for mathematical activity* may contribute to intellectual risk-taking during inquiry in a vocational class in upper secondary school.

Key words: inquiry-based mathematics education, intellectual risk-taking, talking moves, rules of mathematical activity

1 Innledning

1.1 Bakgrunn – Utforskning og intellektuell risikotaking (IRT)

Forestill deg to grupper av elever som skal lære seg musikkfag. Den første gruppen elever skal lære seg om noter og akkorder kun ved bruk av pen og papir, og den andre gruppe får også lære seg å assosiere noter og akkord med lyder. Analogien kommer fra Richard R. Skemp som beskriver at matematikk kan undervises på to diametralt forskjellige vis; *instrumentelt* og *relasjonelt* (Skemp, 1976). Den instrumentelle undervisningen har i skoledebatten blitt fremført som tradisjonell og lite meningssskapende, i motsetning til undervisning som gir relasjonell forståelse. En undervisningsmetode som har fått oppmerksomhet for å fremme relasjonell forståelse er *utforskning*, eller *inquiry* på engelsk. Det finnes også studier som viser at en mer åpen undervisning, til sammenligning med prosedyrestyrt, har hatt en mer positiv effekt på både elevenes læring og innstilling til faget (Boaler, 1998a). Harel (2013) beskriver at elever sjelden i den tradisjonelle matematikkundervisningen får hjelp til å utvikle et intellektuelt behov for det som blir undervist (Harel, 2013, s. 119). Utforskende metoder kan skape dette behovet gjennom å legge til rette for at elevene får undre seg.

Utforskning som undervisningsmetode har gjort seg bemerket innen pedagogisk forskning i mange årtier, men i praksis har undervisningen i skoleverket tradisjonelt hatt begrenset praksis av slike undervisningsformer (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 802; Boaler, 1998b, s. 42; Nosrati & Wæge, 2015, s. 4). Studier av den norske skolen viser også at tradisjonell undervisning som helklasseundervisning og individuelt arbeid er de vanligste arbeidsformene i matematikkfaget (Klette, 2013, s. 183). Klette (2013) beskriver også dybdestudier som viser at det er lite bruk av gruppearbeid og medelever som læringsressurs i matematikkfaget.

Wæge (2007) viser i sin doktorgrad at undersøkende matematikkundervisning er motiverende for å lære matematikk (Wæge, 2007). Et viktig aspekt av å lære matematikk gjennom utforskning er viljen til å ta *intellektuell risiko* (eng. *intellectual risktaking*, *IRT*) (Allmond et al., 2016). Når vi tar en intellektuell risiko så er vi villige til å forsøke å løse et problem uten å være sikre på resultatet, ved å engasjere oss i læringen gjennom å dele en ide, stille spørsmål eller dele en kreativ tanke uansett potensielle feil eller vurdering (Soutter & Clark, 2021, s. 2). Å ta intellektuell risiko er verdsatt innenfor de såkalte «*21st Century skills*» gjennom at det bidrar til kreativitet (Allmond et al., 2016, s. 94).

Denne master tar for seg å gå i dybden på begrepet *intellektuell risiko* i en enkelcasestudie hvor elevene i en yrkesfagsklasse får utforskende matematikkundervisning. Studien har karakter av eksperimentell casestudie siden jeg som forsker introdusert tre praktiske tiltak:

- introduksjon av *regler for matematisk aktivitet* (se kap. 2.3.1)
- læreren oppfordres til å bruke *samtaletrekk* (se kap. 2.3.2)
- valg av *utforskende oppgaver* sammen med læreren (se kap. 2.1.2)

Datainnsamlingen varte i fire uker hvor jeg observerte, gjorde lydopptak og gjennomførte intervju med læreren før og etter prosjektet.

1.2 Bakgrunn – Utforskning som begrep i Fagfornyelsen

Proessen med å utvikle nye læreplaner som ble tatt i bruk 2020 har fått navnet fagfornyelsen. I arbeidet frem mot ny læreplan har det såkalt «Ludvigsenutvalget» publisert to offentlige utredninger: NOU 2014:7 og NOU 2015:8. I disse utredningene har utvalget vurdert hvilke kompetanser som elever vil trenge i fremtidens samfunn. I NOU 2015:8 identifiserer utvalget fire kompetanseområder for fornyelse av skolens innhold:

fagspesifikk kompetanse

kompetanse i å lære

kompetanse i å kommunisere, samhandle og delta

kompetanse i å **utforske** og skape

Rapportforfatterne argumenterer for at utforskning som kompetanse er nødvendig for å kunne bidra til nytenkning, innovasjon, omstilling av arbeidsliv og for å håndtere fremtidige samfunnsutfordringer ((NOU 2015: 8, s. 10). Utforskning er også en ferdighet som fått oppmerksomhet innenfor de så kalte «21st Century skills». I utredningen NOU 2014:7 beskriver utvalget at «21st Century skills» handler om samarbeid, kreativitet, fleksibilitet og evnen til å ta selvstendige valg (NOU 2014 : 7, s. 13).

Dette er noe av bakgrunnen til at utforskning har fått en sentral stilling i de nye læreplanene som ble tatt i bruk høsten 2020. I den nye overordnede delen av læreplanen med tittel *Opplæringens verdigrunnlag*, kan vi lese at elevene skal få mulighet til å utvikle utforskertrang, og at utforskning er viktig for dybdelæring (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 7).

I tillegg er *utforskning og problemløsning* definert som et kjerneelement i matematikkfaget (Utdanningsdirektoratet, 2020). Her kan vi lese følgende:

«*Utforsking i matematikk handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse.*» (Utdanningsdirektoratet, 2020)

Også i de nye kompetansemålene for matematikkfaget blir ordet *utforske* hyppig brukt gjennom hele skoleløpet.

Det er ikke første gang som ordet *utforskning* blir brukt i en læreplan for matematikk i norsk skole, blant annet skriver Ludvigsenutvalget at *utforskning* blir nevnt som en arbeidsmåte i matematikk i L97 (NOU 2014 : 7, s. 82). Likevel er det utvilsomt at begrepet *utforske* har fått en enda mer sentral plass etter fagfornyelsen i 2020.

1.3 Studiets formål

Som aktiv matematikklærer i 10 år er jeg opptatt av hvordan man i praksis kan fremme gode matematiske samtaler i undervisning. Av egen erfaring ser jeg utfordringer med å få alle elever til å delta i den matematiske samtalen. Hensikten med studien er å undersøke om *utforskende undervisning* sammen med uttalte *regler for matematisk aktivitet* og bruk av *samtaletrekk* kan engasjere elever og ufarliggjøre det å dele sine egne tanker og ideer. Dette for å gjøre elever modige – altså å ta intellektuell risiko i klasserommet. *Regler for matematisk aktivitet* handler kort om regler som viser til forventninger lærere har til elevene i klasserommet. Eksempelvis at man oppfordrer elevene til å stille spørsmål som fremmer forståelse. *Samtaletrekk* er et verktøy som hjelper lærere og elever til å stimulere produktive samtaler i klasserommet (se kap. 2.3).

Det teoretiske rammeverket for å observere når elever tar intellektuell risiko, vil også kunne være et verktøy for meg som lærer i det daglige arbeidet med didaktisk vurdering av egen praksis.

Relevans for denne studien kan sammenfattes i to deler:

- utforskingens sentrale plass i fagfornyelsen
- behov for videre kunnskap om hvordan man kan fremme elever til å ta intellektuell risiko i *utforskende matematikkundervisning*

1.4 Problemstilling og forskningsspørsmål

Problemstilling:

Hvilke intellektuelle risikoer tar elever i utforskende matematikkundervisning i en klasse på yrkesfag, og hvilke samtaletrekk og klasseromsregler får elever til å ta intellektuell risiko?

Forskningsspørsmål:

1. Hvilke samtaletrekk bruker læreren når elever tar intellektuell risiko i plenum?
2. Hvilke samtaletrekk bruker elever seg imellom når de tar intellektuell risiko i gruppe?
3. Hvilke tegn finnes på at elevene følger klasseromsregler?

2 Tidligere forskning og teoretisk rammeverk

Teorien som her blir presentert er bakteppe til både valg av metode og analyse av resultatene i denne masteroppgaven. Her presenteres både begrepsavklaring og tidligere forskning.

Jeg har valgt å dele inn kapittelet i fem deler:

2.1 Utforskning i matematikkfaget

For å studere utforskende matematikk må vi være på det klare over hva det innebærer å arbeide etter *utforskende* metoder i klasserommet.

2.2 Intellektuell risikotaking

Her går jeg i dybden på begrepet *intellektuell risikotaking* (eng. Intellectual Risk-Taking, IRT): definisjon, tidligere forskning på IRT, og IRT i forbindelse med utforskning i matematikk. Teori knyttet til IRT er relevant både i forhold til valg av metode, teoretisk rammeverk, men også diskusjon og drøfting av resultatene.

2.3 Regler for matematisk aktivitet og samtaletrekk

Her presenterer jeg teori knyttet til tiltak som er gjort i enkelcasestudien. Dette vil også bli brukt som analyseverktøy, se teoretisk rammeverk.

2.4 Matematisk område – mønster modeller og formler i dagligliv og yrkesliv

Jeg beskriver kort det *matematiske område* som undervisningen i enkelcasestudien tar utgangspunkt i.

2.5 Teoretisk rammeverk for studien

Til sist presenterer jeg så mitt valg av teoretisk rammeverk for analyse av datainnsamling.

2.1 Utforskning i matematikkfaget

2.1.1 Begrepet utforskning (eng. *inquiry*)

Utforskning er et begrep som står helt sentralt i didaktisk forskning i dag, både i Norge og internasjonalt. I norsk litteratur blir både begrepene *undersøkende* og *utforskende* brukt for det engelske begrepet *inquiry-based learning*. Jeg vil i hovedsak bruke begrepet utforskende i denne masteroppgaven.

Dette er likevel ikke et nytt fagfelt, da utforskning som begrep i utdanningsfeltet kan ledes tilbake til den amerikanske filosofen John Dewey (1859-1952) (Artigue & Blomhøj, 2013). Innenfor den epistemologien som han representerer ble kunnskap sett på som noe som utvikles og tilhører menneskeligheten. Denne teorien setter den lærende i sentrum for læringsprosessen. For Dewey er utforskning både basen for oppdagelser og læring. Å bruke utforskende metoder kan forenklet defineres som å ta i bruk lignende arbeidsmåter som matematikere eller forskere bruker (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 797). Artigue og Blomhøj (2013) har gjennom en litteraturgjennomgang siktet mot å konseptualisere begrepet utforskning i matematikk, som de forkorter IBME (*inquiry based mathematical education*). Forfatterne beskriver at interesse for utforskning innen matematikkundervisning kommer av et syn på matematikk som ikke bare deduktivt, men også et fag med eksperimentelt innslag lignende naturvitenskapen (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 802). Artikkelforfatterne beskriver at IBME er innenfor diskursen som de beskriver som *lærende med forståelse*, en diskurs det har blitt forsket på i flere årtier.

Kjersti Wæge (2007) viser i sin avhandling at undersøkende matematikkundervisning virker motiverende for å lære matematikk. Spesielt tre faktorer la til rette for den økte motivasjonen: 1) undervisningsoppleggene; 2) samarbeid; og 3) oppfordring og godkjenning av elevenes egne løsningsstrategier og metoder (Wæge, 2007, s. 212).

2.1.2 Utforskende oppgaver og metoder

En av premissene i min enkelcasestudie er at elevene skal arbeide med utforskende oppgaver og metoder. Det finnes ikke et enkelt svar på hva som utmerker en utforskende oppgave eller utforskende undervisningsmetoder. Fuglestad (2010) beskriver *inquiry* som et vidt begrep som:

«Omfatter å stille spørsmål, å undre seg, å eksperimentere, å utforske og å søke etter kunnskap. (...) *Inquiry* er ikke en bestemt metode eller noen prosedyrer, men heller en

tilnærming og holdning til arbeidet preget av undring og utforskning for å finne svar.»
(Fuglestad, 2010, s. 2).

Oppgaver som har potensial til å skape utforskende undervisning er av naturlige grunner beskrevet i litteraturen på mange måter. For å ha noen retningslinjer for å vurdere om en oppgave er utforskende vil jeg her kort presentere to mye brukte oppgavetyper som ofte sammenkobles med utforskning; *rike oppgaver* og *LIST-oppgaver* (Hedren et al., 2005; Wæge, 2018).

Rike oppgaver er beskrevet av Hedren, Taflin og Hagland (2004) med 7 kriterier. Kort oppsummert beskriver de kriteriene for en rik oppgave slik:

- skal introdusere elevene til viktige matematiske ideer,
- være lett å forstå,
- kreve anstrengelse,
- kunne gi opphav til flertall strategier og representasjoner,
- initiere en matematisk diskusjon,
- fungere som bro over til nye problem
- og føre til at elevene formulerer nye interessante problemer (Hedren et al., 2005).

Rike oppgaver er også et av de elementene som Liljedahl (2016) identifiserte som viktige for å skape et *tenkende klasserom* (*Building thinking classroom*) (Liljedahl, 2016).

LIST-oppgaver er en forkortelse for «lav inngangsterskel stor takhøyde». Dette er oppgaver som er lette å komme i gang med, men som samtidig kan åpne opp for mer avansert matematikk. *LIST-oppgaver* er også beskrevet slik (Wæge, 2018, s. 83-84):

- (1) Fremmer en positiv klasseromskultur, hvor hele klassen arbeider med samme problem, men på ulike nivå innenfor den samme oppgaven.
- (2) Fremmer elever til å vise hva de kan, ikke hva de ikke kan, og når takhøyden er stor kan elevene overraske læreren.
- (3) Nivå på tekning er sofistikert samtidig som innholdet ofte er forholdsvis enkelt, men nivå på tenkningen er sofistikert.

Både beskrivelsen av rike oppgaver og LIST-oppgaver er tatt hensyn til i valg av oppgaver til hovedundersøkelsen (*se kap. 3.3.2*).

Liljedahl (2020) har gjennom flere studier definert 14 elementer som kan brukes til å skape et *tenkende klasserom* i utforskende matematikkundervisning. I Liljedahls utforskning arbeider alle elevene i klasserommet med samme oppgave (jf. LIST-oppgaver). Jeg kommer ikke her å presentere alle elementene til Liljedahl, men noen av de funn han har gjort. Liljedahl peker på at en effektiv måte å få alle elever til å delta muntlig i aktivitetene er at elevene står opp i randomiserte grupper på 2-4 elever, og at de arbeider med vertikale tavler (Liljedahl, 2016). Alle elever blir engasjerte når de står opp, og det blir da vanskelig å være anonym. Læreren kan hele veien følge med på hva elevene tenker, og elevene blir også mer tilbøyelige til å samarbeide med andre grupper. Jeg har ikke valgt å utforme studien min etter Liljedahl (2020) sine element, men hans funn er relevante til sammenligning av mine resultater.

Undervisningsformen i avhandlingen til Wæge (2007) tok også utgangspunkt i undersøkelsesbaserte metoder, som hun beskriver slik:

«Elevene i studien min samarbeidet først i små grupper hvor de utviklet, begrunnet og diskuterte forskjellige løsningsmetoder med hverandre, før de avsluttet med en felles klassediskusjon. Elevene fikk muligheter til å utvikle egne løsningsmetoder og de ble alltid spurt av læreren om å forklare hvordan de tenkte. Vi forsøkte å legge forholdene til rette for at elevene utviklet en relasjonell forståelse i matematikk (Skemp, 1976).»
(Wæge, 2007, s. 18).

Strukturen for undervisningen som Wæge (2007) beskriver i dette avsnittet bruker jeg som utgangspunkt for planlegging av utforskende undervisning i min enkelcasestudie, se hovedundersøkelsen (kap. 3.3.2). Hovedpunkter som jeg tar utgangspunkt i fra dette avsnitt er at elevene arbeider i grupper med å diskutere forskjellige løsningsmetoder som avsluttes med felles klassediskusjon hvor læreren spør elevene hvordan de tenkte.

2.2 Intellektuell risikotaking

2.2.1 Definisjon av Intellektuell risikotaking (IRT)

En referanse innen moderne forskning på intellektuell risikotaking er Margret M. Clifford som i 1991 skrev artikkelen «*Risk Taking: Theoretical, Empirical, and Educational Considerations*». Clifford knytter i denne artikkelen sammen akademisk risikotaking med både kognitiv utvikling og motivasjonsforskning. I senere tid har intellektuell risikotaking blitt definert av Ronald A. Beghetto (2009), på engelsk *Intellectual risk taking*, forkortet IRT:

“IRT is defined here as engaging in adaptive learning behaviors (sharing tentative ideas, asking questions, attempting to do and learn new things) that place the learner at risk of making mistakes or appearing less competent than others. ... [It] highlights the fact that learning (like most any action) involves uncertainty and, therefore, some degree of risk.” (Beghetto, 2009, s. 210)

Kjernen i denne definisjon av IRT handler om at adferd som eksempelvis å *dele ubekreftede ideer, stille spørsmål og prøve å lære noe nytt*, setter den lærende i fare for å gjøre feiltakelser eller å fremstå som mindre kompetent. Beghetto (2009) og Clifford (1991) relaterer intellektuelt risikotaking til Vygotskijs proksimale utviklingssone. Når vi engasjerer oss i aktiviteter som er over vår nåværende evne så er det en form for intellektuell risikotaking som promoterer læring og kognitiv utvikling (Beghetto, 2009, s. 211). Den proksimale utviklingssonen, som stammer fra *sosiokulturell læringsteori*, handler om at elever kan lære i sonen mellom det eleven kan klare på egen hånd og det eleven klarer med hjelp av en kompetent andre.

Beghetto (2009) undersøkte elevers risikotaking i naturfag (science) og så en positiv sammenheng mellom IRT og interesse for faget, mestringstro (eng. *creative self-efficacy*) og oppfatninger om lærerens støtte. Beghetto viser til tidligere forskning som har sett at elevenes risikotaking er større når oppgaven ikke er i en klassisk skolekontekst, men når elevene eksempelvis tror at de spiller et spill så våger elevene å velge vanskeligere oppgaver. Beghetto (2009) redegjør for at forskning innen feltet IRT er underutviklet og at forskningen i noen tilfeller peker i forskjellige retninger. For eksempel finnes det motstridig forskning om sammenhengen mellom kjønn, alder og IRT.

Soutter og Clark (2021) har studert skolekultur som bidrar til intellektuell risiko, og har videreutviklet Beghettos sin definisjon av intellektuell risiko slik:

“Building on the work of a number of scholars, (...), we define intellectual risk-taking as engaging in learning by contributing an idea, question, creative thought regardless of protentional error or judgments. Any academic behaviour that might result in an unpleasant result or consequence in the classroom – including sharing ideas, asking questions, attempting to learn something new, speaking up in class, being open-minded, and willing to consider alternative ideas and evidence contrary to one’s own views (...) – can be considered risky or courageous academic behaviour (...)” (Soutter & Clark, 2021, s. 2)

Ut fra denne beskrivelsen kan vi identifisere at elever tar intellektuell risiko i klasserommet når de:

- deler ideer,
- stiller spørsmål,
- prøver å lære noe nytt,
- tar ordet i klasserommet,
- er open-minded,
- er villige å se på alternative ideer og ideer motsatte av sine egne.

Denne definisjon vil bli brukt som del av det teoretiske rammeverket for deskriptiv analyse av elevenes villighet å ta intellektuell risiko i klasserommet, se delkapittel 2.5. Soutter og Clark (2021) har med hjelp av denne definisjonen utviklet et rammeverk for å identifisere elementer som fremmer intellektuell risikotaking, se *kap. 2.2.4* om skolekultur som bidrar til IRT.

2.2.2 Intellektuell risikotaking – en motivasjonsvariabel

Motivasjonsforskere innen matematikkfeltet har beskrevet villighet å ta risiko som en av fem motivasjonsvariabler (Stipek, Salmon, et al., 1998):

- a) Fokus på læring og forståelse
- b) Selvtillit
- c) Villighet å ta risiko og gå i gang med utfordrende oppgaver**
- d) Glede i matematiske aktiviteter
- e) Positive følelser (stolthet ved mestring)

Stipek et al. (1998) undersøkte hvordan reformert matematikkundervisning påvirker elevenes motivasjon og faglige utvikling, og de kunne se at lærere som underviser etter reformert praksis hadde mer motiverte elever med bedre faglig utvikling. Reformert undervisning er et begrep som både Stipek (1998) og Wæge (2007) bruker, og de beskriver at denne type undervisning fremholder læringsorientering foran prestasjon. I denne diskursen er det viktigere å utvikle ferdigheter enn å komme med riktige svar (Stipek, Salmon, et al., 1998, s. 466). Prosessen er målet og alternative løsninger er promotert foran «korrekte» løsninger (Stipek, Givvin, et al., 1998, s. 320). I avhandlingen til Kjersti Wæge (2007) blir motivasjonsvariablene (a-e) brukt som del av det teoretiske rammeverket for å undersøke om undersøkende matematikk fører til økt motivasjon hos elever (Wæge, 2007). Wæge kunne med hjelp av blant annet dette rammeverk se en positiv utvikling i elevenes motivasjon når undervisningen tok utgangspunkt i undersøkende matematikk. Stipek, Salmon, Givvin og Kazemi (1998) beskriver *villighet til å ta risiko* som reaksjoner hvor hjelpesøkende adferd observeres. Eksempelvis kan dette være å stille spørsmål som avslører mangel på kunnskap, med fare for å bli oppfattet som «dum» av andre (Stipek, Salmon, et al., 1998, s. 467). Videre mener forfatterne at risikotaking også kan forstås i sammenheng med nivå på oppgaver som elever selv velger; å velge enkle oppgaver er lavrisiko. Når elever er redde for å ta intellektuell risiko kan det føre til at eleven gir opp raskt eller står fast i ineffektive strategier (Stipek, Salmon, et al., 1998, s. 467). Wæge (2007) tolker å ta intellektuell risiko i likhet med Stipek, som det å se hva eleven gjør når hun har behov for hjelp i matematikken. Spør eleven læreren eller andre elever? Går eleven videre å gjør andre oppgaver? Foretrekker eleven lette oppgaver eller passe utfordrende oppgaver? (Wæge, 2007, s. 50)

2.2.3 Intellektuell risikotaking i utforskende matematikk

I en australsk studie av Makar et al. (2015) «*Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom*», har artikkelforfatterne undersøkt om det er mulig å *scaffold* (skape støttestrukturer, min oversettelse) for å etablere normer for argumentasjon i utforskende matematikk på barneskolen (Makar et al., 2015). Den engelske termen *scaffolding* er beskrevet som den adaptive støtten fra en lærer (eller annen kompetent person) som assisterer eleven med å løse et problem eleven normalt ikke skulle klare å løse (Makar et al., 2015, s. 1109). *Scaffolding* som begrep er ikke bare brukt i kognitiv forstand, men også sosial. Den sosiale støtten bidrar til å skape ønskelige normer i klasserommet (Makar et al., 2015, s. 1109). Artikkelen beskriver normer og praktiker som læreren selv har

valgt å arbeide med i klasserommet i løpet av ett år, og hvordan elevene med hjelp av praktikene utviklet selvstendighet i matematisk argumentasjon. Konklusjonen til artikkelen er at det er mulig å skape slike normer i et klasserom.

I den australske studien hadde læreren presentert regler som elevene skulle streve etter i klasserommet (Makar et al., 2015, s. 1111):

- aktiv lytting
- begrunne og forklare til medelever
- **ta intellektuell risiko: å dele uferdige ideer**
- bygge videre på andres ideer

Inspirasjon til de utvalgte normene i Makar et al. sin studie kom fra Soucy McCrone (2005) som beskriver utvikling av matematiske diskusjoner i en femteklasse over ett år. Utviklingen av klasseromssamtalen i denne studie gikk fra at læreren modellerte og forklarte til at læreren ble en moderator og tilrettelegger av samtalen. Denne endringen kom som en konsekvens av lærerens endrede måte å stille spørsmål på. I studien observerte man endring i elevenes deltakelse ved at elevene begynte å ta intellektuell risiko i forstanden å *dele uferdige ideer* og å bygge videre på andre elevers ideer (Soucy McCrone, 2005).

Katie Makar mfl. har senere videreutviklet ideen om å ta intellektuell risiko i matematisk utforskning. I 2016 publiserte Katie Makar, Sue Allmond, Jude Hillman og Mia O'Biran en studie hvor de undersøkt en elevgruppe med 9-12 åringers (n=84) utvikling av intellektuelt risikotaking i matematisk utforskning (Allmond et al., 2016). De brukte definisjonen til Beghetto (2009) som del av rammeverk for studien sin (se sitat s.18). Artikkelforfatterne utviklet fem kriterier for å måle intellektuelt risikotaking (IRT):

- generating ideas (skape ideer),
- developing ideas (utvikle ideer),
- setbacks (håndtere motgang),
- responding to feedback (respondere på tilbakemelding),
- giving feedback (gi feedback).

Kriteriene ble utarbeidet og beskrevet på fire ulike nivåer (0-3) for å kunne måle utvikling av IRT hos elevene over tid, men kun nivå 3 og nivå 1 er beskrevet i detalj i artikkelen, se tabell 1.

Tabell 1: Criteria for Intellectual Risk and Descriptors at Two Levels. Hentet fra Allmond et. al. (2016) s.101:		
Criteria <i>(norsk: min oversettelse)</i>	High level (3)	Low level (Level 1)
Generating ideas <i>Skape ideer</i>	Offers new or incomplete ideas that lead to or integrate major (productive) ideas Supports and encourages contributions from others	Waits for others to contribute or contributes ideas that may not be relevant or practical Acknowledges the ideas of others
Developing ideas <i>Utvikle ideer</i>	Substantively builds on, extends or adapts others' ideas Keeps group on track towards a solution	Contributes to working on tasks that develop ideas
Setbacks <i>Håndtere motgang</i>	Embraces setbacks as challenges that can be overcome Uses setbacks to extend, improve or alter thinking Promotes a culture within the group of positive responses to setbacks	Is aware of setbacks
Responding to feedback <i>Respondere på tilbakemelding</i>	Seeks feedback or critique Evaluates, responds to and/or uses feedback to integrate or improve (deepen/expand) ideas	Listens to feedback but may not respond to or act on it
Giving feedback <i>Gi tilbakemelding</i>	Provides substantive feedback that engages with the issue and has the potential to improve the thinking, process, evidence or solution Seeks clarification to promote understanding	Gives surface feedback that may not progress the idea, process or solution

Hele matrisen (nivå 0-3) ble presentert av Katie Makar ved en konferanse i samband med publisering av artikkelen, se matrise fra presentasjonen i vedlegg 1. Den presentasjonen inkluderer også nivå 2. Nivå 0, den laveste nivå er ikke med i matrisen, men er definert i

artikkelen med at *eleven ikke bidrar*. For å få et bilde av hva forskjellen mellom nivå 2 og 3 kan innebære så oversetter jeg her «å skape ideer» **nivå 2**:

«deler nye ideer/uferdige ideer som kan bygges videre på» (vedlegg 1, min oversettelse)

til sammenligning med **nivå 3**:

«deler ideer/uferdige ideer som kan lede til og integrere nye viktige/produktive ideer».
(vedlegg 1, min oversettelse)

Nivåforskjellen handler om kvalitet, i dette fall kvaliteten på ideer som elever deler. Nivå 2 er å dele alle slags ideer, men nivå 3 er å dele kvalitativt sterkere matematiske ideer som kan lede til nye viktige ideer.

I studien til Allmond et. al. (2016) arbeidet lærerne etter metoder som tar utgangspunkt i utforskende matematikk (eng. *Inquiry*). I utvalget av klasser hadde man både klasser med erfaring av utforskning fra før og klasser som ikke tidligere hadde hatt utforskning som hovedsakelig undervisningsmetode. Klassifiseringen av IRT gav også lærerne i studien et rammeverk for å skape ønskelige normer i klasserommet. Hensikten med studien var dels å undersøke helhetlig endring av IRT hos elevene, men også å se hvilke av kriteriene som var vanskeligere å endre på. Artikkelforfatterne skriver også at rammeverket kan gi konkret pedagogisk støtte for lærere i praksis. Jeg vil nå presentere kriteriene for å gi et bilde av hvordan artikkelforfatterne observert IRT i klasserommet.

Å *skape ideer* (generating ideas) handler om eleven sin villighet å bidra med ideer for å få gruppen i gang med oppgaven, eller å prøve nye innfallsvinkler på det matematiske problemet. Å *skape ideer* var det kriteriet som elevene hadde lettest for i starten av prosjektet. Men når forventningene økte så var det vanskeligere for elevene å oppnå høyt nivå også på dette kriteriet. Forfatterne skriver også at det er risikofylt å arbeide videre på andres ideer, altså å *utvikle ideer* (developing ideas). Å utvikle andres ideer kan være krevende, hvilket artikkelforfatterne foreslår grunner seg av at det krever at elevene er flinke til å lytte til andre og å begrunne sin tenkning.

I denne studien ble det å *håndtere motgang* (setbacks) i læringsprosessen spesielt synlig hos elever som enten hadde et dårlig forhold (fearful) til matematikk i utgangspunkt eller elever som er prestasjonsorienterte. Å *håndtere motgang* var det kriteriet som hadde størst fremgang

i løpet av studien, med bare 8% av elevene som fortsatt var på nivå 1 eller lavere i studiens slut.

Å respondere på tilbakemelding (responding to feedback) kan være vanskelig, men er viktig for utvikling i faget. På det laveste nivå lytter eleven, men responderer ikke på feedback.

Å gi tilbakemelding (giving feedback) krever både at eleven forklarer og begrunner, men også at eleven er en aktiv lytter til andres tankeganger.

Resultatene fra denne studien indikerer at det er mulig å utvikle evnen til intellektuell risiko over ett år, basert både på kvalitative og kvantitative data. Videre peker resultatene på at *å håndtere motgang* og *å gi feedback* var de to kriteriene som elevene strevde mest med å utvikle i starten av året, men som elevene utviklet mest i løpet av ett år. Til sist fremholder forfatterne at studien peker på at **klasseromskultur** som skaper et miljø hvor elevene kan utvikle IRT er kritisk for å utvikle ferdigheter (eng. *skills*) i intellektuell risikotaking.

Artikkelforfatterne mener at klasseromskultur som fremmer IRT er et helt sentralt område for videre forskning (Allmond et al., 2016, s. 100). Resultatene av denne studie vil jeg bruke for å sammenligne mine egne funn med, men med forbehold om at det selvfølgelig finnes forskjeller mellom det å studere elever i barneskolen og elever på første året på videregående skole.

2.2.4 Skolekultur for intellektuell risikotaking

Soutter og Clark (2021) har undersøkt hvordan man kan bygge en skolekultur som fremmer intellektuelt risikotaking (IRT). Studien er en kvalitativ studie som har resultert i et teoretisk rammeverk som kan fungere som en guide for hvordan man kan bygge en skolekultur som fremmer intellektuell risiko. Studien er generell da den ikke bare ser på et spesifikt fag som matematikk, men har gått i dybden på en hel skole sin kultur, kallet *Harknessmetoden*. Studien inkluderer også matematikkundervisning.

Soutter og Clark (2021) skriver at intellektuell risikotaking typisk har blitt sammenkoblet med negative assosiasjoner som har med ungdoms risikoadferd å gjøre. Forskjellen er at intellektuell risikotaking er adaptivt, som betyr at fordelene oppveier konsekvensene. Elever som engasjerer seg i høy grad av intellektuell risiko engasjerer seg i klassen mer, liker å lære, er sterkt motiverte, viser sterke problemløsningsevner og arbeider for å overkomme utfordringer (Soutter & Clark, 2021, s. 2). For å fostre nyfikenhet i klasserommet må miljøet

være så pass trygt at elevene føler det er sikkert å ta risiko. Forskning som Soutter og Clark (2021) henviser til viser at ytre belønning (som gullstjerner) er assosiert med lavere villighet å ta risiko, men tilbakemelding som er spesifikk og informerende bidrar til økt risikotaking. Videre henviser Soutter og Clark (2021) til tidligere studier hvor man har sett betydningen av hvordan lærere snakker om feil, både egne feil og elevers, som avgjørende for klasseromskulturen. De peker på at lærere må undervise slik at feil ses på som en genuin del av læringsprosessen. Lærere må ha en feil-toleranse, som betyr at ikke bare elever med riktige svar blir spurt. Det må også være fravær av negative reaksjoner i klasserommet (Soutter & Clark, 2021, s. 3).

Rammeverket som Soutter og Clark (2021) utarbeidet inneholder 8 definerte elementer, se tabell 2. Dette rammeverket vil være sentralt for drøfting av min enkelcasestudie. Men også som bakgrunn mot valg av *regler for matematisk aktivitet (kap 2.3)* som tiltak i klasserommet.

Tabell 2: Teoretisk rammeverk for oppbygging av en kultur for Intellektuelt risiko. Hentet fra Soutter og Clark (2021) s.4:		
Elements contributing to intellectual risk-taking <i>(min oversettelse i kursiv)</i>	Associated pedagogical moves	Pedagogiske tiltak tilknyttet IRT <i>(mine oversettelser i denne kolonnen)</i>
Reimagined purpose of school as egalitarian and process-based <i>Egalitær og prosessbasert skole</i>	→ Genuinely listen to students to learn from their perspectives → Privilege students' perspectives over author's intent → Emphasize grappling with complexity and <i>how</i> a problem is solved over arriving at an answer	→ Genuint lytte til elever og lære fra deres perspektiver → Privilegere elevers perspektiv over forfatterens intensjon → Fremheve forståelse av kompleksitet og <i>hvordan</i> et problem er løst foran å finne «riktige svar»
Safe classroom community <i>Trygt klasseromsfelleskap</i>	→ Create opportunities to build “comfort with self, trust, and enjoyment of each other” → Model mistake-making → Appreciate and privilege vulnerability	→ Skape forutsetninger for å bygge opp selvtillit, tillit, og trivsel med hverandre → Modellere feil → Verdsette og privilegere sårbarhet
No single correct answer <i>Åpne oppgaver (Ikke – «ett rett svar» oppgaver)</i>	→ Create multiple opportunities for students to discuss questions that do not have a single answer	→ Skape mange anledninger for elever å diskutere spørsmål/oppgaver som ikke har et enkelt svar
Normalized disagreement and problem-solving	→ Emphasize benefit of multiple perspectives	→ Fremheve fordelene med flere perspektiver

<i>Normalisere uenighet og problemløsning</i>	<ul style="list-style-type: none"> → Give students problems they haven't learned how to solve yet → Create space for students to work together to solve these problems → Prioritize collaboration over competition 	<ul style="list-style-type: none"> → Gi studenter problem som de ikke enda har lært å løse → Gi elevene rom for å arbeide til sammen for å løse disse problemene → Prioritere samarbeid over konkurranse
Discussion moves and expectations explicitly taught <i>Diskusjonstrekk og eksplisitt lærte forventninger</i>	<ul style="list-style-type: none"> → Coach students on language they can leverage → Discuss body language → Discuss when to listen, when to talk, how to listen → Teach students strategies for disagreeing without shooting each other down → Coach students on how to ask questions 	<ul style="list-style-type: none"> → Veilede studenter i språkbruk → Diskutere kroppsspråk → Diskutere når man skal lytte, når man skal snakke, hvordan man lytter → Undervise elever i strategier for hvordan man kan håndtere uenighet → Veilede studenter i hvordan man spør hverandre spørsmål
Students supporting each other <i>Elever støtter hverandre</i>	<ul style="list-style-type: none"> → Create space for students to give each other feedback → Encourage students to ask and answer each other's questions → Challenge students to build off each other's points 	<ul style="list-style-type: none"> → Gi elevene rom for å gi hverandre tilbakemelding → Oppmuntre elever til å spørre og svare på hverandres spørsmål → Utfordre elevene til å bygge videre på hverandres ideer
Students providing evidence <i>Elever fremlegger bevis</i>	<ul style="list-style-type: none"> → Hold high expectations for students in providing evidence to support their claims and perspectives 	<ul style="list-style-type: none"> → Ha høye forventninger til at elever gir bevis (<i>argumenter</i>) som støtter sine påstander og perspektiv
Reflection <i>Refleksjon</i>	<ul style="list-style-type: none"> → Consider the ways in which the classroom discussions may not be working for all students and include students in these reflections 	<ul style="list-style-type: none"> → Vurdere om klasseromsdiskusjonen ikke fungerer for alle studenter og inkludere studentene i disse refleksjonene

Jeg skal nå beskrive elementene som Soutter og Clark (2021) identifisert som viktige for å fremme intellektuell risikotaking.

Egalitær (likestilt) og **proessorientert undervisning** (*Reimagined purpose of school as egalitarian and process-based*). Med egalitær skole mener forfatterne at elevens perspektiv blir verdsatt på lik linje med lærerens. Dette beskriver artikkelforfatterne blant annet med at læreren genuint lytter til elevene og at tyngdepunktet legges på hvordan man løser problemer (prosess), foran fokus på hva selve løsningen er (produkt).

Trygt klasseromsfellesskap (*Safe classroom community*) er beskrevet med blant annet at læreren «modellerer feil» for å ufarliggjøre svakhet. Dette punkt handler til stor del om relasjonsbygging mellom læreren og elevene, slik at elevene er trygge og har tillit til læreren og medelever.

Åpne oppgaver (*No single correct answers*) kan sammenlignes med å la elevene arbeide med rike oppgaver eller LIST-oppgaver (lav inngangsterskel stor takhøyde) (Hedrén et al., 2005; Wæge, 2018), som er oppgaver knyttet opp mot åpne, utforskende aktiviteter i matematikk (se kap 2.1.2).

Normalisering av uenighet og problemløsning (*Normalized disagreement and problem-solving*) handler om at elever og lærere ikke ser uenighet som noe man skal unngå, men som en tilgang. Man vektlegger fordelene med mange perspektiver i problemløsning. Elevene får arbeide med oppgaver de ikke vet fra starten hvordan de skal løse. Læreren skaper også rom for elevene til å løse disse problemene i fellesskap og prioriterer samarbeid over konkurranse.

Diskusjonstrekk med tydelige forventninger (*Discussion moves and expectations explicitly taught*) innebærer at elevene blir trent i å delta i diskusjoner og oppfordres til å stille spørsmål. Dette handler om å veilede elevene i språk, kroppsspråk, diskutere når man skal lytte eller snakke, og hvordan man lytter. Læreren veileder også elevene i hvordan man er uenig med hverandre uten å «skyte hverandre ned», og å støtte elevene i hvordan man formulerer spørsmål til hverandre. I studien observerer en lærer at *å stille spørsmål* er den letteste måten for «stille elever» å bli del av en samtale. Eleven trenger da ikke ha ferdige ideer med seg inn i samtalen, og terskelen for deltakelse blir senket (Soutter & Clark, 2021, s. 8).

Elever støtter hverandre (*Students supporting each other*) handler om et miljø hvor elevene både stiller spørsmål til hverandre og utfordres til å bygge videre på andre elevers resonnement og ideer. Læreren muliggjør dette ved å åpne for samarbeid.

Fremlegger bevis (*Students providing evidence*) handler om å skape et miljø der elevene argumenterer for sine påstander. Artikkelforfatterne rapporterer at dette kan være utfordrende, men på sikt kan det være med å bygge selvtilliten til elevene. Bevis har en helt avgjørende rolle i matematikkfaget, siden bevis både er med på å skape den logiske oppbyggingen av faget, men er også en forutsetning for dybdeforståelse (Stylianides, 2016, s. 9).

Reflektere (*Reflection*) handler om at lærere og elever reflekterer over utfordringer ulike elever møter når det kommer til deltakelse i klasseromsdiskusjoner. Dette er en form for metarefleksjon hvor elevene sammen med læreren diskuterer hvordan samtalen i klasserommet kan forbedres.

Det teoretiske rammeverket til Soutter og Clark har overlappning med begrepet *sosiale normer*. Dette omhandler deltakelsesstrukturen i klasserommet (Wæge, 2007, s. 62), hvilke forventninger lærere og elever har om hvordan man handler og forklarer seg i klasserommet. Wæge (2007) beskriver at de sosiale normene i tradisjonell undervisning, slik som lærebok- og oppgavesentrert undervisning innebærer at lærerens sin rolle er å forklare og å evaluere, og elevene forventes så å handle etter lærers forventninger (Wæge, 2007, s. 63). I studien av undersøkende matematikkundervisning til Wæge (2007) så var de sosiale normene av forskjellige karakter i forhold til tradisjonell undervisning. Målet var at elevene skulle begrunne og forklare sine løsningsstrategier og løsninger, med en forventning om å forstå hverandres forklaringer og å gi beskjed når de ikke forstår.

2.3 Regler for matematisk aktivitet og samtaletrekk

Sosiomatematiske normer skillers seg fra *sosiale normer* med at de er spesifikke for matematikk. Wæge (2007) beskriver at *sosiomatematiske normer* kontinuerlig forhandles og omdefineres av lærere og elever i diskusjon med hverandre. I studien til Wæge forventede læreren at elevene skulle være aktive med fokus på forståelse. Læreren spurte ofte elevene om det var noen som benyttet andre løsningsstrategier, og de ble alltid bedt om å begrunne løsningsstrategiene sine (Wæge, 2007, s. 63). I denne masterstudie vil jeg ikke gå i dybden på begrepene *sosiale normer* og *sosiomatematiske normer*, men introduserer *regler for matematisk aktivitet*, som har overlappning med både *sosiomatematiske* og *sosiale normer*. For å stimulere elever til å delta i samtalen skal jeg dels introdusere *regler for matematisk aktivitet* (kap. 2.3.1) for elevene, men også oppfordre læreren til å bruke *samtaletrekk* (kap. 2.3.2).

2.3.1 Regler for matematisk aktivitet – «klasseromsregler»

I min enkelcasestudie vil jeg bidra til en spesiell matematikkultur i klasserommet, og vil derfor introdusere regler til klassen i starten av prosjektet. For dette har jeg tatt utgangspunkt i Kazemi og Hintz (2019) sine «*regler i klasserommet for matematisk aktivitet*». Forfatterne skriver at det alltid er viktig å tydeliggjøre de regler som man ønsker å fremme. De har satt sammen en liste med forslag på regler, se tabell 3. Reglene kan hjelpe til med å skape de forventninger som læreren har til elevene i klasserommet. Punktene i tabell 3 viser til at jeg utelatt deler av sitat. De reglene som er uthevet er de *klasseromsregler* som jeg og lærere valgt til «fokusregler» med elevene, som jeg også gjentar lenger ned i denne tekst.

Tabell 3: Forslag på regler i klasserommet, hentet fra Kazemi og Hintz (2019) s.31-32:
<ul style="list-style-type: none">• Forstår matematikken. Vi mener at elevene burde se matematikk som et fag de må forstå. (...)
<ul style="list-style-type: none">• Fortsetter å prøve selv når oppgavene er utfordrende. (...)
<ul style="list-style-type: none">• Husker det er greit å gjøre feil og deretter endre måten å tenke på. De må tørre å presentere uferdige ideer med hverandre eller ideer som er under utvikling, og de må tørre å feile om de skal lære noe nytt. Å være i stand til å endre måten man tenker på, signaliserer til elevene at det å dele de første, uferdige tankene, er verdsatt på lik linje med de første kladdene i skriveoppgaver.
<ul style="list-style-type: none">• Deler matematiske ideer med medelevene våre (ved bruk av ord, tall, bilder, håndbevegelser eller verktøy) (...)
<ul style="list-style-type: none">• Lytter for å forstå andres ideer; gir hverandre tid til å tenke. Lytting er like viktig for læring som det å snakke og å dele ideene dine på andre måter. Å lære hva man skal

lytte etter, og hvordan man skal lytte, er viktig for å skape et læringsmiljø der elevene bygger videre på hverandres ideer.
<ul style="list-style-type: none"> • Stiller spørsmål som hjelper til med å forstå matematikken bedre. Du vil legge merke til at vi er veldig opptatt av hvordan elevene oppfatter det å være flink i matematikk. Å stille spørsmål viser også at vi er nysgjerrige på matematikken og at vi ønsker at ideene skal være forståelige for elevene. Vi understreket at spørsmål er en viktig del av læreprosessen og vi vil hjelpe elevene med å forstå at det å stille spørsmål ikke betyr at de tar feil eller at vi er ute etter noe de burde ha visst.
<ul style="list-style-type: none"> • Vi er enige eller uenige om matematiske ideer, ikke uenige med hverandre. (...)
<ul style="list-style-type: none"> • Husk at alle har gode matematiske ideer. (...)

En fordel med å introdusere disse reglene i enkelcasestudien, er at flere av dem kan vi finne igjen i både definisjonen til IRT av Soutter og Clark (2021), og til elementene som skaper en skolekultur for IRT. Elementet *diskusjonstrekk og eksplisitt lærte forventninger* fra Soutter og Clark (2021), handler om å eksplisitt veilede elevene om hvordan man deltar i klasseromssamtaler. Gjennom å presentere alle reglene for elevene i starten av prosjektet får elevene vite hva som forventes av dem.

I tillegg til å presentere alle reglene, så har jeg og læreren valgt ut tre fokusregler:

- Husker det er greit å gjøre feil og deretter endre måten å tenke på
- Stiller spørsmål som hjelper til med å forstå matematikken bedre
- Lytter for å forstå andres ideer og gir hverandre tid til å tenke

Jeg vil presentere dette videre i hovedundersøkelsen (*kap. 3.3.2*).

2.3.2 Samtaletrekk

Chapin et al. (2009) har introdusert 5 samtaletrekk (eng. *talking moves*) som en effektiv måte å skape dialog i klasserommet som fremmer matematisk tenkning og læring (Chapin et al., 2009, s. 12). Kazemi og Hintz (2019) har videreutviklet og lagt til to samtaletrekk, se alle samtaletrekken i tabell 4 på neste side. Hensikten med samtaletrekkene er å bidra til et samtaleklime som støtter opp ideen om at alles bidrag er viktige, ikke bare ferdige argumenter og «riktige svar». Dette verktøy kan både bli brukt av lærere og elever for å stimulere produktive samtaler.

Samtaletrekk vil bli introdusert inn i enkelcasestudien som et verktøy læreren skal bruke aktivt i klasseromssamtalen, og som et analyseverktøy for hvordan samtalen foregår mellom lærer-elev og elev-elev.

Tabell 4: Samtaletrekk for å støtte klasseromssamtaler, hentet fra Kazemi og Hintz (2019) s.33:	
Gjenta «Så du sier at»	Gjenta deler av eller hele elevens utsagn og be eleven om å respondere og bekrefte om det du sa, stemmer. Gjenfortelling kan brukes for å oppklare, forsterke eller tydeliggjøre en idé.
Repetere «Kan du gjenta hva han/hun sa med dine egne ord»	Be en elev gjenta eller omformulere hva en annen elev har sagt Gjenta viktige deler av en kompleks idé for å få samtalen til å gå saktere og for å få elever til å dvele ved viktige ideer
Resonnere «Er du enig eller ikke, og hvorfor?» «Hvorfor virker dette riktig»	Etter at elevene har hatt tid til å tenke igjennom hva en medelev har sagt – spør elevene om å sammenligne sitt eget resonnement med noen andres La elevene engasjere seg i hverandres ideer Elev «Jeg respekterer denne ideen, men jeg er uenig fordi...» «Jeg forstår denne ideen fordi...»
Tilføy «Vil noen legge til noe her»	Få elevene til å delta i samtalen eller utdype egne ideer Elev: «Jeg vil legge til...»
Tenketid «Ta den tid du trenger»	Vent etter at du har stilt et spørsmål før du ber en elev om å si noe Vent etter at en elev har blitt bedt om å si noe. Gi han/henne tid til å få tenkt seg om. Elev «Jeg trenger mer tid»
Snu og snakk «Snu og snakk med læringspartneren din»	Beveg deg rundt og lytt til det elevene sier til hverandre. Bruk informasjonen du får, til å velge ut hvem du vil skal si noe i plenum Gi elevene mulighet til å dele og forklare ideene sine Gi elevene mulighet til å forstå og engasjere seg i hverandres tanker og ideer
Endre «Har noen endret måten de tenkte på?» «Vil du endre måten du tenkte på?»	Gi elevene mulighet til å endre egne tanker etter hvert som de oppdager noe nytt Elev: «Jeg trodde... Men nå tror jeg... fordi...» «Jeg vil endre måten jeg tenkte på»

Chapin et.al. (2009) beskriver at hensikten med samtaletrekket *gjenta* er at alle elever skal bli hørt, ikke bare de elevene med tydelige og riktige svar. Ved at lærer gjentar hva eleven har sagt får eleven en mulighet å rette opp i uklarheter, og samtalen går saktere.

Det samme skjer når læreren ber en elev å *repetere* hva en annen elev har sagt, men med den ekstra fordel at elevene blir engasjert i hverandres ideer (Chapin et al., 2009, s. 15).

Samtaletrekket *resonnere* har også til hensikten å engasjere elevene i hverandres ideer, men med det viktige spørsmålet **hvorfor** noe virker riktig. Chapin et.al. (2009) beskriver samtaletrekket *resonnere* som ekstra viktig for å støtte elevenes matematiske læring (Chapin et al., 2009, s. 16).

Videre beskriver Chapin et. al. at samtaletrekket *tilføye* over tid kan bidra til at flere elever er villige til å dele sine tanker. Artikkelforfatterne beskriver at det finnes mye forskning som viser hvor viktig det er å gi elevene *tenketid*, og uten dette samtaletrekk vil noen elever gi opp fordi de ikke klarer tidspress.

De to siste samtaletrekken *snu og snakk* og *endre* er introdusert av Kazemi og Hintz (2019) som utvider listen. *Snu og snakk* muliggjør for elevene å engasjere seg i hverandres tenkning, men det er også en mulighet for lærer å bevege seg rundt for å fange opp elevenes ideer, for planlegging av videre helklassesamtaler. Det siste samtaletrekket *endre* er en måte å åpne opp for elever å endre sin tenkning når de oppdager noe nytt.

Jeg har både introdusert, men også undersøkt om læreren bruker samtaletrekkene i min casestudie. Hensikten med å undersøke dette er for å få et bilde av klasseromssamtalen i undervisningsøkten. Hvordan læreren snakker med elevene har innvirkning på den kontekst som elevene tar intellektuell risiko. Elevene ble ikke eksplisitt introdusert med samtaletrekk i studien, men jeg har likevel brukt beskrivelsene av samtaletrekk i analyse av elev-elev samtaler (*se kap. 2.5*).

2.4 Matematisk område – mønster, modeller og formler i dagligliv og yrkesliv

Det matematiske området som elevene arbeider med under observasjonsperioden går under rubrikken «*Formler fra dagligliv og yrkesliv*». Skolen jeg besøker i min studie bruker en bok som begynner dette kapittel med utforskning av tallmønstre og figurmønstre. Jeg valgte ikke dette matematiske området tilfeldige, men på grunn av dess spesielle matematiske egenart. Den matematiske egenarten til området tallmønstre og formler, passer spesielt bra til utforskende metoder. Artigue og Blomhøj (2013) har definert utforskende matematikk noe forenklet som det å ta i bruk arbeidsmåter som ligner på de til profesjonelle matematikere (se kap. 2.1.1). Hvis du spør en matematiker hva matematikk er, hvilket svar vil du da få? Mange matematikere vil nok skrive under på at matematikk er «*Vitenskapen om mønstre*», på engelske «*The science of patterns*» (Schoenfeld, 2016, s. 10). Schoenfeld (2016) beskriver hva matematikk konstituerer av:

“Systematic attempts, based on observation, study, and experimentation, to determine the nature of principles of regularities in systems defined as axiomatically or theoretically (pure mathematics) or models of systems abstracted from real world objects (applied mathematics). The tools of mathematics are abstraction, symbolic representation, and symbolic manipulation.” (Schoenfeld, 2016, s. 11)

Eller for å sitere den britiske matematikeren G.H. Hardy:

“A mathematician, like a painter or a poet, is maker of patterns. If his patterns are more permanent than theirs, it is because they are made with ideas” (Hardy, 1992, s. 84)

Sentralt i matematikkens egenart står søk etter mønstre, problemløsning og bevis. Det er og lett å se at tallmønstre kan bli undersøkt på mange forskjellige måter, som legger til rette for åpne utforskende oppgaver uten «*ett riktig svar*». Når elevene senere går videre med formler som er knyttet til dagligliv og yrkesliv, er ideen at elevene kan utvikle abstrakte formler til modeller for tendenser og mønstre i dagligliv og yrkesliv.

2.5 Teoretisk rammeverk for studien

Analysen er delt inn i tre deler, nøkkelord er uthevet:

- Identifisere situasjoner hvor elever **tar intellektuell risiko** i plenum, og hvilke **samtaletrekk** læreren bruker i disse situasjonene
- Identifisere situasjoner hvor elever **tar intellektuell risiko** i gruppe, og hvilke **samtaletrekk** elevene bruker når de tar intellektuell risiko
- Hvilke tegn finnes på at elever etterfølger **regler for matematisk aktivitet**

Jeg har valgt å studere gruppesituasjoner og plenumsituasjoner hver for seg for å få et rikere bilde av elevenes villighet til å ta intellektuell risiko i klasserommet. Jeg forholder meg til tre hovedbegreper i analysen: *intellektuell risikotaking*, *samtaletrekk* og *regler for matematisk aktivitet*.

2.5.1 Hvordan tar elevene intellektuell risiko

Jeg ønsker å undersøke hvilke intellektuelle risikoer elever tar i grupper og i plenum i konteksten av utforskende matematikkundervisning. For dette trenger jeg et rammeverk som beskriver hva som skjer når elever tar intellektuell risiko. Det finnes flere ulike rammeverk i litteraturen som er brukt tidligere, og jeg har valgt å i hovedsak forholde meg til definisjonen av Soutter og Clark (2021).

Soutter og Clark (2021) som studert skolekultur som bygger en kultur for intellektuell risikotaking, har definert intellektuell risiko slik som står på side 19 (*kap. 2.2.1*). Utfra denne definisjonen kan vi identifisere at elever tar intellektuell risiko i klasserommet når de:

- Deler ideer
- Stiller spørsmål
- Prøver å lære noe nytt
- Tar ordet i klasserommet
- Er open-minded
- Er villige å se på alternative ideer og ideer motsatte av sine egne

Det vil neppe være mulig å lage en uttømmende liste for alle tenkbare situasjoner hvor en elev kan vise villighet til å ta intellektuell risiko. I tillegg vil det være vanskelig å ha en klar oppfatning om hva det betyr å være «*open minded*». Jeg utaleter av den grunn dette kriterium, se videre diskusjon under validitet (*kap. 3.4.3*). Mitt mål er å se etter overgripende mønster for IRT i klasserommet. Pedagogiske valg vil ha innvirkning på hvilke muligheter elever har

til å ta intellektuell risiko. Definisjonen til Soutter og Clark (2021) vil fungere som et lakmuspapir for om elevene tar intellektuell risiko i denne enkelcasestudie.

En begrensning jeg har valgt, er å ikke vurdere nivå av IRT, slik som Allmond et al. (2016) har gjort i sin studie på barneskolen (*se kap. 2.2.3*). Dette begrunner jeg med at min studie er tidsbegrenset, og det vil av den grunnen være vanskelig å observere utvikling av IRT.

2.5.2 Samtaletrekk og regler for matematisk aktivitet

Analyse av *samtaletrekk* (*se kap. 2.3.2*) vil være en deskriptiv analyse av hvilke samtaletrekk som læreren bruker i helklassesamtalen og elevers bruk av samtaletrekk i gruppesamtaler. For dette utgår jeg fra Kazemi og Hintz (2019) sine beskrivelser av samtaletrekk se tabell 4, s. 31. Hensikten med å analysere samtaletrekk er å undersøke hvilke samtaletrekk som læreren faktisk bruker når elevene tar intellektuell risiko i plenum (lærer-elev situasjon), og hvilke samtaletrekk elevene bruker seg imellom når de tar intellektuell risiko i grupper (elev-elev situasjon).

I analysen vil jeg også se etter tegn på om læreren og elevene etterfølger reglene som er valgt ut fra *regler for matematisk aktivitet* (*se tabell 3 s.29-30*). Reglene er presentert av Kazemi og Hintz (2019), og jeg undersøker i analysen de tre fokusreglene:

- Husker det er greit å gjøre feil og deretter endre måten å tenke på
- Stiller spørsmål som hjelper til med å forstå matematikken bedre
- Lytter for å forstå andres ideer og gir hverandre tid til å tenke

Også denne del av analysen er en deskriptiv analyse av klasserommet, som skal være med å bidra til forståelse av konteksten som elevene befinner seg, med hensyn til samtalekulturen mellom elev-elev men også elev-lærer i klasserommet.

3 Vitenskapsteoretisk tilnærming og metode

I dette kapittel redegjør jeg for vitenskapsteoretiske tilnærminger, metodologiske valg og studiens kvalitet.

Jeg har delt inn kapittelet i følgende 4 deler:

3.1 Vitenskapsteoretisk tilnærming

3.2 Forskningsdesign

3.3 Datainnsamlingsprosessen:

- Pilotundersøkelse
- Hovedundersøkelse
- Intervju med læreren

3.4 Studiens kvalitet:

- Utvalg
- Reliabilitet
- Validitet
- Forskningsetiske problemstillinger

3.1 Vitenskapsteoretisk tilnærming

Denne masteroppgave tar utgangspunkt i et sosialkonstruktivistisk og post-positivistisk grunnsyn på kunnskap. Utgangspunktet vil ha betydning for metodevalg, men som Postholm og Jacobsen (2018) skriver vil ontologiske og epistemologiske utgangspunkt ha mer å si for tolkning av informasjon enn for hvordan data samles inn (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 55). Elevers villighet å ta intellektuell risiko i matematisk utforskning vil sannsynligvis kunne se forskjellig ut mellom ulike elever og klasseromssituasjoner. Kunnskap om hva som gir forutsetninger for elever å ta intellektuell risiko vil være individuelt, dynamisk og dermed konstruktivistisk. Samtidig kan det være mulig å finne noen fellestrekk på undervisning som fremmer IRT, og som kan fungere i andre liknende klasseromssituasjoner. Synet at kunnskap kan være gyldig på tvers av kontekster er et kjennetegn for et post-positivistisk syn på kunnskap. Mitt syn på kunnskap tar også utgangspunkt i et sosiokulturelt læringssyn, hvilket innebærer at elever trenger samspill med kompetente andre (lærere og elever) for å kunne utvikles faglig. Vygotskijs modell om den proksimale utviklingssonen står helt sentralt i denne masteroppgave.

Ontologi i skoleforskning handler om hvilke grunnleggende perspektiv man har på skole som fenomen. Postholm & Jacobsen (2018) beskriver tre ontologiske syn på hva skole er: variansperspektivet, prosessperspektivet og systemperspektivet. Det er nærliggende for meg å si at min problemstilling er overhengende knyttet til et prosessperspektiv på skole. Med det mener jeg at vi lever i en sosial virkelighet som er i stadig forandring og at jeg har et dynamisk syn på det som skjer i skolen. På den andre siden er det som forfatterne påpeker, aldri mulig å dra et helt klart skille mellom de ulike perspektivene. Variansperspektivet har et relativt sett mer statisk syn på virkeligheten med et innbygdt ønske om å finne tydelige forklaringssammenhenger mellom årsak og virkning (Postholm & Jacobsen, 2018, s.37). For meg fremstår det som fristende å søke etter «enkle svar» på vanskelige spørsmål, men det tror jeg er en fallgrube. Med det mener jeg at det ikke vil finnes et svar på min problemstilling som vil være direkte mulig å applisere på alle situasjoner hvor utforskning i matematikk foregår. Systemperspektivet trekker inn begge perspektiv, men beskriver skolen som et system med elementer som bygger opp en helhet, hvor alle delene på forskjellige vis påvirker det man studerer (Postholm & Jacobsen, 2018). Det finnes mange ulike element i skolen som kan være faktorer som påvirker elevenes muligheter til å ta intellektuell risiko i utforskende matematikkundervisning. Elementer som påvirker dette kan eksempelvis være klassemiljø, relasjoner lærer-elev, elev-elev og andre større samfunnsmessige perspektiver som kjønn og

sosioøkonomisk bakgrunn. Det gjelder å være klar på hvilke element av skolen man studerer, og hva man samtidig ikke studerer (Postholm & Jacobsen, 2018). Denne masteroppgave har til hensikt å studere didaktiske perspektiv som kan hjelpe lærere å gjøre begrunnede valg i sin undervisning, og en begrensning i oppgaven er at jeg ikke tar hensyn til f.eks. kjønn og sosioøkonomisk bakgrunn.

Skoleforskning fremstår ikke for meg som et objektivt felt. Analysen og diskusjonen vil være påvirket av mine egne personlige og kulturelle perspektiv. Med det sagt, mener jeg at det er viktig å prøve å være så objektiv som jeg kan være, bevisst på at jeg som lærer i 10 år bærer på subjektive ideer.

Metoden i denne oppgaven vil i hovedsak være kvalitativ med innslag av kvantitative data. Kvalitativ metode handler om å karakterisere (Kvarv, 2014, s. 137). Ved en kvalitativ metode og en deskriptiv analyse ønsker jeg å få en mer helhetlig forståelse for hvordan samtaletrekk og klasseromsregler samspiller, når elever tar intellektuell risiko i situasjoner med utforskende matematikkundervisning. Kvantitativ forskning har sitt arv fra naturvitenskapen og et positivistisk syn på kunnskap, og denne henger ofte sammen med at man forsøker å finne et årsaks-virkningsforhold (Kvarv, 2014, s. 130). Jeg har ikke som ambisjon å påvise hvordan en variabel påvirker en annen, men er interessert av å undersøke om visse forhold virker sammen. Disse forholdene handler om at elevene befinner seg i et utforskende, dialogbasert, matematisk undervisningsmiljø, og jeg vil se om, og hvordan, elevene tar intellektuell risiko i dette miljøet. For å se hvor ofte elever tar ulike intellektuell risiko ønsker jeg å kvantifisere deler av mitt datamateriale, for å få et bilde av hvilke tegn på IRT som eventuelt skjer hyppigere enn andre. Deretter vil jeg gå i dybden på de situasjonene hvor elevene tar intellektuell risiko, og der også kvantifisere noe av elevenes og lærerens bruk av samtaletrekk. Hensikten med å kvantifisere er å finne mønster som kan gi tendenser for hvilke type IRT og samtaletrekk som observeres oftere enn andre.

3.2 Forskningsdesign

Forskningsdesignet til denne studien er en form for enkelcasestudie. Studien er begrenset til en klasse på yrkesfag med omfang på 11 elever og gruppen sin lærer, og den er gjennomført i et begrenset tidsrom om 4 ukers tid. Innsamling av data skjer i tre deler: intervju med lærer, mine observasjoner og lydopptak i klasserommet.

Enkelcasestudier produserer i utgangspunkt «lokal kunnskap», det vil si kunnskap som er internt gyldig og valid for den gruppen som blir studert (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 65). For at en enkelcase skal ha overføring til andre kontekster og ha «ekstern gyldighet» må det finnes faktorer som er overførbare til lignende kontekster. Dette vil jeg diskutere mer under 3.4.1 utvalg.

Videre har studien karakter av eksperimentell enkelcasestudie da jeg som forsker medvirker til praktiske tiltak og undersøker virkningen av disse. De tiltakene jeg har valgt å starte er:

1. Klasseromsregler som lærer og forsker presenterer i klasserommet (*se kap. 2.3.1*)
2. Introduserer og oppfordrer lærer til å bruke samtaletrekk (*se kap. 2.3.2*)
3. Valg av utforskende oppgaver sammen med lærer (*se kap 3.3.2*)

En utfordring med eksperimentelle casestudier er at vi må ha kunnskap om tilstanden i klassen før prosjektet starter for å kunne si om tiltakene har hatt effekt (Postholm & Jacobsen, 2018). Hensikten er imidlertid ikke, som tidligere nevnt, å påvise årsak-virkningsforhold mellom samtaletrekk, klasseromsregler og intellektuell risiko. Målet er å undersøke hvilke samtaletrekk som lærere og elever bruker når elevene tar intellektuell risiko, og observere hvordan disse faktorene samspiller.

3.3 Datainnsamlingsprosessen

Temavalg og tankeprosess startet for alvor våren 2021, da jeg lagte første utkast til en prosjektbeskrivelse som arbeidskrav i juni 2021. For å studere elevers villighet å ta intellektuell risiko i utforskende undervisning bestemte jeg meg for å foreta observasjon, lydopptak og intervju. Tabell 5 viser oversikt over datainnsamlingsprosessen.

Tabell 5: Oversikt over gjennomføring av datainnhenting		
Tidspunkt	Hva	Reaksjon
Vår 2021	Første utkast til tema	
Juni 2021	Prosjektbeskrivelse med tentativ problemstilling og teori	Godkjent av Høgskolen i Innlandet
August 2021	Første møte med veileder Kontakt med vgs-skole	Godkjennelse av avdelingsleder for gjennomføring av studie
Oktober 2021	Søknad til NSD Pilotstudie i klassen som skal studeres	Godkjenning fra NSD
4. november	Intervju med lærer før prosjektet starter	
8. november	Første økt med lydopptak Mønster	
15. november	Andre økt lydopptak og observasjon Lage egne Mønster	
22. november	Andre økt med lydopptak og observasjon Barbiestrikk	
14. desember	Post-intervju med lærer	
Desember - Mai	Transkribering, analyse og rapportskrivning	

3.3.1 Pilotundersøkelse

Jeg var i kontakt med aktuell lærer allerede i begynnelsen av våren 2021 for å høre om interesse for å være med som deltaker i min masterstudie med tema utforskning. Hun syntes dette hørt veldig spennende ut og jeg ble invitert til å være med i klassen allerede før prosjektet startet i oktober 2021. Jeg var i denne perioden en velkommen ekstra ressurs i klasserommet. Læreren fortalte allerede fra start for elevene om at jeg senere under høsten ønsket å gjøre forskning i klasserommet til min masterstudie. Jeg oppfattet at elevene tok imot dette positivt og imøtekommende. Under et par mandager var jeg med i klassen og observerte undervisningen og var «hjelpelærer» slik at elevene ble kjent med meg. De observasjoner jeg gjorde da er ikke del av studien, siden jeg ikke hadde en godkjent søknad fra NSD enda. I perioden frem til studien startet ble det vekslet mellom det vi kjenner som tradisjonell undervisning og undervisning av utforskende karakter. Utforskningen dreide seg om å lage frie matematiske fortellinger utfra en gitt kontekst. Den største gevinsten med pilotundersøkelsen var å bli en naturlig del av klasserommet for elevene, for å i størst mulig grad unngå «forskereffekten». I denne innledende del av studien hadde jeg som observatør liten avstand til det som observeres, og rollen som observatør kan i dette tilfelle kalles for «fullstendig deltaker», som innebærer at jeg som forsker er en del av prosessen som blir observert (Postholm & Jacobsen, 2018). I november da studien startet på ordentlig inntok jeg en mer observerende rolle. Takket være pilotundersøkelsen oppfattet elevene meg som en mer naturlig del av klasserommet.

Jeg gjennomførte også et pilotintervju med en annen lærer på skolen. Dette for å få prøve ut om spørsmålene ble forstått etter intensjonen, og om det var noe som fremstod som uklart eller spørsmål jeg burde ha tenkt på.

3.3.2 Hovedundersøkelsen

Hovedundersøkelsen ble gjennomført i november 2021, som bestod av:

- to semistrukturerte intervjuer med læreren (*se kap. 3.3.3*)
- lydopptak og observasjon av tre undervisningstimer

Jeg vil her beskrive planlegging og gjennomføring av lydopptak og observasjon. Før prosjektet startet ble utvalgte klasseromsregler presentert for klassen. Disse reglene tar utgangspunkt i Kazemi og Hintz sine anbefalinger i boken «Målrettet samtale», se tabell 3 (*kap. 2.3.1*). Jeg presenterte alle reglene i sin helhet for elevene samme dag som det utforskende prosjektet startet. Hensikten med presentasjon av de matematiske reglene handler om å vise hva prosjektet ønsker å fremme. For å gjøre det lettere for elevene å huske reglene, valgte jeg i samråd med lærer tre fokusregler for prosjektet:

- Husker det er greit å gjøre feil og deretter endre måten å tenke på
- Stiller spørsmål som hjelper til med å forstå matematikken bedre
- Lytter for å forstå andres ideer og gir hverandre tid til å tenke

Et ønske fra meg som forsker er å legge til rette for en undervisningssituasjon som fremmer de elementer som Soutter og Clark (2021) identifisert som viktige for å bygge en kultur for å ta intellektuell risiko (*se kap 2.2.4*).

De utforskende oppgavene som ble valgt er inspirert av oppgaver som har blitt brukt i tidligere studier av utforskning, blant annet Kjersti Wæge (2007) sin avhandling. Matematisk tema er tallmønstre og formler i kurset matematikk 1PY på vg1 etter fagfornyelsen. Elevene arbeidet med et kompetansemål som er felles for alle studieretninger på yrkesfag: *tolke og bruke formler som gjelder dagligliv og yrkesliv* (Utdanningsdirektoratet, 2020). For nærmere beskrivelse av matematisk område se delkapittel 2.4.

Utforskende tema/økter ble valgt av meg sammen med lærer:

Økt 1: Tallmønstre (se figur 1, og figur 2)

Økt 2: Egne tallmønstre (se figur 3)

Økt 3: Hopp med barbiestrikk

Læreren ble oppfordret av meg til å bruke samtaletrekk (*se kap. 2.3.2*) i undervisningen. Ved hver økt hadde jeg tre enheter for lydopptak med meg som jeg plasserte ut i ulike grupper, se oversikt over lydopptak tabell 6.

Tabell 6: Oversikt over lydopptak og transkribering fra hovedundersøkelsen		
Lydopptak	Vellykket lydopptak	Transkribering av samtale
Intervju 1	20 min	1200 ord
Økt 1 Tallmønster	180 min Elevene hadde en 90 minutter lang undervisnings økt	472 linjer med dialog (6629 ord) (linje 1-472 i resultatdelen)
Økt 2 Egne tallmønster	112 min Elevene hadde en 45 min lang undervisnings økt	198 linjer med dialog (2474 ord) (linje 473-670)
Økt 3 Hopp med barbiestrikk	Ikke vellykket opptak denne dagen	0 linjer med dialog ble transkribert
Intervju 2	15 min	706 ord

Økt 1 – Mønsteroppgave - Rammeproblemet

Læreren presenterte mål med timene fra lærebok i starten av økt 1:

«du skal kunne uttrykke mønstre på figurer på ulike måter: med tegninger, ord, regnestykker og matematiske formler» (Bækkevar et al., 2020)

Vellykkede lydopptak utgjør til sammen 180 minutter fra første økt. Tre enheter for lydopptak ble plassert ut i klasserommet, men et av opptakene fikk tekniske problemer underveis.

Jeg skiller på plenumsituasjoner og gruppesituasjoner. Plenumsituasjoner er perioder i undervisning hvor helklassersamtaler styres av læreren. I gruppesituasjonene samarbeider elevene i små grupper, mellom 2-3 elever. Læreren styrte undervisningen mellom vekselvis gruppe og plenum, til sammen er 10 plenumsituasjoner og 20 gruppesituasjoner analysert fra økt 1. Noen av gruppesituasjonene skjer samtidig, men på ulike steder i klasserommet. Elevene satt ned gjennom hele økt 1.

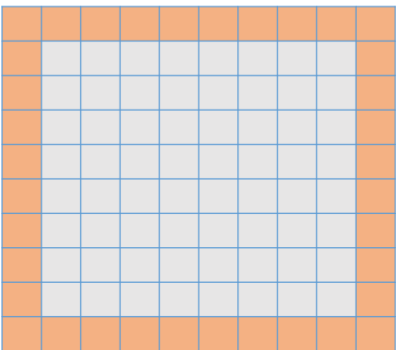
Alle plenumsituasjoner som oppstod i denne økten hadde god lyd kvalitet, men ikke alle gruppesamtaler. De 20 analyserte gruppesamtalene er av god lyd kvalitet, unntatt noen få ganger når elevene fortsatte å snakke samtidig med at læreren startet plenumssamtale.

Til sammen er 670 linjer (ordutveksling) med dialog transkribert fra økt 1 og økt 2, inkludert både gruppe og plenum. Jeg byttet plass på to av enhetene underveis til nye grupper, fordi jeg var interessert av å høre mange forskjellige elever diskutere. En av smågruppene hadde en enhet for lydopptak hos seg under hele økten.

Oppgaven som elevene ble presentert for i økt 1 er kalt «*Rammeproblemet*» og er illustrert i figur 1. Elevene fikk ikke presentert hele oppgaven med en gang, men klassen arbeidet seg gjennom oppgaven trinn for trinn. Læreren oppfordret alltid elevene til å forklare sin tenkning, noe som også Wæge (2007) holder fram som en viktig del av undervisningsformen i hennes studie av undersøkende matematikk (se kap. 2.1.2).

Det siste trinnet av oppgaven er ikke med på figur 1, da læreren muntlig spurte elevene om å generalisere ved å lage en formel med utgangspunkt i regnestykkene som elevene hadde lagt.

Figur 1: Rammeproblemet presentert med PPT. Figur laget i GeoGebra av Anna Villoria. Oppgavetekst hentet fra bok MØNSTER 1P-Y (Bækkevar et al., 2020, s. 148)

<p>Hvordan skal vi finne antall fargete småkvadrater i ramma uten å måtte telle en og en?</p>	<ol style="list-style-type: none">1. Gå sammen i par og studer figuren. Tenk over hvordan dere kan finne antall rosa ruter i ramma uten å måtte telle en og en rute.2. Tenk så at ramma er i et rutenett med 5 x 5 ruter. Hvor mange rosa ruter blir det nå? Prøv å forklare med ord eller tegning hvordan dere resonnerer. Skriv så opp regnestykket.3. Gjør det samme med 8 x 8 ruter4. Del forklaringen med resten av klassen. Hvor mange ulike strategier har dere funnet?5. Gå tilbake til parkameraten din. Velg ut en strategi til en annen gruppe. Prøv å bruke den for å finne hvor mange ruter det er i ramma i et rutenett med 12 x 12 ruter. Skriv opp regnestykket
<p>Figuren viser en ramma i rutenettet med 10 x 10 ruter.</p>	
	

Rammeproblemet mener jeg er en rik oppgave, jeg tar her utgangspunkt i kriteriene for en rik oppgave presentert i *kap.2.1.2* (Hedrén et al., 2005):

1. Oppgaven introduserer elevene til viktige ideer: tallmønstre og formler
2. Er lett å forstå: antall ruter i rammen går an å finne på mange måter, også ved å telle
3. Krever anstrengelse: av egen erfaring så vet lærer og jeg at det er en utfordring for mange elever å lage algebraiske formler fra tallmønstre
4. Kan gi opphav til flere strategier og representasjoner: her kan elevene både lage flere ulike regnestykker og tegne, i tillegg kommunisere verbalt og skriftlig
5. Initiere en matematisk diskusjon: det er mulig å bruke mange strategier for å beskrive de ulike figurene, men også mulig å generalisere de ulike strategiene på forskjellige måter (*se kap. 4.1.1.1*).
6. Fungere som en bro til nye problemer: elevene får i økt 2 lage egne tallmønstre med tellebrikker. Senere i kurset skal elevene arbeide med matematiske formler som er spesielle for yrkesfaget som elevene går på.

Rammeproblemet har og likheter med LIST-oppgaver (*lav inngangsterskel stor takhøyde, se kap. 2.1.2*), som:

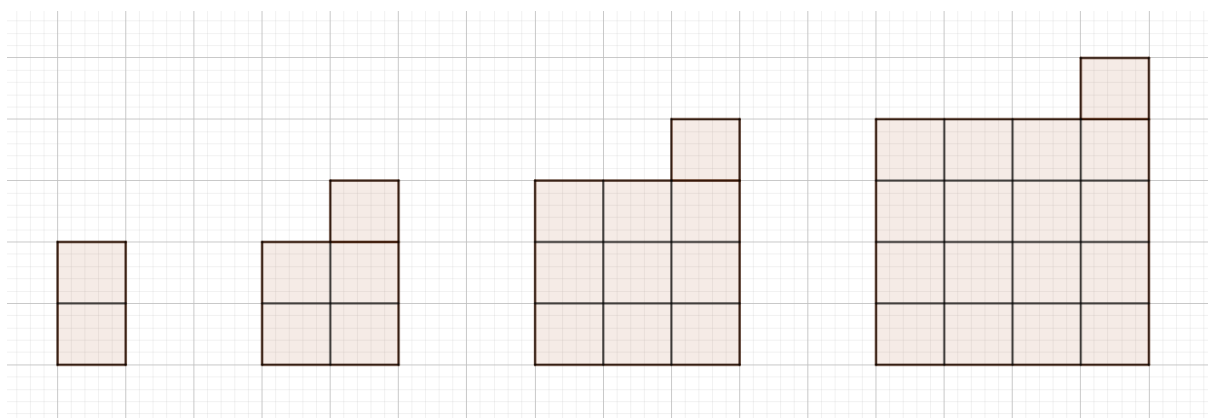
- (1) fremmer en positiv klasseromskultur fordi alle arbeider med samme problem,
- (2) fremme elevene til å vise hva de kan foran hva de ikke kan og
- (3) elevene gis mulighet til sofistikert tenkning

Jeg vil påpeke at oppgaven vil kunne være altfor enkel for noen elever på samme alder, men det var ikke tilfelle i det studerte klasserommet.

Elevene arbeidet også med andre geometriske tallmønstre i økt 1, se figur 2 på neste side.

Denne oppgaven arbeidet de også gjennom trinnvis, og samtalen gikk vekselvis fra plenum til grupper. Klassen brukte nesten 60 minutter til rammeproblemet, og cirka 15 min til den andre oppgaven.

Figur 2: Bildet lagt i GeoGebra av Anna Villoria. Oppgavetekst hentet fra MØNSTER 1-PY (Bækkevar et al., 2020, s. 150)

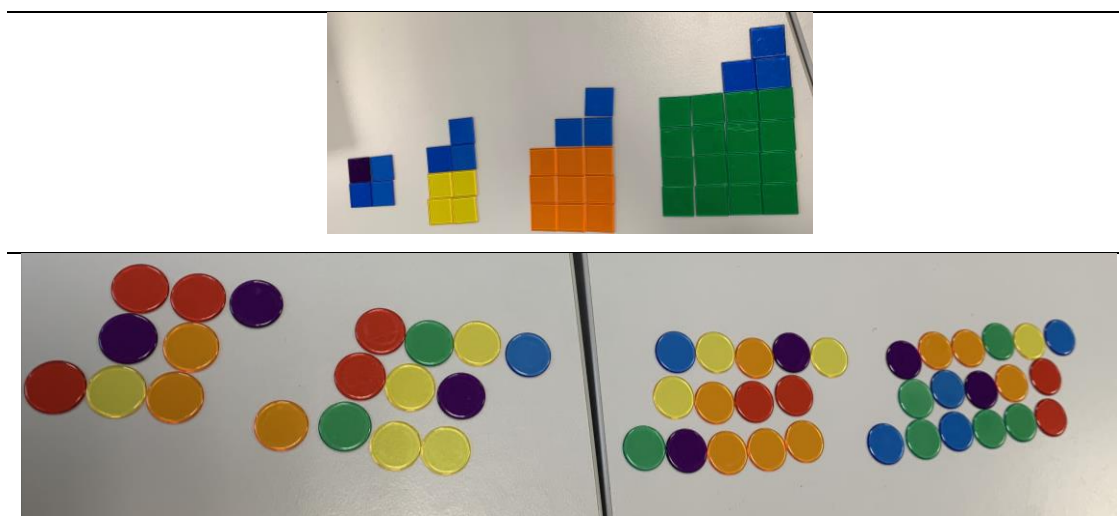


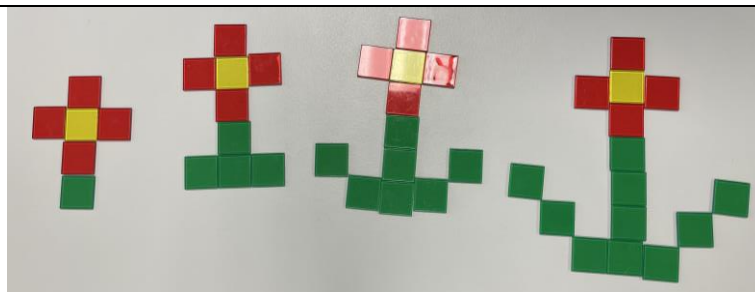
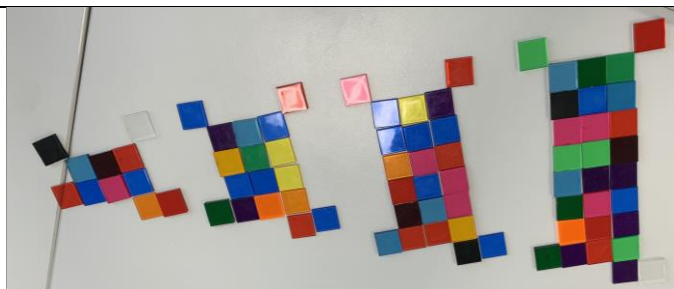
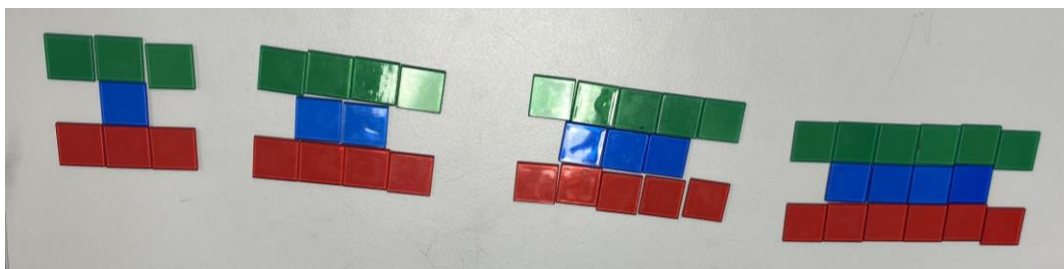
- Hvordan ser den femte figuren ut? Tegn.
- Hvordan ser figur 100 ut? Hvor mange ruter består den av? Forklar med ord og tegning.
- Lag regnestykker som viser hvor mange ruter det er i figur 5, 6 og 7.
- Hvor mange ruter er det i figur n ? (Lag et regnestykke med n .)

Økt 2 – Egne tallmønstre

Før økt 2 fikk elevene i oppgave å lage egne tallmønstre, som lærer tok bilde av (se figur 3). I starten av økt 2 tok læreren opp elevenes tallmønstre på projektor for klassen. Læreren arbeidet på lik måte som i økt 1, hvor elevene vekselvis i gruppe og plenum lagte regnestykker og formler for de egne tallmønstrene. Elevene satt ned gjennom hele økt 2. Lydopptak ble gjort med 3 enheter, alle vellykket som gav 112 min med materiale og 472 rader med dialog transkribert. Fra denne økt har jeg analysert 7 plenumsøkter og 14 gruppesituasjoner.

Figur 3: Bilder av elevenes egne tallmønstre





Økt 3 – Barbiehopp med strikk

Denne økten skulle elevene prøve å modellere for å finne tallmønstre i barbiestrikkhopp, og prøve å gjøre en forutsigelse om hvor mange strikk de trenger for et hopp på 2,5 meter.

Oppgaven ble hentet fra Nasjonal Digital Læringsarena (NDLA) under rubrikken «Strikkhopping med Barbie-dukke».

Dessverre ble lydopptaket ikke av god kvalitet, grunnet at elevene var veldig aktive og gikk rundt i klasserommet. Observasjonene fra denne økten er kun basert på notater fra timen.

Denne del av studien er av den grunnen ikke tatt med i analyse, men likevel ble noen få interessante observasjoner når det gjelder elevenes glede og deltakelse i timen. For å få med seg hva elevene sier til hverandre i en slik time hadde videoopptak vært nødvendig.

3.3.3 Semi-strukturerte intervjuer med lærer

Jeg gjennomførte et pre-intervju med læreren en uke før utforskningsprosjektet i klasserommet skulle skje, og hadde et post-intervju sirka en uke etter siste lydopptak. Intervjuene med læreren var *semi-strukturerte*, og slike intervjuer har som mål å forstå deltakerens perspektiver (Postholm & Jacobsen, 2018). I *semi-strukturerte* intervjuer skjer det en kontinuerlig analyse av det innhold som blir delt (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 121). Det innebar at jeg brukte mitt spørreskjema (se vedlegg 2), men endret rekkefølge og stilte noen oppfølgingsspørsmål som ikke var planlagt i forveien.

Pre-intervju hadde til hensikt å både introdusere, men også undersøke hvilke erfaringer læreren hadde med *samtaletrekk* og *regler for matematisk aktivitet*. Men også for å få et generelt bilde av lærerens erfaringer med utforskende undervisning. Denne samtalen ble avholdt en uke før prosjektet startet, og var 20 min langt. Et nyttig aspekt av dette intervjuet var de innspill jeg fikk av læreren om antall regler som kan være mulig for elevene å huske. Læreren fikk også drøfte hvilke samtaletrekk som hun mener hun er vant med å bruke, og hvilke hun ikke har hatt like mye erfaring med å bruke. Vi ble enige om å ha en jukselapp med samtaletrekk, for å gjøre det lettere for henne å huske. Videre diskuterte vi hennes tanker om hva som kan bidra til at elever tørr å ta intellektuell risiko.

I post-intervju (varighet 15 min), fikk lærer mulighet å drøfte sine inntrykk av øktene med utforskning, se spørreskjema vedlegg 2. Vi hadde også da et *semi-strukturert* intervju hvor hovedfokus lå på bruk av samtaletrekk, og om elevene tok intellektuell risiko. Diskusjonen gikk i generelle termer, for å unngå å bryte taushetsplikten. Videre diskuterte vi også om hun oppfattet at klasseromsreglene hadde fungert etter intensjonen.

3.4 Studiens kvalitet

3.4.1 Utvalg

Målsettingen i denne studien er å gjøre en grundig undersøkelse av en enkelcase, bestående av 11 elever og en lærer. Elevene går første året på yrkesfag på en videregående skole i Sør-Norge. Med hensyn til elevenes anonymitet velger jeg å ikke oppgi studieprogram eller navn på skolen. Alder og størrelse er noe som skiller denne gruppen noe fra klasser på f.eks. ungdomsskolen. Det er også en kjønnsfordeling i klassen som er skjev i forhold til hvordan en gjennomsnittlig klasse i grunnskolen ville se ut. Elevenes faglige nivå oppfattes som relativt heterogen av klassen sin lærer.

For at en enkelcasestudie skal være eksternt gyldig, altså at kunnskap fra denne studien skal kunne være overførbart til andre lignende kontekster må vi vite noe om hva som gjør den observerte klassen representativ for andre klasser (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 65). Det vil neppe være slik at kunnskap fra en case vil være direkte overførbart i alle andre skolekontekster, men likevel mener jeg at utvalget i min case kan være representativt for mange elever både på den siste del av grunnskolen og videregående i Norge i dag.

3.4.2 Reliabilitet

Tradisjonelt er begrepet reliabilitet knyttet til hvorvidt en studie er mulig å reprodusere med de samme resultatene (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223). Dette stammer fra naturvitenskapen, eller en positivistisk kunnskapstradisjon, som skiller seg fra det konstruktivistiske synet på kunnskap. I en kvalitativ studie slik som denne handler reliabiliteten, eller påliteligheten, i større grad om å reflektere over sin egen påvirkning (subjektivitet) og i tillegg å gjøre forskningsmetoden synlig for andre (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 224). Subjektivitet handler blant annet om å ikke ensidig plukke ut data som støtter sine egne hypoteser. For å unngå dette har jeg blant annet transkribert over 30 sider med data slik at det til enhver tid er mulig for meg å både gå i dybden på enkelte konversasjoner, men også få et helikopterperspektiv på de observerte undervisningsøktene. Dette for å ikke utelate relevant informasjon. Videre har jeg drøftet mine tolkninger sammen med veileder.

En svakhet med metoden er at jeg har vært ensom om å transkribere dialogene. Forskning på transkripsjon viser at to personer kan forstå samme dialog på forskjellig måte (Kvale et al., 2015). Fortolkning av samtalene er en utfordring, men jeg har etter beste evne prøvd å dobbeltsjekke ferdig transkribering, og ved usikkerhet har jeg brukt tekniske hjelpemidler til å

senke hastigheten på lyden under avspilling. Det er også en feilkilde at noen av lydopptakene ikke ble vellykkede, og spesielt hele økt 3 når elevene gjorde strikkhopp med barbiedukker. Likevel føler jeg at de lydopptak jeg har samlet inn fra økt 1 og økt 2 har en stor bredde, som gjør det mulig å gjøre en helhetlig analyse som åpner opp for å kunne diskutere forskningsspørsmålene. Feilkilder blir også drøftet i kap. 6.2.

I utforming av spørsmål til intervjusituasjon med lærer har jeg etter beste evne prøvd å ikke stille ledende, uklare eller doble spørsmål. Det er et kjent fenomen at studieobjekt prøver å tilpasse seg etter forskeren (Postholm & Jacobsen, 2018), altså prøver å svare slik at forsker blir fornøyd med spørsmålene. Det er umulig å kontrollere om det er tilfelle, men bredden på datamaterialet; intervju, observasjon og lydopptak vil kunne bidra til et mer helhetlig bilde av enkelcasestudien. Ved å være så transparent jeg kan i fremlegget av metode og analyse vil reliabiliteten til undersøkelsen styrkes.

3.4.3 Validitet

Validitet handler om to forhold, dels om vi måler det vi tror at vi måler og dels om vi har grunnlag for å uttale oss om årsak og virkning (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 229). Jeg har tidligere nevnt at denne studien ikke har til hensikt å undersøke årsak og virkning, men om å undersøke om visse forhold virker sammen. De forholdene som jeg ønsker å undersøke er hvilke intellektuelle risikoer elever tar i utforskende undervisningsøkter og hvilke samtaletrekk læreren og elevene bruker. Dessuten har jeg introdusert regler for matematisk aktivitet som ytterligere en faktor. For å klare å undersøke dette må jeg dels være sikker på at undervisningen er utforskende (premiss), og dels ha et teoretisk rammeverk som hjelper meg med å identifisere intellektuell risiko. Jeg trenger også et rammeverk som beskriver samtaletrekk for at jeg skal kunne identifisere når læreren og elevene bruker disse.

Jeg har prøvd å legge forholdene til rette for at undervisningen i enkelcasestudien er utforskende, som beskrevet i hovedundersøkelsen (*kap. 3.2.2*). Her støtter jeg meg opp mot tidligere forskning om hva som utmerker utforskende metoder og oppgaver. Det vil alltid være mulig å spørre seg om et opplegg vil være utforskende for *alle elever*. Jeg mener at svaret er nei, fordi hvis elevene har forkunnskaper som går forbi oppgaven så vil opplegget ikke bli oppfattet som utforskende. Hele opplegget er avhengig av at nivå på oppgaven er riktig. Basert på analyse av dialogene til elevene i denne masteroppgaven, mener jeg at oppgavene var utforskende. Med det sagt kan man aldri være helt sikker på hva som pågår i

elevenes indre verden, da det selvfølgelig kan ha vært noen enkelte som oppfattet opplegget som for enkelt.

Det er en utfordring å undersøke *intellektuell risiko* på en gjennomført måte som dekker alle mulige aspekter av hva som kan inkluderes i dette begrepet. Denne diskusjon omhandler begrepsmessig gyldighet (validitet), hvilket i denne studien handler om rammeverket er godt nok får å påvise *intellektuell risiko* i klasserommet. Hvor godt representerer definisjonen av IRT virkeligheten? Definisjonen som jeg har tatt utgangspunkt i fra Soutter og Clark (2021) mener at vi kan se at elever tar intellektuell risiko når de:

- Deler ideer
- Stiller spørsmål
- Prøver å lære noe nytt
- Tar ordet i klasserommet
- Er open-minded
- Er villige å se på alternative ideer og ideer motsatt av sine egne.

Rammeverkene som er beskrevet i kapittel 2.5 er ikke tenkt å brukes som en sjekklister, men for å finne overgripende mønster. Jeg mener at det lar seg gjøre, men jeg må være bevisst på begrensningene med rammeverket. Flere av begrepene er vanskelig å bruke på en helt objektiv måte, men jeg prøver å være transparent i min tolkning ved å bruke tydelige eksempler i analysen (*kap. 4*). Spesielt oppfatter jeg begrepet «*open-minded*» som vanskelig, da det ikke uten videre lar seg defineres og identifiseres. Av den grunn fokuserer jeg på de andre punktene av IRT, fordi de er knyttet til en handling. Likevel vil begreper knyttet til en handling ikke alltid ha en entydig tolkning, f.eks. hvordan vet jeg sikkert om en elev *prøver å lære noe nytt*? For å tydeliggjøre min tolkning vil jeg innenfor hvert avsnitt beskrive mine forståelser av begrepene med flere eksempler.

Videre må det påpekes at jeg bare tolker den delen av bevisstheten som kan forstås fra dialogene. IRT kan vær usynlig for min observasjon, eksempelvis kan elever arbeide stille når de prøver å lære noe nytt uten å eksplisitt gi uttrykk for dette.

Tidligere forskning på IRT gjort av Allmond et al. (2016) sine kriterier for IRT (*se kap 2.2.3*) kompletterer min diskusjon av å påvise IRT i klasserommet. For å forstå hvordan dette rammeverket har blitt brukt har jeg vært i kontakt med Katie Makar, associate professor ved Universitetet i Queensland og medforfatter til artikkelen. Gjennom dialog med Makar har jeg

fått en viss forståelse for hvordan de utviklet sitt rammeverk, og også fått noe innblikk i flere nivåer enn de presenterte nivåene i artikkelen. Med hjelp av hennes innspill har jeg fått bedre innsikt i metodologien til tidligere forskning på IRT, hvor lærere i dialog med forsker er med på å identifisere hva som utmerker situasjoner når elever tar intellektuell risiko.

Definisjonen til *intellektuell risiko* (IRT) vil kunne gi opphav til flere tolkninger av virkeligheten. Det betyr ikke at vi bare skal undersøke begreper som er veldefinerte og med stor presisjon måler data fra omverden. Med utgangspunkt i at *intellektuell risiko* er knyttet til Vygotskijs teori om at læring skjer når vi befinner oss i vår proksimale utviklingszone (Beghetto, 2009; Clifford, 1991), så argumenterer jeg for at denne type kunnskap er viktig, selv om det er vanskelig å tolke begrepene knyttet til IRT entydig.

Det andre analyseverktøyet jeg bruker er *samtaletrekk*, slik som det er beskrevet av Kazemi og Hintz (2019) i tabell 4 (*kap. 2.3.2*). Her vil det også være utfordringer med å tolke dialogene på en entydig måte. Gjennom å dele rike eksempel i analysen (*kap. 4*) ønsker jeg å tydeliggjøre mine fortolkninger av dialogene.

3.4.4 Forskningsetiske problemstillinger og anonymisering

Et grunnleggende prinsipp i all forskning er at forskeren alltid først må vise ansvar overfor forskningsdeltakerne, dernest overfor undersøkelsen og sist for forskeren selv (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 246). Før prosjektet startet ble søknad til Norsk Samfunnsvitenskapelig Datatjeneste (NSD) sendt inn og godkjent, se meldeskjema i vedlegg 3.

Elevenes anonymitet er ivaretatt ved at jeg ved transkribering ikke brukte elevers navn, men byttet de ut med betegnelsen elev (Bokstav). Bokstavene er tilfeldig valgt, og det er ikke alltid samme elev har samme bokstav, for å forsikre meg om at elevene ikke kan identifiseres. Ved presentasjon av dialoger i analysen (*kap. 4*) har jeg brukt fiktive navn, og har tatt utgangspunkt i de topp-10 vanligste navnene i Norge for barn fødte i 2005.

Det er kun jeg som har hatt tilgang til lydfilene, og de blir slettet etter masteroppgaven er levert. Jeg har unnlatt å transkribere samtaler som ikke dreier seg om matematikktimen, for å ivareta elevens personvern og integritet. Lydopptak ble lagret på en kryptert disk og slettet etter prosjektet sitt slut. Videre utelater jeg hvilken skole som elevene går på for å ivareta deltakernes anonymitet. Deltakelse i prosjektet var helt frivillig, og elevene ble forsikret om at det ikke skulle ha noen konsekvenser hvis de valgte å ikke delta. Hvis elever ikke ønsket å delta så hadde de mulighet for å gjøre samme undervisningsopplegg i et annet klasserom.

Elevene ble informert om at de når som helst kunne trekke seg fra studiet, også i etterkant av lydopptakene, se informasjonsskriv til elevene i vedlegg 5.

Når jeg og lærer diskuterte øktene i forkant og i etterkant så ble elevers navn ikke brukt, men vi snakket i generelle termer om det som ble observert i klasserommet. Dette for å unngå at læreren bryter taushetsplikten og tredjepersonsopplysninger. Læreren fikk også informasjon om frivillighet å delta i prosjektet, se informasjonsskriv til læreren i vedlegg 4.

4 Analyse

Analysen er gjort i hovedsak med utgangspunkt i undervisningen fra økt 1 og økt 2 (se *kap. 3.3.2*). Men også deler av lærerens besvarelser fra intervjuene blir presentert.

I analysen skiller jeg på plenumssituasjoner (n=17) og gruppesituasjoner (n=34).

Plenumssituasjoner er perioder i undervisningen hvor helklassesamtaler styres av læreren. I gruppesituasjonene samarbeider elevene i små grupper, med 2-3 elever. Sitater er kodet med nummer etter rekkefølgen som samtalene har blitt transkribert. Navnene til elevene er fiktive.

I analysen identifiserer jeg hvilke situasjoner elever tar intellektuell risiko (IRT), og deretter undersøkt hvilke samtaletrekk som forekommer når elevene tar intellektuell risiko.

Analysekapittelet er delt inn i tre deler:

4.1 Intellektuell risikotaking i helklasse (plenum).

I dette delkapittel presenterer jeg observasjoner av IRT i plenum, og lærerens bruk av samtaletrekk i situasjoner der elever tar intellektuell risiko.

4.2 Intellektuell risikotaking i gruppesituasjoner

I dette delkapittel presenterer jeg observasjoner av IRT i gruppe, og hvilke samtaletrekk elevene bruker mellom seg i disse situasjonene.

4.3 Regler for matematisk aktivitet

I dette delkapittel presenterer jeg observasjoner på om elevene etterfølger de oppsatte klasseromsreglene fra «*Regler for matematisk aktivitet*», og lærerens kommentarer i den sammenhengen.

4.1 Intellektuell risikotaking i helklasse (plenum)

I denne delen av analysen undersøker jeg hvordan elever tar intellektuell risiko i de plenumssamtalene som ble registrert i økt 1 og økt 2. Til sammen ble 10 plenumsituasjoner registrert i økt 1, og 7 plenumsituasjoner i økt 2. Alle plenumsituasjonene har blitt kodet med et tall, for økt 1 mellom 1-10 og for økt 2 mellom 1-7.

Hvert delkapittel utgår fra definisjonen av IRT fra Soutter og Clark (2021). Definisjonen til Soutter og Clark (2021), (se også *kap 2.1.2*) sier at elever tar intellektuell risiko når de¹:

4.1.1 Deler ideer

4.1.2 Stiller spørsmål

4.1.3 Prøver å lære seg noe nytt

4.1.4 Er villige å se på alternative ideer (og ideer motsatte av sine egne)

4.1.5 Tar ordet i klasserommet

Tabell 7 og tabell 8 viser antall situasjoner hvor jeg observerer de forskjellige typene av IRT. Deling av ideer er dominerende både i økt 1 og økt 2. Resultat fra begge øktene presenteres i stolpediagram, se figur 4. En situasjon kan inneholde flere type IRT, f.eks. i situasjon 3 så deler elever ideer, stiller spørsmål og tar ord i klasserommet. Samme kode kan altså forekomme flere ganger i den samme tabellen.

Tabell 7: Økt 1, 90 minutter undervisning (n=10)		
Type IRT	Plenumsituasjon (kode)	Antall
Deler ideer	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	9
Stiller spørsmål	3, 10	2
Prøver å lære noe nytt		0
Tar ordet i klasserommet	3, 6, 10	3
Er villige å se på alternative ideer og ideer motsatte av sine egne.		0

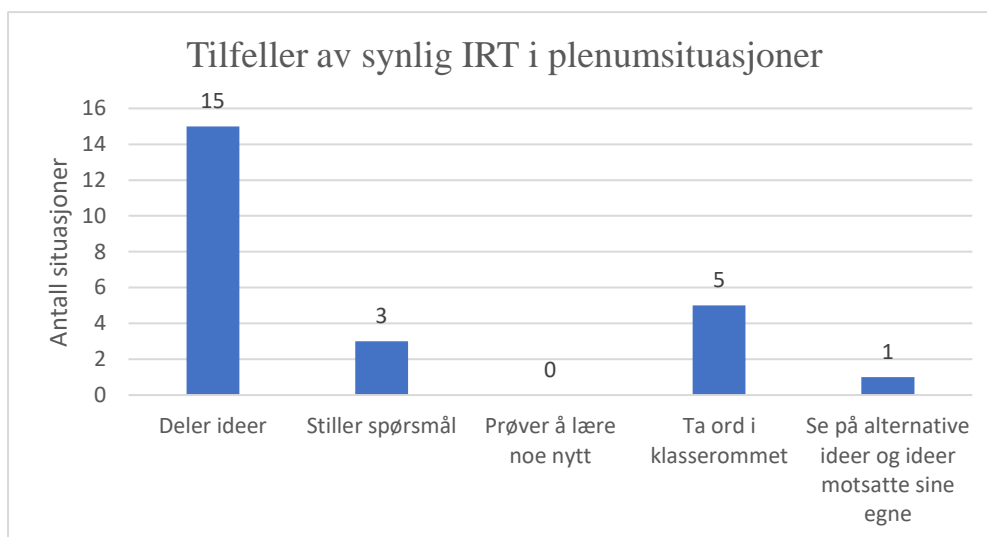
Fordelingen av IRT i plenumsituasjon økt 2 har samme tendens som i økt 1, se tabell 8.

¹ Som nevnt i *kap. 2.5 teoretisk rammeverk*, ser jeg vekk fra uttrykket «å være open-minded» (se s.34)

Tabell 8: Økt 2, 45 minutter undervisning (n=7)		
Type IRT	Plenumsituasjon (kode)	Antall
Deler ideer	2, 3, 4, 5, 6, 7	6
Stiller spørsmål (for å forstå)	2	1
Prøver å lære noe nytt		0
Tar ordet i klasserommet	2, 4	2
Er villige å se på alternative ideer og ideer motsatte av sine egne.	7	1

Figur 4 oppsummerer observasjonene med IRT fra begge øktene. *Deler ideer* er den type IRT som er observert flest ganger.

Figur 4: Antall observerte situasjoner hvor forekomst av IRT er registrert i plenum (n=17)



I de neste avsnittene presenterer jeg hvilke samtaletrekk som læreren brukte når elevene tar intellektuell risiko i plenum. Samtaletrekken får egne delkapittel i de tilfeller hvor det finnes mye data, slik som i IRT elev «*deler ideer*».

4.1.1 Elever deler ideer og lærerens bruk av samtaletrekk

Deling av ideer i plenum inkluderer både deling av ferdige og uferdige ideer. Som det fremgår av figur 4 så var deling av ideer den dominerende type IRT. I plenum var det stort sett deling av *ferdige ideer* (riktige svar). Mellom hver plenumsøkt hadde elevene snakket med hverandre, slik at alle hadde delt ideer i smågrupper før de ble oppfordret til å dele sine ideer i plenum. Lærer fordelte ordet i plenumsøkten, og hun spurte elevene direkte med navn eller gruppe. Jeg har valgt å undersøke hvilke samtaletrekk som lærer bruker når elevene deler ideer, og eksempler på hvordan jeg tolker kategorien *dele ideer* fremgår av dialogeksemplene i de neste delkapitlene. Samtaletrekkene er presentert i kap 2.3, og er et verktøy for produktive samtaler med hjelp av syv samtaletrekk: gjenta, repetere, resonnere, tilføy, tenketid, snu og snakk, og endre.

Ved 15 av 17 analyserte plenumsituasjoner delte elever ideer. Jeg har observert hvilke samtaletrekk som lærer brukte når elevene delte ideer, se tabell 9. Alle de 15 situasjonene hvor elevene *delte ideer* har jeg videre undersøkt for å se hvilke samtaletrekk lærer bruker. De to situasjonene hvor elevene ikke delte ideer var når lærer startet opp timen.

Samtaletrekk	Antall
Gjenta	11
Repetere	2
Resonnere	10
Tilføy	4
Tenketid	2
Snu og Snakk	15
Endre	0

Samme samtaletrekk kan bli brukt flere ganger i samme plenumssituasjon, men det fremgår ikke av denne tabellen. Tabellen viser at lærer bruker samtaletrekkene *snu og snakk*, *gjenta* og *resonnere* i de fleste helklassesamtalene.

Jeg vil nå presentere hvert og ett av samtaletrekkene med eksempler som illustrerer lærers bruk av samtaletrekk når elevene *deler ideer*.

4.1.1.1 Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: gjentar

Hensikten med samtaletrekket *gjenta* er å oppklare, forsterke eller tydeliggjøre en idé (Kazemi & Hintz, 2019). Under hele økt 1 skrev læreren opp elevenes ideer på tavlen når de ble presentert i plenum, hvilket førte til at elevenes tanker både ble gjentatt både muntlig og skriftlig.

Lærer noterte underveis elevenes strategier i rammeproblemet (se 3.3.2, figur 1, s.44) på tavlen som er oppsummert slik som tabell 10 viser. De fire ulike strategiene som er presentert i tabell 10 viser at oppgaven fungerte etter intensjonen; at elevene i fellesskap klarte å finne flere forskjellige strategier på samme problem.

Tabell 10: Lærerens notater på tavle etter felles utforskning av <i>rammeproblemet</i>					
	$n \times n$	10×10	5×5	8×8	12×12
1	$n \cdot 2 + (n - 2) \cdot 2$	$10 + 10 + 8 + 8$	$5 \cdot 2 + 3 \cdot 2$	$8 \cdot 2 + 6 \cdot 2$	$12 \cdot 2 + 10 \cdot 2$
2	$(n - 2) \cdot 4 + 4$	$8 \cdot 4 + 4$	$3 \cdot 4 + 4$	$6 \cdot 4 + 4$	$10 \cdot 4 + 4$
3	$n \cdot n - (n - 2)(n - 2)$	$10 \cdot 10 - 8 \cdot 8$	$5 \cdot 5 - 3 \cdot 3$	$8 \cdot 8 - 6 \cdot 6$	$12 \cdot 12 - 10 \cdot 10$
4	$(n - 1) \cdot 4$	$9 \cdot 4$	$4 \cdot 4$	$7 \cdot 4$	$11 \cdot 4$
$4 \cdot n - 4 \cdot 1$					
$4n - 4$					

Følgende klasseromssamtale omhandler starten av rammeproblemet, som viser hvordan lærer gjentar det elevene sier (uthevet i linje 57 og 58). Som fremgår av kursiv tekst så skrev lærer opp regnestykkene på tavlen. Lærer viser også i linje (62), (65) og (67) at hun genuint lytter til elevenes ideer, og gjennom å se på flere strategier så fremholder læreren fordelene med å løse problemer på mer enn en måte.

Plenumsituasjon 3, økt 1:

- (56) Lærer: Ok, gruppe i det andre hjørnet hva tenkte dere?
- (57) **Nora: Vi tok først $10 + 10$ så $8 + 8$.**
- (58) **Lærer: Hvis du tar 10 her og 10 her, så har du $10 + 10$, da er det bare 8 igjen, her og der. Fint. Veldig bra. Malin hvordan har dere tenkt?**
- (59) Malin: Vi tok akkurat samme, men ganget: 8 ganger 6.... Nei, 8 ganger 4.
- (60) Lærer: Det var en litt annen metode, hvorfor tok du 8 ganger 4?
- (61) Malin: Jeg tok på en måte det i midten og så plusset jeg det på siden, hjørne mener jeg.

- (62) **Lærer: Ja, kult, det hadde jeg ikke tenkt på, det var stilig. Du tenkte at du hadde 8 her... (peker på tavlen) sant?**
- (63) Malin: Ja, og så plusset jeg på hjørnene etterpå.
- (64) Lærer: Stilig. (*skriver $8 \cdot 4 + 4$ på tavlen*)
- (65) **Lærer: Sara, hva har dere tenkt?**
- (66) Sara: vi fikk vite at det er 10 ganger 10 ruter, så da tok vi 10 ganger 10, det er 100. Så tok vi de lyse rutene som er 8 ganger 8, som er 64, så blir det 100-64.
- (67) **Lærer: Ok kult. (...)** (*skriver regnestykke på tavlen*)

4.1.1.2 Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: repetere

Repetere handler om å la en elev repetere eller omformulere hva en annen elev har sagt. Hensikten med dette er å la elevene få samtalen til å gå saktere og få elever til å dvele ved viktige ideer (Kazemi & Hintz, 2019). Lærer bruker samtaletrekket *repetere* 2 ganger i plenum.

I plenumsituasjon 7, økt 2, ber lærer Nora å gjenta Julie sin strategi på et lignende problem, se (linje 656).

Plenum 7, økt 2

- (653) Julie: regnestykket? Den her: $3 \cdot 6$ også den, pluss 2
- (654) Lærer: de? (*peker*) 3 ganger 6 pluss de to framme. (*Skriver på tavlen*)
Og her da?
- (655) Julie: $3 \cdot 2 + 2$
- (656) Lærer: Nå har Julie forklart sin tanke. **Har du Nora lyst å gjenta hvordan hun tenkt, på denne figuren?**
- (657) Nora: $3 \cdot 3 + 2$
- (658) Lærer: Ja (*glede i stemmen*) fordi da tar vi disse tre (*viser på tavlen*)

4.1.1.3 Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: resonnerer

Samtaletrekket *resonnerer* handler om å la elevene engasjere seg i hverandres ideer, både for å forstå hvorfor noe virker riktig, men også for å (respektfullt) argumentere mot hverandres ideer (Kazemi & Hintz, 2019). Læreren innleder også første plenumsøkt med å si «*nå er det viktig å forklare tanken bak den fremgangsmåten dere valgte*». Videre vil hun alltid at elevene skal begrunne fremgangen, og hun spør flere ganger «*Hvorfor gjorde du det? Hvordan tenkte*

du da?». Jeg har telt opp at læreren spør med ordet «hvordan» direkte til enkelte elever sirka 24 ganger, og hun spør «hvorfor» sirka 7 ganger i løpet av de to øktene. Videre spør hun tre ganger om elevene er enige med et utsagn, og får svaret «ja» fra klassen. Tabell 11 viser noen eksempler på lærerens spørsmål underveis.

Tabell 11: Læreren ber elever å forklare
(62) Det var en litt annen metode, hvorfor tok du 8 ganger 4?
(70) Hvordan har dere tenkt?
(187) Hvordan tenker du da?
(194) Hvorfor gjorde du det? Hvordan tenkte du da?
(198) Hvordan har du tenkt da?
(200) Hvordan kom du frem til 11?
(300) Husk å fortelle hvordan du tenkt hele tiden
(353) Hvorfor ble det 3 ganger 3?
(456) Forklare hvordan du tenkt
(468) Forklare hvordan du tenkt
(492) Hvordan tenkte du?
(498) Hvordan tenkte dere når dere skulle finne formelen?

Elevenes svar på lærerens oppfordring om å forklare hvordan de tenkte varierte noe, men de fleste forklarte visuelt (tegne/skrive) og med ord (verbalt) hvordan de kommet frem til sin strategi. I plenumsøktene var elevene enige med hverandre, og det var lite uenighet og debatt mellom elevene om de fremgangsmåtene som ble lagt frem. Dette eksempel viser hvordan læreren aktivt bruker samtaletrekket *resonnere* (i uthevet skrift) i en og samme plenumssituasjon 5, økt 1:

- (186) Maria: vi tok 10 ganger 4 pluss 4
- (187) Lærer: hvordan tenker du da?**
- (188) Maria: de i midten først, så hjørnene
- (189) Lærer: når det er 12 ganger 12, hvorfor ble det 10?**
- (190) Maria: Fordi de er de i midten
- (191) Lærer: 10 ganger 4 pluss 4
- (192) Lærer: Lise, Hvordan har dere tenkt denne gang?**
- (193) Lise: 12 ganger 2 pluss 10 ganger 2
- (194) Lærer: Hvorfor gjorde du det? Hvordan tenkte du da?**
- (195) Lise: stille
- (196) Klara: Vi tok de sidene, og de med hjørnene, de der nede, så tok vi 12 minus 2, da blir det 10

Når eleven ikke kunne svare så kom sidemannen til hjelp. Læreren forventer her hele tiden at elevene skal forklare hvordan de har tenkt.

En av de største utfordringene for elevene var å gå over fra regnestykker til å generalisere for en generell *figur n*. I første plenumssituasjon, når elevene skal finne formuler er det i hovedsak læreren som står for argumentasjon, med korte innspill fra elevene. Elevenes argumentasjon er mer synlig og utviklet i løpet av første og andre økt, som kan illustreres med en dialog fra slutten av økt 2, hvor Ida (linje 606) viser egen argumentasjon i plenumsituasjon 5, økt 2:

- (603) Lærer: den oppfor er litt mer vanskeligere, men vi klarer det, hvordan har du tenkt Ida?
- (604) Ida: $(n + 2) \cdot 2 + n$, fordi at, for, på den første er det 1...
- (605) Lærer: ja, det her tallet her er likt figurnummer, og 2-tallet går igjen hele veien
- (606) **Ida: og så er det n+2 fordi det er alltid 2 mer, hvis det begynner på 1 så er det 3, og 2 og er det 4, det er alltid pluss 2, vi tar det først, så da må vi ta det i en liten parentes**

4.1.1.4 Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: tilføyte

Samtaletrekket *tilføyte* kan bli synlig gjennom å spørre om noen har noe å tilføyte/legge til diskusjonen, som åpner opp for at flere elever kan få utdype sine ideer (Kazemi & Hintz, 2019). Jeg observerte fire tilfeller hvor læreren spurte om noen vil legge til noe, i løpet av økt 1 og økt 2.

- (72) Lærer: Ok bra. Noen som brukt en annen metode?
- (281) Lærer: Er det noen som har lyst å legge til noe?
- (575) Lærer: Er det noen som tenkt annerledes enn det igjen?

I de tre tilfellene over var det ingen av elevene som ville legge til noe ekstra, men ved et senere tilfelle var det en elev som tok ordet og delte en ide:

- (569) Lærer: noen som gjort på en annen måte? Har alle gjort likt?
- (570) Sara: Sånn på den så tok jeg 3 ganger 5 pluss 4

4.1.1.5 Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: tenketid

Samtaletrekket *tenketid* handler om å gi elevene tid til å tenke, men også at elever kan selv be om mer tid (Kazemi & Hintz, 2019). I plenumsituasjonene ble det ekstra tydelig ved to tilfeller at læreren brukte samtaletrekket *tenketid* aktivt. Istedenfor å gå videre når elever ikke

hadde svar så ventet læreren 7 sekunder, så 5 sekunder, og så 5 sekunder til, dette for å se om eleven kom frem til noe. Som illustrert med denne dialogen (196-205):

- (196) Nora: 11 ganger 4
 (197) Lærer: hvordan har du tenkt da?
 (198) Nora: du tar de sidene og ganger
 (199) Lærer: hvordan kom du frem til 11?

Stille 7 sekunder

- (200) Lærer: 12 ganger 12 her

Stille 5 sekunder

- (201) Lærer: hvordan ble det 11?

Stille 5 sekunder

- (202) Lærer: Ingrid? (*elev på samme gruppe*)
 (203) Ingrid: siden hvis ikke blir det for mange, det er med hjørner
 (204) Lærer: så du tar vekk et hjørne ... hver gang tar vi bare ett hjørne, da er vi nede i 11. Hele siden var 12, da er vi nede i 11. Derfor blir det 11 ganger 4.

Ved de to observerte tilfellene førte ikke den ekstra tiden eleven fremover, men andre elever fikk komme til for å hjelpe vedkommende med spørsmålet læreren hadde stilt.

4.1.1.6 Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: *snu og snakk*

Samtaletrekket *snu og snakk* har til hensikt å gi elevene tid til å dele og forklare ideene sine, men også å engasjere seg i hverandres ideer (Kazemi & Hintz, 2019, s. 34). Gjennom hele økt 1 og økt 2 fikk elevene arbeide i smågrupper for å finne strategier og løsninger på oppgavene før de ble diskutert i plenum. De fikk da tid til å tenke gjennom problemstillingene før helklassesamtalene startet. Etter hver *snu og snakk* hadde elevene alltid noen ideer å dele. Terskelen for å *dele ideer* ble utvilsomt lavere etter elevene har fått tenkt seg om i grupper.

Tabell 12: Antall tilfeller med <i>snu og snakk</i> med lengdeintervall		
Økt nr	Økt 1	Økt 2
Antall <i>Snu og snakk</i>	10	6
Tid	2 – 6 min	1-5 min

Det skjedde ved noen få tilfeller at elevene ikke kom i mål på den tiden som de hadde fått i gruppesituasjonene, og ved noen tilfeller fortsatte elevene å diskutere oppgaven samtidig som læreren begynte å snakke til klassen i plenum. Elevene sa ikke ifra om at de trengte mer tid til

å tenke, men fortsatte å snakke lavt med hverandre. Ved noen enkelte tilfeller observerte jeg elever som satt fast med oppgaver, men likevel ikke gav beskjed om at de trengte mer tid eller hjelp for å komme videre.

4.1.1.7 Elever deler ideer – læreren bruker samtaletrekk: *endre*

Hensikten med samtaletrekket *endre* er å gi elevene mulighet til å endre sin tenkning, og det kan bli synlig ved at læreren spør om elevene har endret måten å tenke på (Kazemi & Hintz, 2019). Det kan også være at eleven selv uttrykker sin endrede måte å tenke på. I løpet av plenumsøktene ble det ikke observert noen tilfeller der læreren eksplisitt brukte samtaletrekket *endre*. Å endre sin tenkning når man oppdager noe nytt kan både skje ved at man forstår et nytt konsept eller at man oppdager en feil i sin tidligere tenkning.

Samtidig kan man se spor av elevens endrede tenkning i to tilfeller. I følgende situasjon linje (37-43) er det spesielt i linje (42) at Emilie endrer på sin tenkning, som kommer som en konsekvens av lærerens spørsmål i linje (41).

Økt 1, plenumsituasjon 2 (*rammeproblemet*):

- (37) Lærer til hele klassen: Dere skal presentere mange ting i dag, da må dere bytte hvem som presenterer. Gruppe bak i hjørnet dere kan begynne.
- (38) Hanna: Vi tok bare 10 ganger 4.
Latter i klasserommet
- (39) Lærer: Har dere sjekka fremgangsmåten deres?
- (40) Emilie: Er det ikke bare $10 + 10 + 10 + 10$..nei?
- (41) Lærer: Hva er utfordringen hvis du bare tar $10 + 10 + 10 + 10$? Jeg er helt enig i at det er ti her (*peker horisontalt på tavlen*), dere tenkte det var 10 her og (*peker vertikalt på tavlen*)?
- (42) **Emilie: Ja det var feil, det var 9**
- (43) Lærer: Et minutt til for å diskutere om det finnes en annen måte, dere andre kvalitets-sikrer løsningen deres, det der er standardfeil man gjør

Det er noen som ler når eleven sier feil (under linje 38), som kan være problematisk for elevenes villighet å dele ideer i klasserommet. Læreren møter empatisk elevens misforståelse av oppgaven i linje 43, og gir elevene mer tenketid med å bruke samtaletrekket *snu og snakk* for ekstra tenketid.

4.1.2 Elever stiller spørsmål og lærerens bruk av samtaletrekk

Det var få spørsmål som ble stilt i plenum gjennom økt 1 og økt 2, spesielt sammenlignet med gruppesituasjonene. Jeg har observert tre tilfeller som elever stilte matematiske spørsmål:

(77) Maria: Er det sånn med n inni? (Plenum 3, økt 1)

(471) Sara: kan man snu det om? Sånn at man tar 3 ganger 4 pluss 2?
(Plenum 10, økt 1)

(507) Julie: På den øverst, må vi ha parentes på den? (Plenum 2, økt 2)

To av spørsmålene gav læreren direkte svar på (77) og (471), men spørsmål linje (507) så spurte læreren hva andre i klassen tenkte. Læreren bruke noe tid på å lage en utfordring til hele klassen basert på når man trenger parenteser og når man ikke trenger parenteser.

Første spørsmål (linje 77) i plenumsituasjon 3, skjer i samme situasjon som læreren bruker samtaletrekk *gjenta*, *resonnere*, *tilføye* og *snu og snakk*.

Andre spørsmål (linje 471), plenumsituasjon 10, skjer i samme situasjon som læreren bruker samtaletrekk *gjenta*, *resonnere* og *snu og snakk*.

Tredje spørsmål (linje 507), plenumsituasjonssituasjon 2, økt 2, skjer i samme situasjon som læreren bruker samtaletrekk *gjenta*, *resonnere* og *snu og snakk*.

4.1.3 Elever prøver å lære noe nytt og lærerens bruk av samtaletrekk

Jeg har ikke observert noen tilfeller i plenum hvor elever prøver å lære noe nytt. Å identifisere når en elev prøver å lære noe nytt, som nevnt i metodedelen (*kap 3.4.3 validitet*), er ikke helt uproblematisk. Det er vanskelig å på en objektiv måte å observere og tolke når en elev prøver å lære noe nytt. Det kan utvilsomt skjue mye inne i elevens stille sinne, motivasjon og læring som vi ikke kan høre eller se i klasserommet der og da. Eksempelvis når læreren modellerer ulike strategier på tavlen, elever lytter til andre m.m. Også valg av vanskelighetsgrad på oppgaver kan være med å på å vise om eleven er villig til å prøve å lære noe nytt. Jeg har likevel valgt å tolke «prøver å lære noe nytt» som det å stille dybdespørsmål, eller på annen måte gi uttrykk for å være uenig eller ikke forstå.

Maria sitt spørsmål, linje (77) over, er det nærmeste dybdespørsmål som kom frem i plenum, men det var litt tidlig i prosessen. Læreren ventet med å introdusere n til etter at elevene fått se mange tallmønster på rammeproblemet. De andre to spørsmålene linje (471) og (507), hadde regneteknisk karakter. Siden jeg ikke har observert denne type IRT har jeg ikke data for hvilke samtaletrekk som blir brukt av læreren i denne sammenhengen.

4.1.4 Elever er villige til å se på alternative ideer og lærerens bruk av samtaletrekk

Jeg har observert ett tilfelle av denne type IRT i plenum, som også er presentert under samtaletrekket *repetere*, se dialog *kap 4.1.1.2*, linje 653-658, s.59. I denne plenumsøkten så bad læreren en elev å bruke strategien til en annen elev, på et nytt lignende problem. Eleven klarte fint å bruke strategien til den andre eleven, og viste at hun var villig til å se på alternative ideer i plenum.

Læreren brukte også samtaletrekker *resonnere* gjennom å spørre om elevene var enige med ulike utsagn, men det kom ikke frem noe uenighet.

4.1.5 Elever tar ordet i klasserommet og lærerens bruk av samtaletrekk

I 3 av de 5 ganger som elevene rakk opp hånden var når de stilte spørsmål. Dette er beskrevet i *kap 4.1.2*.

I ett av de andre tilfellene rakk en elev opp hånden for å forklare at hun hadde forkortet formelen sin.

Det siste tilfellet hvor en elev selv tok ordet, var etter at læreren hadde brukt samtaletrekket *tilføye*. Dette skjedde bare en gang, se eksempel under *kap. 4.1.1.4*.

En mulighet for å senke terskelen for elever å ta ordet i klasserommet er å bruke samtaletrekket *tilføye*. Samtaletrekket *tenketid* er også relevant for å åpne opp for elever til å ta ordet i klasserommet.

4.2 Intellektuell risikotaking i gruppesituasjoner

I denne delen av analysen undersøker jeg hvordan elever tar intellektuell risiko i de gruppesamtalene (elev-elev), som ble registrert under økt 1 og økt 2. Til sammen fra økt 1 ble 20 gruppesituasjoner transkribert, og fra økt 2 ble 14 gruppesituasjoner transkribert (total n=34).

Hvert delkapittel utgår fra definisjonen av IRT fra Soutter og Clark (2021). Definisjonen til Soutter og Clark (2021), (*se kap. 2.1.2*) sier at en elev tar intellektuell risiko når den:

4.2.1 Deler ideer

4.2.2 Stiller spørsmål

4.2.3 Prøver å lære seg noe nytt

4.2.4 Er villig å se på alternative ideer, motsatte sine egne

4.2.5 Tar ordet i klasserommet

Tabell 13 og tabell 14 viser antall situasjoner hvor jeg observerer de forskjellige typene av IRT. Stolpediagram som illustrer data fra begge øktene er presentert i figur 5 på neste side. Mellom plenumsøktene hadde elevene tid til å snakke i grupper, og jeg har kodet hver gruppes diskusjon med nummer og bokstav, i rekkefølgen som gruppesituasjonene dukket opp. Noen gruppediskusjoner inneholder flere kategorier samtidig som f.eks. gruppesituasjon 2A, der elevene *deler ideer* og de *stiller spørsmål* til hverandre. Samme kode kan altså forekomme flere ganger i den samme tabellen.

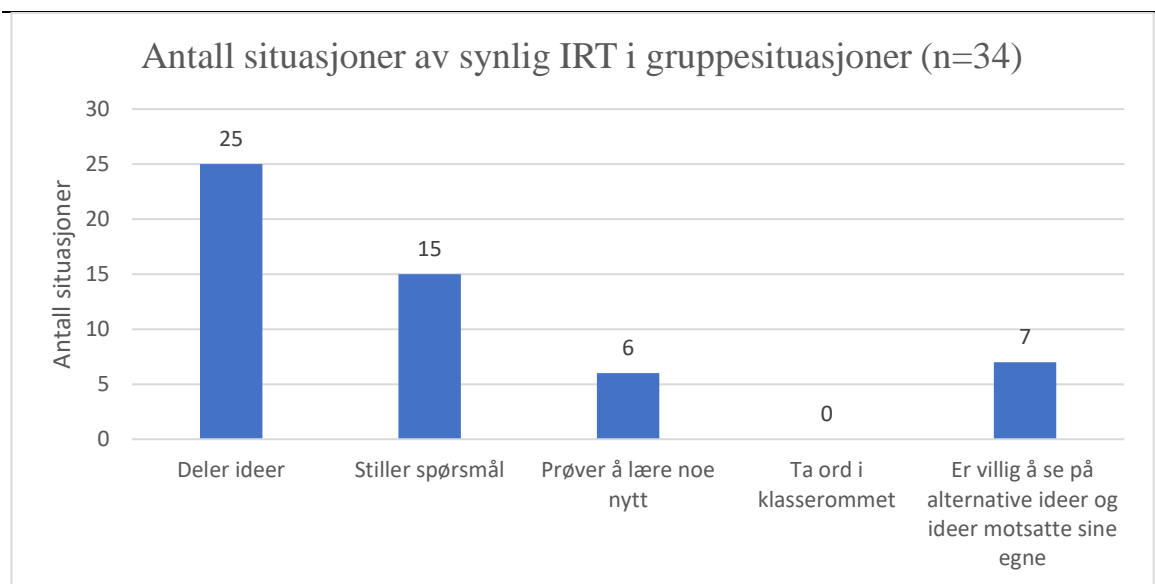
Type IRT	Gruppesituasjon (kode)	Antall
Deler ideer	1A, 1B, 2A, 3A, 3B, 4A, 5A, 5B, 7A, 8A, 8B, 8C, 9A, 10A, 10B	15
Stiller spørsmål	2A, 3A, 3B, 4A, 5A, 6A, 8C, 9A, 10A, 10B	10
Prøver å lære noe nytt	3B, 8C, 9A, 10B	4
Tar ordet i klasserommet		0
Er villig å se på alternative ideer og ideer motsatt sine egne.	3A, 3B, 4A, 4B	4

Fordeling av IRT-type var omtrent lik i begge øktene. *Deler ideer* og *stille spørsmål* var vanligst i begge øktene.

Tabell 14: Økt 2, 45 minutter undervisning (n=14)		
Type IRT	Gruppesituasjon (kode)	Antall
Deler ideer	1B, 2B, 2C, 3B, 3C, 4A, 4B, 4C, 6A, 6B	10
Stiller spørsmål (for å forstå)	1B, 2B, 5A, 6B	4
Prøver å lære noe nytt	2B, 6A, 6B	3
Ta ordet i klasserommet		0
Er villig å se på alternative ideer og ideer motsatt sine egne.	4C, 6A, 6B	3

Figur 5 viser antall observerte IRT, totalt fra både økt 1 og økt 2.

Figur 5: Antall observerte situasjoner hvor forekomst av IRT er registrert i gruppe (n=34)



I de neste avsnittene presenterer jeg hvilke samtaletrekk som elevene bruker når elevene tar intellektuell risiko i grupper. Samtaletrekkene får egne delkapittel i de tilfeller hvor det finnes mye data, slik som i tilfelle med elever *deler ideer* og *stiller spørsmål*.

4.2.1 Elever deler ideer i grupper – elevers bruk av samtaletrekk

Elevene deler ideer når de beskriver en strategi eller en tankegang som har med det valgte matematiske problemet å gjøre. Ideene inkluderer både *uferdige* og *ferdige* ideer. I 25 av 34 registrerte gruppesituasjoner så delte elevene ideer med hverandre.

Når ideene er *uferdige* så observerte jeg at det grunnes en av følgende forklaringer:

- at elevene har feilforståelse av oppgaven eller matematisk innhold,
- at de ikke har nok tid,
- at de står fast og de vet ikke hvordan de skal komme seg videre,
- at de bruker seg av ineffektive strategier.

Jeg har undersøkt og observert hvilke samtaletrekk som elevene bruker når de deler ideer. Elevene befinner seg naturlig nok i *snu og snakk* i alle de situasjonene de snakker i gruppe, men jeg utelater ikke dette samtaletrekket siden det bidrar med informasjon om konteksten når elevene deler ideer.

Gjenta	7
Repetere	2
Resonnere	19
Tilføye	5
Tenketid	2
Snu og snakk	25
Endre	6

4.2.1.1 Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: gjentar

Dialogen under (linje 163-173) fra gruppesituasjon 4A, viser hvordan elevene gjentar hverandre. Thea gjentar det Sara sier i linje (165) og linje (166):

(163) Sara: skal vi se, $11 \cdot 4 + 4$, sant?

(164) Sara: (teller)

(165) Sara: Blir det $10 \cdot 4 + 4$?

(166) Thea: $10 \cdot 4 + 4$

(167) Sara: Vi kan og ta $11 \cdot 4$, kan vi og ta

(168) Sara: og så var det *vår metode*, $12 \cdot 12 - 10 \cdot 10$

(169) Sara: hvilken var den siste metoden?

stille

(170) Sara: Åjaja, det var den, $12 \cdot 2 + 10 \cdot 2$, sånn det var alle

(171) Thea: Yes

(172) Sara: Dette var gøy, det var faktisk gøy, nå fatter jeg det. Nå er det gøy. Det er ikke gøy når jeg ikke fatter.

(173) Thea: mmm..

Det er Sara som deler ideene muntlig med Thea, som i linje (166) gjentar det Sara sier. Ved å gjenta viser Thea at hun lytter på det Sara sier og på den måten engasjerer seg i samtalen. Samtalen illustrer også at elevene er villige til å sette seg inn i flere ulike strategier på samme problem, se også *kap. 4.2.4*.

4.2.1.2 Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: repetere

Samtaletrekk *repetere* blir synlig når en elev omformulerer det en annen elev har sagt. Dette kan være en god indikator på at eleven har skjønnt ideen til den første eleven. Jeg har observert to tilfeller hvor elever har omformulert eller brukt den andre eleven sin strategi med egne ord eller på ett nytt problem/figur.

Samtalen mellom Maria og Ida viser her at begge skjønner en av strategiene for rammeproblemet, situasjon 1A, økt 1:

(6) Ida: så då tar du 100, så tar du 8 ganger 8 og så tar du 100 minus 8 ganger 8.

(7) Maria: Ja, det er 36, fordi 100 minus 64 er 36.

Maria gjentar det Ida sa, men tilføyer utregninger som er en omformulering av det Ida sa.

4.2.1.3 Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: resonnerer

Resonnerer handler om at elevene forklarer ideen sin eller med gester illustrer hvordan de tenker, men det handler også om elevene er enige/uenige i hverandres ideer. Når elevene resonnerer prøver de å forklare ferdige eller uferdige ideer, og prøver å vise hvorfor de virker riktige. Elevene resonnerer i stor grad med hverandre for å forklare sine tankeganger, som jeg har observert i 18 av 25 tilfeller når de deler ideer.

I følgende dialogeksempel (linje 14-30) bruker elevene tre samtaletrekk; *resonnerer*, *endre* og *gjenta*, men uten å komme i mål med en riktig strategi (uferdig ide). Emilie misoppfatter rammeproblemet i linje (14), men forstår oppgaven bedre og *endrer* tankegangen i linje (25), Hanne *resonnerer* en uferdig ide (som er riktig) på linje (16), men hun kommer ikke i mål

akkurat nå, uten bytter strategi i linje (22). Emilie *gjentar* den uferdige ideen til Hanne i linje (29).

- (14) **Emilie: Ti ganger ti det er jo hundre da får du svaret.**
- (15) Hanne: Ja det er liksom det.
- (16) **Hanne: Eller om vi skal tenke mer komplisert så tok jeg arealet av hele firkanten, så tok jeg firkanten minus den minste tror jeg, så tok jeg minus den i midten tror jeg.**
- (17) Emilie: Må vi skrive ned?
- (18) Hanne: Vet ikke, nei jeg tror ikke det
- (19) Emilie: det er jo bare ti ganger ti det er jo bare hundre
- (20) Hanne: vi vet det er 40
- (21) Emilie: er det?
- (22) **Hanne: ti sant? $10 + 10 + 10 + 10$.**
- (23) Emilie: Er det ikke bare 10 ganger 10?
- (24) Hanne: se 1, 2, 3,...(*teller brikkene*)
- (25) **Emilie: Åh jaaa**
- (26) Hanne: Vent! Jeg tok den, så vi må trekke fra (*uhørbart*)
- (27) Emilie: Jo det er 40
- (28) Hanne: Ja... (*usikker stemme*)
- (29) **Emilie: fordi du tar $10 + 10 + 10 + 10$**
- (30) Lærer til hele klassen: nå må dere bli enige om en som skal presentere det dere kom frem til

Elevene resonnerer, gjentar og endrer tankegangen, men ideene som de deler her er fortsatt uferdige. I neste gruppesituasjon kommer de på banen med nye ideer da de har skjønnet problemstillingen bedre.

Et annet eksempel på at elever *resonnerer*, men der de deler riktige ideer illustreres av neste gruppesituasjon 2B, økt 2. Sara forklarer hvordan figur tall på formen $f_n = (n + 1)^2 + 3$ oppfører seg, uten å ha lagt en formel:

- (521) **Sara: det blir å plusse på 1, på hver figur 1, så hvis det var figur 6 så hadde det vært 7 ganger 7, fordi det bare hopper et hakk bort**
- (522) Thea: det er sant
- (523) Sara: så blir det bare en mer å gange med

- (524) Thea: blir det en gang en gang istedenfor to ganger to?
- (525) **Sara: det der pluss 3, det er felles for alle og så er det endringen som endrer hele veien**

Sara resonnerer ved å bruke et eksempel for å forklare $(n+1)$ i linje (521), og i linje (525) beskriver hun konstanten. Det virker likevel som om elevene snakker parallelt med hverandre i denne situasjonen, siden Sara ikke svarer på Thea sitt spørsmål i rad 524. Deretter startet neste plenumsøkt.

4.2.1.4 Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: tilføy

Når elever tilføyer noe i diskusjonen så vil de legge til noe nytt, f.eks. flere strategier eller nye måter å se på det matematiske problemet. Jeg har observert fem samtaler hvor elevene valgt å føye til flere strategier etter å ha diskutert en annen strategi først.

I dette eksempel deler Ida en ny ide, ved å tilføye noe i linje (12):

- (11) Ida: Ok, så då tar vi $10 \cdot 10 \dots$ minus... er lik 100, $8 \cdot 8 \dots$ er lik 64. (*snakker mens hun skriver*)
- (12) **Ida: Også har du og $10 + 10 + 8 + 8$ er 36**
- (13) Maria: ja det går også an.

I denne gruppen ser elevene umiddelbart flere måter å se problemet på. De gir ikke opp før de har sett på flere strategier, til tross for at det ikke var en oppfordring på dette tidspunktet å finne flere strategier.

4.2.1.5 Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: tenketid

Å gi hverandre tid til å tenke er både et samtaletrekk, men også en av «reglene for matematisk aktivitet» som elevene skulle streve etter, (*se kap. 4.3*). Jeg har observert to tilfeller av samtaletrekket *tenketid* samtidig som elevene deler ideer.

En måte å sjekke om sidemannen trenger mer tid er å spørre om den andre er ferdig. I det ene eksemplet spør Hanne om Emilie er ferdig, og det er hun ikke. Da venter Hanne til Emilie er ferdig før hun setter i gang med å dele ideer.

I det andre eksemplet er det også Hanne som ber sidemannen å vente, når hun sier: «*la meg tenke*».

4.2.1.6 Elever deler ideer i grupper – samtaletrekk: snu og snakk

Av de 34 gruppesituasjonene som ble registrert delte elevene ideer i 25 av disse *snu og snakk* situasjonene.

De ganger elevene *ikke delte ideer* så observerte jeg at det forklares av:

- gruppen allerede var ferdige med oppgaven,
- gruppen arbeidet stille og sa ingenting,
- elevene snakket om annet,
- elevene stod fast og ikke ville spørre om hjelp.

4.2.1.7 Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: endre

Å endre sin tenking handler om at elevene oppdager noe nytt. Det kan være tydelig noen ganger at elevene endrer sin måte å tenke på når de oppdager en feil, men det kan også være mer diffuse tegn på at elevene endrer sin tenkning når de er interessert i å forstå nye konsepter. Jeg har observert 6 situasjoner hvor elevene endrer sin tenkning når de deler ideer.

1B: Elev oppdager at hun mistolket oppgaven.

2A: Elevene forstod etter innspill fra læreren og endret sin måte å se på problemet.

8C-9A: Elev prøver å forstå et for henne nytt konsept; hvordan man lager en formel fra figurtall. Samme diskusjon går igjen gjennom to gruppeøkter 8C-9A.

3B: Elev oppdager en feiltenkning.

6A: To elever oppdager feiltenkning når de skal lage formel $f_n = 3n + 5$

Fire av tilfellene handler om mindre mistolkninger og feiltakelser. Men situasjonene 8C og 9A er en diskusjon der en elev ønsker å forstå et konsept, og i den forstand endre sin tenkning. Disse situasjonene 8C-9A kommer jeg presentere i *kap. 4.2.3 Elever prøver å lære noe nytt*. Det er ikke helt sikkert at eleven har klart å endre sin tenkning, men det finnes indikasjoner på det i dialogen, se s.76-78.

Gruppesituasjon 3B, illustrerer når Sara endrer sin tankegang, i linje (550):

- (547) Sara: på neste blir det en mer på begge to, 4 ganger 4 pluss 2
(548) Sara: fatter du?
(549) Thea: men $4 \cdot 4$ er jo 16...
(550) **Sara: nei, herregud det er jo feil, ganger 2 mener jeg**

4.2.2 Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk

Jeg har observert 15 situasjoner hvor elevene stiller spørsmål til hverandre i gruppesituasjonene. Jeg utelater her praktiske spørsmål slik som «skal vi tegne?» eller «må vi skrive det ned?».

Når elevene stiller spørsmål kan det avsløre manglende kompetanse, og med andre ord utsetter eleven seg for intellektuell risiko. Spørsmål som har med intellektuell risiko å gjøre er spørsmål knyttet til elevens forståelse. Noen ganger kan også elever stille spørsmål for å vise frem sin kompetanse eller bekrefte en ide. Dette er likevel risikotaking, fordi du vil alltid risikere å si noe feil når du tar ordet.

Jeg har observert hvilke samtaletrekk som elevene bruker samtidig med at de stiller spørsmål til hverandre, se tabell 16:

Gjenta	3
Repetere	0
Resonnere	11
Tilføye	3
Tenketid	2
Snu og snakk	15
Endre	5

4.2.2.1 Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk: gjenta

Av de 15 observasjonene hvor elevene stiller hverandre spørsmål så er det tre tilfeller hvor elevene *gjentar* hverandre i samme situasjon.

Følgende eksempel viser at Emilie spør Hanna for å forstå hennes tankegang, og gjentar det hun sier, dette fra gruppesituasjon 3B økt 1:

- (111) Emilie: Hva tenkte du? Hvordan gjorde du det?
- (112) Hanna: Det var det jeg sa i sta. Du regner ut arealet av hele
- (113) Emilie: så det blir 25?
- (114) Hanna: Ja, og så trekker du fra 9
- (115) Emilie: så det blir 5 ganger 5 som er 25 minus 9
- (116) Hanna: ja minus 9, fordi det er 3 ganger 3

- (117) Emilie: det er..
- (118) Hanna: 16
- (119) Emilie: 16

4.2.2.2 Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk: repeterer

Det ble ikke observert noen situasjoner hvor elevene omformulerer (repeterer) hverandres utsagn, og i samme situasjon stiller spørsmål til hverandre.

4.2.2.3 Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk: resonnerer

Jeg har observert 11 tilfeller hvor elevene stiller spørsmål til hverandre og i samme situasjon bruker samtaletrekket *resonnerer*.

Her er et eksempel hvor Thea stiller flere spørsmål (uthevet) til Sara og hun resonnerer ved å dobbeltsjekke (linje 645) og med å telle (linje 649), og å gestikulere når hun kommer med forslag på formel (linje 651). Spørsmålene fra Thea leder frem mot kjernen i problemet som handler om å generalisere uttrykk for figurene, hvilket de ikke kommer helt i mål med denne gangen, gruppesituasjon 6B, økt 2 (*formel de sikter mot er $3n+5$*):

- (639) Sara: Har du fått det til?
- (640) Thea: Jeg tror det $4 \cdot 3 + 2$, og så fikk jeg $5 \cdot 2 + 4$
- (641) Sara: Jeg og..
- (642) Thea: Men det er ikke $5 \cdot 5$, det er $5 \cdot 2$?**
- (643) Sara: mm.. på figur?
- (644) Thea: på den.. (*peker*)
- (645) Sara: så det er 3.. ja fordi jeg har skrevet det samme
- (646) Thea: på den blir det da?
- (647) Sara: på *figur 4*? $6 \cdot 2$?
- (648) Thea: hva betyr det?**
- (649) Sara: teller.. så det er $6 \cdot 3 + 2$, ja det er rett, og $7 \cdot 2 + 6$.. du har skrevet samme, ja det var riktig..
- (650) Thea: hva blir det i n da?**
- (651) Elev S: jeg har skrevet to forskjellige måter. På den første er det jo $n \cdot 2 + n - 1$ i parantes, og på den er det $n \cdot 3 + 2$ (*peker og gestikulerer*)

4.2.2.4 Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk: tilføy

Jeg har observert 3 situasjoner hvor elevene tilføyer noe i samme situasjon som de stiller hverandre spørsmål.

I situasjon 4A, se dialog linje (163-173), *kap. 4.2.1.1* på s. 68-69, så spør Sara «*Hvilken var den siste metoden?*», i en dialog hvor Sara deler flere forskjellige strategier for rammeproblemet.

4.2.2.5 Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk: tenketid

Jeg har observert to situasjoner hvor elevene stiller spørsmål og gir hverandre tid til å tenke. Disse to tilfelle er også presentert i *kap. 4.1.2.5 «Elever deler ideer i grupper – elever bruker samtaletrekk: tenketid»*.

4.2.2.6 Elever stiller spørsmål i grupper – samtaletrekk: snu og snakk

Elevene stiller hverandre spørsmål i 15 av 34 *snu og snakk* situasjoner.

4.2.2.7 Elever stiller spørsmål i grupper – elever bruker samtaletrekk: endre

Jeg har observert fem situasjoner hvor elever stiller spørsmål til hverandre og samtidig viser *endring* i sin tenking.

Gruppesituasjon 6A, økt 2 illustrer dette. Elevene søker etter en formel på formen: $3n + 5$. På linje (625) spør Ida et spørsmål som Julie svarer på, videre resonnerer Ida i linje (627), men så innser Julie i linje (629) at hun har et forskjellig svar fra Ida. Da spør hun om hun gjort feil (linje 631). Ida uttrykker at hun tidligere tenkte som Julie (linje 632), som betyr at Ida nå implisitt sier at hun endret sin tenking. Julie er på vei mot å endre sin tenkning og Ida har allerede oppdaget en mer gunstig strategi:

(625) **Ida: kan vi ikke bare ta 5 da?** Fordi det er uansett 5 mer

(626) Julie: ja

(627) Ida: ja det er pluss 5 egentlig, da er det jo bare 3 ganger n, så for eksempel da $3 \cdot 3$ det er 9 og så er det + 5. Du trenger ikke skrive +3 og +2 fordi det er alltid ekstra i forhold til nummeret, fordi på figur 5 er det 6 plater, så da er det alltid pluss 3 på raden der, og $3 + 1 + 1$, så trenger vi ikke skrive så mye, $3n + 5$, så tar du den først. $3 \cdot 5 + 5 = 20$

- (628) Ida: (teller for å bekrefte)
- (629) Julie: har vi gjort likt? Nei...**
- (630) Ida: jeg tenkte også sånn i starten, det er 3 uansett på en n
- (631) Julie: er dette feil?**
- (632) Ida: ja, det var sånn jeg gjorde i starten

Læreren avbryter for plenumsøkt

4.2.3 Elever prøver å lære noe nytt i grupper – elever bruker samtaletrekk

Jeg har observert 7 tilfeller hvor elevene prøver å lære noe nytt i elev-elev situasjon. Å identifisere når en elev prøver å lære noe nytt, som nevnt i metoddelen (*kap 3.4.3 validitet*), er ikke helt uproblematisk. Det kan selvfølgelig finnes mange tilfeller hvor en elev prøver å lære noe nytt uten at det er direkte synlig for lærer eller observatør. Det er likevel noen episoder som utmerker seg tydelig, hvor elevene gir uttrykk for å vilje forstå et konsept eller en tankegang som er *ny* for vedkommende. I alle disse tilfellene stiller elevene spørsmål for å forstå, og av konteksten kommer frem at eleven ikke forstår enda. Samtaletrekk som var synlige i disse situasjonene er presentert i tabell 17.

Tabell 17: Elever prøver å lære noe nytt – elever bruker samtaletrekk (n=7)	
Samtaletrekk	Antall
Gjenta	2
Repetere	0
Resonnere	7
Tilføye	0
Tenketid	1
Snu og Snakk	7
Endre	3

Alle de syv episodene utmerker seg med at elevene *resonnerer*, altså prøver å forklare tankegangen, for å øke forståelsen. Jeg skal her illustrere en av episodene hvor to elever bruker mye tid på å prøve å klargjøre hva det vil si å lage en formel. Det er utfordrende for flere av elevene når de skal prøve å generalisere. I neste eksempel skal elevene lage en formel for $f_n = n^2 + 1$. I denne gruppesituasjonen viser både eleven Ingrid at hun ønsker å forstå, og at medeleven Julie gjerne ønsker å hjelpe med forståelsen.

Dette utdrag er fra økt 1, gruppesituasjon 8C:

- (319) Ingrid: Hvordan står «n'en»?
- (320) Julie: n her og n her
- (321) Ingrid: Ja
- (322) Julie: 3 her og 3 her
- (323) Ingrid: Ja
- (324) Julie: For å lage en formel, 3 ganger 3, inne i her er det jo 9 sant?
- (325) Ingrid: Ok
- (326) Ingrid: Ja.. men kossen står n?
- (327) **Julie: n , nei fordi n , det er, det er figur n , fordi da er det 3 ganger 3 så er det figur 3. Da er det figur n , så blir det n ganger n**
- (328) Julie: Forstår du?
stille
- (329) Julie: Tenk hvis du har figur 6 da, hvordan blir det da?
- (330) Ingrid: 6 ganger 6
- (331) Julie: Ja
- (332) Julie: ...pluss en
- (333) Ingrid: Ja, men hvordan kommer n da?
- (334) Julie: n det er ikke tallet, det er ikke et bestemt tall, du vet ikke hva det er.
- (335) Ingrid: Er det n ?
- (336) Julie: Nei nei nei, det er ikke spesielt med n . Det kan f.eks. være at n er 1. Da får du 1 ganger 1 pluss 1. Hvis n er f.eks. 7, blir det 7 minus 7 + 1. Det er bare en formel for hvordan du skal gjør det.
- (337) Ingrid: Bare n ganger n + en?
- (338) Julie: Ja
- (339) Ingrid: Åja
- (340) Julie: Fatter du?
- (341) Ingrid: Ja...litt bedre
- (342) Ingrid: Sånn, fordi at du plusser alltid på ett tall? Er det n da?
- (343) Julie: Hva? Nei, n , det er bare en formel
- (344) Ingrid: Nei men, hvis du skal ta n i det regnestykket, så er det fordi det liksom fordi du plusser på n ? Først 1 ganger 1 så 2 ganger 2. Så liksom er bare det n ?
- (345) Julie: Det er bare eksempel på hvordan du skal bruke han

Julie prøver å hjelpe Ingrid med forståelsen. Hun sier faktisk noe feil i rad 336 over, men det er å tolke som den menneskelige faktoren (sier minus istedenfor ganger). I neste situasjon så spiller Julie «*djevelens advokat*» ved å stille spørsmål til Ingrid (som hun selv allerede har svaret på, linje 383). De forsetter å snakke om hva n er også etter at læreren satt i gang plenumsøkten. Dette er et mindre utdrag fra gruppesituasjon 9A, økt 1:

- (383) **Julie: Hvor mange ruter er det i figur n?**
- (384) Ingrid: n...
- (385) Julie: Se nå, hva blir figur n?
- (386) Ingrid: n?
- (387) Julie: Liksom hvordan vil du skrive den opp?
- (388) Ingrid: n ganger n pluss 1
- (389) **Julie: Men good! (*entusiastisk*) jaa, fatter du det?**
- (390) Julie: Fordi, på figur 2 har du skrevet 2 ganger 2, og figur 3 ganger 3
- (391) Ingrid: Fordi det er 2 like?
- (392) **Julie: Det er fordi først finner vi ut selve den firkanten (*peker*), og da må vi ta 2 ganger 2 fordi det er jo 4, der tar vi 3 ganger 3 og en liten ting på toppen, pluss en på toppen, fatter du? Hvis du fatter det nå så søker jeg rett på mattelærer med en gang (*latter*)**
- (393) Ingrid: jaja (*latter*)

Begge disse episode viser til en elev som ønsker å forstå, og hvor samtaletrekket *resonnere* gir seg uttrykk ved at Julie bruker eksempler (linje 327 m.fl.), gestikulerer og henviser til geometriske figurer (linje 392). Episoden utmerker seg også ved at elevene ikke gir opp diskusjonen, uten at Ingrid fortsetter å spørre og Julie fortsetter å respondere. De er så ivrige at de snakker samtidig som læreren starter neste plenumsøkt.

Vesentlig i denne sammenhengen er om eleven har *endret* (samtaletrekk) sin tenkning. Ved at Julie entusiastisk spør om Ingrid «*fatter*» (linje 389), da spør hun implisitt om Ingrid har endret sin tenkning. Det er likevel vanskelig å si om det skjer en faktisk endring i tenkningen til Ingrid bare ved å se på denne enkelte situasjonen.

4.2.4 Elever er villig å se på alternative ideer – elever bruker samtaletrekk

Jeg har observert 7 tilfeller hvor elever er villige å se på alternative ideer og ideer motsatt sine egne. De samtaletrekk som er observert i de situasjonene er her presentert i tabell 18.

Tabell 18: Villig å se på alternative ideer og motsatte ideer – elever bruker samtaletrekk (n=7)	
Samtaletrekk	Antall
Gjenta	3
Repetere	0
Resonnere	4
Tilføyte	3
Tenketid	1
Snu og Snakk	7
Endre	2

I flere gruppesituasjoner har elevene fått i oppdrag å bruke andre gruppers strategier for å løse rammeproblemet, eksempelvis situasjon 4A, *kap. 4.2.1.1* se sid 68-69. Elevene hadde egentlig i oppdrag å undersøke bare én annen gruppe sin strategi, men lydopptakene viser at elevene fikk lyst å prøve alle 4 strategiene, ikke bare «sin metode». I en annen situasjon, gruppesituasjon 4C (økt 2), konstaterer elevene at den ene måten å se på problemet førte til en langt mer komplisert formel enn den første strategien de kom på. De gjør likevel et forsøk på å også finne formelen på den mer kompliserte måten.

I disse tilfellene over bruker elevene samtaletrekket *tilføyte*, når de bidrar med flere strategier så er de også villige å se på andre, alternative ideer. I flere tilfeller *resonnerer* elevene, men det er likevel ikke alltid som elevene forklarer hvorfor noe virker riktig.

I gruppesituasjon 6A, *kap. 4.2.2.7*, linje (625-632) s.75-76, er Julie interessert av å forstå tankemåten til Ida. I samtalen som skjer parallelt med at læreren begynner å snakke i plenum, prøver Julie å sette seg inn i Ida sin ide (vanskelig å høre på lydopptak grunnet flere snakker samtidig). En feilforståelse i matematikk kan være en grunn til å sette seg inn i *motsatte ideer*, og hvis eleven virkelig forstår de så kan det skje en *endring* (samtaletrekk).

4.2.5 Elever tar ordet i klasserommet – elever bruker samtaletrekk

I gruppesituasjonene ble det av naturlige grunner ikke anledning for elevene å ta ordet i klasserommet, slik som i en plenumssituasjon.

4.3 Regler for matematisk aktivitet

Jeg presenterte alle 8 klasseromsregler fra Kazemi og Hintz (2019), (se kap. 2.3.2) for elevene i starten av økt 1. Sammen med læreren hadde vi også valgt ut tre fokusregler som ble satt opp flere steder i klasserommet:

- Husker det er greit å gjøre feil og deretter endre måten å tenke på
- Stiller spørsmål som hjelper til med å forstå matematikken bedre
- Lytter for å forstå andres ideer og gir hverandre tid til å tenke

Læreren henviste til reglene ved to tilfeller, men sier i etterkant ved post-intervju at det ble mer og mer utfordrende å huske på å minne om reglene jo lenger tiden gikk.

Jeg skal her kort presentere tegn på om elevene etterfølger reglene, og noe av lærerens tanker om noen av reglene. Jeg kommenterer også utviklingspotensial i klassen knyttet til reglene.

4.3.1 Husker det er greit å gjøre feil

Det finnes både tegn på at læreren prøver å legge til rette for et trygt klasseromsfelleskap, men samtidig også tegn på at elevene likevel ikke alltid er så trygge på seg selv, slik at de synes det er greit å gjøre feil. I første intervju (før prosjektet) med læreren kommenterer hun selv hvor viktig det er med trygghet, på spørsmålet om hva som kan bidra til at elever tør å ta intellektuell risiko så svarer hun:

«At det er trygghet, at det er greit å gjøre feil. Når elever prøver seg med svar, så selv om det ikke var svaret på akkurat det jeg stilte, så har jeg alltid et fokus på å anerkjenne det som det faktisk var et svar på. Da har de fått anerkjennelse på at det er svaret på noe.»

Jeg oppfatter at læreren er flink til å inkludere alle i samtalen i de studerte øktene gjennom å spørre alle gruppene. Ved å gi ordet direkte til hver gruppe, får alle dele sine matematiske ideer etter å ha diskutert sine tanker først i smågrupper. Når alle elever får svare, ikke bare «elever med riktige svar», så opparbeider læreren en atmosfære for feiltoleranse (Soutter & Clark, 2021). Mitt overordna inntrykk er at de fleste elevene tør å dele sine ideer med hverandre både i gruppe og i plenum. Å spørre elevene om deres opplevelse hadde potensielt gitt meg et rikere og kanskje et mer nøyaktig bilde av dette.

En indikator på at ikke alle elever tør å vise frem manglende kunnskap er at elevene i hovedsak deler ferdige ideer i plenum. Det kan være et tegn på at elevene ikke er villige til å dele uferdige ideer som kan føre til feil svar.

Det kom også frem at elever syntes det var flaut å gjøre feil. Tidlig i økt 1 var det en situasjon hvor første gruppe som skal presentere sin strategi hadde misforstått oppgaven, som førte til at flere elever i klassen begynte å le da de presenterte. Læreren gav da elevene mer tid og avdramatiserte ved å si:

(44) Lærer: Et minutt til for å diskutere om det finnes en annen måte, dere andre kvalitetssikrer løsningen deres. Det der er et standardfeil man gjør.

Etterpå til hverandre:

(45) Hanna: Det der var flaut.

(46) Emilie: Det var ikke noe å bli flau over.

Elevene skiftet raskt fokus til oppgaven. Soutter og Clark (2021) fremholder at det er viktig at det er fravær av negative reaksjoner i klasserommet for å skape et trygt klasserom.

Det skjedde også at elever gav uttrykk for ubehag både når vedkommende gjorde en feil, men også ved tanken på å dele sine mistolkninger i klasserommet. I økt 2 da elevene arbeidet med tallmønster i smågrupper så oppdager Ida en feil i sin tankegang:

(629) Ida: Jeg hadde vært så flau om jeg sagt det høyt i klasserommet

(630) Julie: Man skal ikke være redd for å si feil (*med spilt «voksen stemme»*)

Disse to episodene viser at noen elever i klasserommet synes det er flaut å gjøre feil.

Kameratenes respons kan potensielt være en referanse til reglene vi har satt opp, men det kan jeg ikke si med sikkerhet.

I post-intervju med læreren så diskuterte vi om hun oppfatter at elevene har blitt modigere, og om utfordringene med å få elever til å etterleve slike regler:

«Det er vanskelig å si at det har skapt en varig endring. Men vi så under prosjektet at noen som har vært flau tidligere har tørt å stille spørsmål. Det har gjort meg som lærer bevisst på at jeg må skape dialog også med de elevene som er litt svakere. (...)

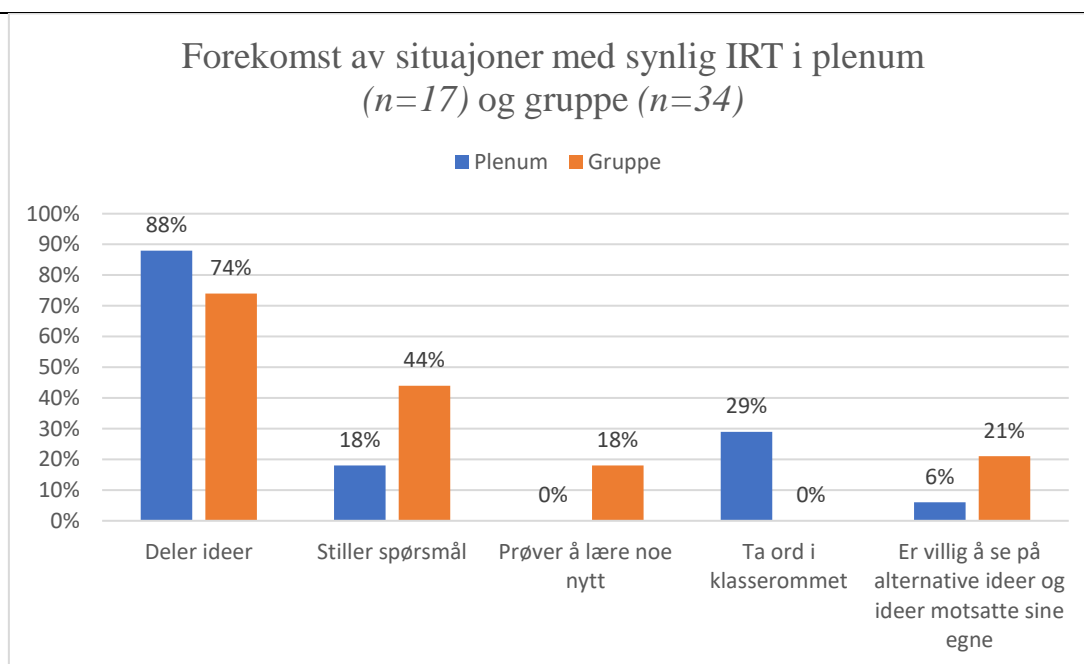
Det er en ganske stor endring du skal gjøre i adferd, så du må bevisst jobbe med det hele veien. Det kanskje vi ikke var like flinke på underveis.»

Læreren gir uttrykk for at denne regelen ikke en kvikkfix for å få elever til å tørre å ta feil, men dette er noe som sannsynligvis må arbeides med over lang tid og i samarbeid med elevene.

4.3.2 Stiller spørsmål som hjelper med å forstå

I plenum stilte elevene tre spørsmål til læreren, og i gruppesituasjonene så har jeg observert 15 situasjoner hvor elevene stiller spørsmål til hverandre. Jeg presenterer her figur 6 som sammenfatter prosentuell forekomst av hver IRT-type som blitt observert i plenum og gruppe. Dette for å gi et bilde av at *stille spørsmål* og *prøve å lære noe nytt* (med dybdespørsmål) er observert oftere i gruppesituasjoner sammenlignet med plenumsituasjoner.

Figur 6: Forekomst av IRT-typer i observerte gruppesituasjoner (n=17) og plenumsituasjoner (n=34)



Det går ikke an å si om det finnes en sammenheng mellom denne regelen og elevenes villighet til å stille spørsmål. Likevel finnes det indikasjoner på at elevene har blitt flinkere til å bruke hverandre. Læreren fremholder i post-intervju at det er et av de sterkere inntrykkene hun har fått av prosjektet, at elevene har blitt flinkere til å bruke hverandre i timen:

*«Hovedinntrykk er at elevene har hatt det gøy. Det tenker jeg er en av hovedmålene med undervisningen. Jeg har og inntrykk av at det har skapt mer dialog mellom elevene, og det tenker jeg er veldig bra. **De har brukt hverandre som resurser.** Det ser jeg nå som de jobber videre med andre oppgaver nå og – **at de har blitt flinkere til å bruke hverandre.** Det er jo veldig positivt.»*

Som flere av de tidligere presenterte dialogene viser bruker elevene hverandre aktivt for å skape forståelse for matematikken. Det er positivt at elevene bruker hverandre så aktivt, men det finnes også utviklingspotensial for elevenes villighet til å stille spesielt dybdespørsmål i plenum.

4.3.3 Lytter for å forstå andres ideer og gir hverandre tid til å tenke

Denne regelen handler både om å lytte til hverandre når elevene deler ideer/stiller spørsmål, men også om samtaletrekket *tenketid*. Når elevene deler ideer med hverandre så skjer det av og til at de snakker parallelt med hverandre, altså at de ikke tar inn så godt hva den andre sier. På dette område finnes også utviklingspotensial i den studerte klassen.

Elevenes måte å gi hverandre *tenketid* på, som jeg skrev i *kap. 4.2.1.5* på s.71, kan skje gjennom å spørre om den andre er ferdig. Ved et tilfelle så spør Hanne om Emilie er ferdig, og det er hun ikke. Slik gir Hanne tid til Emelie å tenke ferdig før hun setter i gang med deling av ideer. Ved et annet tilfelle er det også Hanne som ber sidemannen å vente, ved å si: «*la meg tenke*». Det viser at noen elever prøver å aktivt gi hverandre tid til å tenke.

5 Diskusjon

I dette kapittelet skal jeg drøfte forskningsspørsmålene gitt i *kap. 1.4* på s.13, med bakgrunn i resultater og teori.

Forskningsspørsmålene er inndelt i egne delkapittel:

5.1 Hvilke samtaletrekk bruker læreren når elever tar intellektuell risiko i plenum?

5.2 Hvilke samtaletrekk bruker elever seg imellom når de tar intellektuell risiko i gruppe?

5.3 Hvilke tegn finnes på at elevene etterfølger klasseromsregler?

Etter å ha drøftet forskningsspørsmålene, 5.1-5.3, skal jeg diskutere den overordnede problemstillingen i kapittel 6: Konklusjon.

5.1 Hvilke samtaletrekk bruker læreren når elever tar intellektuell risiko i plenum?

Resultatene av mine observasjoner viser at elevene tar intellektuell risiko gjennom å *dele ideer, stille spørsmål, ta ordet i klasserommet og være villige til å se på alternative ideer enn sine egne* i plenum i den observerte klasseromskonteksten, se figur 4 på s.56. I min enkelcasestudie ser jeg at elevene i størst grad *deler ideer* i plenum, sammenlignet med de andre typene IRT. Det kommer ikke frem noen tydelige eksempler i plenumssituasjonene på at elevene *prøver å lære noe nytt*, slik som det gjør i gruppesituasjonene (se kap. 5.2).

Læreren fikk brukt alle samtaletrekkene i de studerte plenumsituasjonene unntatt *endre*. De vanligste samtaletrekkene som ble brukt når elever delte ideer var *snu og snakk, resonnere og gjenta*, se tabell 9 på s.57. Elever *deler ideer* i 15 av 17 plenumsøkter, slik at data fra tabell 15 gir et helhetlig bilde av lærerens bruk av samtaletrekk. Fordelingen av samtaletrekk i de andre IRT situasjonene skiller seg ikke stort mellom de ulike typene IRT. Det finnes grunn til å tro at samtaletrekk på ulike måter er med på å bidra til at elever tar intellektuell risiko i klasserommet, som jeg skal drøfte videre.

Jeg skal her diskutere hvert av de ulike typene IRT som elevene viste i plenum, og hvordan samtaletrekkene er med på å skape dialog som får elevene til å ta intellektuell risiko.

5.1.1 Elever deler ideer i plenum – lærerens bruk av samtaletrekk

Observasjonene fra økt 1 og økt 2 viser at elevene deler ideer i alle plenumsituasjonene utenom start og avslutning. Her er det naturlig å trekke paralleller til Allmond et al (2016), som også i sin studie av IRT så at *dele ideer* er det kriteriet som elevene hadde lettest for. Spesielt så man det i starten av deres studie. I min observasjon er det overveiende ferdige ideer (riktige svar) som elevene deler i plenum, noe som ikke var tilfelle i gruppesituasjonene (se kap. 5.3). Dette kan være en indikator på at elevene ikke er villige til å ta risiko i plenum gjennom å dele en uferdig ide. Jeg skal her videre diskutere de samtaletrekkene som læreren brukte i plenum når elever delte ideer.

Ved at læreren brukte *snu og snakk* før hver plenumdiskusjon fikk elevene tid til å tenke og å formulere tanker, men også mulighet til å prøve sine ideer på hverandre før de presenterte sine strategier for alle. Samarbeid var også en av de tre viktige faktorene som Wæge (2007) så i sin avhandling, som la til rette for økt motivasjon (Wæge, 2007, s. 212). Motivasjon er en viktig faktor i seg selv for at elever skal ta intellektuell risiko (Beghetto, 2009; Soutter & Clark, 2021). Jeg mener at lærerens bruk av samtaletrekk *snu og snakk* er med på å senke terskelen for at elever velger å *dele ideer* i plenum. Samtidig, for å problematisere dette så vil

jeg, i likhet med Allmond et al. (2016), påpeke at forventninger til ideene er viktig for kvaliteten på ideenes innhold. I den australske studien graderte man individuelle elevens bidrag, hvor middels nivå er «*deler nye ideer/uferdige ideer som kan bygges videre på*» til høyeste nivå som er beskrevet med «*deler ideer/uferdige ideer som kan lede til og integrere nye viktige/produktive ideer*» (se hele matrise i vedlegg 1). Jeg har ikke undersøkt kvaliteten på ideene som elevene har delt, men over tid vil kvaliteten på ideene være avgjørende for nivå og kompleksitet. Kompleksiteten på de ideer som elevene deler vil i forlengelsen kunne påvirke læringspotensialet.

En måte å høyne kvaliteten på ideene er å alltid forvente at elevene forklarer sine tanker, som læreren i stor grad gjorde gjennom hele økt 1 og økt 2. Dette kom til uttrykk ved at hun brukte samtaletrekket *resonnere* hyppig (10 av 15 situasjoner hvor elevene deler ideer). Soutter og Clark (2021) har identifisert *elever fremlegger bevis* som et av de elementer som er med på å bygge en kultur for intellektuell risikotaking. De beskriver at når elevene blir trent i å argumentere kan selvtilliten øke. Jeg så en utvikling av elevenes argumentasjon i plenum fra økt 1 til økt 2, ved at læreren i starten av prosjektet modellerte hvordan man lager formler, og at elevenes bidrag i prosessen mot å lage generelle uttrykk (formler) ble sterkere i økt 2 (se kap. 4.1.1.3). Her er det naturlig å trekke paralleller til Soucy McCrone (2005), som også så en utvikling fra at læreren modellerte til å bli en tilrettelegger for klasseromssamtalen.

Lærerens fokus på **hvordan** et problem er løst fremfor å bare se på ferdige svar, kan også kobles til elementet *egalitær og prosessbasert skole* (Soutter & Clark, 2021, s. 4). Prosessen frem mot en løsning vektlegges her mer enn ferdige svar. Gjennom bruk av samtaletrekket *resonnere* er læreren med på å fremme elementer som bidrar til en kultur for IRT. I tillegg er argumentasjon og forventning om bevis helt sentralt for å skape dybdeforståelse i faget (Stylianides, 2016, s. 9).

Det var likevel ikke alltid at elever kunne forklare de ideene de delte med de andre, og læreren prøvde da å gi elevene *tenketid* (også et samtaletrekk). I de to mest synlige tilfellene kom elevene ikke videre (se kap. 4.1.1.5), men fikk hjelp av medelever til å svare på hvordan/hvorfor. Dette viser at samtaletrekk alene ikke alltid er nok for å gi elever mot til å dele uferdige ideer.

Læreren brukte også samtaletrekket *gjenta* hyppig, som kan bidra til at elevene føler at alle ideer blir satt pris på. En av hensiktene med *gjenta* er som Kazemi og Hintz (2019) beskriver, å forsterke det elevene sier. Når læreren gjentar elevenes strategier så viser hun at hun

godkjenner elevenes egne løsningsstrategier. Dette kan knyttes til en av de tre faktorer som Wæge (2007) identifiserte som legger til rette for motiverende undervisning; oppfordring og godkjenning av elevenes egne løsningsstrategier og metoder (Wæge, 2007, s. 212). En annen dimensjon av at læreren gjentar elevenes egne ideer er at læreren viser at hun genuint lytter til elevene, og som også kan kobles til elementet *egalitær og prosessbasert skole* (Soutter & Clark, 2021). Med egalitær skole mener forfatterne at elevens perspektiv blir satt på lik linje med lærers. Dette kommer til uttrykk i dialogen mellom lærer og elev (fra kap. 4.1.1.1):

(56) Malin: Jeg tok på en måte det i midten og så plusset jeg det på siden, hjørne mener jeg.

(57) **Lærer: Ja, kult, det hadde jeg ikke tenkt på, det var stilig. Du tenkte at du hadde 8 her... (peker på tavlen) sant?**

Denne måten, der læreren gjentar og genuint lytter, kan være med på å senke terskelen for elever til å *dele ideer* i klasserommet.

De andre samtaletrekkene *repetere* og *tilføye* ble mindre brukt, men de bidrog likevel når elevene delte ideer. Når læreren bad elevene å repetere ved å bruke en annen elevs strategi på et lignende problem fikk hun samtalen til å gå saktere. Det å repetere eller omformulere en annen elevs ide, kan være mindre krevende for elever som er redd for å dele sine egne. Å bruke samtaletrekket *repetere* er en god måte å inkludere «stille elever» på, fordi det er trygt å gjenta det en annen elev har sagt. Soutter og Clark (2021) så også utfordringer med å inkludere «stille elever» i klasseromssamtalen (Soutter & Clark, 2021, s. 8). I deres studie ble det å stille spørsmål en inngangsport for stille elever til å delta i samtaler, fordi da må du ikke bidra med egne svar eller refleksjoner.

Samtaletrekket *tilføye* ble brukt 4 ganger og ved det siste tilfellet var det en elev som hadde innspill. *Tilføye* kan altså være med på å bidra til at elever deler ideer. Chapin (2009) poengterer at over tid kan samtaletrekket dermed få flere til å engasjere seg i klasseromsdialogen.

Læreren brukte ikke eksplisitt samtaletrekket *endre* når elevene delte ideer, men det ble likevel synlig ved to tilfeller at eleven endret sin tenkning. Jeg skal diskutere dette samtaletrekket mer under de neste to delkapitlene: 5.1.2 og 5.1.3.

5.1.2 Elever stiller spørsmål i plenum – lærerens bruk av samtaletrekk

Det er få tilfeller hvor elevene stiller spørsmål i plenum (3 situasjoner), og det er vanskelig å se noe mønster i bruk av samtaletrekk i disse situasjonene. Mangel på spørsmål er en observasjon i seg selv, og jeg noterer at elevene i større grad stiller spørsmål i elev-elev situasjoner enn i plenumsituasjoner. Det er interessant å sammenligne mine resultater med Soutter og Clark (2021), som mener at «å stille spørsmål» er en lettere måte for «stille elever» å bli del av en samtale. I studien deres hadde elevene blitt trent på å stille spørsmål over lang tid, som fremgår av elementet *diskusjonstrekk og eksplisitt lærte forventninger* (Soutter & Clark, 2021), hvilket elevene i min studie ikke hadde. Med mer eksplisitt trening kan potensielt også elever i min studie, både «stille» og «ikke stille» elever, blitt flinkere til å stille spørsmål i plenum.

En forklaring på hvorfor elevene ikke stilte så mange spørsmål i plenum, kan være at hvis de oppfatter at det å være *flink i matematikk* er å «vite alt fra før av» og «å aldri gjøre feil» så er det logisk å holde tilbake spørsmål foran læreren. Kazemi og Hintz (2019) beskriver det å *stille spørsmål* som en viktig del av læreprosessen, og at elevene ikke må oppfatte det som at elevene «tar feil», eller at læreren er ute etter noe de «burde ha visst» (Kazemi & Hintz, 2019, s. 32).

Samtaletrekket *endre* ble ikke eksplisitt brukt av læreren i plenum, altså at læreren spurte om elevene endret sin tenking. Det å verdsette elevenes endrede tenkning ved å eksplisitt etterspørre det, kan potensielt være med på å ufarliggjøre det å stille spørsmål i plenum som kan føre til endret tenkning. Dette kan knyttes til elementet *trygt klasseromsfelleskap* som fremmer IRT gjennom at lærer ufarliggjør å vise svakhet (*eng. «appreciate and privilege vulnerability»*).

Å få elever til å stille flere spørsmål i plenum er en endring i elevens adferd som sannsynligvis ikke skjer over en natt. Å arbeide mot en kultur som fremmer IRT er et langsiktig arbeid med mange delelementer. Det er likevel vist i tidligere studier at det er mulig å utvikle elevens ferdigheter (*eng. skill*) i å ta intellektuell risiko i løpet av ett år (Allmond et al., 2016).

5.1.3 Elever prøver å lære seg noe nytt i plenum – lærerens bruk av samtaletrekk

Jeg har ikke observert noen tilfeller i plenum hvor elever gir uttrykk for å *prøve å lære seg noe nytt* ved å stille dybdespørsmål, eller på annen måte gi uttrykk for å være uenig eller ikke forstå. Å lære seg noe nytt innebærer å *endre* sin tenkning, og som Kazemi og Hintz (2019) uttrykker det: «*elever må tørre å feile når de skal lære noe nytt*» (Kazemi & Hintz, 2019, s. 31). Samtaletrekket *endre* ble, som diskutert tidligere, ikke brukt eksplisitt av læreren i disse to øktene. Hvilken betydning bruk av samtaletrekket *endre* skulle kunne ha for å fremme elever til å prøve å lære noe nytt, kan bare besvares i videre studier. Jeg velger å drøfte dette likevel, som ett viktig samtaletrekk som sammen med *resonnere* kan være sentrale for å fremme elever til å prøve å lære noe nytt. En måte å bruke samtaletrekket *resonnere* på, er å spørre om elevene er enige, noe læreren også gjorde flere ganger. Ingen elev var uenig i det som ble sagt under økt 1 eller økt 2. Hvis elevene har mot til å si at de er uenige, eller ikke forstår en tankegang, så finnes det også rom for *endring* i tankemåten.

Soutter og Clark (2021) har identifisert *refleksjon* som et delement som fremmer en kultur for IRT, hvor elevene skal inkluderes i diskusjon i hva som fungerer og hva som ikke fungerer i helklassediskusjonen. Denne formen for metarefleksjon ble ikke gjort sammen med elevene i denne enkelcasestudien. Å diskutere med elevene om hvordan man stiller spørsmål og hensikt med å stille spørsmål, kan være en mulig måte å få elevene til å *reflektere*, og på så vis utvikle fremtidige plenumdiskusjoner.

5.1.4 Elever er villige å se på alternative ideer i plenum – lærerens bruk av samtaletrekk

Jeg har observert ett tilfelle hvor en elev viser seg villig til å se på alternative ideer når læreren bruker samtaletrekket *repetere*. Eleven bruker en annen elevs strategi på et lignende problem. Jeg tolker det slik at eleven viser at hun er villig til å bruke en annen persons idé på et nytt og lignende problem.

Læreren brukte også samtaletrekket *resonnere* når hun spurte klassen om alle var enige, men ingen uenighet oppstod. Hvis debatt hadde oppstått, så hadde elevene hatt mulighet til å diskutere alternative ideer og ideer ulike sine egne.

I denne sammenhengen mener jeg at valg av oppgave er sentralt, hvor åpne og utforskende oppgaver sender signaler til elevene om at det ikke finnes «ett riktig svar», men at flere strategier kan gi opphav til alternative løsninger. Soutter og Clark (2021) har også identifisert elementet *åpne oppgaver*, som bidrar til en kultur for intellektuell risikotaking. Elevene i min

studie fikk i oppdrag av læreren å bruke andre gruppers strategier, og det viste seg at elevene var villige til å prøve disse strategiene (*se kap. 5.2.4*).

5.1.5 Elever tar ordet i klasserommet i plenum – lærerens bruk av samtaletrekk

Elever *tar ordet i klasserommet* ved fem tilfeller i løpet av de observerte øktene. Det er vanskelig å finne et mønster i bruk av samtaletrekk i disse tilfellene, men jeg observerte at samtaletrekket *tilføye* inviterte elever til å ta ordet i klasserommet.

Å stå frem med sine ideer, spørsmål eller kreative tanker krever at elevene føler seg trygge. Soutter og Clarks (2021) element *trygt klasseromsfelleskap* er sentralt i denne sammenhengen. Jeg skal drøfte dette nærmere under kapittel 5.3.

5.2 Hvilke samtaletrekk bruker elever seg imellom når de tar intellektuell risiko i gruppe?

Elevene tok intellektuell risiko i gruppesituasjoner ved å *dele ideer, stille spørsmål, prøve å lære noe nytt og være villig å se på alternative ideer motsatte av sine egne*. Som i plenum var det å *dele ideer* den dominerende form av IRT, se figur 5 på s. 67. I motsetning til plenumssituasjonene stilte elevene i større grad spørsmål til hverandre i gruppesituasjonene. Jeg har også observert flere tilfeller hvor elever prøver å lære noe nytt.

Til tross for at elevene ikke var introdusert til konseptet samtaletrekk har jeg observert naturlig bruk av samtaletrekk i dialogene mellom elevene, se tabell 15 på s.68. Når elevene deler ideer er *resonnere, snu og snakk* og *gjenta* de vanligste samtaletrekkene. Jeg har inkludert *snu og snakk* fordi dette samtaletrekket er en faktor som utløser gruppesituasjonene, og er grunnen til at elevene samarbeider.

5.2.1 Elever deler ideer i grupper – elevers bruk av samtaletrekk

Som det fremgår av tabell 15, så er *snu og snakk, resonnere* og *gjenta* de vanligste samtaletrekkene som jeg har observert i samtaler der elever delte ideer. Elevene delte både ferdige og uferdige ideer, i motsetning til plenum det stort sett var ferdige ideer som ble delt av elever. Å dele en uferdig ide krever større intellektuelt mot enn å dele ferdige ideer, siden det avslører usikkerhet. Kazemi og Hintz (2019) beskriver at de første uferdige tankene må bli verdsatt på lik linje med de første kladdene til skriveoppgaver, slik at elevene får mulighet til å endre tenkingen.

Hensikten med å be elevene om å *snu og snakke* er nettopp å få elevene til å forklare sine ideer, og engasjere seg i hverandres ideer (Kazemi & Hintz, 2019). Som illustrert med eksemplet med Emilie og Hanne (*se kap. 4.2.1.3*), så er det ikke en selvfølge at elevene kommer på rett spor når de *resonnerer* sammen. Påfølgende plenumsøkt er til stor hjelp for elevene med å komme på riktig spor. Det er viktig at læreren prøver å fange opp hva elevene sier til hverandre i gruppesituasjonene, for å kunne ta didaktiske valg om hvordan stoffet skal diskuteres og presenteres i etterkant av *snu og snakk*.

Når elever *resonnerer* sammen er det potensial for læring, med utgangspunkt i sosiokulturell læringsteori og Vygotskijs *proksimale utviklingszone*. I denne læringsteori kan en elev lære når de befinner seg i sonen mellom det som eleven kan klare på egen hand, og det eleven kan klare med hjelp fra kompetente andre. For at læring skal skje må elevene både lytte til hverandres resonnering, og respondere på den. Dialogene mellom elevene viser at de av og til resonnerer parallelt (*se kap. 4.2.1.3, dialog mellom Sara og Thea s.70*). Det kan være at en

elev spør noe, eller at en elev uttrykker hvorfor noe virker riktig, uten at den andre eleven lytter. For at samtaletrekket *resonnere* skal bli meningsfullt må elevene prøve å sette seg inn i hverandres tanker. Allmond et al. (2016) hadde både *å gi tilbakemelding* og *å respondere på tilbakemelding* som et egne IRT kriterium hos elevene. I den studien så de også at dette krever at elevene begrunner sine tankeganger (resonnerer), men også at elevene aktivt lytter til hverandre.

Elevene *gjentar* hverandre når de deler ideer. Det er lav risiko å bidra i en samtale gjennom å gjenta, men man viser samtidig at man prøver å lytte aktivt. Som jeg har diskutert tidligere så kan det være en utfordring å få «stille elever» til å bidra. Det kan i denne sammenhengen være et didaktisk tiltak å oppfordre elever til å bruke samtaletrekk, og spesielt *gjenta* for den som føler seg usikker. Dette fordi det er en ufarlig måte å delta på. Soutter og Clark (2021) så i sin studie at ved å eksplisitt trene elevene i diskusjonstrekk, og spesielt hvordan man *lytter* og *stiller spørsmål*, kan også «stille elever» få utvikle sin deltakelse. Ved å arbeide med samtaletrekk ikke bare med lærere, men også med elever, så kan elevene få verktøy for å delta i samtalene.

De andre samtaletrekkene ble også synlige i dialogene mellom elever når de deler ideer; *repetere*, *tilføye*, *tenketid* og *endre*. Når elevene *repeterer*, altså omformulerer hva andre har sagt, så engasjerer de seg i hverandres samtale. Spesielt viser det at de lytter til hverandre når de omformulerer en idé. Når elevene *tilføyer* flere ideer, viser de at de er beredt til å se på alternative ideer og iblant motsatte ideer (*se også kap. 5.2.4*). Elevene gav hverandre *tenketid* ved å spørre sidemannen om den andre var klar, eller at de sa «la meg tenke». Samtaletrekket *endring* ble manifestert ved at elevene selv oppdaget feil når de lyttet til den andres ideer (ett tilfelle) eller ved å stille spørsmål (4 tilfeller), se videre drøfting om *endring* under 5.2.2 og 5.2.3.

Det var likevel tilfeller hvor noen elever var stille i lydopptakene (ikke delte ideer), og jeg observerte at enkelte elever prøvde å «gjemme seg» når oppgaven ble mer utfordrende. Dette er noe som også Liljedahl (2016) så var et problem når elevene sitter ned og arbeider i grupper. Liljedahl har konkludert med at det er lettere for elevene å gjemme seg vekk når de sitter ned, sammenlignet med når de fysisk står opp og arbeider med utforskende oppgaver (Liljedahl, 2016).

5.2.2 Elever stiller spørsmål i grupper – elevers bruk av samtaletrekk

I de 15 situasjonene hvor elevene stiller spørsmål til hverandre er det samtaletrekkene *snu og snakk* og *resonnere* som dominerer. Når elevene arbeider i grupper som en følge av samtaletrekket *snu og snakk*, får flere elever anledning til å spørre hverandre. I Soutter og Clarks (2021) rammeverk for kultur som fremmer IRT beskriver de elementet *elever støtter hverandre* som det å gi rom for elevene til å både stille spørsmål, men og å utfordres i å bygge videre på hverandres resonnement. En forutsetning for at det skal bli vellykkede samtaler i gruppene er at elevene faktisk klarer å hjelpe hverandre videre, som også innebærer at elevene lytter til hverandre og engasjerer seg i hverandres tenkning. Det er ikke unaturlig at det oppstår spørsmål når elevene resonnerer med hverandre, og disse kan ha ulike hensikt. Noen spørsmål ser ut til å være der for å bekrefte tankeganger, mens andre ganger spør elevene for å få hjelp med forståelsen. Av de 15 situasjonene hvor elevene stiller spørsmål har jeg observert 7 der eleven ønsker å forstå noe som eleven ikke skjønner, disse diskuterer jeg i *kap. 5.2.3*. I de tilfellene hvor elevene spør for å øke sin forståelse, finnes også mulighet for samtaletrekket *endre*. I 3 av de 15 studerte situasjonene hvor de stiller hverandre spørsmål, finnes tegn på at elevene endret sin tenkning. Det er ikke en garanti at elevene endrer sin tenkning når de stiller spørsmål, men det åpner opp en mulighet for å revidere tenkningen.

5.2.3 Elever prøver å lære noe nytt – elevers bruk av samtaletrekk

Av de 34 studerte gruppesituasjonene er det 7 situasjoner hvor jeg observerte at elevene prøver å lære noe nytt. Det er selvsagt vanskelig å på en objektiv måte å observere når en elev prøver å lære noe nytt. Jeg har likevel sett etter verbale tegn på at eleven prøver å lære noe nytt i form av dybdespørsmål. De 7 situasjonene skiller seg ut ved at elevene stiller spørsmål for å forstå, men også at det av konteksten kommer frem at eleven engasjerer seg i nye konsept. Dominerende samtaletrekk i disse situasjonene er *snu og snakk*, *resonnere*, men også *endre tenkning*. Denne form for IRT ble bare synlig i gruppesituasjoner og ikke i plenumsituasjoner. Samtaletrekket *snu og snakk* muliggjør samarbeid mellom elever, og det kan oppfattes som mindre risikofylt å be om hjelp av en medelev.

Det er ikke overraskende at elevene *resonnerer* sammen når de prøver å forstå fagstoff. Som også Chapin (2009) uttrykker er resonnering kritisk for matematisk læring. Det er likevel ikke alltid sikkert at elevene lærer når de prøver å forstå, men hvis de lykkes så vil konsekvensen være at eleven *endrer* tenkning.

Et eksempel på en situasjon hvor en elev prøver å lære noe nytt, men ikke endrer sin tenkning, er diskusjonen mellom Thea og Sara på s.74, linje 639-651. Når Thea spør «hva det blir i n?», ønsker hun å forstå hva de regnestykkene hun har funnet «betyr». Hun viser at hun ønsker å forstå med hjelp av Sara, men de klarer ikke på egen hånd å komme helt i mål. Hvis vi relaterer dette til Vygotskijs proksimale utviklingszone så trenger både Sara og Thea hjelp av en «kompetent andre» for å komme videre i sitt resonnement.

Et eksempel hvor eleven faktisk kan hjelpe den andre er mellom Julie og Ingrid, hvor de viser et stort engasjement fra begge sider for å øke Ingrids forståelse for hvordan man lager formelen $f_n = n^2 + 1$ (se kap. 4.2.3, s.76-78). Det entusiastiske tonefallet til Julie viser at hun føler at hun har fått hjelpe Ingrid med forståelsen (se linje 389: Julie: «Men good! (entusiastisk) jaa, fatter du det?») og Ingrid sier selv at hun forstår. Det er ikke en garanti for at endring har skjedd, men Ingrid bruker samtaletrekk *endre* implisitt, når hun bekrefter at hun forstår.

Jeg skal ikke stikke under stol at jeg ble glad og overrasket over viljen til å forstå hos enkelte elever som i tidlige observasjoner hadde gjemt seg vekk. I hvilken grad *forskningseffekten* spiller inn her, kan bare besvares i mer longitudinelle studier.

5.2.4 Elever er villige å se på alternative ideer i grupper – elevers bruk av samtaletrekk

Elevene fikk tidlig i økt 1 i oppdrag å bruke minst én annen gruppes metode for å se på rammeproblemet. Flere lydopptak viser at elevene var villige til å bruke flere strategier. Gjennom valg av oppgaver hvor elevene skal se på ulike strategier fikk læreren satt søkelys på *prosessen*, altså de mange ulike veiene som elevene kan ta for å nå et mål i form av en matematisk formel. Dette kan relateres til Soutter og Clarks (2021) element *egalitær* og *prosessorientert skole*, men også elementet *åpne oppgaver* som henviser til at lærere må gi elevene mange muligheter til å arbeide med oppgaver som ikke bare har «ett riktig svar». Oppgaver som gir rom for strategifleksibilitet er en grunnforutsetning, slik som blant annet *rike oppgaver* (se kap. 2.1.2) legger opp til. Liljedahl (2016) fremholder også at elevene må få *rike oppgaver* for å skape et tenkende klasserom (*thinking classroom*)(Liljedahl, 2016).

Tilføye er et samtaletrekk som kan åpne opp for elevenes villighet til å se på alternative ideer. Noen elever var ivrige, slik at de faktisk brukte flere strategier utfra mer kompliserte måter å se på problemet enn de først tenkte, som viste seg i situasjon 4C (s.79). Villighet til å gjøre vanskelige oppgaver er også nevnt av Stipek et al (1998), som en indikator på elevers villighet til å ta intellektuell risiko.

5.3 Hvilke tegn finnes på at elevene etterfølger klasseromsregler?

De tre fokusreglene som ble satt opp i starten av prosjektet var:

- Husker det er greit å gjøre feil og deretter endre måten å tenke på
- Stiller spørsmål som hjelper til med å forstå matematikken bedre
- Lytter for å forstå andres ideer og gir hverandre tid til å tenke

5.3.1 Feiltoleranse og trygt klasseromsfelleskap

Det finnes både tegn på at læreren prøver å legge til rette for et trygt klasseromsfelleskap, men samtidig også tegn på at elevene likevel ikke alltid har selvtillit, slik at de tør å vise frem feil. Dette illustreres av blant annet kommentaren: «*Jeg hadde vært så flau om jeg sagt det høyt i klasserommet*», når eleven innser at hun hadde gjort en feil. Allmond et al. (2016) så i sin studie at spesielt elever som har et dårlig forhold (fearful) til matematikk eller som er prestasjonsorienterte sliter mer med motgang (setbacks) enn andre elever. Dette kan jeg ikke uttale meg sikkert om i min studie, men det er en plausibel forklaring på at noen synes det er flaut med feilsvar i plenum. I de to tilfellene hvor elever har uttrykt at det er flaut, så responderer den andre eleven beroligende, f.eks. «*man ikke skal være redd for å si feil*» (se kap. 4.3.1, s.82). Dette kan være et tegn på at elevene refererer til fokusreglene.

Det er også viktig at lærere skaper en «feiltoleranse» i klasserommet for at elever skal klare å vise feil i plenum, som beskrevet under elementet *trygt klasseromsfelleskap* (Soutter & Clark, 2021). Læreren i studien prøver å fremme dette ved å f.eks. alltid anerkjenne elevenes svar, være genuint lyttende og spørre alle, ikke bare de med riktige svar. Det ble likevel tydelig i resultatet at elevene nesten alltid kommer med ferdige ideer, «riktige svar» i plenum. De riktige svarene er de som læreren også strukturer opp på tavlen. Det trenger ikke å være en dårlig strategi fra læreren å bare skrive opp de riktige svarene på tavlen, da det ellers er risiko for at elevene blir usikre på hva som er riktig. Det er utvilsomt en utfordring å skape et miljø for «feiltoleranse» samtidig som man vil unngå å skape misforståelser. Soutter og Clark (2021) foreslår at læreren må modellere feil og verdsette sårbarhet. Jeg foreslår at samtaletrekket *endre* kan være med på å skape «feiltoleranse» som en naturlig del av læring, der lærer verdsetter når elever gjør feil og deretter også får vise at de har endret sin tenkning.

Fravær av negative reaksjoner på feilsvar er viktig for å skape et klima hvor alle vil delta (Soutter & Clark, 2021). Det skjedde tidlig i første økt at noen lo da den første gruppen hadde gjort en feil. Dette kan ha innvirkning på villigheten til å ta intellektuell risiko i klasserommet,

men læreren håndterte situasjonen på en fin måte, slik at deling av ideer ikke stanset opp som en konsekvens av denne episoden.

5.3.2 Stille spørsmål

Å stille spørsmål ble mest synlig i gruppesituasjoner (15 spørsmål) sammenlignet med plenum (3 spørsmål). Det er kanskje ikke overraskende at det er lettere for mange å ta denne type IRT i smågrupper. *Snu og snakk* utmerker seg, som et samtaletrekk som åpner opp for at flere elever stiller spørsmål. Når elevene samarbeider, har de lettere for å stille spørsmål til hverandre enn i med plenum. Det er også et av lærerens strakeste inntrykk at elevene bruker hverandre mer som læringsressurs også etter prosjektet. Som nevnt i innledningen så har tidligere studier av norsk matematikkundervisning vist at medelever er en liten brukt læringsressurs i matematikkfaget (Klette, 2013).

For å skape et tydelig bilde av hvor ofte de forskjellige typene IRT ble observert i de observerte plenumssituasjonene (og i gruppesituasjoner) se figur 6, s.83. Denne figuren gir et oversiktlig bilde av hvor mange observasjoner av hver IRT som blitt gjort i plenum og i gruppe. Figuren sier ikke noe om hva som er bra eller dårlig i denne klasseromskonteksten, men den viser at elevene i større grad både stiller spørsmål og dybdespørsmål (prøver å lære noe nytt) i gruppe fremfor plenum. For at elever skal klare å stille dybdespørsmål i plenum må de føle seg trygge. Også denne *regel for matematisk aktivitet* er nært knyttet til elementet *trygt klasseromsfelleskap* (Soutter & Clark, 2021), da det vil være vanskelig for elevene å etterfølge hvis de ikke har selvtillit. Allmond et al (2016) fremholder også at klasseromskultur som skaper et miljø hvor IRT kan utvikles, er kritisk for at elevene skal ta intellektuell risiko (Allmond et al., 2016, s. 100).

5.3.3 Lytte til hverandre og gi hverandre tid til å tenke

I studien finnes det tegn på at elever ber om tid for å få tenke, men også tegn på at de *ikke alltid* lytter til hverandre når de snakker i gruppesituasjoner. I Allmond et al. (2016) studie fikk elevene eksplisitt veiledning i hvordan man lytter og hvordan man responderer på tilbakemelding fra hverandre. Soutter og Clarks (2021)'s *samtaletrekk og eksplisitt lærte forventninger* fremholder verdien av å eksplisitt veilede elever i både *når* og *hvordan* man lytter til hverandre. I denne enkelcasestudien ble elevenes oppmerksomhet rettet mot denne regel noen få ganger, men det finnes potensiale for å arbeide enda mer aktivt med hvordan man lytter til hverandre.

6 Konklusjon

Avslutningsvis skal jeg nå drøfte problemstillingen fra *kap 1.4*, diskutere feilkilder og implikasjoner for videre forskning. Til slutt drøfter jeg hvordan denne masterstudie kan bli brukt i praksisfeltet.

Dette kapittel er delt i tre deler:

6.1 Konklusjon med utgangspunkt i problemstilling

Hvilke intellektuelle risikoer tar elever i utforskende matematikkundervisning i en klasse på yrkesfag, og hvilke samtaletrekk og klasseromsregler får elever til å ta intellektuell risiko?

6.2 Feilkilder og videre forskning

6.3 Implikasjon for arbeid i skolen

6.1 Konklusjon med utgangspunkt i problemstilling

Jeg vil i denne konklusjonen rette fokus tilbake på den overordnede problemstillingen:

Hvilke intellektuelle risikoer tar elever i utforskende matematikkundervisning i en klasse på yrkesfag, og hvilke samtaletrekk og klasseromsregler får elever til å ta intellektuell risiko?

Elevene i min enkelcasestudie tar intellektuell risiko (IRT) gjennom å

- *dele ideer*
- *stille spørsmål*
- *prøve å lære noe nytt*
- *tar ordet i klasserommet*
- *er villige til å se på alternative eller motsatte ideer av sine egne*

Den IRT-typen som elevene viste i størst grad var å *dele ideer* både i plenumssituasjoner og gruppesituasjoner. Dette er i overensstemmelse med studien til Allmond et al (2016) som også så at elevene hadde lettest for å *dele ideer* i starten av studien. Jeg har observert at elevene i større grad stiller spørsmål til hverandre i gruppesituasjoner enn i plenum, og dypere spørsmål som viser at elevene *prøver å lære noe nytt* kom bare frem i gruppesituasjoner.

Samtaletrekk spiller en rolle i denne konteksten, ved at de er med på å bidra til at elever tar intellektuell risiko. Før jeg beskriver hvordan samtaletrekk kan påvirke elevenes mulighet å ta risiko så vil jeg poengtere at samtaletrekk ikke kan bli sett på isolert. Det er viktig å huske at det ikke er mulig å fjerne andre faktorer som spiller inn på konteksten som forskningseffekten, relasjoner elev-elev og lærer-elev m.m. (*se feilkilder kap.6.2*). Likevel observerer jeg at samtaletrekk kan påvirke elevenes mulighet til å ta intellektuell risiko.

Snu og snakk bidrar til å senke terskelen for IRT

Mine resultater peker mot at samtaletrekket *snu og snakk* kan bidra til å senke terskelen for elever til å dele ideer, stille spørsmål og å prøve å lære noe nytt. Læreren brukte dette samtaletrekket hyppig, og elevene delte ideer i plenum etter hver *snu og snakk* situasjon. I gruppesituasjonene stilte elevene flere spørsmål og dybdespørsmål som viste at elevene prøvde å lære noe nytt. Jeg mener at *snu og snakk* åpnet døren for dette samarbeid. Å muliggjøre samarbeid er viktig, som også stemmer med tidligere studier. Blant annet Soutter og Clark (2021) som identifiserte at det å gjøre rom for at *elever støtter hverandre* er et viktig

element for å bygge en kultur for intellektuell risiko. Også Wæge har i sin avhandling sett at *samarbeid* er en viktig faktor som legger til rette for økt motivasjon. Beghetto (2009) så at motiverte elever i høyere grad tar intellektuell risiko.

Resonnere – utvikling av argumentasjon fra at lærer modellerer til at elever resonnerer

Læreren forventer i alle plenumssituasjoner at elevene skal forklare hvordan/hvorfor de tenker som de gjør. I denne studien var *resonnere* det samtaletrekket som ved siden av *snu og snakk*, var det mest brukte av både læreren og elevene. Elevenes delaktighet i plenum når generalisering av formel skulle diskuteres, ble mer utviklet fra økt 1 til økt 2. Når elevene blir trent i argumentasjon kan deres selvtillit øke, noe som Soutter og Clark (2021) har sett fremmer en kultur for IRT.

Resonnere er med på å høyne kvaliteten på ideene som elevene deler. Også elementet *egalitær og prosessorientert skole* peker på viktigheten av å sette søkelys på *hvordan* et problem er løst framfor «riktige svar». Også Wæge (2007) identifiserte det å *godkjenne elevenes egne løsningsstrategier og metoder* som en av tre faktorer som bidrog til økt motivasjon, noe som indirekte påvirker elevenes villighet til å ta intellektuell risiko.

Gjenta – viser at lærer genuint lytter, og er en ufarlig måte for elever å delta i samtalen

Når læreren bruker samtaletrekk *å gjenta* så bidrar det til en kultur for IRT ved at læreren forsterker det eleven sier, og viser at hun genuint lytter til eleven. Å genuint lytte til eleven er både del av elementet *egalitær og prosessorientert skole* (Soutter & Clark, 2021), men også en måte å godkjenne elevenes egne løsningsstrategier. *Gjenta* var det samtaletrekket læreren brukte mest etter *resonnere* og *snu og snakk*. Når elevene selv bruker samtaletrekket *gjenta* så er det en ufarlig måte å delta i samtalen med hverandre. Jeg vil hevde at *gjenta* kan være en måte å inkludere «stille elever» i helklassesamtalene.

Repetere – en ufarlig måte å delta i plenum

Læreren brukte ved noen få tilfeller samtaletrekket *repetere*, som jeg observerte var en måte å få elever til å delta i plenumssamtalen på en mindre risikofylt måte. Å gjenbruke en annen elevs ide er mindre farlig enn å formulere en egen ide. Dette kan, som med samtaletrekket *gjenta*, være en god måte å få trene «stille elever» på deltakelse i helklassesamtalene.

Tilføye – åpner opp for deling av ideer og alternative ideer

Jeg observerte at en elev, etter fjerde forsøk av læreren på å bruke samtaletrekket *tilføye*, delte en alternativ ide. Chapin (2009) har observert at over tid kan dette samtaletrekket bidra til at flere deltar i klasseromssamtalene.

Tenketid – åpner opp for elever som ikke tåler tidspress?

Jeg har få egne observasjoner som støtter opp om denne konklusjonen, men som Chapin et.al. (2009) uttrykker det, så er det nødvendig å gi elevene tid til å tenke. Hvis ikke vil flere elever unngå å delta i samtalen grunnet tidspress.

Endre – kan det påvirke elevenes feiltoleranse?

Læreren brukte **ikke** samtaletrekket *endre* i noen av øktene. Jeg observerte tegn på at elevene ikke hadde *feiltoleranse*, da flere elever gav uttrykk for at det var «flaut» å si feil i plenum. Det var også få «uferdige ideer» som ble delt i plenumssamtalene, som kan være en indikasjon på at elevene bare vil dele ferdige tanker. Jeg vil hevde at samtaletrekket *endre* har potensial for å bidra med en kultur for økt *feiltoleranse* – ved å normalisere det å gjøre feil og deretter endre sin tenking. Videre forskning vil være nødvendig for å besvare dette.

Regler for matematisk aktivitet – en viktig men langsiktig prosess

Det finnes tegn på at elevene responderer på *regler for matematisk aktivitet* når de f.eks. sier at «*man ikke skal være redd for å si feil*». Å skape et trygt miljø som danner *feiltoleranse*, slik at elever ikke er redde for å dele sine uferdige ideer, stille spørsmål og vise svakhet, er en langvarig prosess. Denne enkelcasestudie er for avgrenset i tid for å trekke konklusjoner om hvordan et slikt tiltak som *regler for matematisk aktivitet* har effekt på elevenes deltakelse i klasseromssamtalen. Jeg mener likevel at arbeide med normstyrende regler i klasserommet kan være et praktisk tiltak for å påvirke elevenes deltakelse i timen.

6.2 Feilkilder og videre forskning

Denne enkelcasestudien er begrenset i tid og omfang, slik at det er vanskelig å trekke konklusjoner om elevenes villighet til å ta intellektuell risiko over lengre tid. Videre kan forskningseffekten, som handler om at den som bli observert oppfører seg annerledes enn om den ikke hadde blitt observert, kan også ha effekt på både læreren og elevene i prosjektet. I tillegg er det en svakhet at noen av lydopptakene fra økt 1 fikk tekniske problemer.

Som diskutert om studiens *validitet* (kap. 3.4.3), så observerer jeg elever som tar IRT ved å utgå fra definisjonen til Soutter og Clark (2021), men jeg forholder meg ikke til begrepet å *være open-minded*. Det er også vanskelig på en objektiv måte å si om en elev *prøver å lære noe nytt*. Rammeverket for å gjenkjenne når elever tar intellektuell risiko har utviklingspotensial, og forskning på feltet IRT er under utvikling. Jeg har ikke vurdert kvaliteten på IRT slik som Allmond et al (2016) har gjort. Dette vil være relevant for videre studier av elevers villighet å ta intellektuell risiko.

Det er en begrensning og svakhet ved enkelcasestudien at jeg ikke har noen intervjuer med elevene om hvordan de tenker og oppfatter det å ta intellektuell risiko i klasserommet. I videre forskning kan elevenes perspektiv på hvordan det er å ta intellektuell risiko i gruppe og i plenum, være informasjon som er kritisk for forståelsen av elevenes valg. Spesielt vil det også være relevant å få perspektivet til de elever som Soutter og Clark (2021) benevner «stille elever», og hvordan de oppfatter denne formen for undervisning.

Læreren i min studie brukte ikke eksplisitt samtaletrekket *endre*. For videre studier kan det være relevant å undersøke om samtaletrekket *endre* har potensiale for å fremme et miljø for *feiltoleranse*. Samtaletrekk *endre* kan potensielt være en mulighet for lærer å fremme, men også få synliggjort elevenes læringsprosess.

Jeg introduserte ikke samtaletrekkene til elevene, noe som også potensielt skulle kunne bidra positivt til elevenes deltakelse i klasseromssamtaler.

6.3 Implikasjon for arbeid i skolen

Etter innføring av ny læreplan, fagfornyelsen (2020), er det nå presisert at lærere skal gi rom for utforskning i matematikkundervisningen. Jeg har mange kolleger, meg selv inkludert, som har lurt på hvordan man kan drive med utforskning på en produktiv og meningsfull måte. Spesielt hvordan man velger ut oppgaver, og hvordan man skaper en god klasseromssamtale. I teori- og metodedelen finnes gode eksempler på hvordan man gjenkjenner en utforskende oppgave. Denne masteroppgaven gir også helt praktiske eksempler på hvordan *samtaletrekk* kan bidra til å skape dialog og aktivitet i det utforskende klasserommet. Alle samtaletrekk kan bidra på ulike måter med å støtte til dialogen, men spesielt utmerker *snu og snakk* seg som en viktig måte å senke terskelen for at elever skal ta intellektuell risiko. *Snu og snakk* åpner også opp for viktig samarbeidslæring. Som innledningsvis nevnt så har tidligere forskning av norsk skole vist at matematikkundervisning har hatt liten bruk av medelever som læringsressurs (Klette, 2013).

Videre utmerker seg også samtaletrekket *resonnere* som ekstra viktig for å heve kvaliteten på elevenes risikotaking.

Jeg mener at rammeverket for hvordan elever tar intellektuell risiko er en måte å diagnostisere om undervisningen fungerer etter intensjonen. Relevante spørsmål for lærere å stille blir da:

- Deler *alle* elever ideer? Hvordan er kvaliteten på ideene?
- Stiller de spørsmål, både i gruppe og i plenum?
- Prøver elevene å lære noe nytt?
- Tar elever frivillig ordet i klasserommet?
- Engasjerer elevene seg i hverandres ideer?

I tillegg til rammeverket for å gjenkjenne IRT vil jeg tilføye to sentrale spørsmål:

- Har elevene *feiltoleranse*? Deler de uferdige eller ferdige ideer?

For å få produktiv utforskning hvor alle deltar og utvikler sin forståelse vil det være nødvendig å arbeide med normer i klasserommet, og *regler for matematisk aktivitet* kan være en mulig støtte i dette arbeidet.

Litteraturliste

- Allmond, S., Hillman, J., Huntly, K., Makar, K. & O'Brien, M. (2016). Assessing Children's Progress in Taking Intellectual Risks in a Mathematical Inquiry Classroom with a Positive Learning Approach. *Mathematics Education Research Group of Australasia*, 94-101.
- Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, 45(6), 797-810. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>
- Beghetto, R. A. (2009). Correlates of intellectual risk taking in elementary school science. *Journal of Research in Science Teaching: The Official Journal of the National Association for Research in Science Teaching*, 46(2), 210-223.
- Boaler, J. (1998a). Mathematical equity—underachieving boys or sacrificial girls? *International Journal of Inclusive Education*, 2(2), 119-134.
- Boaler, J. (1998b). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. *Journal for research in mathematics education*, 29(1), 41-62.
- Bækkevar, I., Jensen, A.-M., Jensen, C. B., Lindstad, J. W. & Saxebøl, A. (2020). *MØNSTER Matematikk 1P-Y, Helse og Oppvekstfag* (1.utgave, Red.). Gyldendal Norsk Forlag.
- Chapin, S. H., O'Connor, M. C. & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, Grades K-6*. Math Solutions.
- Clifford, M. M. (1991). Risk taking: Theoretical, empirical, and educational considerations. *Educational psychologist*, 26(3-4), 263-297.
- Fuglestad, A. B. (2010). Bedre matematikkundervisning. *Tangenten*, 21(4), 9-14.
- Hardy, G. H. (1992). *A mathematician's apology*. Cambridge University Press.
- Harel, G. (2013). Intellectual need. I *Vital directions for mathematics education research* (s. 119-151). Springer.
- Hedén, R., Taflin, E. & Hagland, K. (2005). Vad menar vi med rika problem och vad är de bra till. *Nämnamnaren* 32 (1), 36-41.
- Kazemi, E. & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale – Hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner* (K. B. Birkeland, Overs.). Cappelen Damm Akademisk.
- Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning. *Rapport fra klasseromsforskningen. I RJ Krumsvik & R. Säljö (red.), Praktisk-pedagogisk utdanning: en antologi*, 173-201.
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del - verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for

- Kunnskapsløftet 2020. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-forgrunnopplaringen/id2570003/>
- Kvale, S., Brinkmann, S., Anderssen, T. M. & Rygge, J. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg.). Gyldendal akademisk.
- Kvarv, S. (2014). *Vitenskapsteori: tradisjoner, posisjoner og diskusjoner*. Novus.
- Liljedahl, P. (2016). Building thinking classrooms: Conditions for problem-solving. I *Posing and solving mathematical problems* (s. 361-386). Springer.
- Makar, K., Bakker, A. & Ben-Zvi, D. (2015). Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. *ZDM*, 47(7), 1107-1120.
- Nosrati, M. & Wæge, K. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Matematikksenteret.
<https://www.matematikksenteret.no/nettbutikk/sentrale-kjennetegn-p%C3%A5-god-1%C3%A6ring-og-undervisning-i-matematikk>
- NOU 2014 : 7. (2014). *Elevenes læring i fremtidens skole: Et kunnskapsgrunnlag*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/NOU-2014-7/id766593/>
- NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/>
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1-38.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77(1), 20-26.
- Soucy McCrone, S. (2005). The development of mathematical discussions: An investigation in a fifth-grade classroom. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(2), 111-133.
- Soutter, M. & Clark, S. (2021). Building a Culture of Intellectual Risk-Taking: Isolating the Pedagogical Elements of the Harkness Method. *Journal of Education*, 1-12.
- Stipek, D., Givvin, K. B., Salmon, J. M. & MacGyvers, V. L. (1998). Can a teacher intervention improve classroom practices and student motivation in mathematics? *The Journal of Experimental Education*, 66(4), 319-337.
- Stipek, D., Salmon, J. M., Givvin, K. B., Kazemi, E., Saxe, G. & MacGyvers, V. L. (1998). The Value (And Convergence) of Practices Suggested by Motivation Research and

- Promoted by Mathematics Education Reformers. *Journal for research in mathematics education*, 29(4), 465-488. <https://doi.org/10.2307/749862>
- Stylianides, A. J. (2016). *Proving in the elementary mathematics classroom*. Oxford University Press.
- Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning* [Doktorgradsavhandling, Institutt for matematiske fag, Norges teknisk-naturvitenskaplige universitet (NTNU)].
- Wæge, K. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget.

Appendiks – Liste over oppgavens vedlegg

Vedlegg 1: Matrise fra Katie Makar (Allmond et. al 2016)

Vedlegg 2: Intervjuguide med lærer

Vedlegg 3: Meldeskjema NSD

Vedlegg 4: Informasjonsskriv til lærer

Vedlegg 5: Informasjonsskriv til elever

Vedlegg 1 – Matrise fra Katie Makar

Fullstendig matrise brukt i forbindelse med studie av Allmond et. al (2016), ikke publisert i studie, men presentert ved konferanse i 2016.

TAKING A RISK

	High level	Moderate level	Low level
Generating ideas	<ul style="list-style-type: none"> • Offers new or incomplete ideas that lead to or integrate major (productive) ideas • Supports and encourages contributions from others 	<ul style="list-style-type: none"> • Offers new or incomplete ideas that may contribute or be built upon • Uses/applies/considers the ideas of others 	<ul style="list-style-type: none"> • Waits for others to contribute or contributes ideas that may not be relevant or practical • Acknowledges the ideas of others
Developing ideas	<ul style="list-style-type: none"> • Substantively builds on, extends or adapts others' ideas • Keeps group on track towards a solution 	<ul style="list-style-type: none"> • Builds on own or others' ideas • Allows others to alter (or not use) your idea • Tries an approach even when unsure 	<ul style="list-style-type: none"> • Contributes to working on tasks that develop ideas
Setbacks	<ul style="list-style-type: none"> • Embraces setbacks as challenges that can be overcome • Uses setbacks to extend, improve or alter thinking • Promotes a culture within the group of positive responses to setbacks 	<ul style="list-style-type: none"> • Accepts setbacks as a normal part of the process • Attempts to use setbacks to change direction or adapt/improve the idea • Stays motivated in the face of setbacks 	<ul style="list-style-type: none"> • Is aware of setbacks
Accepting feedback	<ul style="list-style-type: none"> • Seeks feedback or critique • Evaluates and uses feedback to integrate or improve (deepen/expand) ideas 	<ul style="list-style-type: none"> • Is open and accepting to feedback and attempts to incorporate it 	<ul style="list-style-type: none"> • Listens to feedback but may not acknowledge or act on it
Giving feedback	<ul style="list-style-type: none"> • Provides substantive feedback that engages with the issue and has the potential to improve the thinking, evidence or solution • Seeks clarification to help others understand 	<ul style="list-style-type: none"> • Offers constructive feedback • Critiques and questions ideas not people • Considers the pros and cons • Seeks clarification for self 	<ul style="list-style-type: none"> • Gives surface feedback that may not progress the idea or solution

Vedlegg 2 – Intervjuguide med lærer

Før CASE gjennomføres:

1. Hva kjennetegner god matematikkundervisning mener du?
2. Er du kjent med samtaletrekk? (Viser diagram over samtaletrekk fra Kazemi og Hintz)
3. Hvilke samtaletrekk bruker du til vanlig i undervisningen?
4. Hvis du tenker på siste timene med klassen, hvilke samtaletrekk brukte du?
5. Har du erfaring av utforskning og åpen strategideling?
6. Hvilke klasseromsregler gjelder i klasserommet ditt til vanlig?
7. Hvordan opplever du den matematiske samtalen i klasserommet? Hva er positivt, og hva kan utvikles
8. Tør elevene å ta intellektuell risiko i timen i betydningen:
 - å stille spørsmål når de ikke forstår?
 - å dele uferdige ideer?
 - å gå i gang med vanskelige oppgaver?
 - viser at de endrer sin tenkning (f.eks. ved å innse mistak/feil)

Etter prosjekt:

1. Hvordan opplevde du de utforskende oppgavene og åpen strategimelding fungerte?
2. Hvordan responderte elevene på åpen strategideling?
3. Hvilke samtaletrekk fikk du brukt i dag?
4. Hvilke fordeler og ulemper ser du med å bruke samtaletrekk bevisst?
5. Hvordan virket klasseromsreglene synes du?
6. Mener du elevene tok intellektuell risiko i klasserommet under prosjektet?
 - å stille spørsmål når de ikke forstår?
 - å dele uferdige ideer?
 - å gå i gang med vanskelige oppgaver?
 - viser at de endrer sin tenkning (f.eks. ved å innse mistak/feil)

Vedlegg 3 - Meldeskjema NSD

Referansenummer

957351

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Lydopptak av personer

Prosjektinformasjon

Prosjekttittel

Samtaletrekk og klasseromsregler som støttestrukturer i utforskende matematikkundervisning

Prosjektbeskrivelse

I denne masterstudien ønsker jeg å undersøke hvordan lærere kan skape meningsfull undervisning i matematikk gjennom utforskende oppgaver. Det jeg spesifikt vil se på er om læreres bruk av samtaletrekk og klasseromsregler kan fremme den matematiske samtalen slik elever tør å dele sine matematiske ideer med hverandre. Studien vil foregå under tre undervisningsøkter i november 2021, når klassen arbeider med område «Formler fra dagligliv og yrke». Tentativ problemstilling; Kan klasseromsregler og samtaletrekk fremme elever til å ta intellektuell risiko i utforskende matematikkundervisning?

Dersom opplysningene skal behandles til andre formål enn behandlingen for dette prosjektet, beskriv hvilke

Nei

Begrunn behovet for å behandle personopplysningene

Jeg ønsker ta lydopptak under tre undervisningsøkter for å studere den matematiske samtalen i grupper og i plenum under utforskende matematikkundervisning i en klasse på videregående skole. Elever og lærer sin stemme vil bli lagret på kryptert disk og anonymisert. Videre ønsker jeg ta feltnotater under disse øktene, som også vil bli behandlet anonymt og kryptert. Læreren vil bli intervjuet før og etter prosjektet, navn på lærere eller skole vil ikke bli oppgitt i masteroppgave.

Ekstern finansiering

- Andre

Annen finansieringskilde

Høgskolen i innlandet - master i realfagenes didaktikk

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Anna Villoria, anna.villoria@skole.rogfk.no, tlf: 40721174

Behandlingsansvar**Behandlingsansvarlig institusjon**

Høgskolen i Innlandet / Fakultet for lærerutdanning og pedagogikk / Institutt for matematikk, naturfag og kroppsøving

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Ove Antvord Haugereid, ove.haugereid@inn.no, tlf: 62517837

Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles behandlingsansvarlige)?

Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget

Elever som leser matematikk på VG1 i en yrkesfagsklasse. Hvilken studieretning elevene går på vil holdes skjult gjennom prosjektet. Elevene er valgt ut fordi de tar matematikk etter ny læreplan, den så kalte fagfornyelsen.

Rekruttering eller trekking av utvalget

Jeg rekrutterer elever gjennom kollega på egen skole.

Alder

16 - 18

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 1

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1?

Deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år?

Ungdom

Informasjon for utvalg 1

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Informasjonsskriv

NSD Utvalg1 oppdatert.docx

Utvalg 2

Beskriv utvalget

En lærer i matematikk på vg1 yrkesfag

Rekruttering eller trekking av utvalget

Lærer er kollega på egen skole. Hun er positiv til prosjektet og har uttrykt lyst til å være med.

Alder

30 - 40

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 2

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 2?

Personlig intervju

Vedlegg

Intervjuguide _ utforskning.docx

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Informasjon for utvalg 2

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Informasjonsskriv

Utvalg 2 - NSD.docx

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?

Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?

- Manuelt (papir)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?

Eleven kan trekke seg tilbake ved muntlig eller skriftlig beskjed til meg, faglærer eller kontaktlærer. Lærer kan trekke seg ved muntlig eller skriftlig beskjed til meg.

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet opplysninger om seg selv?

Data fra innsamlingen vil bli anonymisert ved transkribering. Etter ønske kan de registrerte få se på datamaterialet etter transkribering og sammenstilling av feltnotater er klart.

Totalt antall registrerte i prosjektet

1-99

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?

Behandling

Hvor behandles opplysningene?

- Mobile enheter tilhørende behandlingsansvarlig institusjon
- Fysisk isolert maskinvare tilhørende behandlingsansvarlig institusjon

Hvem behandler/har tilgang til opplysningene?

- Student (studentprosjekt)
- Prosjektansvarlig

Tilgjengeliggjøres opplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon?

Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (koblingsnøkkel)?

Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?

- Opplysningene anonymiseres fortløpende
- Opplysningene krypteres under forsendelse
- Opplysningene krypteres under lagring

Varighet

Prosjektperiode

01.11.2021 - 16.05.2022

Skal data med personopplysninger oppbevares utover prosjektperioden?

Nei, data vil bli oppbevart uten personopplysninger (anonymisering)

Hvilke anonymiseringstiltak vil bli foretatt?

- Personidentifiserbare opplysninger fjernes, omskrives eller grovkategoriseres
- Lyd- eller bildeopptak slettes

Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?

Nei

Vedlegg 4 - Informasjonsskriv lærer

Vil du delta i forskningsprosjektet

Samtaletrekk og klasseromsregler som støttestrukturer i utforskende matematikkundervisning

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å utvikle forståelsen for meningsfull utforskende matematikkundervisning. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

I denne masterstudien ønsker jeg undersøke hvordan lærere kan skape meningsfull undervisning i matematikk gjennom utforskende oppgaver. Det jeg spesifikt vil se på er om læreres bruk av samtaletrekk og klasseromsregler kan fremme den matematiske samtalen slik elever tør å dele sine matematiske ideer med hverandre. Studien vil foregå under tre undervisningsøkter i november 2021, når klassen arbeider med område «Formler fra dagligliv og yrke».

Tentativ problemstilling; Kan klasseromsregler og samtaletrekk fremme elever til å ta intellektuell risiko i utforskende matematikkundervisning?

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskolen i innlandet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Jeg ønsker å studere utforskning i klasserom med en gruppe elever og lærere på første året i videregående skole og som får undervisning etter Fagfornyelsen (ny lærerplan 2021). Dette siden utforskning er sentralt tema i ny læreplan.

Hva innebærer det for deg å delta?

Det vil det bli tatt opp lyd under 3 undervisningsøkter for å studere de matematiske samtalene i klasserommet. Samtalene vil bli behandlet anonymt og opptaket vil bli lagret på en kryptert harddisk. I tillegg vil forskeren (Anna) ta notater av observasjoner under disse undervisningsøktene som også vil bli behandlet anonymt og lagret kryptert.

Før og etter opptak blir det gjennomført intervju av lærer for å utdype om den matematiske samtalen i undervisning før og etter prosjektet. Disse intervjusamtalene vil bli notert ned og anonymisert.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Det vil ikke påvirke ditt forhold til lærer eller mulighet til å delta i undervisning.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er kun Anna Villoria som vil ha tilgang til lydopptak og notater fra observasjon og intervju. Lydopptakene og notater vil lagres kryptert og vil bli slettet når masteroppgaven er ferdig, etter plan i mai 2022.
- Elever og lærer vil bli anonymisert og omtalt med fiktive navn i publisering av masteroppgave.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er mai 2022. Datamaterialet vil da bli slettet.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Høgskolen i Innlandet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Høgskolen i Innlandet ved høghskolelektor Ove Antvord Haugereid, tlf 62517837. Student Anna Villoria, tlf 40721174
- Vårt personvernombud: Usman Asghar tlf: 99257964 studentombud@inn.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Anna Villoria

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «*Samtaletrekk og klasseromsregler som støttestrukturer i utforskende matematikkundervisning*», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i undervisning med lydopptak
- å delta i intervju om utforskende undervisning (*gjelder kun lærer*)

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 5 – Informasjonsskriv elev

Vil du delta i forskningsprosjektet

Samtaletrekk og klasseromsregler som støttestrukturer i utforskende matematikkundervisning

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å utvikle forståelsen for meningsfull utforskende matematikkundervisning. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

I denne masterstudien ønsker jeg undersøke hvordan lærere kan skape meningsfull undervisning i matematikk gjennom utforskende oppgaver. Det jeg spesifikt vil se på er om læreres bruk av samtaletrekk og klasseromsregler kan fremme den matematiske samtalen slik elever tør å dele sine matematiske ideer med hverandre. Studien vil foregå under tre undervisningsøkter i november 2021, når klassen arbeider med område «Formler fra dagligliv og yrke».

Tentativ problemstilling; Kan klasseromsregler og samtaletrekk fremme elever til å ta intellektuell risiko i utforskende matematikkundervisning?

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskolen i innlandet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Jeg ønsker å studere utforskning i klasserom med en gruppe elever og lærere på første året i videregående skole og som får undervisning etter Fagfornyelsen (ny lærerplan 2021). Dette siden utforskning er sentralt tema i ny læreplan.

Hva innebærer det for deg å delta?

Det vil det bli tatt opp lyd under 3 undervisningsøkter for å studere de matematiske samtalene i klasserommet. Samtalene vil bli behandlet anonymt og opptaket vil bli lagret på en kryptert harddisk. I tillegg vil forskeren (Anna) ta notater av observasjoner under disse undervisningsøktene som også vil bli behandlet anonymt og lagret kryptert.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Det vil ikke påvirke ditt forhold til lærer eller mulighet til å delta i undervisning. Du vil få samme opplegg i en parallell gruppe hvis du velger å ikke delta.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrevet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er kun Anna Villoria som vil ha tilgang til lydopptak og notater fra observasjon. Lydopptakene og notater vil lagres kryptert og vil bli slettet når masteroppgaven er ferdig, etter plan i mai 2022.
- Elever og lærer vil bli anonymisert og omtalt med fiktive navn i publisering av masteroppgave.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er mai 2022. Datamaterialet vil da bli slettet.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Høgskolen i Innlandet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Høgskolen i Innlandet *ved* høgskolelektor Ove Antvord Haugereid, tlf 62517837. Student Anna Villoria, tlf 40721174
- Vårt personvernombud: Usman Asghar tlf: 99257964 studentombud@inn.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Anna Villoria

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «*Samtaletrekk og klasseromsregler som støttestrukturer i utforskende matematikkundervisning*», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i undervisning med lydopptak og observasjon med feltnotat

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)