Fakultetet LUP – fakultet for lærerutdanning og pedagogikk
Høgskolen i Innlandet, campus Hamar

Mia Sustad Lien

Masteroppgave i matematikkdidaktikk

Hvilke krav stiller læreboka *Matematikk*, i temaet multiplikasjon og divisjon - En kvalitativ innholdsanalyse av et norsk læreverk i matematikk for 7.årstrinn

In the Textbook *Matematikk*, which Demands are given in the Topic Multiplication and Division – A Qualitative Content Analysis of a Norwegian Mathematical Textbook for the 7th Grade

Grunnskolelærer 1.-7.trinn

2023

Forord

Etter 18 års skolegang står arbeidslivet nå for tur. Denne masteroppgaven setter punktum for min femårige studietid ved Høgskolen i Innlandet – avdeling Hamar. De siste fem årene på Hamar har gitt masse frustrasjon og krevende situasjoner, men mest av alt lærdom, gode vennskap og masse gode minner. Livet skjer og året 2022 var et år som gjorde det tydelig for meg at livet ikke er for amatører. At masteroppgaven likevel nå står ferdig, er en prestasjon jeg er stolt av.

Først og fremst må det rettes en stor takk til min veileder Bjarte Rom. Positiv, behjelpelig og konstruktiv har du hjulpet meg gjennom, og du har alltid vært tilgjengelig dersom det har vært spørsmål. Dette hadde ikke vært mulig uten en så dyktig veileder som deg.

Takk til medstudenter og gode venner som har stilt opp for hverandre gjennom hele studietiden.

Takk til min unike familie. En trygg, god og omsorgsfull oppvekst fylt av kjærlighet, varme og masse latter. Takk til min kjære mor Unni og far Per Ivar, som uansett hvor og når har hjulpet meg gjennom enhver utfordring. Takk til Merete og Morten, som fra første stund har stilt opp for sin lillesøster. Takk til min kjære samboer Haakon, du er enestående. Takk til besteforeldre, tante, onkler og søskenbarn, som alltid heier.

En ekstra takk til min kjære mor som har formet meg til den jeg er i dag. Du har gitt meg unike verdier og holdninger til livet, og du har vist meg verdien av en trygg voksenperson for en liten jente i en stor verden. En verdi som vil prege mitt møte med de unge medmenneskene jeg møter på min veg. Jeg har alltid og vil alltid se opp til deg. Til vi ses igjen.

2023

Mia Sustad Lien

Sammendrag

I denne masteroppgaven har det blitt gjennomført en kvalitativ innholdsanalyse, av Cappelen Damms læreverk *Matematikk*. Studien avgrenser seg til 7.årstrinn, og analyseenheten har vært oppgaver hentet fra multiplikasjons – og divisjonskapitlet gitt i *Matematikk 7 – grunnbok* og *Matematikk 7 – oppgavebok*. Følgende problemstilling har blitt besvart: «Hvilke krav stiller oppgavene gitt til elever i 7.årstrinn, i temaet multiplikasjon og divisjon, i læreboka *Matematikk*».

For å kunne svare på problemstillingen har studien tatt utgangspunkt i rammeverket utviklet av Charalambous et al. (2010). Rammeverket består av to deler, horisontal – og vertikal analyse. Den horisontale analysen går i bredden, og brukes for å gi et helhetlig bilde på læreverket. Den vertikale analysen går derimot i dybden, og her ble det i denne studien undersøkt potensielle kognitive krav og type svar. I analysen av potensielle kognitive krav tar kategoriene utgangspunkt i modellen *Level of Demands*, utviklet av Smith og Stein (1998).

Funn fra den horisontale analysen viser overordnet sett at grunnboka består av flere sider, og flere ulike oppgavetyper enn oppgaveboka. Oppgaveboka består derimot av flere nummererte oppgaver elevene skal løse. Den vertikale analysen viser totalt sett at over halvparten av oppgavene kodes til lavere potensielle kognitive krav, og at prosedyrer uten sammenheng er den dominerende kategorien. Memoreringskategorien er den minst dominerende. Funnene viser også at over 90% av oppgavene i både grunnboka og oppgaveboka, krever kun et svar av elevene.

Konklusjonen av denne oppgaven er at lavere potensielle kognitive krav kan være nyttig i de tilfellene hvor elever skal automatisere eksempelvis multiplikasjonstabellen og både multiplikasjons – og divisjonsalgoritmen. Likevel framheves læreren som sentral, der det fremmes hvordan en gradvis økning av potensielle kognitive krav vil øke sannsynligheten for en relasjonell forståelse til matematikk. Det konkluderes også med at høyere potensielle kognitive krav vil gjøre det enklere for elevene å kunne foreta kreativ resonnering, samt mulighet til å forklare egne tenkemåter. Her framheves også læreren som sentral.

Abstract

This master thesis conducts a qualitative content analysis on Cappelen Damm´s textbook *Matematikk*. The study is narrowed to the 7th grade, and the unit of analysis has been tasks presented in the chapter of multiplication and division given in *Matematikk 7* – textbook and *Matematikk 7* – workbook. The following research question has been answered: «Which demands are presented in the tasks given to 7th – grade students, in the topic multiplication and division, in the textbook *Matematikk*?».

To answer the research question, the study used the framework developed by Charalambous et al. (2010). The framework consists of two parts, horizontal – and vertical analysis. The horizontal analysis is broad and used to provide an overall view of the textbook. Whereas the vertical analysis goes in the depths of the textbook. In this study, the vertical analyses consist of investigating potential cognitive demands and types of answers. In the analysis of potential cognitive demands, the categories are based on *Level of Demands*, a model developed by Smith and Stein (1998).

Findings from the horizontal analysis show that the textbook has more pages and different types of tasks than the workbook. However, the workbook consists of more numbered tasks for students to solve. The overall findings from the vertical analysis, show that more than half of the tasks are coded as lower-level potential cognitive demands, and that procedures without connections is the dominant category. The memorization category, on the other hand, is the least dominant. The findings also shows that over 90% of the tasks, in both books, require only an answer from the students.

The conclusion of this thesis is that lower-level potential cognitive demands can be useful in cases where students need to automate the multiplication table and both the multiplication – and division algorithm. However, the teacher is highlighted as important, because gradual increase of potential cognitive demands will increase the probability of a relational understanding of mathematics. It is also concluded that higher – level potential cognitive demands will make it easier for students to engage in creative reasoning, with the teacher again playing a central role.

Innholdsfortegnelse

Figurliste

Tabelliste

1. Innledning

1.1 Et historisk tilbakeblikk

I kirkeordinansene av 1537 og 1539, ble Martin Luthers lille katekisme «Børnelærdommen» ansett som det sentrale innholdet i kristendomsopplæringen (NOU, 1995:9). Luthers katekisme preget opplæringen fram til 1737, da Erik Pontoppidans katekismeforklaring «Sandhed til Gudfrygtighed» ble autorisert (NOU, 1995:9). Fra opprettelsen av den første offentlige skoleordningen i Norge i 1739, Allmueskolen, var kristendomskunnskap hovedfaget og Pontoppidans katekismeforklaring var trolig den første læreboken og indirekte den første læreplanen (NOU, 1995:9). Pontoppidans uttalte blant annet at «Etter kongelig befaling overgir jeg da disse Guds ord til alment bruk i våre kirker og skoler» (NOU, 1995:9). Denne formuleringen virket som en forløper til godkjenningsordningen for lærebøker, som ble innført ved overgangen fra kirkelig allmueskole til borgerlig folkeskole i 1889 (NOU, 1995:9).

Godkjenningsordningen ble innført blant annet for å sikre at det teologiske innholdet i kristendomsbøkene ikke var i strid med kirkens lære (NOU, 1995:9). Dette utviklet seg videre til å bli en ordning for å kvalitetssikre alle lærebøker i Norge, der Nasjonalt Læremiddelsenter ble tildelt ansvaret for å godkjenne ordinære lærebøker (NOU, 1995:18). I senere tid var ordningen blant annet ment som et bidrag til sikre sammenheng mellom lærebok og læreplan, samt at lærebøkene var pedagogisk tilpasset alderstrinnet (NOU, 1995:18). Godkjenningsordningen ble blant annet kritisert for å bidra til standardisering og for å begrense den enkelte skole og lærers frihet og ansvar (NOU, 1995:18). 1.august 2000 ble derfor godkjenningsordningen opphevet (Meld. St. 32 (2000-2001)).

I dagens skole ligger det dermed ingen krav om godkjenning på lærebøker, noe som fører til at forlagene og forfatterne selv bestemmer hva lærebøkene bør og skal inneholde. Dette fører videre til at ansvaret om å undersøke hvorvidt lærebøkene imøtekommer klassetrinn, elever og gjeldende læreplan, ligger på skolen og lærerne. Av egen og andre kollegaers erfaring er lærerhverdagen travel, og læreboka kan være et lett tilgjengelig og oversiktlig hjelpemiddel for både læreren og elevene. Da kan man kanskje lure på om og eventuelt hvor godt man kjenner ressursene man tar i bruk i klasserommet, hvordan de samhandler med elevene våre og hvilke muligheter og eventuelle begrensninger lærebøkene gir i undervisningen. Det er nettopp dette denne masteroppgaven ønsker å gå nærmere inn på.

1.2 Bakgrunn for valg av emne

Høsten 2020 innførte den norske skolen en ny nasjonal læreplan for grunnskolen, Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020, der formålet var å skape en relevant og framtidsrettet opplæring (Utdanningsdirektoratet, 2017). Det nye læreplanverket, LK20, har ifølge Utdanningsdirektoratet (2019) flere aspekter som er nytt eller fornyet fra Kunnskapsløftet fra 2006, LK06. For det første er generell del av læreplanen og prinsipper for opplæring, nå erstattet av en ny overordnet del (Utdanningsdirektoratet, 2019). I tillegg innehar LK20 en ny læreplanstruktur, presisering av grunnleggende ferdigheter og omtale av vurdering i fag (Utdanningsdirektoratet, 2019). Utdanningsdirektoratet (2019) uttrykker også at de nye læreplanene skal legge til rette for dybdelæring, og at kompetansebegrepet er fornyet.

Dybdelæring og kompetanse er, ifølge Utdanningsdirektoratet (2018), viktig for å kunne forstå og ikke kun gjengi fakta og utøve mekaniske arbeidsoppgaver. Både dybdelæring og kompetansebegrepet har overlappende elementer, der begge begrepene blant annet uttrykker viktigheten av å se sammenhenger (Utdanningsdirektoratet, 2018). Likevel kan begrepene skilles fra hverandre ved å si at kompetanse er et ønsket resultat, mens dybdelæring er en sentral forutsetning for å oppnå denne kompetansen (Utdanningsdirektoratet, 2018). Videre i studien vil ikke dybdelæringsbegrepet bli nærmere greid ut om, fordi oppgaven retter seg mot hvilke krav lærebøker stiller til elever og dermed hvordan de legger til rette for utvikling av kompetanse.

En sentral del ved skolens praksis, er elevenes faglige læring (Utdanningsdirektoratet, 2017). Hva faglig læring innebærer i de ulike fagene presenteres i læreplanen for det enkelte faget, blant annet gjennom kompetansemålene, men i utgangspunktet bygger hvert enkelt fag på den samme definisjonen av kompetanse:

«Kompetanse er å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning» (Utdanningsdirektoratet, 2017, s.14).

Kompetanse vil, ifølge Utdanningsdirektoratet (2018), gjøre elevene rustet til å lære å lære, samt å reflektere over egen læring. Dette vil videre ha betydning for å kunne forstå teoretiske resonnementer og utføre praktiske oppgaver (Utdanningsdirektoratet, 2017). Det å resonnere trekkes også fram som sentralt i matematikkfaget, der ett av seks kjerneelementer tar for seg *resonnering og argumentasjon* (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Nye krav til opplæring, vil også stille nye krav til læremidler. I etterkant av godkjenningsordningen krever dette en større bevissthet omkring blant annet det å forstå hvilken rolle læremidler har i undervisning, hvordan de påvirker elevenes læringsprosess, samt på hvilken måte læremidler samsvarer med den rådende læreplanen eller eventuelt hvilke grep som bør tas for å sikre best mulig samsvar. Dette bør gjøres på generell basis, men det kan også være vurderinger som må tas med hensyn til det enkelte faget. I matematikkfaget, som denne masteroppgaven avgrenser seg til, må læreren blant annet være bevisst og ha forståelse for oppgavenes rolle i undervisningen. Arbeid med oppgaver anses fremdeles som en omfattende aktivitet i matematikkundervisningen, der over 60% av undervisningen går til nettopp oppgavejobbing (Eikrem et. al, 2012). Av egen erfaring antas det at en stor andel av denne oppgavejobbingen foregår ved bruk av en lærebok.

Bakgrunn for studien preges derfor av et ønske om å kunne gå i dybden av en lærebok for å undersøke hvilke muligheter og eventuelle begrensninger som gis, og kunne se dette i sammenheng med utvalgte aspekter ved kompetanse. Dette kan videre tas med i en diskusjon omkring det matematiske innholdet, og hvordan det samhandler med elevene i matematikkundervisningen. I tillegg preges også oppgaven av et ønske om å være et hjelpemiddel for meg selv som nyutdannet og andre i lignende situasjoner, for å kunne bli bedre rustet til å vurdere hvordan læreboka samhandler med elever og matematikkundervisningen, samt være med å gi en pekepinn på hvordan tilpasning av matematikkundervisningen og lærebøkene på best mulig måte kan gjennomføres.

1.3 Avgrensning, problemstilling og forskningsspørsmål

For å skape en relevant analyseenhet vil det, på bakgrunn av oppgavenes gjennomgripende rolle i matematikkundervisningen, gjennomføres analyse av et gitt antall oppgaver i et norsk læreverk i matematikk gitt til LK20. Med *oppgaver* menes både et gitt antall nummerert oppgaver og andre typer utforskende oppgaver som presenteres i løpet av kapitlene, samt oppsummerende oppgaver på slutten av kapitlene. Oversikt over utvalget og definisjon av analyseenheten vil bli presentert i kapittel 3 *metode*. Gjennom en kvalitativ innholdsanalyse vil oppgavene analyseres med hensyn til hvilke potensielle kognitive krav som stilles og hvilken type svar som kreves av elevene.

På bakgrunn av at denne studien ønsker å belyse muligheter og begrensninger i det matematiske innholdet, det Charalambous et al. (2010) kaller *the written curriculum*, vil det ikke tas hensyn til lærerrollen og hvordan lærebøkene tas i bruk i klasserommet. Det vil derfor ikke være mulig å kommentere hvordan oppgavene framtrer i klasserommet, men studien vil kun gi grunnlag for å kommentere hvilket potensial som ligger i oppgavene gitt i læreverket, og hvilket utgangspunkt læreboka tilbyr læreren.

I avgrensning av studien, var det flere ulike aspekter som ble diskutert. Opprinnelig var planen å undersøke potensielle kognitive krav i læreverk i matematikk etter både 4. og 7. årstrinn, der det også kunne blitt analysert flere ulike læreverk. I tillegg kunne det også vært interessant og kombinert ulike forskningsmetoder, eksempelvis ved å foreta en observasjon av lærebokas bruk i klasserommet eller intervju av lærere som tar i bruk lærebøker. På bakgrunn av oppgavens omfang så jeg det likevel som relevant å avgrense studien til kun én forskningsmetode, ett årstrinn og ett læreverk, for å kunne gå mer i dybden av læreverket. For å skape et enda tydeligere innblikk i hvilke krav læreverket stiller til elevene, valgte jeg å foreta en analyse av type svar i tillegg til analyse av potensielle kognitive krav. For å kunne gå i dybden ble det gjennomført en vertikal analyse, men for å gi et helhetlig bilde av læreverket gjennomførte jeg også en horisontal analyse. Dette blir nærmere beskrevet i kapittel 2 *teori og tidligere forskning*, samt kapittel 3 *metode*.

Læreverket som blir analysert i denne studien er læreverket *Matematikk*, et læreverk gitt ut av Cappelen Damm i 2021. *Matematikk* – læreverket består av lærebøker til alle trinn fra 1.-

10.trinn, der læreverket består av grunnbok, oppgavebok, parallellbok og en lærerveiledning samt *Skolen fra Cappelen Damm* som er en digital tjeneste hvor Cappelen Damm har samlet alle sine fag til alle trinn. Studien avgrenser seg til 7.årstrinn, og vil derfor kun ta utgangspunkt i *Matematikk 7*. På bakgrunn av studiens fokus på det matematiske innholdet, og ikke lærebokas bruk i klasserommet, vil det kun være *Matematikk 7* - grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a) og *Matematikk 7* - oppgavebok (Gulbrandsen et al., 2021b) som anses som sentrale å benytte i analysen. Videre i studien vil disse bøkene bli henvist til ved å benevne dem som kun grunnbok og oppgavebok. I de tilfeller hvor det vises til figurer vil det refereres til fullstendig kilde, inkludert sidetall, for enkelt å finne fram til oppgaven i den utvalgte boka. Lærerveiledning, parallellbok og den pedagogiske nettressursen vil ikke tas hensyn til.

Matematikk 7 består av 16 kapitler, men studien avgrenser seg til ett kapittel og dette er kapittel 4 *multiplikasjon og divisjon.* Valg av kapittel preges av egen motivasjon, fordi gjennom egen erfaring og observasjon av elever i arbeid med regneartene multiplikasjon og divisjon har det blitt observert at elevene i stor grad uttrykker tanker om at regneartene kun er et sett av regler og standardalgoritmer som må huskes. Dette har ført til flere frustrerte elever som opplever multiplikasjon og divisjon som krevende. Valg av kapittel preges dermed av et ønske om å se hvilke krav som faktisk stilles til elevene i dette temaet, og om det i stor grad preges av det å skulle huske det formelle. Bakgrunn for valg av læreverk og beskrivelser av både læreverket og utvalget, er nærmere beskrevet i kapittel 3 *metode* og kapittel 4 *resultater*.

Med utgangspunkt i dette har det blitt utarbeidet følgende problemstilling:

«Hvilke krav stiller oppgavene gitt til elever i 7.årstrinn, i temaet multiplikasjon og divisjon, i læreboka *Matematikk*?».

For å svare på denne problemstillingen, vil oppgaven undersøke disse forskningsspørsmålene:

1. Hvilke potensielle kognitive krav stiller oppgavene gitt til elever i 7.årstrinn, i temaet multiplikasjon og divisjon, i læreboka *Matematikk*?
2. Hvilke typer svar kreves i oppgavene gitt til elever i 7.årstrinn, i temaet multiplikasjon og divisjon, i læreboka *Matematikk*?

I likhet med studien til Charalambous et al. (2010), som denne studiens rammeverk er hentet fra, brukes begrepet «potensiell». Som Charalambous et al. (2010) uttrykker, vil nivåer av kognitive krav avhenge av elevenes tidligere erfaringer og kunnskaper. Dette vil ikke tas hensyn til i denne studien, fordi det ikke tas hensyn til hvordan læreboka har blitt brukt og brukes i klasserommet. Charalambous et al. (2010, s.129) uttrykker «(...) the presence alone of a topic in the textbook of previous grades does not ensure students' prior knowledge of that topic». Videre i studien vil det derfor omtales som *potensielle* kognitive krav, på bakgrunn av at studien kun fokuserer på potensialet i de enkelte oppgavene og ikke tar hensyn til elevers tidligere erfaringer og lærebøkenes bruk i undervisningen.

1.4 Oppbygging av oppgaven

Denne masteroppgaven er bygd opp av flere kapitler. I kapittel 1 har det blitt presentert bakgrunn for valg av tema og oppgavens relevans, samt studiens problemstilling og forskningsspørsmål. I kapittel 2 vil det gis et teoretisk grunnlag, der det også vil framkomme tidligere relevant forskning på temaet. Videre vil studiens forskningsdesign og metodevalg, samt oversikt over utvalg beskrives nærmere i kapittel 3. Her vil det også fremmes hvordan studiens rammeverk har blitt utarbeidet med utgangspunkt i Charalambous et al. (2010), og hvordan analyseprosessen har foregått. Avslutningsvis i kapittel 3 vil det også fremmes tanker om studiens kvalitet, og andre forskningsetiske betraktninger. I kapittel 4 presenteres resultatene fra analysen, før det i kapittel 5 vil forekomme en drøfting. Her vil resultatene ses i lys av relevant teori og andre observasjoner gjort underveis i studien, for å forsøke å gi svar på problemstillingen og forskningsspørsmålene gitt innledningsvis. Kapittel 6 vil være en konklusjonsdel, hvor det vil trekkes fram tanker om problemstillingen og forskningsspørsmålene, samt forslag på hvordan forskning på temaet kan tas videre.

2. Teori og tidligere forskning

I dette kapitlet vil det presenteres relevant teori og forskning, som vil være sentralt for å kunne drøfte og gi en konklusjon på forskningsspørsmålene gitt til denne studien. Avslutningsvis i kapitlet vil det komme en overordnet presentasjon av rammeverket som studien tar utgangspunkt i.

2.1 Lærebok

Valverde et al. (2002) uttrykker at oppfatninger og erfaringer av skolen varierer, ikke bare på tvers av land, men også mellom skoler og mellom klasserom. Uavhengig av land og sted er likevel skolesystemet bygd på mange av de samme prinsippene, noe som fører til at enkelte aspekter kan ses på som universelle deler av et klasserom (Valverde et al., 2002). Læreboka kan, ifølge Valverde et al. (2002), være et eksempel på en slik faktor. Dette begrunnes ut fra at læreboka er en formidler som fungerer mellom den intensjonen som gis av de som arbeider med læreplanpolitikk, og lærerne som har undervisning i klasserommet (Valverde et al., 2002). Lærebøker ses dermed ikke utelukkende i sammenheng med pedagogikk, men bærer også preg av politiske interesser (Valverde et al., 2002). Som et universelt aspekt ved et klasserom, står dermed lærebøker sentralt i skolestrukturen og kan si mye om eventuelle læringsmuligheter (Valverde et al., 2002). Videre vil det komme nærmere beskrivelser av forskningsfeltet lærebøker, samt omkring læreboka som formidler av læreplan.

2.1.1 Forskningsfeltet lærebøker

I mange århundrer har lærebøker blitt tatt i bruk, for å støtte både undervisning og læring i matematikk (Fan et al., 2013). Likevel viser undersøkelser at det fins lite publisert forskning på matematiske lærebøker før 1980 – tallet (Fan et al., 2013). I 2004 ble det også uttrykt at til tross for lærebøkers rolle i skolens undervisning, var det få forskningsstudier som rettet fokus mot det matematiske innholdet som blir uttrykt (Mesa, 2004). En mulig forklaring på dette kunne ifølge Mesa (2004) være at forskning på læring i matematikk i første rekke anser lærerens bruk av læreboka som det mest sentrale, og ikke selve det matematiske innholdet. Likevel er det ikke grunnlag for å si at forskning på lærebøker fremdeles er «scattered, inconclusive and often trivial», som det tidligere har blitt beskrevet som (Fan et al., 2013, s.633). I de siste tiårene har nemlig lærebøker i matematikk, ifølge Fan et al. (2013), fått økt oppmerksomhet i det internasjonale forskningsmiljøet innen matematikkundervisning. Sammenlignet med andre skolefag, kan det likevel sies at forskning på lærebøker fremdeles er på et tidlig stadium og framstår som ubalansert på enkelte punkter (Fan, 2013). Dette ser man av Fan et al. (2013, s.766) som uttrykker at «(...) the philosophical foundations, theoretical frameworks and research methods for disciplined inquiry on different issues in mathematics textbook research are still lacking or fundamentally underdeveloped».

I 2013 gjennomførte Fan et al. (2013) en studie hvor de systematisk undersøkte og analyserte forskning gitt på lærebøker i matematikk. Formålet med studien var å kunne identifisere hvordan forskning på feltet lå an, for å kunne si noe om hvordan forskningsfeltet kunne tas videre (Fan et al., 2013). Gjennom studien utviklet de et rammeverk for å kunne klassifisere den innhentede forskningslitteraturen gitt om forskning på lærebøker (Fan et al., 2013). Rammeverket viser at forskning på lærebøker kan deles inn i fire ulike forskningsområder, nemlig lærebøkenes rolle, lærebokanalyse og sammenligning, bruk av lærebøker og andre områder (Fan et al., 2013).

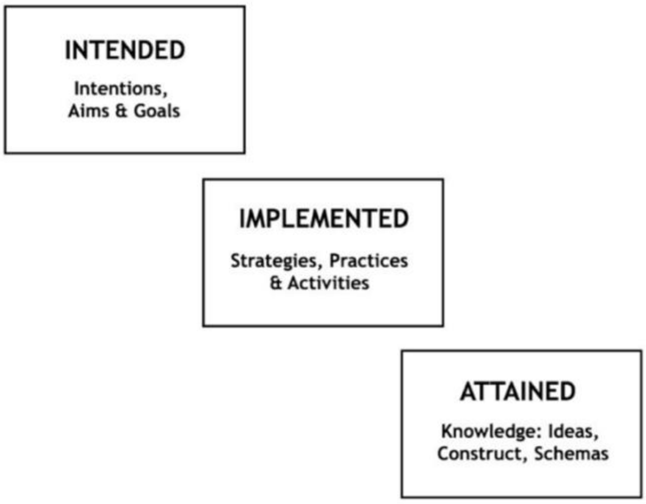
Den første kategorien, lærebøkenes rolle, omhandler forskning som fokuserer på hvilken rolle lærebøker har i matematikkundervisningen (Fan et al., 2013). Dette er et lite forskningsfelt, og enda finnes det lite forskningslitteratur på dette feltet. Over 60% av forskningslitteraturen tilhører derimot den neste kategorien, lærebokanalyser og sammenligning, og er dermed ifølge Fan et al. (2013) det største forskningsfeltet. Kategorien omhandler analyser av enkeltbøker eller læreverk i sin helhet, samt komparative lærebokanalyser (Fan et al., 2013). Bruk av lærebøker er også en kategori hvor det finnes en del forskning, der 25% av forskningslitteraturen tilhører kategorien (Fan et al., 2013). Her ligger fokuset på hvordan lærebøker tas i bruk av lærere og elever, og hvordan lærebøker påvirker matematikkundervisningen (Fan et al., 2013). For å inkludere all forskningslitteratur gjort på forskningsfeltet, innførte Fan et al. (2013) en fjerde kategori, kalt andre områder. Omkring 12% av forskningslitteraturen tilhører denne kategorien, og omhandler blant annet digitale lærebøker og sammenhengen mellom lærebøker og elevenes læringsutbytte (Fan et al., 2013).

Resultatene fra studien viser dermed at mesteparten av litteraturen tilhører kategoriene som omhandler lærebokanalyser og sammenligning, samt bruk av lærebøker (Fan et al., 2013).

2.1.2 Lærebokas formidlende rolle

Ifølge Fan et al. (2013) er det bred enighet blant forskere at lærebøker, på tvers av skolefag, spiller en dominerende rolle i formidling av læreplanen. I 1992 uttrykte derimot Robitaille og Travers (1992, sitert i Fan et al., 2013) at avhengigheten av en lærebok er mer karakteristisk i matematikkfaget enn i noen andre fag.

Fan og Kaeley (2000) gjennomførte i 2000 en empirisk studie av matematikkundervisning, hvor de undersøkte nettopp hvilken påvirkning lærebøker hadde på den pedagogiske virksomheten i klasserommet. Gjennom klasseromsobservasjoner, intervju av lærere og spørreskjemaer indikerte resultatene at lærebøker i stor grad påvirket læreres undervisningsstrategier (Fan & Kaeley, 2000). Dette kunne, ifølge Fan og Kaeley (2000, s.2), begrunnes ut fra lærebokas rolle som formidler av pedagogisk budskap, samt at lærebøker ser ut til å «(...) providing an encouraging or discouraging curricular environment for employing different teaching strategies». Samhandlingen mellom pedagogiske budskap, som læreplanen, og den generelle klasseromspraksisen, ser man også av Valverde et al. (2002) sin tredelte modell vist i figur 2-1.



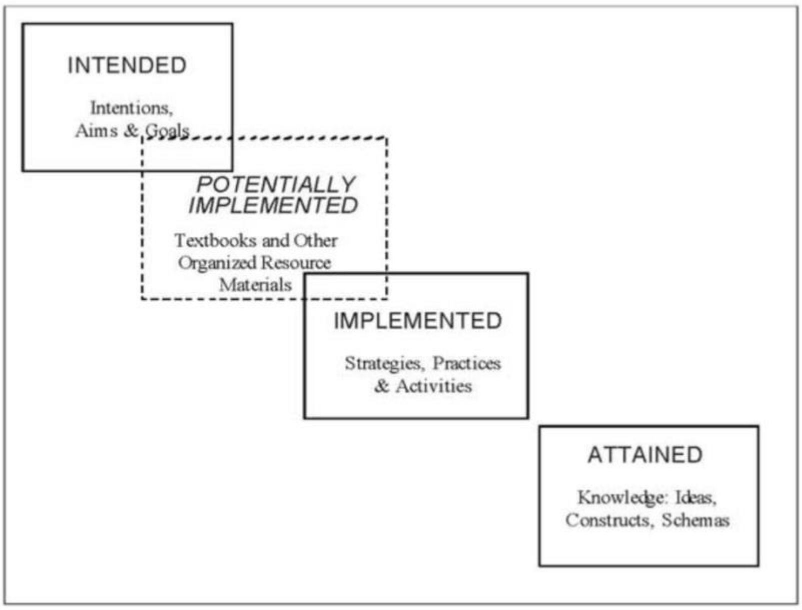
Figur 2-1: Tredelt modell av curriculum – begrepet (Valverde et al., 2002, s.5).

Gjennom en tredeling tar Valverde et al. (2002), vist i figur 2-1, for seg hvordan *curriculum* – begrepet opptrer, ved å ta for seg de tre dimensjonene *intended curriculum* (tiltenkte læreplan), *implemented curriculum* (implementert læreplan) og *attained curriculum* (oppnådd læreplan).

Tredelingen kan ses i sammenheng med hvilke pedagogiske muligheter som ligger i utdanning, sett ut fra et system-, skole – og elevnivå.

Den tiltenkte læreplanen reflekterer den nasjonale politikken og de samfunnsmessige visjonene, der læreplanen fremmer intensjoner og mål ved opplæringen (Houang & Schmidt, 2008). På neste nivå anses læreplanen som implementert, og her inkluderes strategier, praksiser og aktiviteter som foregår i klasseromssituasjonen (Houang & Schmidt, 2008). Det tredje og siste nivået er den oppnådde læreplanen, som sier noe om resultatet fra undervisningen og hvilken kunnskap elevene sitter igjen med (Houang & Schmidt, 2008).

Ifølge Valverde et al. (2002) kan modellen fungere som en analytisk måte å fremme forskjeller mellom de tre nivåene av curriculum. Likevel uttrykkes det også at modellen ikke kan si noe med sikkerhet, men at det skal kunne angi hvordan samhandlingen mellom de tre delene kan foregå (Valverde et al., 2002). På bakgrunn av at læreboka opptrer som en svært gjenkjennbar ressurs i matematikkundervisningen, har det blitt antydet at lærebøker og annet pedagogisk ressursmateriale kan anses som et mellomledd mellom den tiltenkte – og implementerte læreplanen (Houang & Schmidt, 2008). Et fjerde nivå av curriculum – begrepet, er dermed *potentially implemented* (Houang & Schmidt, 2008). Dette framkommer av figur 2-2 nedenfor.



Figur 2-2: firedelt modell av curriculum – begrepet (Smith et al., 1997b, sitert i Houang & Schmidt, 2008, s.4)

Strukturen i skolesystemet består av flere ulike muligheter, der forskjellige typer hjelpemidler blir tatt i bruk for å møte forskjellige problemstillinger (Valverde et al., 2002). Ifølge Valverde et al. (2002, s.8) spiller hver enkelt av disse hjelpemidlene en sentral rolle «(...) in conveying educational goals and influencing their pursuit in classrooms». En lærebok er dermed en kilde til potensiell læring, men det er likevel flere ulike faktorer ved skolekonteksten som spiller inn på undervisningen og den kunnskapen elevene sitter igjen med (Mesa, 2004). Dette kan være faktorer som lærer, jevnaldrende, instruksjoner og oppgaver (Mesa, 2004). Det vil derfor være flere faktorer som spiller inn fra tiltenkt læreplan til oppnådd læreplan.

2.1.3 Lærebokanalyse

Ifølge Mesa (2004, s.255-256) defineres en lærebokanalyse som «(...) a hypothetical enterprise [which asks]: What *would* students learn if their mathematics classes were to cover all the textbook sections in the order given? What *would* students learn if they had to solve all the exercises in the textbook». Videre fremmer Mesa (2004) spørsmål om hvorvidt elevene, på denne måten, ville ha lært og forstått det matematiske innholdet som blir presentert i lærebøkene, samt om denne læringen kan bli videreført til elevenes framtidige arbeid med matematikk.

Det finnes mange ulike måter å gjennomføre lærebokanalyser på. Fan et al. (2013) uttrykker at lærebokanalyser gjerne deles inn i to aspekter. For det første kan det omfatte analyser av enkeltbøker eller et læreverk som flere ulike lærebøker går inn i, som gjerne fokuserer på hvordan et eller flere tema reflekteres i læreboka (Fan et al., 2013). For det andre kan det også være analyser av flere ulike læreverk, fra både samme og ulike land, noe som gjerne kalles komparativ lærebokanalyse (Fan et al., 2013).

2.2 Imitativ – og kreativ resonnering

I 1998 uttalte Kenneth A. Ross (1998) at et av de viktigste målene ved matematikkfaget, er å lære elevene å resonnere. Resonnering er det mest grunnleggende elementet ved matematikkfaget, og bevis på matematiske problemstillinger vil, ifølge Ross (1998), kun anses som gyldige i de tilfeller hvor det har foregått en grundig resonneringsprosess. Dersom matematikkfaget ikke legger opp til at elevene utvikler ferdigheter innen resonnering, vil matematikk kun oppleves som et fag hvor man utelukkende skal huske og følge regler, samt etterligne både eksempler og prosedyrer (Ross, 1998). Videre vil det komme forskning på to ulike typer resonnering, som gjerne viser seg i matematikkundervisningen.

Ved å se på sammenhengen mellom resonnering, tankeprosesser, elevenes kompetanse og læringsmiljø, gjennomførte Johan Lithner en studie i 2008, hvor målet var å fremme aspekter ved resonnering i matematikk (Lithner, 2008). Lithner (2008, s.257) definerer resonnering som:

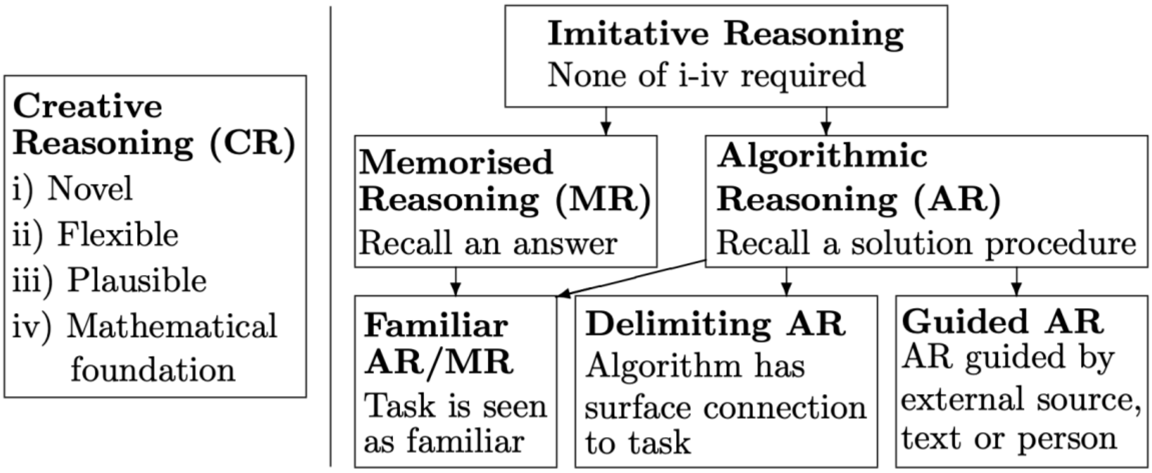
> «(...) the line of thought adopted to produce assertions and reach conclusions in task solving. It is not necessarily based on formal logic, thus not restricted to proof, and may even be incorrect as long as there are some kinds of sensible (to the reasoner) reasons backing it".

I studien tar Lithner (2008) utgangspunkt i begrepet *rote learning*, en memoreringsteknikk som baserer seg på repetisjon, og legger grunnlaget for studien ved å uttrykke at *rote learning*, her kalt utenatlæring, er imitativ resonnering mens den motsatte formen for resonnering er kreativ.

Imitativ resonnering innebærer at elevene kopierer eller følger en modell fra tidligere løste oppgaver eller eksempler, uten forsøk på originalitet (Lithner, 2006). Oppgaveløsningen preges derfor av tidligere erfaring, eller bruk av algoritmer som elevene har pugget utenat. Lithner (2006) skiller mellom to kategorier av imitativ resonnering, nemlig memorert – og algoritmisk resonnering. Memorert resonnering innebærer at valg av strategi foregår på bakgrunn av å huske et fullstendig svar, der bruk av strategien kun innebærer å skrive ned det memorerte (Lithner, 2008). Ved bruk av memorert resonnering kan elevene beskrive svaret, men løsningen bygger ikke nødvendigvis på forståelse (Lithner, 2006). Resonneringsformen kan likevel være effektiv, dersom elevene eksempelvis raskt skal hente fram svar på et multiplikasjonsstykke. Algoritmisk resonnering handler derimot om at elevene tar i bruk en bestemt løsningsalgoritme (Lithner, 2008). I motsetning til memorert resonnering foregår ikke algoritmisk resonnering ved at svaret er memorert, men derimot ved at elevene vet hvilke algoritmer som vil være hensiktsmessig å bruke (Lithner, 2008). Lithner (2008) skriver at dersom elevene har memorert ulike løsningsalgoritmer, er det kun eventuelle skrivefeil som kan hindre elevene å løse oppgaven ved hjelp av algoritmen. Ettersom bruk av algoritmer er trivielle, kan det likevel ikke garanteres for at elevene har fullstendig forståelse bak de rasjonelle tankene omkring algoritmen de tar i bruk (Lithner, 2006). Den største utfordringen ved algoritmisk resonnering er det å velge en hensiktsmessig algoritme, men når algoritmen er identifisert vil elevene, forutsett at det ikke oppstår slurvefeil, lykkes i å finne en løsning (Lithner, 2006). Memorert – og algoritmisk resonnering deles videre oppe i flere underkategorier, noe som framkommer i figur 2-3 nedenfor.

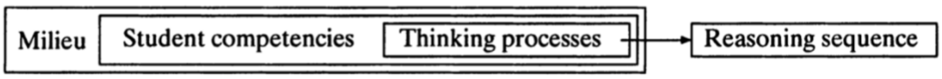
Kreativ resonnering er ikke nødvendigvis mer krevende for elevene, men vil derimot bygge på originalitet og begrunnelser i motsetning til den imitative resonneringen (Lithner, 2006). Ifølge Lithner (2006) kan et resonnement anses som kreativt dersom det er nyskapende (novelty), fleksibelt (flexibility), troverdig (plausibility) og har et matematisk fundament (mathematical foundation). Et nyskapende resonnement innebærer at eleven introduseres for en ny løsningssekvens, der resonnementet enten skapes eller gjenskapes av en tidligere resonneringsprosess (Lithner, 2006). Videre bør et kreativt resonnement være fleksibelt, der elevene kan benytte seg av flere ulike tilnærminger for å kunne løse problemsituasjonen, samt endre løsningsstrategi eller identifisere hvorfor den valgte strategien ikke fungerer (Lithner, 2006). Troverdighet i et resonnement handler om at det ligger til grunn en argumentasjon for hvorfor strategivalget fungerer, samt hvorfor konklusjonene som er gitt oppleves som sannsynlige (Lithner, 2006). Med argumentasjon menes den delen av resonneringsprosessen, som omhandler det å kunne overbevise seg selv eller andre om at resonneringen er passende (Lithner, 2006). Her uttrykker Lithner (2006) at gjetting og vag intuisjon ikke regnes som en del av troverdig argumentasjon. Sistnevnte del av et kreativt resonnement er det matematiske fundamentet. Dette innebærer at argumentene som framkommer er basert på de matematiske egenskapene til de komponentene som er involverte i resonneringen (Lithner, 2006). Lithner (2008) uttrykker at en viktig del av å kunne utvikle gode kreative resonnement, er læreren. Læreren bør kunne presentere gode problemsituasjoner, og ta elevene videre i arbeidet uten å presentere noen form for løsningsstrategi (Lithner, 2008). Kreativ resonnering forutsetter ikke et særlig utfordrende nivå, men kan derimot forekomme på et grunnleggende matematisk plan dersom læreren lager gode problemsituasjoner for elevene (Lithner, 2008).

Oversikt over den imitative – og kreative resonneringen framkommer i figur 2-3 nedenfor.



Figur 2-3: Oversikt over resonneringskategorier (Lithner, 2006, s.5)

Lithner (2008) uttrykker at det finnes flere ulike studier og rammeverk for analyse av utenatlæring, men at det likevel er lite forskning som retter fokuset mot selve resonneringskonseptet. Gjennom en modell, vist i figur 2-4, viser Lithner (2008) hvordan resonneringsbegrepet opptrer i en klasseromssituasjon.



Figur 2-4: Opprinnelsen til resonneringsbegrepet (Lithner, 2008, s.256).

Her viser Lithner (2008) hvordan de tre aspektene læringsmiljø, elevenes kompetanse og tenkning korrelerer og hvordan han separerer matematisk resonnering fra matematisk tenkning.

Lithner (2008) uttrykker at resonnering bør ses som et produkt av fire sekvenser, der man beveger seg fra en problemsituasjon til et svar. Først møter eleven en problemsituasjon, hvor det ikke er åpenbart hvilken framgangsmåte som skal til før å kunne løse oppgaven (Lithner, 2008). Deretter foregår et valg av strategi, der det vil foregå en resonneringsprosess hvor målet er å kunne si noe om hvorfor den valgte strategien vil fungere for å løse problemet (Lithner, 2008). I den tredje sekvensen vil den valgte strategien implementeres, og her vil det foregå en resonnering basert på hvorfor den valgte strategien faktisk løste problemet (Lithner, 2008). Det fjerde og siste steget er at elevene har kommet fram til en løsning (Lithner, 2008).

2.3 Oppgaveparadigme vs. Undersøkelseslandskap

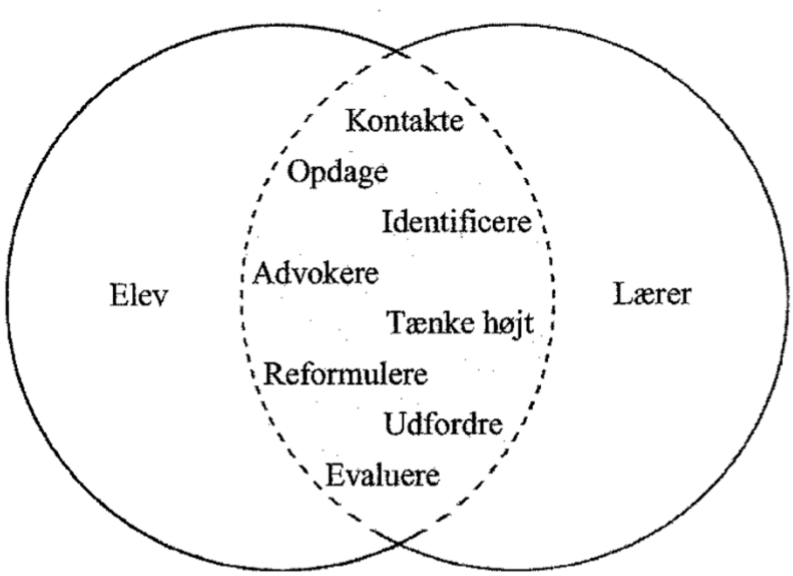
Overordnet del av læreplanverket fra 2020 uttrykker at elevene blant annet skal arbeide individuelt og sammen med andre, de skal bryne seg på teoretiske utfordringer, men også ta i bruk redskaper for å mestre praktiske oppgaver, samt at de skal få innblikk i hvordan en oppgave kan ha ett svar og i andre tilfeller ikke ha enkle fasitsvar (Utdanningsdirektoratet, 2017). Likevel uttrykker Grønmo et al. (2010) at den norske skolen, i større grad enn andre land, legger vekt på individuelle arbeidsmåter der elevene kun skal løse oppgaver. Ifølge Grønmo et al. (2010) ser man dette av at norske elever i mindre grad trener på det å automatisere ferdigheter, samt det å diskutere og reflektere rundt svar og løsningsmetoder. Det at oppgavene krever at elevene må se sammenhenger og tenke konseptuelt vil gi noen former for tenkning, mens oppgaver som spør elevene om å memorere vil føre til en annen type mulighet for tenkning (Stein & Smith, 1998).

Stein og Smith (1998, s.269) skriver «The day-in and day-out cumulative effect of classroom-based tasks leads to the development of students´ implicit ideas about the nature of mathematics». Elevers oppfattelser av matematikkfaget og i tillegg hvor mye jobb som kreves for å kunne skape mening av matematikken vil da, ifølge Stein og Smith (1998), avhenge av hvilke oppgaver som presenteres i klasserommet.

Ifølge Alrø og Skovsmose (2006) kjennetegnes et tradisjonelt klasserom ved at det tilsynelatende er en spesiell måte å organisere undervisningen på. De uttrykker at en slik tradisjonell undervisning i forenklet utgave består av at læreren først presenterer et matematisk emne og introduserer en algoritme, noe som gjerne følger tett opp mot det som presenteres i læreboka (Alrø & Skovsmose, 2006). Deretter arbeider elevene selvstendig med oppgaver fra læreboka, mens læreren underveis hjelper og kontrollerer at svarene er korrekte (Alrø & Skovsmose, 2006). I hjemmeleksene videreføres denne typen jobbing, da en stor andel av leksene består av å løse flere lignende oppgaver i læreboka (Alrø & Skovsmose, 2006). En slik tradisjonell undervisning kaller Alrø og Skovsmose (2006) for et oppgaveparadigme. I et oppgaveparadigme ligger fokuset på oppgaver og oppgaveløsningen, herunder korrigering av feil, samt at det kun er ett korrekt svar på en bestemt matematisk oppgave (Alrø & Skovsmose, 2006).

Alrø & Skovsmose (2006) uttrykker også at et oppgaveparadigme har utslag på kommunikasjonsmønstrene mellom lærer og elev, både i helklassesituasjoner og i samtale med enkeltelever eller grupper. Samtalene blir ofte bestående av tre faser, der læreren stiller spørsmål, elevene svarer og læreren evaluerer hvorvidt elevsvaret oppleves som korrekt eller ikke (Alrø & Skovsmose, 2006). Alrø & Skovsmose (2006) fremmer både fordeler og bakdeler ved disse kommunikasjonsmønstrene som kommer fram under et slik oppgaveparadigme. Det kan føre til en økt risiko for en mekanisk læringsstil, der elevene har større fokus på å gjette på det læreren spør etter framfor å fokusere på det matematiske innholdet (Alrø & Skovsmose, 2006). Likevel framhever de også at det kan fungere som en støtte i matematikkundervisningen. Dette på bakgrunn av at et fokus på hva som er rett og galt kan føre til færre misoppfattelser, samtidig som det også kan være en hensiktsmessig måte å organisere urolige klasser ved at det skapes forutsigbarhet og trygghet ved at denne formen for undervisning er velkjent (Alrø & Skovsmose, 2006).

For at læring skal finne sted må den lærende oppleve eierskap til læreprosessen (Alrø & Skovsmose, 2006). Gjennom et oppgaveparadigme kan læreboka, fasiten og lærer – elev samtalen, ifølge Alrø & Skovsmose (2006), oppleves som en autoritet, noe som vil begrense elevenes mulighet til aktiv deltakelse og det å ta ansvar for egen læring. De fremmer da en matematikkundervisning som utfordrer det tradisjonelle, ved å innføre et undersøkelseslandskap (Alrø & Skovsmose, 2006). Et undersøkelseslandskap karakteriseres ved at det på forhånd ikke er definerte oppgaver som skal løses, men derimot at læreren introduserer noen temaer som elevene kan la seg inspirere av (Alrø & Skovsmose, 2006). Dette kan ses i sammenheng med begrepet *flipped classroom*, som i likhet med et undersøkelseslandskap foretar undervisningen på en annen måte enn den tradisjonelle (Bishop & Verleger, 2013). Bishop & Verleger (2013, s.3) beskriver flipped classroom slik: «The flipped classroom is a new pedagogical method, which employs asynchronous video lectures and practice problems as homework, and active, group-based problem-solving activities in the classroom». Selv om noe forskning, ifølge Bishop og Verleger (2013), viser at læringsutbyttet hos elever har økt ved bruk av flipped classroom, viser de likevel til at det ikke er tilstrekkelig med forskning for å si at det faktisk er slik.



Figur 2-5: Inquiry Cooperation Model (IC-modell) (Alrø & Skovsmose, 2006, s.112).

Modellen vist i figur 2-5 viser hvordan et undersøkelseslandskap kan se ut, med tanke på hvilke typer dialoger og utforskende aktiviteter som kan forekomme (Alrø & Skovsmose, 2006). En forutsetning for at dette kan skje, er likevel at undervisningen åpner muligheten for undersøkende aktiviteter (Alrø & Skovsmose, 2006).

2.4 Multiplikasjon og divisjon

Som Downton et al. (2020) uttrykker, er multiplikasjon assosiativt. Dette innebærer at uavhengig av hvordan faktorene grupperes i et multiplikasjonsstykke vil ikke dette endre svaret, noe som gjerne uttrykkes symbolsk ved $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$(Downton et al., 2020). Tilsvarende vil ikke svaret endres uansett hvilken rekkefølge som framkommer på faktorene, noe som fører til at multiplikasjon også har kommutative egenskaper (Downton et al., 2020). Dette kan skrives $a \cdot b = b \cdot a$ (Downton et al., 2020). Multiplikasjon har også en distributiv egenskap, noe som uttrykkes symbolsk gjennom $a(b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ (Downton et al., 2020).

Ved innføring av multiplikasjon i matematikkundervisningen, bygger man gjerne videre på elevenes kunnskaper om addisjon og introduserer regnearten som gjentatt addisjon. Ifølge Hulbert et al. (2017) vil den største forskjellen mellom additiv og multiplikativ tenkning være at multiplikativ tenkning ikke involverer å *samle og dele*, men derimot å lage flere enheter som kan telles. I motsetning til additiv tenkning som involverer en – til – en korrespondanse, vil multiplikativ tenkning derimot involvere det Hulbert et al. (2017) kaller *many – to – one correspondence*. Elevene vil derfor bevege seg videre fra å telle antallet i større grupper, til at de nå skal ha forståelse for at gruppene kan fungere som enheter som kan telles (Hulbert et al., 2017). Ifølge Siemon et al. (2008) er denne overgangen fra additiv til multiplikativ tenkning en av de største barrierene i matematikkfaget som elevene skal gjennom på barnetrinnet.

Hulbert et al. (2017) uttrykker likevel at en forståelse av multiplikasjon som gjentatt addisjon, kun bør foregå som en begynnelse. Elevenes forståelse av multiplikative enheter som kan telles er en forutsetning for å forstå multiplikasjon og divisjon, men likevel vil det være viktig at elevene utvider sin multiplikative tenkning for å kunne inkludere mer komplekse kontekster (Hulbert et al., 2017). Her uttrykker Siemon et al. (2008, s.1) «Students cannot be expected to understand and use rational number ideas and representations with any confidence if their understanding of multiplication (and division) is restricted to a 'groups of' model with small whole numbers».

I arbeid med divisjon, uttrykker Fischbein et al. (1985) at strukturen ved divisjonsstykket vil være avgjørende for elevenes bruk av strategier. Her skilles det mellom delings – og målingsdivisjon (Fischbein et al., 1985). Delingsdivisjon handler om at et objekt eller samling av objekter er delt inn i likt antall fragmenter (Fischbein et al., 1985). Her framhever Fischbein et al. (1985, s.7) at «The dividend must be larger than the divisor; the divisor (operator) must be a whole number; the quotient must be smaller than the dividend (operand)». I målingsdivisjon forsøker man derimot å bestemme hvor mange ganger en gitt mengde gis i en større mengde (Fischbein et al., 1985). Her uttrykker Fischbein et al. (1985) derimot at kvotienten må være større enn divisoren. I tillegg uttrykkes det at dersom kvotienten er et helt tall, kan målingsdivisjon anses som gjentatt subtraksjon (Fischbein et al., 1985).

Ifølge Hulbert et al. (2017) har multiplikativ tenkning og multiplikativ resonnering stort fokus i dagens matematikkundervisning. Her trekkes evnen til resonnering omkring multiplikative begreper, samt det å inneha fleksible multiplikative ferdigheter, strategier og algoritmer fram som en forutsetning for videre arbeid med grunnleggende matematiske ideer, som eksempelvis brøk, desimaler, prosent, forholdstall og proporsjoner (Siemon et al., 2008).

Overordnet sett innebærer multiplikativ tenkning at elever arbeider fleksibelt med ulike konsepter, strategier og representasjoner av både multiplikasjon og divisjon (Siemon et al., 2008). Her trekker Siemon et al. (2008) fram tre sentrale kjennetegn ved multiplikativ tenkning. For det første omhandler det evne til å arbeide fleksibelt og effektivt med utvidede tallområder, som eksempelvis store hele tall, desimaltall, brøker, forholdstall og prosent (Siemon et al., 2008). Videre kjennetegnes det også av en evne til å gjenkjenne og løse matematiske problemer som involverer multiplikasjon og divisjon (Siemon et al., 2008). Det tredje og siste kjennetegnet innebærer at elevene har evne til å kommunisere dette på effektive måter, gjennom både ord, diagrammer, symboler og skrevne algoritmer (Siemon et al., 2008).

2.5 Lærerrollen

2.5.1 En reflekterende praksis

Friel et al. (1992) setter søkelyset på hvordan lærere kan vite om man beveger seg i den riktige retningen. De uttrykker i denne sammenhengen at et hjelpemiddel for å se om du som lærer behøver å endre deg, er å bli det de kaller *a reflective practitioner* (Friel et al., 1992). Det å reflektere over egen undervisning er en måte å skape bevissthet rundt egen læring, og det er en måte å gjennomføre egenvurdering på (Friel et al., 1992). Friel et al. (1992, s.41) kommer med flere spørsmål som en lærer bør ta hensyn til i en slik refleksjonsprosess, blant annet:

1. Hvordan samhandler jeg med elever?
2. Hvordan besvarer jeg spørsmål fra elever?
3. Hva slags klassemiljø og læringsmiljø skaper jeg?
4. Hvilken type spørsmål stiller jeg til elevene mine?
5. Preges mitt klasserom av spontanitet eller forutsigbarhet?
6. Er mine elever deltakende?
7. Hvorfor fungerte ikke denne undervisningsøkta?
8. Hvordan fungerte denne undervisningsøkta?

Videre uttrykker Friel et al. (1992) at slike spørsmål er problemstillinger som lærere stadig stiller seg selv, men en reflekterende lærer tar også hensyn til svarene på spørsmålene og prøver gjennom disse svarene å guide og endre egen praksis for å skape en større effektivitet.

2.5.2 Lærerens fokus på oppgaver

Et av de vanskeligste aspektene ved refleksjon er, ifølge Friel et al. (1992), å finne ut hva man skal fokusere på. Gjennom *the QUASAR – project* (Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning), uttrykker derimot Stein og Smith (1998) at et større fokus på oppgaver og deres bruk i klasserommet kan være et hjelpemiddel for læreren i en slik refleksjonsprosess. Som Stein og Smith (1998) uttrykker, er deres fokus på de matematiske oppgavene bygd på ideen om at oppgavene som tas i bruk i klasserommet er grunnlaget for elevens læring, noe som står i sammenheng med Water Doyle (1988) og hans uttalelser om at oppgavene som blir gitt av lærer bestemmer hvordan elevene forstår et område i læreplanen.

I denne sammenhengen fremmer Stein og Smith (1998) flere faktorer som kan opprettholde eller senke nivåer av høye kognitive krav i klasserommet. Her uttrykkes det at dersom elever jobber med oppgaver med høyere kognitive krav, vil det sannsynligvis være slik at elevene løser færre oppgaver (Stein & Smith, 1998). Det kan være at elevene kun løser 2-3 oppgaver, men det vil likevel være en mer krevende form for tenkning.

2.5.2.1 Faktorer for å opprettholde høye nivåer av kognitive krav

For det første uttrykkes det viktigheten av stillasbygging, der elevene får mulighet til å tenke, samt argumentere (Stein & Smith, 1998). Her handler det også om at elevene bør få mulighet til å observere egen progresjon, og at oppgavene dermed bør bygge på elevenes tidligere erfaringer (Stein & Smith, 1998). Videre uttrykkes det hvor viktig modellering kan være, der læreren eller elevene selv kan modellere på et høyt nivå (Stein & Smith, 1998). I både modelleringen hos elevene, samt i oppgavejobbingen både individuelt og i helklasse, bør også læreren sette fokus på begrunnelse, forklaringer og meninger gjennom spørsmål, kommentarer og feedback (Stein & Smith, 1998). Likevel bør enhver elevbegrunnelse, føre til at læreren stadig trekker konseptuelle forbindelser (Stein & Smith, 1998). Tiden trekkes også fram som en viktig faktor, der elevene må få tilstrekkelig tid til utforskning (Stein & Smith, 1998).

2.5.2.2 Faktorer for å senke høye nivåer av kognitive krav

Ifølge Stein og Smith (1998) vil det foregå en senkning av høye kognitive krav, dersom kompleksiteten ved en oppgave blir redusert og læreren overtar. Dette vil føre til at elevenes tenkning – og resonneringsprosess avbrytes, og elevene blir kun fortalt hva de skal gjøre (Stein & Smith, 1998). I tillegg vil en senkning av kognitive krav skje dersom læreren skifter fokus fra meningsfylte kontekster og konseptuell forståelse, til fokus på rett svar (Stein & Smith, 1998). Her framheves det også at tiden kan spille en viktig rolle. Dersom elevene ikke får nok tid til å løse oppgaven kan dette føre til lite utforskning, men dersom elevene får for mye tid kan dette derimot skape «off – task behavior» (Stein & Smith, 1998). God klasseledelse fremheves som en forutsetning for å skape høye nivåer av kognitive krav, på bakgrunn av at problemer med klasseledelsen kan skape manglende engasjement blant elevene. I tillegg kan noen oppgaver fungere dårligere i enkelte elevgrupper, og dermed være unyttige. Dette kan eksempelvis være at elevene mangler interesse, motivasjon eller tidligere erfaringer (Stein & Smith, 1998). Her vil derfor ikke forventningene omkring oppgavene være klare nok, for at elevene fungerer på det kognitive nivået som er ønsket. Siste faktoren Stein og Smith (1998, s.274) uttrykker som senker høye nivåer av kognitive krav, er at «students are not held accountable for high – level products or processes (...)». Med dette menes at selv om elevene blir bedt om å forklare egne tenkemåter, så aksepteres det både gode og mindre gode forklaringer. Dette vil igjen føre til at elevene ikke får opplevelsen av at en god matematisk forklaring er nyttig og viktig (Stein & Smith, 1998).

2.6 Matematisk forståelse og matematisk kompetanse

2.6.1 Relasjonell - og instrumentell forståelse

Som Skemp (1976) uttrykker gjennom det franske begrepet *faux amis*, finnes det ord med store likheter som likevel har vidt forskjellig mening. Slike ord finnes også i matematiske kontekster, der alternative betydninger knyttet til begreper kan gi store følger (Skemp, 1976). Dette er ifølge Skemp (1976), roten til flere av de vanskene som kommer til syne i matematikkundervisning.

Et av begrepene som trekkes fram i denne sammenhengen er «forståelse» (Skemp, 1976). For å beskrive matematisk forståelse, skiller Skemp (1976) mellom relasjonell forståelse (relational understanding) og instrumentell forståelse (instrumental understanding). Den relasjonelle forståelsen omhandler evne til å vite hvilken prosedyre som kan anvendes for å løse et problem og hvorfor, mens den instrumentelle forståelsen blir beskrevet som «rules without reasons» der det ligger en manglende forståelse for hvorfor de spesifikke reglene og prosedyrene blir brukt (Skemp, 1976).

Skemps (1976) beskrivelse av en relasjonell – og instrumentell forståelse, er nært knyttet til Hiebert og Lefevres (1986) begreper konseptuell kunnskap (conceptual knowledge) og prosedyrekunnskap (procedural knowledge). Prosedyrekunnskap læres uten mening, i motsetning til konseptuell kunnskap som læres med fokus på å skape mening (Hiebert & Lefevre, 1986). På denne måten kan konseptuell kunnskap ses i sammenheng med relasjonell forståelse, samt at prosedyrekunnskap og instrumentell forståelse gjerne kan ses i sammenheng. Hiebert og Lefevre (1986, s.1) uttrykker at «Questions of how students learn mathematics, and especially how they should be taught, turn on speculations about which type of knowledge is more important or what might be an appropriate balance between them». Forståelsen av hva som ligger i begrepene relasjonell – og instrumentell forståelse, samt konseptuell - og prosedyrekunnskap og balansen mellom dem, vil derfor ha innvirkning på hva som menes med forståelse både i og utenfor matematikkfaget (Hiebert & Lefevre, 1986).

2.6.2 Matematisk kompetanse

Gjennom trådmodellen fremmes fem sammensatte komponenter, som ifølge Kilpatrick et al. (2001) kan skape matematisk kompetanse hos elever. Her presenterer Kilpatrick et al. (2021) de fem trådene forståelse (conceptual understanding), beregning (procedural fluency), anvendelse (strategic competence), resonnering (adaptive reasoning) og engasjement (productive disposition). De fem trådene er sammenvevde og avhengige av hverandre, og modellen kan ifølge Kilpatrick et al. (2021) blant annet fungere som en implikasjon på hvordan elever oppnår matematisk kompetanse, samt hvordan lærere kan hjelpe elever å oppnå denne kompetansen.

Forståelse handler om at elevene har forståelse av matematiske begreper, operasjoner og sammenhenger (Kilpatrick et al., 2001). I dette tilfellet refererer forståelse til at elever har en funksjonell forståelse av matematiske ideer, der elever kan mer enn kun isolerte fakta og metoder (Kilpatrick et al., 2001). Kilpatrick et al. (2001) uttrykker også at forståelse innebærer at elevene evner å bygge ny kunnskap på allerede eksisterende kunnskap i læringsprosessen, fordi forståelse underbygger elevenes evne til å huske. Kilpatrick et al. (2001, s.118) uttrykker også at «although teachers often look for evidence of conceptual understanding in students´

ability to verbalize connections among concepts and representations, conceptual understanding need not be explicit. Students often understand before they can verbalize that understanding». At elevene lærer matematikk gjennom forståelse vil derfor, ifølge Kilpatrick et al. (2001), gjøre det enklere for elevene å løse nye og ukjente problemstillinger. Et kjennetegn ved forståelse, er at elevene evner å bruke ulike representasjoner i ulike sammenhenger, samt at de vet hvilke representasjoner som er hensiktsmessige i de ulike situasjonene (Kilpatrick et al., 2001).

Beregning omhandler elevers kunnskaper om når og hvordan prosedyrer skal brukes, samt ferdigheter i å bruke dem fleksibelt, nøyaktig og effektivt (Kilpatrick et al., 2001). Her uttrykkes det også at elevene bør ha kunnskap om hvilke mulige svar en prosedyre kan gi (Kilpatrick et al., 2001). Kilpatrick et al. (2001) uttrykker at beregning og forståelse gjerne ses på som konkurrerende faktorer i skolematematikken, men framhever hvordan de to komponentene er avhengige faktorer som kan underbygge hverandre.

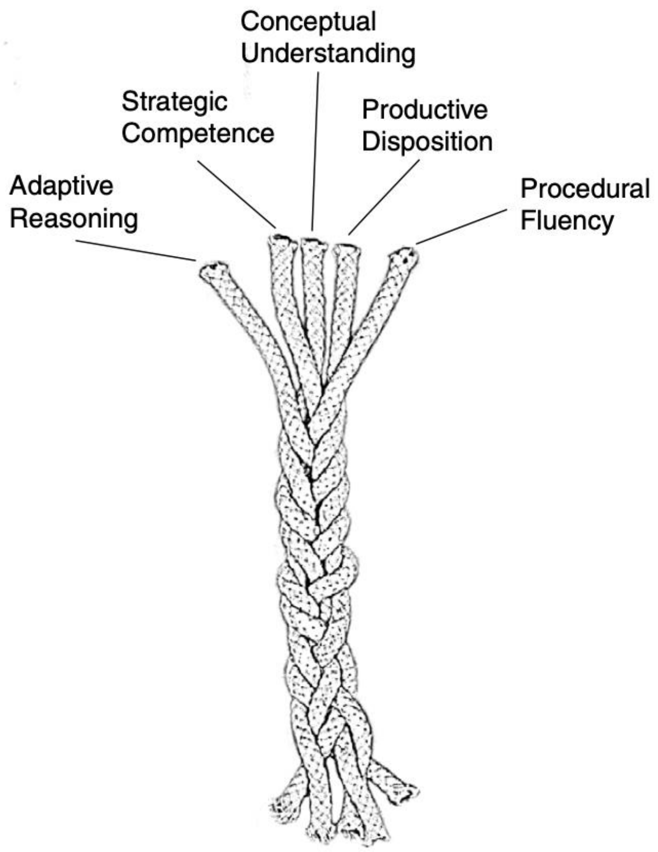
Kompetanse innen anvendelse refererer til evnen til å formulere matematiske problemer, representere dem og deretter løse dem (Kilpatrick et al., 2001). Her uttrykker Kilpatrick et al. (2001) at denne komponenten gjerne kan ses i sammenheng med evne til problemløsning. En forutsetning for evne til anvendelse uttrykker Kilpatrick et al. (2001) vil være at elevene får erfaring og øving innen både problemformulering og problemløsning, der elevene bør kunne gjenkjenne matematiske problemer og deretter ta i bruk hensiktsmessige strategier for å løse oppgaven.

Resonnering omhandler elevenes evne til logisk tenkning, refleksjon, forklaring og begrunnelse, der elevene kan begrunne sammenhenger og følge med i logiske resonnementer (Kilpatrick et al., 2001). Kilpatrick et al. (2001) uttrykker at resonnering kan ses på som limet i matematikken, nettopp på grunn av at det kan brukes til å se fakta, prosedyrer, konsepter og løsningsmetoder i sammenheng.

Den siste komponenten ved matematisk kompetanse er engasjement. Kilpatrick et al. (2001) trekker fram at engasjement i matematikk handler om det å kunne se matematikk som fornuftig, nyttig og verdifullt, samt at elever har tro på at jevn innsats i matematikk vil lønne seg. Her uttrykkes det:

> «If students are to develop conceptual understanding, procedural fluency, strategic competence, and adaptive reasoning abilities, they must believe that mathematics is understandable, not arbitrary; that, with diligent effort, it can be learned and used; and that they are capable of figuring it out» (Kilpatrick et al., 2001, s.131).

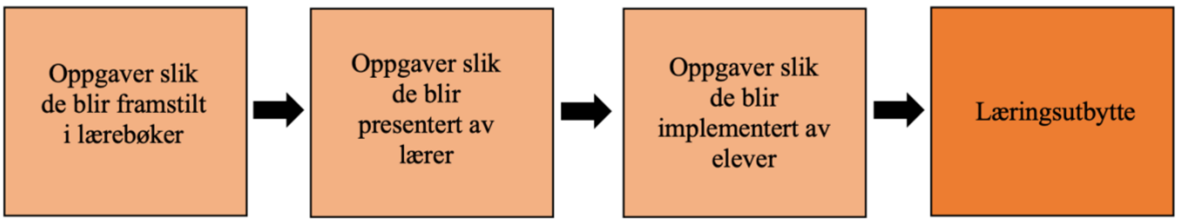
Ifølge Kilpatrick et al. (2001) kan det ikke sies at matematisk kompetanse er til stede eller ikke, fordi matematiske ideer kan bli forstått på ulike nivåer og på ulike måter. I tillegg utvikles matematisk kompetanse over tid, der elevene må få tilstrekkelig med tid for å bli kompetente matematikere. «When they are provided with only one or two examples to illustrate why a procedure works or what a concept means and then move on to practice in carrying out the procedure or identifying the concept, they may easily fail to learn» (Kilpatrick et al., 2001, s.135). For å skape en matematisk kompetanse må elevene derfor få nok tid til å utvikle kompetanse innen alle de fem komponentene (Kilpatrick et al., 2001). Kilpatrick et al. (2001) sin trådmodell framkommer i figur 2-6 nedenfor.



Figur 2-6: Trådmodellen (Intertwined Strands of Proficiency) (Kilpatrick et al., 2001, s.117).

2.7 The Mathematics Tasks Framework

The Mathematics Tasks Framework er et rammeverk som skiller mellom tre faser en oppgave må passere, før det oppnås et læringsutbytte (Stein & Smith, 1998). Første fase handler om oppgavene slik de blir framstilt i lærebøkene og annet undervisningsmateriell som skal formidle pensum, før fase to omhandler hvordan disse oppgavene blir presentert av læreren (Stein & Smith, 1998). Tredje og siste fase handler derimot om hvordan oppgavene blir implementert av elevene, med andre ord hvordan elevene faktisk arbeider med oppgavene (Stein & Smith, 1998). Alle de tre fasene blir sett på som helt sentrale i prosessen på hva elevene faktisk lærer. Alle de tre fasene, som til slutt ender opp i et læringsutbytte, er vist i figuren nedenfor.



Figur 2-7: The Mathematics Tasks Framework. Inspirert av Stein & Smith (1998, s.270).

En oppgave kan ofte forandre natur, når de går fra en fase til den neste. En oppgave slik den blir framstilt i læreboka, kan derfor i noen tilfeller ikke være identisk med oppgaven som læreren presenterer, noe som dermed fører til at oppgaven som elevene arbeider med er forandret fra slik den presenteres i læreboka (Stein & Smith, 1998). I QUASAR – prosjektet ble det undersøkt nettopp hvordan utviklingen av oppgaven kunne foregå gjennom disse fasene (Stein & Smith, 1998). Oppgaver med høye kognitive krav kunne bli implementert av elevene på den måten at det resulterte i tenkning og resonnering på en kompleks og meningsfull måte, men andre ganger kunne disse oppgavene som presenteres med høye kognitive krav i læreboka endre karakter med tanke på hvordan elevene faktisk arbeider med oppgaven (Stein & Smith, 1998).

2.8 Rammeverk

Rammeverket som har blitt tatt i bruk som utgangspunkt for studiens lærebokanalyser, er utviklet av Charalambous et al. (2010). Rammeverket ble utviklet i forbindelse med Charalambous et al. (2010) sine komparative studier av lærebøker i matematikk brukt på Kypros, Irland og Taiwan, der de undersøkte lærebøkenes tilnærming til addisjon og subtraksjon av brøk. Dette rammeverket ble spesielt utviklet for å undersøke læringsmuligheter i lærebøkene, der det tas hensyn til både presentasjon av innholdet og de lærebokforventningene som kommer til uttrykk (Charalambous et al., 2010).

Charalambous et al. (2010) påpeker at det har vært flere ulike forskere som tidligere har nærmet seg problemstillinger omkring læringsmuligheter som gis i lærebøker i matematikk, men at det ikke har blitt enighet om hvilken metode som hevder seg best for å undersøke, evaluere og sammenligne disse mulighetene. I sitt arbeid med å utvikle et rammeverk til egen studie, fremmer Charalambous et al. (2010) tre hovedkategorier som i tidligere forskning har blitt tatt i bruk for å gjennomføre lærebokanalyse, nemlig horisontal, vertikal og kontekstuell tilnærming. Tidligere forskning så ofte enten på lærebøkene i sin helhet og satte søkelyset på de generelle trekkene ved lærebøkene, eller de gikk inn i lærebøkene og undersøkte hvordan lærebøkene presenterte og brukte et spesielt konsept (Charalambous et al., 2010). Charalambous et al. (2010) ønsket derimot å lage et rammeverk som vektla både det å fokusere på det generelle, kalt horisontal analyse, og det som fokuserte på ett enkelt konsept ved å gå i dybden, kalt vertikal analyse. Som Charalambous et al. (2010) uttrykker har ikke deres rammeverk tatt med den kontekstuelle siden ved en lærebokanalyse, på bakgrunn av at de kun er interessert i intensjonen ved læreboka. Likevel uttrykker de at et rammeverk som tar hensyn til både en horisontal og en vertikal dimensjon, legger mye til rette for en kontekstuell analyse (Charalambous et al., 2010).

Rammeverket består dermed av to deler, en horisontal – og en vertikal analyse, som igjen er delt inn i ytterliggere kategorier. En horisontal analyse tar for seg læreboka som en helhet og fokuset ligger på generelle karakteristikker ved læreboka (Charalambous et al., 2010). Den horisontale analysen deles inn i to underkategorier, som er bakgrunnsinformasjon og overordnet struktur (Charalambous et al., 2010). Bakgrunnsinformasjon tar for seg informasjon som gir et overblikk over den generelle informasjonen omkring tittel, læreverket, sidetall, forfattere, utgivere og utgivelsesår, samt hvilke pedagogiske hjelpematerialer som tilhører læreverket (Charalambous et al., 2010). Den overordna strukturen får derimot fram nærmere informasjon som gjelder kapitler og sidetall pr. kapittel, samt hvordan de ulike emnene og kapitlene er bygd opp og strukturert (Charalambous et al., 2010). I figur 2-8 nedenfor, vises utklipp fra hvordan Charalambous et al. (2010) har organisert den horisontale analysen i sitt rammeverk.

HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Background Information	Overall Structure
• Title • Number of books • Pages (Number and Density) • Profile of authors and advisory committee • Publisher and year of publication • Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials)	• Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson • Structure of units/lessons • Topics covered • Sequencing of topics

Figur 2-8: utklipp fra Charalambous et al. (2010, s.123), som viser deres struktur av den horisontale analysen.

Den vertikale analysen handler derimot om å analysere ett matematisk tema, og gå i dybden av dette (Charalambous et al., 2010). Her har Charalambous et al. (2010) presentert tre underkategorier, som igjen er delt inn i kulepunkter. Den første underkategorien er *communicated to students*, som handler om hva som gis elevene. Her er det snakk om hva slags matematiske materialer elevene møter, praktiske eksempler, modellering og holdninger til matematikkfaget (Charalambous et al., 2010). Deretter er det underkategorien *required of students*, som omhandler hvilke krav lærebøkene stiller til elevene. Her skilles det mellom hvilke potensielle kognitive krav og hvilken type svar som kreves av elevene i lærebøkene (Charalambous et al., 2010). Den siste underkategorien i den vertikale analysen er *connections*, som handler om hvilke sammenhenger læreboka har med andre aspekter både i og utenfor klasserommet (Charalambous et al., 2010). Nedenfor vises hvordan Charalambous et al. (2010) utformet sin vertikale analyse.

VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Communicated to Students	Required of Students	Connections
Mathematical Content • Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs) • Definitions, rules, conventions • Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics)	• Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics) • Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification)	• Connecting within and between strands • Classroom instruction - textbook connections • Connecting to situations outside of school
Mathematical Practices • Worked examples • Modeling thinking		
Attitudes • Equity • View of mathematics		

Figur 2-9: utklipp fra Charalambous et al. (2010, 123), som viser deres struktur av den vertikale analysen.

Charalambous et al. (2010) uttrykker at kritikere har hevdet at dersom en studie kun vektlegger enten horisontal eller vertikal analyse, vil forskere kunne overse flere interessante aspekter. Dersom en studie kun gjennomfører en horisontal analyse, vil det, ifølge kritikere, være at tilnærmingen overser grunnleggende forskjeller i læringsmuligheter, fordi forskjellige lærebøker ikke behandler og vektlegger emner på samme måte (Charalambous et al., 2010). Tilsvarende vil det gjennom et utelukkende fokus på en vertikal analyse, føre til at man overser hvordan behandling av ett emne kan ses i sammenheng med et annet emne i samme lærebok (Charalambous et al., 2010). Charalambous et al. (2010, s.120) skriver dermed at «Combining both dimensions of analysis could reveal characteristics of textbooks that would be lost in analyzing only one of the dimensions».

På bakgrunn av at denne studien kun har tatt utgangspunkt i deler av Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk, vil det ikke framkomme teori om hele rammeverket. Denne studien er avgrenset til å gjennomføre begge de to kategoriene av den horisontale analysen, som vil presenteres i kapittel 4, men har kun tatt utgangspunkt i én av tre underkategorier av den vertikale analysen. Her fokuserer studien på kategorien som tar for seg krav til elevene, og videre vil det derfor framkomme teori og eksempler hentet fra forskningslitteraturen omkring potensielle kognitive krav og type svar.

2.8.1 Potensielle kognitive krav

I analysen av potensielle kognitive krav vil oppgavene i denne studien, i likhet med Charalambous et al. (2010), plasseres i fire kategorier etter modellen til Smith og Stein (1998). Følgende kategorier er memorering (memorization), prosedyrer uten sammenheng (procedures without connections), prosedyrer med sammenheng (procedures with connections) og å gjøre matematikk (doing mathematics) (Smith & Stein, 1998). Modellen skiller mellom lavere kognitive krav (Lower – Level Demands) og høyere kognitive krav (Higher – Level Demands), der memorering og prosedyrer uten sammenheng anses å stille lavere kognitive krav sammenlignet med prosedyrer med sammenheng og å gjøre matematikk som anslås å stille høyere kognitive krav (Smith & Stein, 1998).

I figur 2-10 nedenfor vises modellen *Level of* Demands, og de fire kategoriene av kognitive krav. Modellen til Smith & Stein (1998) er opprinnelig skrevet på engelsk, og videre i forklaringen og eksemplifiseringen av de ulike kategoriene har det foregått en oversettelse av modellen til norsk. I denne oversettelsen kan ordlyden i beskrivelsene endre seg, og det kan forekomme tolkninger. Likevel forsøkes det å være så objektiv som mulig. Det vil også gis eksempler på de fire kategoriene, hentet fra forskningslitteraturen. Hvordan de ulike beskrivelsene er tilpasset studien, samt eksempler hentet fra denne studiens analyseenhet, vil komme i kapittel 3 *metode* og kapittel 4 *analyser og resultater*.

Levels of Demands

Lower-level demands (memorization):

- Involve either reproducing previously learned facts, rules, formulas, or definitions or committing facts, rules, formulas or definitions to memory
- Cannot be solved using procedures because a procedure does not exist or because the time frame in which the task is being completed is too short to use a procedure
- Are not ambiguous. Such tasks involve the exact reproduction of previously seen material, and what is to be reproduced is clearly and directly stated.
- Have no connection to the concepts or meaning that underlie the facts, rules, formulas, or definitions being learned or reproduced

Lower-level demands (procedures without connections):

- Are algorithmic. Use of the procedure either is specifically called for or is evident from prior instruction, experience, or placement of the task.
- Require limited cognitive demand for successful completion. Little ambiguity exists about what needs to be done and how to do it.
- Have no connection to the concepts or meaning that underlie the procedure being used
- Are focused on producing correct answers instead of on developing mathematical understanding
- Require no explanations or explanations that focus solely on describing the procedure that was used

Higher-level demands (procedures with connections):

- Focus students' attention on the use of procedures for the purpose of developing deeper levels of understanding of mathematical concepts and ideas
- Suggest explicitly or implicitly pathways to follow that are broad general procedures that have close connections to underlying conceptual ideas as opposed to narrow algorithms that are opaque with respect to underlying concepts
- Usually are represented in multiple ways, such as visual diagrams, manipulatives, symbols, and problem situations. Making connections among multiple representations helps develop meaning.
- Require some degree of cognitive effort. Although general procedures may be followed, they cannot be followed mindlessly. Students need to engage with conceptual ideas that underlie the procedures to complete the task successfully and that develop understanding.

Higher-level demands (doing mathematics):

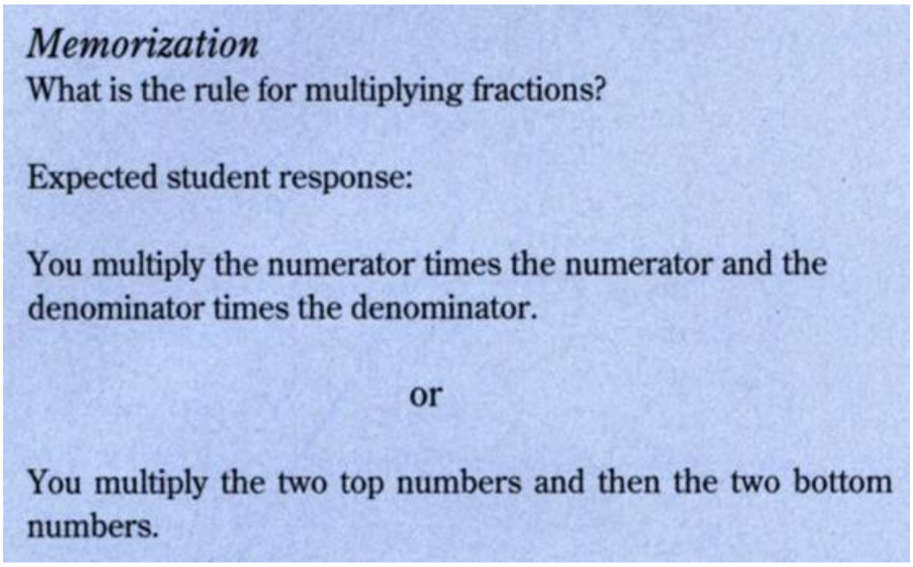
- Require complex and nonalgorithmic thinking—a predictable, well-rehearsed approach or pathway is not explicitly suggested by the task, task instructions, or a worked-out example.
- Require students to explore and understand the nature of mathematical concepts, processes, or relationships
- Demand self-monitoring or self-regulation of one's own cognitive processes
- Require students to access relevant knowledge and experiences and make appropriate use of them in working through the task
- Require students to analyze the task and actively examine task constraints that may limit possible solution strategies and solutions
- Require considerable cognitive effort and may involve some level of anxiety for the student because of the unpredictable nature of the solution process required

These characteristics are derived from the work of Doyle on academic tasks (1988) and Resnick on high-level-thinking skills (1987), the *Professional Standards for Teaching Mathematics* (NCTM 1991), and the examination and categorization of hundreds of tasks used in QUASAR classrooms (Stein, Grover, and Henningsen 1996; Stein, Lane, and Silver 1996).

Figur 2-10: Level of demands, oversikt over de fire nivåene av kognitive krav (Smith & Stein, 1998, s.348).

2.8.1.1 Memorering

Den første kategorien i modellen til Smith & Stein (1998), en av to kategorier som anses å stille lave kognitive krav, er memoreringsoppgaver. Denne kategorien kjennetegnes ved entydige oppgaver, der det utelukkende foregår memorering eller reproduksjon av fakta, regler, formler eller definisjoner av materiale som elevene tidligere har lært eller arbeidet med (Smith & Stein, 1998). Denne typen oppgaver forutsetter ikke at elevene innehar en forståelse for underliggende matematiske konsepter og ideer, da oppgavene kun legger opp til reproduksjon av fakta som er nøyaktig angitt i oppgaven (Smith & Stein, 1998). Et annet kjennetegn ved denne oppgavetypen er at oppgaveløsningen foregår uten bruk av prosedyrer, på bakgrunn av at det ikke finnes en prosedyre for løsning av oppgaven eller fordi tidsrammen er for kort til å ta i bruk en (Smith & Stein, 1998). Nedenfor vises et eksempel på en oppgave, hentet fra Smith & Stein (1998), som kodes til en memoreringsoppgave.



Memorization
What is the rule for multiplying fractions?

Expected student response:

You multiply the numerator times the numerator and the denominator times the denominator.

or

You multiply the two top numbers and then the two bottom numbers.

Figur 2-11: eksempel på en oppgave innen kategorien memorering (Smith & Stein, 1998, s.349)

Som figur 2-11 viser, presenterer oppgaveinstruksen en oppgave hvor elevene skal reprodusere en regel for multiplikasjon av brøk. Instruksen ber ikke elevene argumentere for hvorfor eller hvordan regelen kan tas i bruk, noe som gjør at oppgaven både framstår som entydig og at det ikke forutsettes en forståelse for underliggende begreper. I tillegg er det ikke en prosedyre som kan tas i bruk, for å løse oppgaven.

2.8.1.2 Prosedyrer uten sammenheng

Den neste kategorien er prosedyrer uten sammenheng, og denne kategorien anses i likhet med memoreringsoppgaver å stille lave kognitive krav (Smith & Stein, 1998). I motsetning til memoreringsoppgaver kjennetegnes derimot prosedyrer uten sammenheng som algoritmiske oppgaver der hensikten er å øve på en algoritme (Smith & Stein, 1998). Oppgaven legger opp til bruk av kjente og spesifikke prosedyrer, og hvilken prosedyre som skal brukes er enten spesifikt uttrykt eller det indikeres ut fra tidligere instrukser, erfaringer eller eksempler (Smith & Stein, 1998). Kategorien preges også av lite tvetydighet på hva som skal gjøres og hvordan det skal gjøres, på bakgrunn av at prosedyren som antydes ikke har sammenheng med underliggende matematiske begreper eller sammenhenger (Smith & Stein, 1998). Jobbing med oppgavene som plasseres i denne kategorien krever vanligvis ingen forklaring eller begrunnelse, og fokuset ligger på rett svar framfor utvikling av matematisk forståelse (Smith & Stein, 1998). Figur 2-12 nedenfor viser et eksempel på en oppgave som plasseres i denne kategorien.

Procedures without Connections

Multiply:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{7}{8}$$

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{5}$$

Expected student response:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{5 \times 7}{6 \times 8} = \frac{35}{48}$$

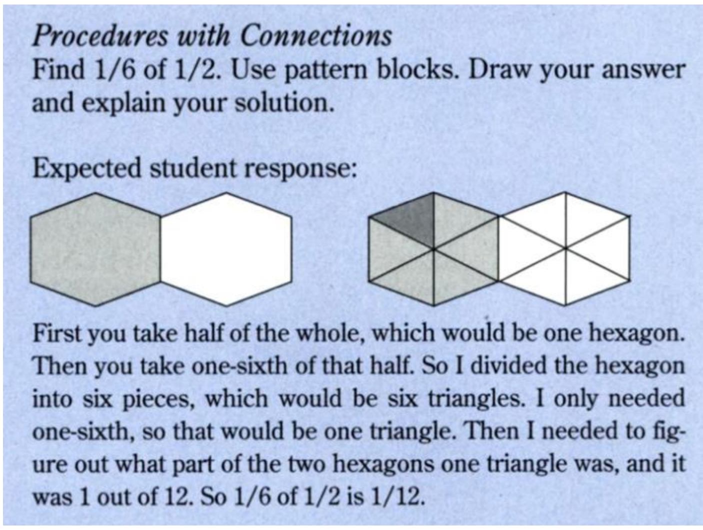
$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{9 \times 5} = \frac{12}{45}$$

Figur 2-12: Eksempel på en oppgave i kategorien prosedyrer uten sammenheng (Smith & Stein, 1998, s.349)

Oppgaven vist i figur 2-12 anses å være en oppgave der målet kan være å øve på en algoritme, noe man ser av at det er tre like oppgaver, kun med ulike tall, som skal løses. I tillegg preges oppgaven av lite tvetydighet, både fordi det står oppstilt hvilke tall som skal multipliseres og fordi det kun står *multiply*. Her kreves det ingen forklaring eller begrunnelse av svaret, noe som fører til at fokuset kan sies å ligge på å produsere et korrekt svar. Derfor kan oppgaven plasseres i kategorien prosedyrer uten sammenheng.

2.8.1.3 Prosedyrer med sammenheng

I likhet med prosedyrer uten sammenheng, legger prosedyrer med sammenheng opp til bruk av prosedyrer for å løse oppgaven. Dette er også en av to kategorier som anses å stille høyere kognitive krav, på bakgrunn av at kategorien kjennetegnes av et fokus på utvikling av forståelse for matematiske begreper og ideer ved hjelp av prosedyrer (Smith & Stein, 1998). Oppgavene antyder brede og generelle prosedyrer for å løse oppgaven, men prosedyrer kan ikke følges blindt, fordi oppgaven knyttes til underliggende begreper som elevene må forstå for å kunne løse oppgaven (Smith & Stein, 1998). I tillegg preges disse oppgavene av at begreper og prosedyrer kan være representert på ulike måter, eksempelvis diagrammer, konkreter, symboler, regnefortellinger og illustrasjoner. Bakgrunnen for bruk av ulike representasjoner, er at dette kan støtte utviklingen av en begrepsmessig forståelse (Smith & Stein, 1998). Nedenfor vises eksempel på en oppgave som Smith og Stein (1998) har kodet til prosedyrer med sammenheng.

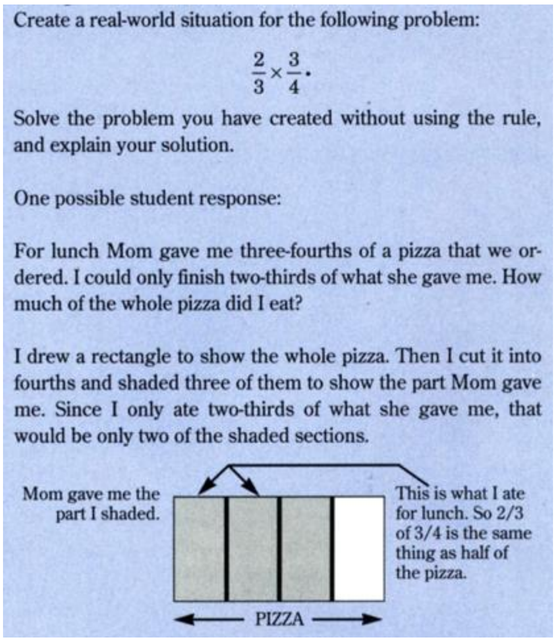


Figur 2-13: Eksempel på en prosedyre med sammenheng (Smith & Stein, 1998, s.349)

Av oppgaveteksten framheves det her at elevene skal vise og forklare svaret på oppgaven som er gitt. Her ligger dermed fokuset på å forstå den matematiske ideen bak brøk, der prosedyren elevene må ta i bruk for å løse oppgaven skal underbygge dette. Her skal elevene også tegne svaret, og oppgaveløsningen består dermed av ulike representasjoner. I tillegg preges oppgaven av at det ikke er helt entydig hva som skal gjøres, og prosedyren som skal tas i bruk kan dermed ikke følges blindt.

2.8.1.4 Å gjøre matematikk

Det høyeste nivået av kognitive krav er å gjøre matematikk. Disse oppgavene preges av utforskning, systematisering og utvikling av strategier og resonneringsevne (Smith & Stein, 1998). Oppgavene preges av kompleks tenkning, der en hensiktsmessig tilnærming til oppgaven ikke er eksplisitt antydet av oppgaven, oppgaveinstruksene eller et eksempel (Smith & Stein, 1998). Oppgavene krever utforskning og forståelse for matematiske begreper, prosedyrer eller sammenhenger, samt en form for selvregulering av egne kognitive prosesser (Smith & Stein, 1998). I møte med slike oppgavetyper kreves det at elevene selv må analysere oppgaven og undersøke hvilke framgangsmåter som kan være aktuelle, begrunne valgene og vurdere om løsningen kan være rimelig (Smith & Stein, 1998). Dette krever at elevene tar i bruk relevant forkunnskap og erfaring, og bruker dette på hensiktsmessige måter i oppgaveløsningen (Smith & Stein, 1998). Arbeid med oppgaver i denne kategorien leder fram mot en kjent algoritme eller prosedyre som kan brukes, men oppgavene krever en høy kognitiv innsats som kan skape usikkerhet hos elevene på bakgrunn av uforutsigbare og ukjente elementer i oppgaven og løsningsprosessen (Smith & Stein, 1998). Smith og Stein (1998) viser et eksempel på en slik oppgave, vist i figur 2-14 nedenfor.


Create a real-world situation for the following problem:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}.$$

Solve the problem you have created without using the rule, and explain your solution.

One possible student response:

For lunch Mom gave me three-fourths of a pizza that we ordered. I could only finish two-thirds of what she gave me. How much of the whole pizza did I eat?

I drew a rectangle to show the whole pizza. Then I cut it into fourths and shaded three of them to show the part Mom gave me. Since I only ate two-thirds of what she gave me, that would be only two of the shaded sections.

Figur 2-14: Eksempel på en oppgave innen å gjøre matematikk (Smith & Stein, 1998, s.349)

I oppgaven vist i figur 2-14 ser man av oppgaveteksten at det skal skrives en tekstoppgave ut fra problemsituasjonen som er vist, men at elevene også skal løse problemet og forklare løsningen. Her består oppgaven av et behov for analysering av oppgaven for å finne en hensiktsmessig tilnærming, samt systematisering, utforskning og resonnering. For å kunne løse oppgaven kreves det også at elevene har forståelsen for multiplikasjon av brøk.

2.8.2 Type svar

Charalambous et al. (2010, s.124) uttrykker at viktigheten ved å se på hvilke krav til type svar som stilles, er fordi «(...) when students explain and justify their answers, their understanding of mathematics is reinforced». I sin studie undersøkte Charalambous et al. (2010) oppgavene med utgangspunkt i tre kategorier for type svar, nemlig (1) *answer only*, (2) *explanation* og (3) *justification.* Den første kategorien handler om oppgaver som kun krever at elevene svarer med et tallsvar eller et numerisk uttrykk (Charalambous et al., 2010). Videre handler kategori to, *explanation*, om at elevene må forklare svaret eller prosessen de har gjennomgått for å finne svaret (Charalambous et al., 2010). Den siste kategorien, *justification*, handler derimot om at elevene må begrunne hvorvidt tilnærmingen og svaret de har kommet fram til er sannsynlig (Charalambous et al., 2010). Etter en første runde med analyse, tilførte Charalambous et al. (2010) en fjerde kategori over type svar, der de plasserte oppgaver som både krevde et svar og en matematisk setning. I sitt rammeverk skilte de da mellom de fire kategoriene (1) *answer only*, (2) *answer and mathematical sentence*, (3) *explanation* og (4) *justification* (Charalambous et al., 2010).

3. Metode

I dette kapitlet vil det presenteres og begrunnes for oppgavens metodiske valg, og beskrive oppgavens forskningsdesign. Innledningsvis vil det framkomme en kort beskrivelse av forskningsmetode generelt, før det vil fremmes hvilke metodevalg som har blitt gjort eksplisitt til denne studien. Videre vil studiens utvalg presenteres, før det vil beskrives hvordan rammeverket til Charalambous et al. (2010) har blitt tilpasset denne studien. Avslutningsvis vil det bli reflektert rundt studiens kvalitet, der validitet og reliabilitet blir drøftet opp mot tiltak denne studien har gjort for å sikre dette på en god måte. Det vil også framkomme forskningsetiske betraktninger gjort til denne studien.

3.1 Forskningsmetode

I det daglige frembringes det stadig ny innsikt og kunnskap i oss mennesker om hvordan vi selv og verden rundt oss fungerer, blant annet gjennom sansing og samhandling med andre mennesker (Postholm & Jacobsen, 2018). En slik uformell erfaringsbasert læring har flere likhetstrekk med den formelle forskningen, nettopp fordi forskning til enhver tid ønsker å frambringe ny kunnskap. Likevel kreves det tilfredstillelse av ytterligere noen kvalitetskrav, for at ny kunnskap skal kunne kategoriseres som forskning (Postholm & Jacobsen, 2018). Som Postholm og Jacobsen (2018) uttrykker, karakteriseres et forskningsresultat ved en intersubjektivitet gjennom at det oppleves gyldig for flere mennesker. I tillegg uttrykker de nasjonale forskningsetiske komiteene at forskning er «(...) en kollektiv og systematisk søken etter ny innsikt gjennom bruk av ulike vitenskapelige metoder» (NESH, 2021, s.5). For å skape en intersubjektivitet og tiltro til ny kunnskap, er det i første rekke metodekvaliteten som avgjør (Befring, 2020). Begrepet metode er etymologisk avledet av det greske ordet *methodos*, som betyr «(...) å følge en bestemt vei mot målet» (Befring, 2020, s. 12). En forskningsmetode viser dermed på hvilken måte forskeren har arbeidet, for å nærme seg svar på problemstillinger og utfordringer. Selv om metodebegrepet viser til en bestemt vei mot mål, er det flere ulike forskningsmetoder som vil vise seg relevante i forskningsarbeid. Kvalitativ – og kvantitativ metode, er eksempler på to hovedkategorier innenfor forskningsmetoder som viser seg særlig relevant i pedagogikk og spesialpedagogikk (Befring, 2020). Både kvalitativ – og kvantitativ metode har ulike vitenskapsteoretiske utgangspunkt og ulikt perspektiv på hva som kan karakteriseres som vitenskapelige data (Postholm & Jacobsen, 2018). På bakgrunn av dette har de gjerne blitt brukt hver for seg i forskning, men i de senere år har det å kombinere begge forskningstradisjonene i én og samme undersøkelse også blitt mer vanlig. Dette omtales gjerne som *Mixed Methods* (Kleven & Hjardemaal, 2018).

3.1.1 Kvantitativ - og kvalitativ metode

Generelt sett anses kvantitative data som innsamling av informasjon i form av tall, mens kvalitative data derimot benytter seg av ord (Jacobsen, 2018). Tradisjonelt sett har dermed forskningstradisjonene prioritert ulikt med tanke på datainnsamling, samt analyse og tolkning av data (Kleven & Hjardemaal, 2018). Det er derfor flere elementer som kan trekkes fram for å skille de to forskningstradisjonene fra hverandre, blant annet forskerens nærhet til forskningsfeltet (Kleven & Hjardemaal, 2018). Mens kvantitative metoder forsøker å fungere så objektiv som mulig ved å holde en viss avstand mellom forsker og forsøkspersoner, prioriterer kvalitative studier større nærhet til forskningsfeltet (Kleven & Hjardemaal, 2018).

Tidligere var de to forskningstradisjonene i stor grad kritiske til hverandres syn, noe Kleven og Hjardemaal (2018) uttrykker kan være delvis på grunn av misoppfatninger. I dag er det derimot større forståelse for at de to tradisjonene kan utfylle hverandre, noe som kan være grunnlaget til, som nevnt tidligere, at flere benytter seg av *Mixed Methods* (Kleven & Hjardemaal, 2018). At begge forskningsmetodene, uavhengig av ulike vitenskapsteoretiske utgangspunkt, er både legitime og viktige uttrykker også Postholm og Jacobsen (2018). Videre uttrykkes det også at valg av metode bør velges ut fra hva som er hensiktsmessig for den bestemte forskningen, ikke ut fra en antagelse om at de ikke framstår som like gode (Postholm & Jacobsen, 2018).

Kvantitative metoder kalles gjerne for nomotetiske metoder, på bakgrunn av at denne forskningsmetoden har særlig relevans innen forskning som har som formål å avdekke og beskrive generelle trekk og sammenhenger (Befring, 2020). Et særtrekk ved kvantitative metoder er en strukturering av et representativt utvalg i variabler som ved målinger uttrykkes med tallverdier (Befring, 2020). For å kunne tallfeste noe må forskeren på forhånd dermed definerer både hva som er interessant å vite, variabler, og hvilke svaralternativer som er relevante, verdier (Jacobsen, 2018). Forutsetningen for å kunne benytte en kvantitativ tilnærming er da oversiktlige variabler og verdier som kan tilordnes til et tall (Jacobsen, 2018). Jacobsen (2018, s.127) anser forholdet mellom undersøkeren og den som undersøkes i den kvantitative metoden slik «Når slike data samles inn, er det undersøkeren som definerer hva som er relevant informasjon, mens den som undersøkes reduseres til kun å kunne ta stilling til på forhånd definere spørsmål og svar». Sentrale metoder innenfor denne forskningstradisjonen er observasjon, intervju eller spørreskjemaer (Befring, 2020).

Et alternativ til den kvantitative metoden er den empiriske, kvalitative forskningsmetoden, som har fått stor oppmerksomhet siste 40 – 50 årene (Kleven & Hjardemaal, 2018). På bakgrunn av at datainnsamlingssituasjonen på forhånd ikke er fast strukturert, anses gjerne kvalitative metoder som fleksible (Kleven & Hjardemaal, 2018). Denne fleksibiliteten, samt det faktum at kvalitative metoder ønsker nærhet til forskningsfeltet, kan være med på å gi forskeren kunnskaper som man på forhånd ikke kunne forutsett at kunne komme (Kleven & Hjardemaal, 2018). I en kvalitativ tilnærming ønsker dermed forskeren å legge så få føringer som mulig på den informasjonen som skal samles inn, og det anses derfor som en åpen metode (Jacobsen, 2018). Det er først etter at informasjonen er hentet inn, at den blir strukturert i kategorier for så å kunne bli forbundet med hverandre (Jacobsen, 2018). I motsetning til den kvantitative tilnærmingen hvor den som undersøker er den som bestemmer hva som er relevant informasjon, er det derimot den som undersøkes som definerer hva som er relevant i den kvalitative tilnærmingen (Jacobsen, 2018). På denne måten får forskeren informasjon som kan sies å være virkelighetsnær (Jacobsen, 2018). Sentrale metoder innenfor denne forskningstradisjonen er intervju og observasjon, men innsamling, analyse og tolkning av data gjennom kvalitative innholdsanalyser er også en viktig del av den kvalitative forskningstradisjonen (Befring, 2020).

3.2 Forskningsdesign og metodevalg

Forskningsdesign betegner ulike undersøkelsesopplegg, der fokuset ligger på både konkrete og praktiske sider ved forskningsvirksomheten (Kvarv, 2021). Som Kvarv (2021) uttrykker, er tid et viktig aspekt ved forskningsdesign. Det varierer om designet retter seg mot fortiden eller situasjoner i nåtidens samfunn, og det varierer om studiene avgrenses til bestemte tilfeller eller om det tar for seg flere tilfeller (Kvarv, 2021). Denne studien retter fokuset mot hvordan lærebøker i dagens samfunn er utformet, samt kun ett tilfelle som omhandler lærebøkers krav til elevene.

Som Kleven & Hjardemaal (2018) understreker bør valg av metode foregå på bakgrunn av vurderinger av hva metodene kan tilby, i forhold til hvilken problemstilling som ligger til grunn for studien. Innledningsvis ble det presentert følgende problemstilling «Hvilke krav stiller oppgavene gitt til elever i 7.årstrinn, i temaet multiplikasjon og divisjon, i læreboka *Matematikk*?». Av denne formuleringen ser man at problemstillingen preges av begreper som *krav*, *lærebok* og *oppgaver*. Det kommer også fram både årstrinn og tema, men i forbindelse med valg av metode har ikke dette mye å si. Av begrepene *krav*, *lærebok* og *oppgaver* framkommer det et behov for å velge en metode som kan hjelpe med å få fram dette.

For å imøtekomme problemstillingen og ønsket om å få frem potensialet som ligger i lærebøker, uavhengig av hvordan lærebøkene kan tas i bruk i klasserommet, ble innholdsanalyse den overordna analysemetoden som var naturlig å benytte i denne sammenhengen.

3.2.1 Innholdsanalyse

En innholdsanalyse er et dokumentanalytisk design, som gjerne defineres som et systematisk sett av prosedyrer for analyse, undersøkelse og verifisering av innholdet i skriftlige data (Cohen et al., 2007). Skriftlige data anses i denne sammenhengen som «(...) any written communicative materials which are intended to be read, interprets and understood by people other than the analysts» (Cohen et al., 2007, s.475). Videre skriver Cohen et al. (2007) at tekst ikke har en objektiv og selvstendig måte å kommunisere på, men derimot at det kan framstå flere meninger og kan gi ulike tolkninger. Gjennom tre steg viser Cohen et al. (2007) viktige steg ved innholdsanalyse. Først brytes tekst ned til analyseenheter som deretter analyseres, før det avslutningsvis foregår en presentasjon av analysen (Cohen et al., 2007). Gjennom systematiske, observerbare og regelstyrte analyseformer forsøker dermed en innholdsanalyse å ta for seg tekster for å forsøke å generalisere eller teste en teori (Cohen et al., 2007).

3.3 Utvalg

3.3.1 Valg av årstrinn

I store deler av mitt vikararbeid har jeg arbeidet med elever på 7.trinn. Dette er siste årstrinn på barnetrinnet, før elevene skal videre på ungdomstrinnet og få karakter på eget arbeid. Gjennom egen skolegang merket jeg hvordan karaktersetting førte til et større behov for selvstendighet i eget arbeid, til forskjell fra barnetrinnet. Valget falt dermed på 7.årstrinn, på bakgrunn av at dette kan gi et overblikk over hvilke krav som stilles til elevene og hva som forventes av kompetanse innen matematikk etter endt barnetrinn.

3.3.2 Valg av lærebøker

I prosessen med å velge aktuelle læreverk til studien, ble det satt to kriterier til læreverkene som måtte innfris. For det første måtte det være et norsk læreverk, dette for å kunne se relevansen til den norske grunnskolen. For det andre måtte det være et nyere læreverk gitt til læreplanverket for 2020, på bakgrunn av at studien ønsket å se sammenhenger til det fornyede kompetansebegrepet. Forlagene Gyldendal, Cappelen Damm og Aschehoug ble her vurdert som de mest aktuelle aktørene, der læreverkene *Abakus, Radius, Multi, Matemagisk*, *Volum* og *Matematikk* var kjente læreverk. Disse forlagene og læreverkene var aktuelle på bakgrunn av egen motivasjon, der disse er kjente fra egen skolegang, praksis og vikararbeid. Abakus og Radius innfridde ikke kriteriet om å være et nyere læreverk, og disse ble da utelukka. De fire resterende nevnte læreverkene innfridde de to kravene som var satt, og de var dermed mulige læreverk. I vikararbeid har jeg jobbet mye med Cappelen Damm og deres læreverk *Matematikk*, og ønsket om å kunne gå i dybden av det matematiske innholdet i dette læreverket er bakgrunnen for at valget falt på dette.

3.3.2.1 *Matematikk* av Cappelen Damm

Matematikk er et norsk læreverk i matematikk, gitt ut av Cappelen Damm i 2021. Forlaget Cappelen Damm ble etablert i 2007 som et resultat av at de to gamle og tradisjonsrike forlagene Cappelen og Damm fusjonerte, og lagde et nytt og sammenslått forlag (Cappelen Damm, u.å.-d). I dag er forlaget eid av mediekonsernet Egmont og er, ifølge egne nettsider, Norges største forlag som utvikler, formidler, selger og distribuerer både kunnskap, kultur og leseopplevelser (Cappelen Damm, u.å.-e).

Læreverket *Matematikk* har lærebøker til alle trinn fra 1.-10., og hele læreverket er skrevet til Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. Som nevnt innledningsvis består læreverket av grunnbok, oppgavebok, parallellbok, lærerveiledning og den digitale nettressursen *Skolen fra Cappelen Damm*. I 2021 utgjorde bruk av digitale læreverk og nettressurser innenfor alle trinn i utdanningsområdet, 30% av omsetningen i forlagssektoren. *Skolen fra Cappelen Damm* blir også, ifølge forlaget, brukt av over halvparten av norske skoler (Cappelen Damm, u.å.-d).

Lærebøkene fra 1.-7.trinn er videreutviklinger fra læreverket radius, mens lærebøkene på ungdomstrinnet er en videreutvikling av faktor 8-10 (Cappelen Damm, u.å.-a, u.å.-b, u.å.-c).

Læreverket skal, ifølge Cappelen Damm, legge vekt på variert undervisning, utforskning og det å utfordre seg selv på ulike måter i matematikkundervisningen (Cappelen Damm, u.å.-a, u.å.-b, u.å.-c). I beskrivelsene av *Matematikk* 5-7 står det at elevene skal «(...) tenke selv, tenke sammen, lytte til hverandres løsninger, snakke matematikk, visualisere, generalisere, teste ut og utfordre seg videre» (Cappelen Damm, u.å.-b). *Matematikk* 5-7 skal også, ifølge forlaget, introdusere elevene for flere ulike regnestrategier, der elevene gjennom en gjennomarbeidet progresjon skal utvikle gode og fleksible regnestrategier (Cappelen Damm, u.å.-b). Ved å bli presentert for ulike regnestrategier og metoder, skal dette legge til rette for kjerneelementer som modellering og anvendelser, samt evnen til abstraksjon og generalisering (Cappelen Damm, u.å.-b). I tillegg uttrykkes det at *utforsk sammen* – oppgavene som presenteres i hvert kapittel, skal kunne imøtekomme og stimulere til samtale, kommunikasjon, argumentasjon, resonnering, utforsking og problemløsning (Cappelen Damm, u.å.-b).

Denne studien retter seg mot problemstillingen om hvilket potensial og krav som ligger i det elevenes presenteres for, og analysen av *Matematikk 7* vil derfor kun ta for seg grunnboka og oppgaveboka både i den horisontale og vertikale analysen. På bakgrunn av at studien kun ønsker å undersøke intensjonen med oppgavene, vil det ikke foretas en kontekstuell analyse av læreverket, noe som medfører at lærerveiledningen, parallellboka og den digitale nettressursen, ikke vil være relevante å ta med i analysen. I den horisontale analysen, vil det presenteres bakgrunnsinformasjon og struktur på hele grunnboka og hele oppgaveboka. I den vertikale analysen avgrenses det derimot til kun ett kapittel, der analysen vil rette seg mot potensielle kognitive krav og type svar i det utvalgte kapitlet i både grunnboka og oppgaveboka.

3.3.3 Definisjon av analyseenheten

Analyseenheten til denne studien er oppgavene gitt i *Matematikk 7* – grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a) og *Matematikk 7* – oppgavebok (Gulbrandsen et al., 2021b). Oppgavene vil analyseres med tanke på hvilke krav som stilles til elevene, og undersøker aspektene potensielle kognitive krav og type svar. Videre vil det komme en presisering av hva analyseenheten innebærer i denne studien, og hvilke oppgaver som vil bli analysert i den vertikale analysen. I den horisontale analysen, som gis i kapittel 4 *analyser og resultater*, vil det komme nærmere beskrivelser av lærebøkenes struktur, samt beskrivelser av de ulike oppgavetypene.

I grunnboka innledes kapittel 4 med et kapitteloppslag, men fordi den lille historien som inneholder den matematiske problemstillingen kun finnes i lærerveiledningen tas ikke dette med som en oppgave som elevene presenteres for. Dette vil derfor ikke tas med i analysen. Hvert delemne i kapitlet innledes også med en samtaleboks, som gir et eksempel. Disse samtaleboksene og eksemplene vil ikke bli analysert, men vil derimot fungere som en pekepinn på hvilke potensielle kognitive krav de følgende oppgavene kan kategoriseres i. Samtaleboksene og eksemplene kan bli en del av diskusjonen og drøftingen for å fremme noen aspekter ved enten potensielle kognitive krav eller type svar. Oppgavene som derimot er med i analysen i grunnboka er 114 *nummererte* oppgaver, 9 *utforsk sammen* oppgaver, 5 *sant og usant* påstander, én *oppsummerende* oppgave og én *finn ut* oppgave. Til sammen vil det være 130 oppgaver som analyseres i grunnboka.

I oppgaveboka vil det foregå en analyse av de 158 nummererte oppgavene, som består av både *oppgaver* og *andre utfordringer*. Her vil eksemplene som gis fungere på samme måte som i grunnboka, kun som en pekepinn på hvordan kategoriseringen av de følgende oppgavene vil gjøres.

I både grunnboka og oppgaveboka er det, som figur 3-1 nedenfor viser, flere oppgaver som kan bestå av flere regnestykker. I mine analyser har dette blitt analysert som én oppgave, på bakgrunn av at alle oppgavene som deles opp i a, b og c i utgangspunktet bygger på det samme og dermed kan sies å kreve det samme av potensielle kognitive krav og type svar. Nedenfor regnes da oppgave 4.1 som én oppgave. Dette er gjennomgående i hele analysen.

4.1 Regn ut.

a) $4 \cdot 6 =$	b) $5 \cdot 7 =$	c) $9 \cdot 8 =$
$4 \cdot 60 =$	$5 \cdot 70 =$	$9 \cdot 80 =$
$40 \cdot 60 =$	$50 \cdot 70 =$	$90 \cdot 80 =$

Figur 3-1: Oppgave hentet fra *Matematikk 7* – grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.118).

3.4 Rammeverket brukt i studien

I kapittel 2 *teori* ble det presentert hvilket rammeverk som ligger til grunn for denne masterstudiens analyse av lærebøker. Charalambous et al. (2010) beskriver et rammeverk som både går i bredden, horisontal analyse, og i dybden, vertikal analyse. Det vil ikke være relevant for denne studien å ta for seg alle delene ved rammeverket, og det har derfor blitt foretatt avgrensninger innen analysedelene. Fra den horisontale delen vil det bli tatt i bruk to deler, bakgrunnsinformasjon og struktur, som en systematisk måte å presentere læreverket og lærebøkene på, samt gi et helhetlig bilde på læreverket. Fra den vertikale analysen i Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk, avgrenser denne studien seg til hva som kreves av elevene, én av tre deler den vertikale analysen består av. Innenfor denne delen, krav til elevene, er det to underkapitler som tas med i denne studien og det er potensielle kognitive krav og type svar. I likhet med Charalambous et al. (2010) tas det ikke med en kontekstuell tilnærming til lærebøkene.

3.4.1 Horisontal analyse

Horisontal analyse handler om å se lærebøkene i et bredt perspektiv, og som Charalambous et al. (2010) også viser gjennom sitt rammeverk deles denne i de to underkategoriene bakgrunnsinformasjon og overordnet struktur. Bakgrunnsinformasjon omhandler tittel, antall bøker og hjelpematerialer, sidetall, forfattere og utgiver, samt utgivelsesår. Den overordnede strukturen tar derimot for seg antall kapitler, sidetall pr. kapittel, emner og hvordan både kapitlene og emnene er strukturert (Charalambous et al., 2010).

For å kunne svare på de to gitte forskningsspørsmålene, ligger mesteparten av analysearbeidet i denne studien i den vertikale analysen. Likevel vil det også foretas en horisontal analyse, for å kunne gi et helhetlig bilde på læreverket. Først vil det gis en bakgrunnsinformasjon av både grunnbok og oppgavebok, der det vil tas hensyn til bøkene i sin helhet, samt det utvalgte kapitlet. Deretter vil det komme nærmere beskrivelser av bøkenes og kapitlenes struktur, der det først vil greies ut om hvilke oppgavetyper som er gitt i både grunnboka og oppgaveboka før det videre vil komme nærmere beskrivelser av kapittelinndelinger og oppgavefordelinger. Den horisontale analysen vil bli presentert i kapittel 4 *analyser og resultater*.

3.4.2 Vertikal analyse

I motsetning til den horisontale analysen som går i bredden, handler den vertikale analysen om å gå i dybden av analyseenheten. Den utvalgte analyseenheten til den vertikale analysen er, som presentert i kapittel 3.3.3, oppgavene gitt i grunnboka og oppgaveboka. I gjennomføringen av den vertikale analysen har hver enkelt oppgave blitt analysert og kodet inn i rammeverket gitt til studien, der alle oppgavene har blitt kodet med henhold til potensielle kognitive krav og type svar. Videre vil det fremmes hvordan studien har brukt og tilpasset kategoriene etter modellen av Smith og Stein (1998), samt Charalambous et al. (2010) sin kategorisering av type svar.

3.4.2.1 Potensielle kognitive krav

Modellen til Smith & Stein (1998), *Level of Demands*, er opprinnelig skrevet på engelsk og i arbeidet med å utforme denne studiens rammeverk, har det foregått en oversettelse av deres modell til norsk. Som nevnt tidligere kan denne oversettelse endre ordlyden i beskrivelsene og det kan forekomme tolkninger. Det vil derfor være viktig å påpeke at beskrivelsene av de fire kategoriene av potensielle kognitive krav kan inneholde subjektive aspekter og tolkninger. Andre studier kan dermed ta utgangspunkt i samme modell, men likevel kode oppgavene forskjellig fra denne studien på bakgrunn av subjektive avveielser. I tillegg har rammeverket og beskrivelsene blitt tilpasset denne studien, og det vil være avveielser i de ulike beskrivelsene for å gjøre rammeverket både reliabelt og valid.

I arbeidet med å tilpasse modellen til Smith og Stein (1998) til egen studie, ble det behov for å systematisere de ulike kategoriene. Dette ble gjort ved bruk av Microsoft Office Excel, som framkommer i figur 3-2 nedenfor. Som figuren viser er det fire nivåer av potensielle kognitive krav, der det framkommer mellom 4-7 kjennetegn ved hver kategori. Kategoriene tar utgangspunkt i modellen til Smith og Stein (1998), men når oversettelsene og tilpasningene var gjort benyttet studien kun de beskrivelsene som framkommer i figur 3-2. Analysen av oppgavenes potensielle kognitive krav tar dermed utgangspunkt i beskrivelsene som framkommer nedenfor.

	A
1	**Nivåer av potensielle kognitive krav**
2	
3	1. Memorering (Lavt)
4	a) Læring eller reproduksjon av fakta, regler, formler eller definisjoner, der hensikten er memorering.
5	b) Oppgaver som ikke kan løses med en prosedyre, fordi det ikke finnes en prosedyre eller fordi tidsrammen er for kort til å bruke en prosedyre.
6	c) Fakta, regler, formler eller definisjoner knyttes ikke til underliggende begreper eller sammenhenger innenfor multiplikasjon eller divisjon.
7	d) Oppgaver som ikke er tvetydige. Oppgaver som kun innebærer nøyaktig gjengivelse av tidligere sett materiale, og hva som skal reproduseres er angitt nøyaktig.
8	
9	2. Prosedyrer uten sammenheng (Lavt)
10	a) Oppgaver som er algoritmiske, med den hensikt å øve på en algoritme.
11	f) Oppgaver som ikke krever noen forklaring eller begrunnelse, eller at beskrivelse av prosedyren blir godtatt som tilstrekkelig forklaring / begrunnelse.
12	c) Lite tvetydighet om hva som skal gjøres og hvordan det skal gjøres.
13	d) Prosedyren som antydes har ingen sammenheng med underliggende begreper og sammenhenger.
14	e) Fokus på riktig svar, framfor utvikling av matematisk forståelse.
15	f) Oppgaver som ikke krever noen forklaring eller begrunnelse, eller at beskrivelse av prosedyren blir godtatt som tilstrekkelig forklaring / begrunnelse.
16	g) Likhetstegnet som operasjon.
17	
18	3. Prosedyrer med sammenheng (Høyt)
19	a) Oppgaver som fokuserer på å utvikle en bedre forståelse for matematiske begreper og ideer ved hjelp av prosedyrer.
20	b) Oppgaver som antyder brede og generelle prosedyrer/strategier for å finne en løsning, strategier som knyttes til de underliggende begreper som multiplikasjon og divisjon.
21	c) Oppgaver som ikke fokuserer på algoritmer som kan være et hinder for å utvikle begrepsmessig forståelse.
22	d) Begrepene og prosedyrene er ofte representert på ulike måter (diagrammer, konkreter, symboler, regnefortellinger, illustrasjoner). Som et hjelpemiddel for å utvikle mening, og støtte utviklingen av begrepsmessig forståelse.
23	e) Selv om det er en prosedyre som skal følges i oppgaven, kan den ikke følges blindt, og elevene må forsøke å forstå de underliggende begrepene og sammenhengene i arbeidet med oppgaven.
24	f) Likhetstegnet som relasjon.
25	
26	4. Å gjøre matematikk (Høyt) - stikkord: utforskning, systematisering, utvikling av strategier og resonnering.
27	a) Krever kompleks tenkning. En hensiktsmessig tilnærming til oppgaven er ikke eksplisitt antydet av oppgaven, oppgaveinstruksene eller et gjennomarbeidet eksempel.
28	b) Arbeid med oppgaven leder fram mot en kjent algoritme eller prosedyre som kan brukes på nytt uten videre.
29	c) Oppgaver som krever utforskning og forståelse for matematiske begreper, prosesser eller sammenhenger.
30	d) Oppgaver som krever en form for selvregulering av egne kognitive prosesser.
31	e) Krever at elevene må ta i bruk relevant forkunnskap og erfaring, og bruker dette på en hensiktsmessig måte.
32	f) Krever at elevene selv må analysere oppgaven og undersøke hvilke framgangsmåter som kan være aktuelle, begrunne valgene og vurdere om løsningen er rimelig.
33	g) Krever høy kognitiv innsats, og kan skape usikkerhet hos elevene på grunn av uforutsigbare og ukjente elementer i oppgaven og løsningsprosessen.
34	

Figur 3-2: Utklipp fra Excel som viser denne studiens systematisering av potensielle kognitive krav. Beskrivelsene er hentet og oversatt fra Smith & Stein (1998).

3.4.2.2 Type svar

I tillegg til analyser av potensielle kognitive krav har studien, i likhet med Charalambous et al. (2010), også analyser av oppgavenes krav om type svar. Bakgrunnen for dette er først og fremst at dette vil kunne gi et dypere innblikk i lærebøkenes krav til elevene, men også fordi studiens utvalgte kapittel på kapitteloppslaget fremmer et overordnet mål om at elevene gjennom kapitlet skal få mulighet til å forklare egne tenkemåter.

Charalambous et al. (2010) skiller mellom fire ulike kategorier av type svar. Denne masterstudien avgrenser seg derimot til tre kategorier, på bakgrunn av at Charalambous et al. (2010) sine to siste kategorier her er slått sammen til én. Studien avgrenser seg dermed til de tre kategoriene: krever kun svar, krever forklaring av svar og/eller prosess og krever begrunnelse eller argumentasjon. Videre vil det komme beskrivelser av hvordan de tre kategoriene er definert i denne studien.

3.4.2.2.1 Krever kun svar

Oppgaver som kun krever et svar kjennetegnes ved at oppgaveteksten ikke ber elevene om å forklare eller begrunne, men derimot at det kun skal gis et svar. Svaret behøver ikke være enkelt å komme fram til, men dersom oppgaven ikke ber om videre forklaring eller begrunnelse har oppgaven likevel blitt kodet til kun svar. I noen oppgaver kan det framstå som hensiktsmessig for elevene å forklare eller begrunne løsningen eller løsningsprosessen, men dersom det ikke står eksplisitt at det kreves en videre forklaring eller begrunnelse, har disse oppgavene blitt kodet til å kreve kun svar.

3.4.2.2.2 Krever forklaring av svar og/eller prosess

Den neste kategorien av type svar, er oppgaver som krever forklaring av svar og / eller prosess. Dette innebærer at elevene skal løse en gitt oppgave, samt at de skal gi en forklaring på svaret eller løsningsprosessen. I denne studiens analyser har oppgaver blitt kodet til denne kategorien, i de tilfellene hvor oppgaveinstruksen tilsier at kun et svar ikke er tilstrekkelig, men at det kreves en forklaring eller matematisk setning. Oppgaver som også ber elever om å forklare hvordan et eksempel fungerer, er plassert her.

3.4.2.2.3 Krever begrunnelse eller argumentasjon

Den siste kategorien innen type svar er oppgaver som krever begrunnelse eller argumentasjon. Dette innebærer å begrunne rimeligheten av framgangsmåten de har benyttet for å løse oppgaver eller om svaret kan være sannsynlig. I denne analysen har det blitt satt som et krav at oppgaveteksten tydelig skal be elevene om å begrunne eller argumentere, dersom oppgaver skal kodes til denne kategorien.

3.5 Analyseprosessen

For å skape et godt grunnlag for å kategorisere oppgavene etter potensielle kognitive nivåer og type svar som oppgavene krever, startet analysen av hver enkelt oppgave med et generelt overblikk. Dette begrunnes med at et slik overblikk vil gjøre det enklere i videre analyser av potensielle kognitive krav og type svar.

Analyseprosessen:

1. Generell analyse av oppgaven
    a. Undersøker hvilken informasjon som er gitt
    b. Undersøker spørsmålsformuleringen
    c. Undersøker om oppgaven står i sammenheng til tidligere eksempler
    d. Ser på om oppgaven har sammenheng til underliggende sammenhenger
    e. Ser på mulige prosedyrer som kan brukes
    f. Undersøker mulige løsninger
2. Analyse av potensielt kognitivt nivå
    a. Memorering (M)
    b. Prosedyrer uten sammenheng (PU)
    c. Prosedyrer med sammenheng (PM)
    d. Å gjøre matematikk (GM)
3. Analyse av type svar
    a. Krever kun svar (S)
    b. Krever forklaring av svar og/eller prosess (F)
    c. Krever begrunnelse eller argumentasjon (B)

For å systematisere analyseprosessen, ble også Excel brukt her. I figur 3-3 nedenfor presenteres et utklipp fra eget Excel – ark, som viser hvordan kodingen har blitt systematisert og begrunnet i grunnboka. Oppgaveboka preges av den samme oppbyggingen. Øverst til venstre på siden vises det hvordan de ulike kategoriene har blitt forkortet. Videre har det blitt delt opp i temaer, der oppgavenummer eller oppgavetype har blitt presisert. Videre benyttes forkortelsene av både potensielle kognitive krav og type svar, for å kode hver enkelt oppgave. Til slutt har det også blitt gitt en kort begrunnelse på kodingen.

	A	B	C	D	E
1	**Grunnbok**				
2					
3	Kognitive nivåer	Forkortelse	Frekvens		
4	Memorering	M	2		
5	Prosedyrer uten sammenheng	PU	69		
6	Prosedyrer med sammenheng	PM	47		
7	Å gjøre matematikk	GM	12		
8					
9					
10	Type svar	Forkortelse	Frekvens		
11	Kun svar	S	119		
12	Forklaring av svar og/eller prosess	F	6		
13	Begrunnelse eller argumentasjon	B	5		
14					
15					
16					
17	**Tema**	**Oppgavenr.**	**Kog.nivå**	**Type svar**	**Begrunnelse**
18					
19	Multiplikasjon og divisjon (s.118-119)				
20		Oppg. 4.1	PU	S	Øve på prosedyre som eksempelet. Fokus på rett svar. Likhetstegnet som operasjon.
21		Oppg. 4.2	PU	S	Øve på prosedyre som eksempelet. Fokus på rett svar. Likhetstegnet som operasjon.
22		Oppg. 4.3	PU	S	Indikerer bruk av samme prosedyre som eksemplet.
23		Oppg. 4.4	PM	S	Kan ikke følge algoritmen blindt. Likhetstegnet som relasjon.
24		Oppg. 4.5	PU	S	Mål: øve på algoritme. Finne rett svar. Likhetstegnet som operasjon.
25		Oppg. 4.6	PM	S	Framgangsmåten er ikke eksplisitt forklart. Flere ulike representasjoner. Prosedyren kan ikke følges blindt, flere regneoperasjoner.
26		Utforsk 1	GM	F	"Kan" = F
27					
28					
29	Sammenhenger (s.120-121)				
30		Oppg. 4.7	PU	S	Øve/følge prinsippet gitt i samtaleboksen. Finne riktig svar, men bare flytte komma.
31		Oppg. 4.8	PU	S	Øve/følge prinsippet gitt i samtaleboksen. Finne riktig svar, men bare flytte komma.
32		Oppg. 4.9	PM	S	Framgangsmåten er ikke eksplisitt gitt.
33		Oppg. 4.10	PM	S	Framgangsmåten er ikke eksplisitt gitt.
34		Oppg. 4.11	PU	S	Øve/følge prinsippet gitt i samtaleboksen. Finne riktig svar, men bare flytte komma.
35		Oppg. 4.12	PU	S	Øve/følge prinsippet gitt i samtaleboksen. Finne riktig svar, men bare flytte komma.

Figur 3-3: Utklipp fra eget Excel – ark, som viser kategoriseringen av potensielle kognitive krav og type svar.

3.6 Eksempler på koding i tvilssituasjoner

3.6.1 Potensielle kognitive krav

Enkelte oppgaver som ble analysert i henhold til potensielle kognitive krav, framstilte i flere tilfeller en oppgaveinstruks som medførte at oppgaven kunne plasseres i flere kategorier. Dette førte til behov for å lage gode skiller mellom de ulike kategoriene, for å være konsekvent i kodingen. For å skape disse skillene, ble avgjørelsene tatt i samråd med veileder. Her vil det framkomme hvilke typer oppgaver som gjerne førte til denne tvilen, samt hvilke grep som ble gjort å skille mellom de ulike oppgavetypene.

Tekstoppgaver

I bøkene blir elevene i noen av oppgavene bedt om å lage en tekstoppgave ut fra et gitt matematisk uttrykk. Umiddelbart konkluderes det med at dette er oppgaver som bør anses å stille høye potensielle kognitive krav, men problemstillingen blir dermed om det anses å være prosedyrer med sammenheng eller å gjøre matematikk. Sett i lys av eksemplet gitt på *å gjøre matematikk* hentet fra Smith og Stein (1998) presentert i kapittel 2, ser man at oppgaven som presenteres både krever at elevene skal lage en tekstoppgave og videre løse oppgaven og forklare egen løsningsprosess. Gjennomgående i studiens bøker presenteres oppgaver som ber elevene om å lage tekstoppgave, men ikke at det derimot skal løses eller gis videre forklaring eller begrunnelse. En slik typisk oppgave vises eksempel på i figur 3-4 nedenfor.

4.92 Lag en tekstoppgave som passer til regnestykket $4 \cdot \frac{2}{5} =$

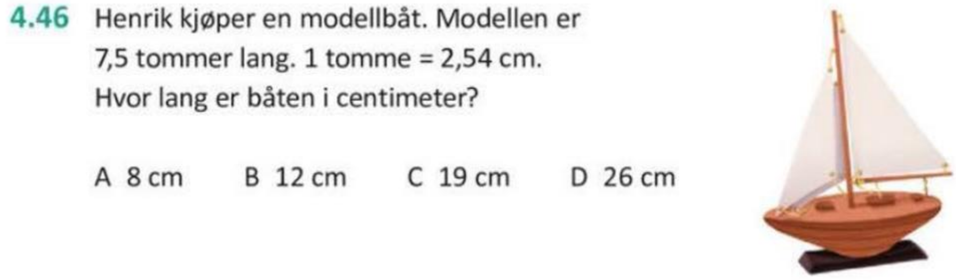
Figur 3-4: eksempel hentet fra *Matematikk 7* - grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.145).

Her utfordres elevenes forståelse av multiplikasjon, og multiplikasjon av brøk. Likevel ble det hensiktsmessig å fremme at det vil være et høyere kognitivt krevende nivå, dersom elevene også skulle løst og forklart eller begrunnet for løsningsprosessen. Derfor ble oppgavetyper som vist i figur 3-4 kodet til *prosedyrer med sammenheng*, og ikke *å gjøre matematikk*.

Flervalgsoppgaver

En annen oppgaveinstruks som førte til tvilstilfeller i kodingen, var oppgaver som omhandlet flervalgsoppgaver. For å løse dette, ble det viktig å ta et dypere innblikk i hver enkelt oppgave og de ulike svaralternativene. I de tilfellene hvor svaralternativene var relativt nærme hverandre, ble dette kodet som mer kognitivt krevende enn om det derimot hadde vært stor forskjell på de ulike alternativene. Bakgrunnen for dette er at det vil være enklere for elevene å se på tallene og sannsynligvis også gjette i noen tilfeller, hvor svaralternativene er langt unna hverandre og at noen dermed framstår som usannsynlige.

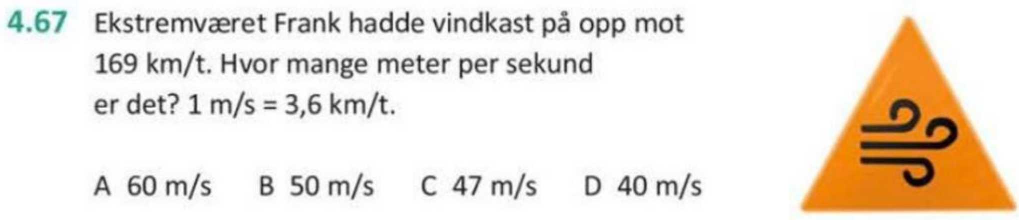
I oppgave 4.46, vist i figur 3-5, kan elevene gjennomføre regnestykkene: $7 \cdot 2 = 14$, $8 \cdot 2 = 16$, $7 \cdot 3 = 21$ og til slutt $8 \cdot 3 = 24$. Ved alle disse regnestykkene vil det kun være svaralternativet 19 som framstår som rett, og det vil være en mindre kognitivt krevende oppgave fordi det vil være mulig å gjette seg fram til korrekt svar. Flervalgsoppgaver som angir svaralternativer som ligner oppgave 4.46 vist i figur 3-5, har i denne studien da blitt kodet til prosedyrer uten sammenheng.


4.46 Henrik kjøper en modellbåt. Modellen er 7,5 tommer lang. 1 tomme = 2,54 cm. Hvor lang er båten i centimeter?

A 8 cm B 12 cm C 19 cm D 26 cm

Figur 3-5: eksempel hentet fra *Matematikk 7* - grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.132)

Derimot i oppgave 4.67, vist i figur 3-6 nedenfor, vil det være flere mulige svaralternativer som gjerne faller inn under elevenes regnestykker. Dersom en antar at elevene prøver regnestykkene $\frac{170}{3} \approx 57$ og $\frac{170}{4} \approx 43$, vil både svaralternativ B og C være mulige. Det vil derfor kreve en høyere kognitiv innsats hos elevene, på bakgrunn av at det vil være vanskeligere å gjette seg fram til riktig svar. Lignende oppgaver som oppgave 4.67 har derfor blitt kodet til prosedyrer med sammenheng.


4.67 Ekstremværet Frank hadde vindkast på opp mot 169 km/t. Hvor mange meter per sekund er det? 1 m/s = 3,6 km/t.

A 60 m/s B 50 m/s C 47 m/s D 40 m/s

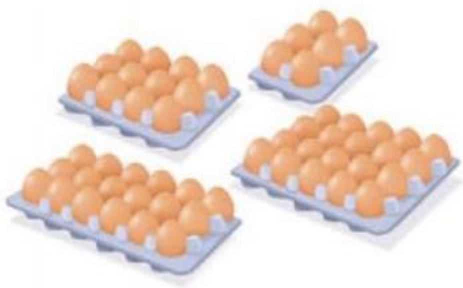
Figur 3-6: eksempel hentet fra *Matematikk 7* - grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.139).

Flere innslag av potensielle kognitive nivåer

I noen oppgaver krever ulike delsvar i én og samme oppgave, ulike potensielle kognitive nivåer. Et eksempel på nettopp dette vises i oppgave 4.45 i figur 3-7 nedenfor. Delsvarsoppgavene a-c kodes til å være prosedyrer uten sammenheng, mens delsvarsoppgave d derimot kodes til å gjøre matematikk oppgaver. Som nevnt i *definisjon av analyseenheten*, anser likevel studien hele oppgaven som én oppgave. I de tilfellene hvor det tydelig framkommer ulike nivåer av potensielle kognitive krav, vil hele oppgaven kodes til det høyeste nivået funnet i oppgaven. Oppgave 4.45 nedenfor vil derfor kodes til å gjøre matematikk.

4.45 Maxi selger egg fra hønene sine. Hun selger brett med 20, 18, 12 og 6 egg. Hvor mange egg har hun solgt når hun selger

a) 67 brett med 20 egg?
b) 56 brett med 18 egg?
c) 38 brett med 12 egg?
d) En dag selger hun 442 egg. Lag et forslag til hvilke pakninger hun kan ha solgt. Finn flere løsninger.



Figur 3-7: eksempel hentet fra *Matematikk 7* - oppgavebok (Gulbrandsen et al., 2021b, s.93).

Likhetstegn

I flere tilfeller kunne det framstå som vanskelig å skille prosedyrer uten sammenheng og prosedyrer med sammenheng. Et grep som ble gjort for å gjøre dette skillet mer tydelig, var å se på bruken av likhetstegnet og hvilken betydning dette hadde på sammenhengen til underliggende begreper. Her ble begrepene *likhetstegn som operasjon* og *likhetstegn som relasjon* innført. Førstnevnte handler om at likhetstegnet blir brukt ved at elevene skal produsere et svar på et gitt regnestykke, mens likhetstegn som relasjon derimot handler om at elevene må analysere tallene som er gitt for å kunne fullføre regnestykket. I de tilfeller hvor likhetstegnet ble benyttet som en operasjon, framfor en relasjon, ble oppgavene plassert i kategorien prosedyrer uten sammenheng. Bruk av likhetstegn som relasjon ble derimot et kjennetegn på kategorien prosedyrer med sammenheng. Nedenfor viser figur 3-8 hvordan likhetstegnet har blitt brukt som er operasjon, der elevene skal regne ut svaret. Oppgave 4.5, og lignende oppgaver, har derfor blitt kodet til prosedyrer uten sammenheng. Figur 3-9 viser derimot likhetstegn som relasjon, der elevene skal fullføre regnestykket. Oppgave 4.4 har dermed blitt kodet til prosedyrer med sammenheng.

4.5 Regn ut.

a) $4 \cdot 40 =$	b) $70 \cdot 3 =$	c) $80 : 2 =$
d) $270 : 3 =$	e) $450 : 5 =$	f) $240 : 8 =$
g) $20 \cdot 30 =$	h) $810 : 90 =$	i) $50 \cdot 60 =$

Figur 3-8: Eksempel på en prosedyre uten sammenheng, hentet fra *Matematikk 7* grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.118).

4.4 Sett inn riktig tall.

a) $6 \cdot \square = 36$	b) $40 : \square = 10$	c) $8 \cdot 9 = \square$
d) $\square \cdot 7 = 21$	e) $8 \cdot \square = 56$	f) $100 : \square = 10$
g) $\square \cdot 5 = 45$	h) $\square : 7 = 7$	i) $120 : 10 = \square$

Figur 3-9: Eksempel på en prosedyre med sammenheng, hentet fra *Matematikk 7* – grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.118).

3.6.2 Type svar

I kodingen av type svar var det klare rammer på at oppgaveinstruksene eksplisitt måtte uttrykke at elevene skulle forklare, gi begrunnelse eller argumentere, dersom de skulle kodes til kategoriene *krever forklaring av svar og / eller prosess*, samt *krever begrunnelse eller argumentasjon.* I mange oppgaver kunne det vært hensiktsmessig for elevene å gi en forklaring eller begrunnelse i oppgaveløsningen, men på bakgrunn av at studien kun ser på potensialet i lærebøkene kan det likevel ikke forventes at elevene gjør nettopp dette dersom det ikke uttrykkes tydelig. Oppgave 4.63 vist i figur 3-10 nedenfor, er et eksempel på en oppgave hvor det gjerne kan være hensiktsmessig for elevene å skrive ned regnestykket som kreves for å løse oppgaven. Likevel uttrykkes det ikke tydelig at dette er nødvendig, og oppgaven har derfor blitt kodet til kun svar. På bakgrunn av dette, framsto det ingen tvilsituasjoner i kodingen av type svar.

4.63 En postdrone i Fermat kjører med lik fart hele veien. Den bruker 3 timer på 156 km. Hvilken hastighet har den?

Figur 3-10: eksempel hentet fra *Matematikk 7* – grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.137)

3.7 Studiens kvalitet

Et sentralt aspekt ved forskning er nettopp spørsmålet om studiens kvalitet, der det reises spørsmål omkring validitet og reliabilitet. Validitet handler om i hvor stor grad dataene gir gyldige og sannferdige uttrykk for de egenskapene, kalt variabler, som studien ønsker å måle (Befring, 2020). Reliabilitet tar derimot for seg dataenes nøyaktighet, og i hvilken grad dataene er påvirket av feilfaktorer (Befring, 2020). Som Befring (2020) uttrykker knyttes problemstillinger omkring validitet primært til data om psykiske egenskaper og variabler som ikke kan måles direkte. Større eller mindre målefeil vil derimot forekomme i de fleste former for datainnsamling, noe som fører til at spørsmålet omkring reliabilitet kan sies å være en generell utfordring (Befring, 2020).

3.7.1 Validitet

Befring (2020) uttrykker tre forutsetninger for å kunne styrke muligheten for valide data. For det første må begrepsinnholdet av de variablene man ønsker data om klargjøres (Befring, 2020). Den andre forutsetningen er å spesifisere relevante uttrykk for variablene, og den tredje og siste forutsetningen er at studien legger til rette for at målingene foregår uten innvirkning fra andre variabler (Befring, 2020).

Denne studien har kodet og sammenlignet tall som viser potensielle kognitive krav og type svar. I de tilfellene hvor funnene drøftes ved å sammenligne rene tall og prosentandeler, vil dette kunne sies å gi en gyldig slutning. Likevel bør det også påpekes at ulike observatører og forskere vil kunne tolke oppgaver ulikt, samt vektlegge ulike deler ved funnene.

En svakhet ved validiteten er at oppgavene kodes inn i kategorier for kognitive krav, uten å kjenne til elevene som skal ta i bruk oppgavene. Dette kan være en svakhet, på bakgrunn av at en og samme oppgave kan oppleves ulikt krevende for ulike elever. For å ivareta dette aspektet, har det gjennomgående i hele oppgaven blitt benyttet begrepet potensielle kognitive krav.

Generaliseringsvaliditet er en av flere validitetsvurderinger Befring (2020) trekker fram. Her undersøkes det om hvorvidt forskningsresultatene har allmenngyldig verdi (Befring, 2020). Studien har avgrenset seg til *Matematikk 7* – grunnbok og *Matematikk 7* – oppgavebok, og forsøker dermed ikke å generalisere funn utover disse to lærebøkene. Det er ikke grunnlag for å si at funn fra studien kan generaliseres til å gjelde alle læreverk til 7.årstrinn, på samme måte som at det ikke vil være mulig å si at funnene er gjennomgående for hele læreverket *Matematikk*. Likevel kan det være med på å anslå hvordan læreverket kan være.

En annen validitetsvurdering er metodevaliditet, der metoden som benyttes i datainnsamlingen undersøkes nærmere (Befring, 2020). Studien tar utgangspunkt i et allerede etablert rammeverk med gitte krav og betingelser, som ble utarbeidet nettopp for å undersøke blant annet potensielle kognitive krav og type svar. På bakgrunn av dette, kan det sies at rammeverket vil være hensiktsmessig å ta i bruk for nettopp denne studien. Analysen av potensielle kognitive krav tar også utgangspunkt i en modell utviklet av Smith og Stein (1998), der deres kategorier blir fulgt. Derimot i analyser av type svar, valgte jeg å kun ha tre kategorier. Som funn fra studien viser, legger 96% av oppgavene seg innenfor kategorien som kun krever et svar. Ville det vært hensiktsmessig og delt denne kategorien, eksempelvis ved å se på kun et tallsvar og svar som innebærer skriving av regnestykker? Likevel viser studien da til at de kravene som stilles, er at elevene kun skal skrive og produsere et svar.

3.7.2 Reliabilitet

Reliabilitet er et uttrykk for nøyaktighet, stabilitet og presisjon i registreringer og målinger av data (Befring, 2020). Enhver forskning vil forsøke å begrense forekomsten av målefeil, men det vil likevel være målefeil i større eller mindre grad (Befring, 2020). Dette kan eksempelvis være på grunn av upresise og lite objektive datainnsamlingsmetoder, der det subjektive skjønnet kan spille en viktig rolle (Befring, 2020). Reliabilitet kan derfor sies å være et uttrykk for hvordan ulike observatører hadde kodet de samme oppgavene, ved bruk av de samme kategoriene. Dette vil være et relevant spørsmål i min studie, på bakgrunn av at det ligger til grunn en kvalitativ innsamling. I den horisontale analysen er de gitte opplysningene hentet rett fra læreverket. I de tilfellene hvor det ikke er tydelig hvor eller hvordan opplysningene er hentet, har dette blitt forsøkt vist til gjennom tabeller for å underbygge beskrivelsene. Denne delen kan dermed argumenteres til å ha god reliabilitet.

Det er derimot i den vertikale analysen at spørsmålet om reliabilitet i større grad kan reises. For å øke oppgavens reliabilitet har jeg blant annet forsøkt å vise til beskrivelser og eksempler hentet fra forskningslitteraturen, men samtidig vist til beskrivelser og eksempler hentet fra det utvalgte læreverket for å vise hvordan jeg har tilpasset og brukt rammeverket i denne studien. Dette har blitt gjort for å gjøre det tydelig hvordan jeg har gjennomført kodingen i denne studien, slik at andre også kunne tatt i bruk de samme kategoriene. Det er likevel viktig å påpeke at oversettelsen av Smith og Stein (1998) sine fire kategorier fra engelsk til norsk vil kunne inneholde subjektive avveielser, samt at én og samme oppgave kan tolkes ulikt fra observatør til observatør. Her er det også viktig å fremme at jeg gjennom studien, i flere tilfeller har analysert oppgaver som gjerne ville blitt framstilt på andre måter i et klasserom, enn det læreboka gjør. Med små forandringer kunne oppgavene blitt ansett som høyere kognitivt krevende, og tilsvarende bestått av en spørsmålsformulering som hadde ført til et behov for forklaring eller argumentasjon. Likevel har jeg kun sett på potensialet som ligger i selve oppgaven, og forsøkt å være så objektiv som mulig ved å forsøke å utarbeide entydige kategorier.

Befring (2020) uttrykker flere framgangsmåter som kan fungere som en reliabilitetskontroll. En av disse er *vurderingsreliabilitet,* der påliteligheten og troverdigheten ved det skjønnet som utøves i forskningen undersøkes (Befring, 2020). Her bedømmes da det samme materialet av to eller flere uavhengige bedømmere, der resultatene etter hvert sammenlignes. Dette var et tiltak jeg ønsket å ta i bruk for å styrke egen studie. I denne sammenhengen var det ønskelig at en medstudent eller kollega ble tildelt et gitt antall oppgaver hentet fra studiens utvalg, samt studiens rammeverk for å kunne kode oppgavene. Dette for å sjekke kvaliteten på rammeverket. Tiden har derimot ikke strukket til, men et tiltak som har blitt gjort for å kompensere for dette er at kodingen har blitt diskutert med medstudenter, samt at kodingen har blitt gått over flere ganger.

3.8 Forskningsetiske betraktninger

Forskningsetikk består av flere grunnleggende normer, som skal fremme fri, god og forsvarlig forskning, samt bidra til å sikre en god vitenskapelig praksis (NESH, 2021). Sannhetsnormen, metodologiske normer og institusjonelle normer er tre overordnede normer, som skal konstituere og regulere god vitenskapelig praksis og sikre integritet i forskningen (NESH, 2021). I tillegg har også samfunnet flere krav og forventninger til forskningen, og dermed skapes det også alminnelige normer som forskningen må ta hensyn til. Dette er normer som NESH (2021) uttrykker som en grunnleggende respekt for menneskeverdet, som blir ivaretatt gjennom respekt for blant annet likeverd, beskyttelse mot skade eller belastning, samt rettferdighet.

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH), er en av fire nasjonale forskningsetiske komiteer i Norge (Kleven & Hjardemaal, 2018). NESH er et uavhengig og rådgivende organ, som har sitt ansvarsområde innenfor den forskningsetiske virksomheten innen samfunnsvitenskap og humaniora (Kleven & Hjardemaal, 2018). De forskningsetiske retningslinjene gitt av NESH, er delt inn i fem ulike deler som angir forskningsetiske forpliktelser (NESH, 2021). Dette gjelder forskningsetiske forpliktelser overfor forskerfellesskapet, hensynet til personer, grupper og institusjoner, oppdragsgivere, finansiører og samarbeidspartnere, samt forskningsformidlingen (NESH, 2021).

Ifølge den norske forskningsinstitusjonen NSD – norsk senter for dataforskning, er det enkelte forsknings – og studentprosjekter som skal meldes til personvernombudet for forskning (Postholm & Jacobsen, 2018). Dette innebærer forskning der det foregår behandling av personopplysninger, som er opplysninger som kan brukes til identifisering av enkeltpersoner. Denne studien har kun undersøkt læreverk, og det har ikke blitt innhentet eller behandlet personopplysninger. Det gir dermed ingen meldeplikt for denne studien, men likevel er det et aspekt ved oppgaven som omhandler en av NESHs retningslinjer, nemlig hensyn til personer (NESH, 2021). NESH (2021) uttrykker blant annet at forskeren har ansvar overfor alle personer som inngår i eller deltar i forskning. I denne studien vil det derfor være sentralt å ta hensyn til lærebokforfatterne. I min studie har jeg forsøkt å holde analysene objektive, men likevel bør det presiseres at studien inneholder grad av tolkning og at resultatene dermed ikke kan ses på som en objektiv sannhet.

4. Analyser og resultater

Her vil det framkomme resultater fra både den horisontal og vertikale analysen. Fra den horisontale analysen vil det framkomme både bakgrunnsinformasjon og struktureringen av både grunnbok og oppgavebok. I den vertikale analysen vil det framkomme resultater fra kodingen av både potensielle kognitive krav og type svar. Det vil også fremmes eksempler fra kodingen.

4.1 Horisontal analyse

Videre vil resultatene fra den horisontale analysen av grunnboka og oppgaveboka presenteres.

4.1.1 Bakgrunnsinformasjon

Tabell 4-1: Oversikt over utvalg til horisontal analyse, med oversikt over bøkene i sin helhet

Lærebok	Forfatter(e), utgivelsesår og utgiver	Bokens sideantall	Totalt antall oppgaver
Matematikk 7 – grunnbok	Gulbrandsen et al. (2021a) av Cappelen Damm	224 sider	550 oppgaver
Matematikk 7 - oppgavebok	Gulbrandsen et al. (2021b) av Cappelen Damm	165 sider	565 oppgaver

Tabell 4-2: Oversikt over utvalg til vertikal analyse, med oversikt over utvalgt kapittel.

Lærebok	Forfatter(e), utgivelsesår og utgiver	Kapittel 4 sideantall	Totalt antall oppgaver kapittel 4
Matematikk 7 – grunnbok	Gulbrandsen et al. (2021a) av Cappelen Damm	s. 116 – 159 Totalt: 43 sider	130 oppgaver
Matematikk 7 - oppgavebok	Gulbrandsen et al. (2021b) av Cappelen Damm	s.82 – 121 Totalt: 39 sider	158 oppgaver

I tabell 4-1 vises bakgrunnsinformasjonen av lærebøkene i sin helhet, der det også fremmes både sideantall og det totale antallet oppgaver. Som tabellen viser består grunnboka totalt av et større antall sider, mens oppgaveboka derimot består av flere oppgaver. I tabell 4-2 vises derimot sideantall og totalt antall oppgaver i kapittel 4 *multiplikasjon og divisjon*, det utvalgte kapitlet til analysen. I opptellingen av antall oppgaver har dette tatt utgangspunkt i alle oppgaveformuleringer der elevene skal løse en oppgave, men her inkluderes ikke eksemplene. Her viser funnene at kapitlet i grunnboka består av flere sider, men at oppgaveboka har et større antall oppgaver.

4.1.2 Bøkenes struktur

Videre i *bøkenes struktur*, kommer en oversikt over oppbygging og oppgavetypene i de ulike bøkene, samt kapittelinndelingene i både grunnboka og oppgaveboka.

4.1.2.1 Oppbygging og oppgavetyper

For å presentere lærebøkenes struktur og hvordan bøkene med ulike kapitler er bygd opp på en oversiktlig måte, vil det først presenteres hvordan læreverket er lagt opp og hvilke oppgavetyper som presenteres. I grunnboka innledes læreboka med et kapitteloppslag, hvor leseren skal bli kjent med boka. De videre beskrivelsene av grunnboka er hentet fra dette oppslaget (Gulbrandsen et al., 2021a).

Hvert kapittel innledes med et kapitteloppslag som skal fungere som et utgangspunkt for samtale og refleksjon, og er en måte å aktivere eventuelle forkunnskaper man har om emnet (Gulbrandsen et al., 2021a). Til hvert kapitteloppslag følger det med en liten historie, presentert i lærerveiledningen, som inneholder en matematisk problemstilling (Gulbrandsen et al., 2021a). På kapitteloppslagene presenteres det også mål for kapitlet og sentrale begreper som elevene skal lære i løpet av kapitlet. Ved nærmere undersøkelser av kapitlenes mål, viser funn av to av seks kapitler uttrykker spesifikke mål om at elevene skal forklare egne tenkemåter, mens et av seks derimot uttrykker at elevene skal begrunne egne valg. Kapittel 4, studiens utvalgte kapittel, er et av to som uttrykker at elevene skal forklare egne tenkemåter.

Innad i de ulike kapitlene er det ulike problemstillinger og oppgavetyper elevene møter på. Hvert delemne innledes med en samtaleboks, som består av én oppgave og gjerne to ulike løsningsmetoder som kan benyttes for å løse oppgaven. Dette begrunnes av læreverkforfatterne, med at løsningsmetodene skal være utgangspunkt for refleksjon, argumentasjon og drøfting (Gulbrandsen et al., 2021a). Videre møter elevene på oppgaver med ulik vanskegrad. På noen sider er det også bokser med *utforsk sammen – oppgaver*, der hensikten er å øve på å bruke det matematiske språket og få innblikk i andres og egnes løsning av matematiske problemstillinger (Gulbrandsen et al., 2021a). Mot slutten av kapitlet presenteres også sider med oppgaver som omhandler bruk av digitale verktøy, som eksempelvis Excel eller Geogebra (Gulbrandsen et al., 2021a). På slutten av hvert kapittel er det én grønn side som består av en temaoppgave, og 4-5 gule sider som gir påstander elevene skal plassere som sant eller usant, en oppsummering, oppsummerende oppgaver og en spillside (Gulbrandsen et al., 2021a).

Nedenfor har opplysningene om oppgavetypene, samt beskrivelsene blitt samlet i en tabell.

Tabell 4-3: Oversikt over oppgavetypene med beskrivelse i *Matematikk 7* – grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a).

Bok	Oppgavetype	Beskrivelse
Matematikk 7 - grunnbok	*Samtale*	Alle kapitler innledes med en samtalerute, hvor det presenteres en problemstilling. Her skal elevene reflektere og argumentere for ulike løsninger på problemstillingen, før det presenteres ett eller flere løsningsforslag eller metoder.
	Oppgaver	Videre presenteres enkle oppgaver, som likner på oppgaven fra klassesamtalen. Deretter kommer oppgaver som er varierte og av ulik vanskelighetsgrad.
	Utforsk sammen	Refleksjon, samtale og diskusjon om framgangsmåter og løsningsstrategier i små grupper. Hensikten er å øve på det å bruke et matematisk språk, og innsikt i hverandres løsningsstrategier.

	Oppgaver med digitale verktøy	Arbeid med regneark, og de digitale verktøyene Excel og GeoGebra. Fokus på tverrfaglighet.
	Temaoppgaver	Her får elevene mulighet til å vise kunnskaper fra både kapitlet og andre områder utover det kapitlet handler om.
	Sant eller usant?	Vurdering og argumentering for en rekke utsagn.
	Oppsummering	Her gis det en samling av flere eksempler som elevene har arbeidet med gjennom kapitlet.
	Oppsummerende oppgave	Etter å ha blitt presentert en oppsummerende side om kapitlet, får elevene mulighet til å vise hva de har lært i dette kapitlet.
	Spill	Avsluttende sider hvor spill blir brukt for å skape en morsom og annerledes måte å lære matematikk på.

I oppgaveboka framkommer det ingen beskrivelse av oppgavetypene. Det antas derfor at oppgavetypene her er på lik linje med *oppgaver* i grunnboka der elevene møter varierte oppgaver av ulike vanskegrad. Likevel ser man av boka at kapitlet kan deles i tre, der hvert nye delemne innledes med et eksempel, før elevene skal jobbe med oppgaver. På slutten av kapitlet presenteres andre utfordringer der elevene kan få brukt kunnskaper om temaet og eventuelt annen kunnskap de sitter på. Med tanke på potensielle kognitive krav og hvor krevende oppgavene er, er det i oppgaveboka prikker for å indikere vanskelighetsgraden.

Oversikt og beskrivelse av de tre inndelingene i oppgaveboka, framkommer i tabell 4-4 nedenfor.

Tabell 4-4: Oversikt over oppgavetypene i *Matematikk 7* – oppgavebok

Bok	Oppgavetype	Beskrivelse
Matematikk 7 - oppgavebok	*Eksempel*	Eksempelboksen er det første elevene møter i hvert nye delemne. Her presenteres en oppgave eller en oppgavestreng, som det gis løsningsforslag på. Det gis gjerne to ulike løsningsforslag, betegnet som metode 1 og metode 2.
	Oppgaver	Videre presenteres enkle oppgaver, som likner på oppgaven fra klassesamtalen. Deretter kommer oppgaver som er varierte og av ulik vanskelighetsgrad.
	Andre utfordringer	På kapitlet siste sider presenteres ulike oppgaver hvor elevene får mulighet til å vise kunnskap som de har lært i kapitlet, og kunnskap utover kapitlets innhold.

4.1.2.2 Matematikk 7 – grunnbok

Matematikk 7 er delt inn i 6 kapitler. Nedenfor vil det vises en tabell som viser kapitlenes omfang med tanke på både sider og antall oppgaver. Som nevnt over har hvert kapittel én temaside, men disse er nummererte og er regnet med i kategorien *nummererte*. Nummererte oppgaver består dermed av oppgavene som kategoriseres som oppgaver, *oppgaver med digitale verktøy* og *temaoppgaver*. Alle kapitler har et varierende antall utforsk sammen oppgaver, sant/usant oppgaver, men alle har én oppsummerende oppgave på slutten av kapitlet. Kapittel 4 og kapittel 5 har i tillegg en *finn ut* oppgave. I tabell 4-5 nedenfor framkommer kapitlets sideantall og antallet ulike oppgaver i grunnboka.

Tabell 4-5: Oversikt over oppgavestruktur i *Matematikk 7* – grunnbok.

Lærebok	Kapittelets navn	Kapitlets sideantall	Antall oppgaver	Antall oppgaver totalt
Grunnbok	1 – Tall	s. 6 - 43	Nummererte: 99	115
			Utforsk: 10	
			Sant/Usant: 5	
			Oppsummerende: 1	
	2 – Addisjon og subtraksjon	s. 44 - 87	Nummererte: 84	104
			Utforsk: 13	
			Sant/Usant: 6	
			Oppsummerende: 1	
	3 – Algebra	s. 88 – 115	Nummererte: 50	61
			Utforsk: 6	
			Sant/Usant: 4	
			Oppsummerende: 1	
	4 – Multiplikasjon og divisjon	s. 116 – 159	Nummererte: 114	130
			Utforsk: 9	
			Sant/Usant: 5	
			Oppsummerende: 1	
			Finn ut: 1	
	5 – Prosent	s. 160 - 197	Nummererte: 84	96
			Utforsk: 5	
			Sant/Usant: 5	
			Oppsummerende: 1	
			Finn ut: 1	
	6 – Statistikk	s. 198 - 223	Nummererte: 33	44
			Utforsk: 5	
			Sant/Usant: 5	
			Oppsummerende: 1	

4.1.2.3 Matematikk 7 – oppgavebok

Som nevnt over, deles oppgaveboka inn i tre ulike oppgavetyper. Eksempel regnes ikke med som oppgaver, og både *oppgaver* og *andre utfordringer* kategoriseres som nummererte oppgaver. Tabell 4-6 nedenfor viser kapitlenes sidespenn, samt hvor mange nummerte oppgaver som presenteres i de ulike kapitlene.

Tabell 4-6: Oversikt over oppgavestruktur i *Matematikk 7* – oppgavebok.

Lærebok	Kapittelets navn	Kapitlets sideantall	Antall oppgaver
Grunnbok	1 – Tall	s. 4 - 27	Nummererte: 93
	2 – Addisjon og subtraksjon	s. 28 - 63	Nummererte: 126
	3 – Algebra	s. 64 - 81	Nummererte: 60
	4 – Multiplikasjon og divisjon	s. 82 - 121	Nummererte: 158
	5 – Prosent	s. 122 - 145	Nummererte: 87
	6 - Statistikk	s. 146 - 165	Nummererte: 41

4.2 Vertikal analyse

Videre vil det presenteres resultater fra den vertikale analysen, der studien har kodet oppgaver med tanke på potensielle kognitive krav og type svar. Først vil det presenteres resultater fra kodingen av potensielle kognitive krav, før det deretter framkommer resultater omkring type svar. Her vil det også fremmes eksempler fra kodingen.

4.2.1 Potensielle kognitive krav

Oppgavene er kodet inn i de fire kategoriene memorering, prosedyrer uten sammenheng, prosedyrer med sammenheng og å gjøre matematikk. Her vil det framkomme hvordan oppgavene har fordelt seg innenfor de fire kategoriene i de to lærebøkene, samt totalt sett. I tillegg framkommer resultater på hvordan oppgavene overordnet sett har fordelt seg i henhold til lave – og høye potensielle kognitive krav. Det vil avslutningsvis framkomme eksempler fra kodingen, med beskrivelser.

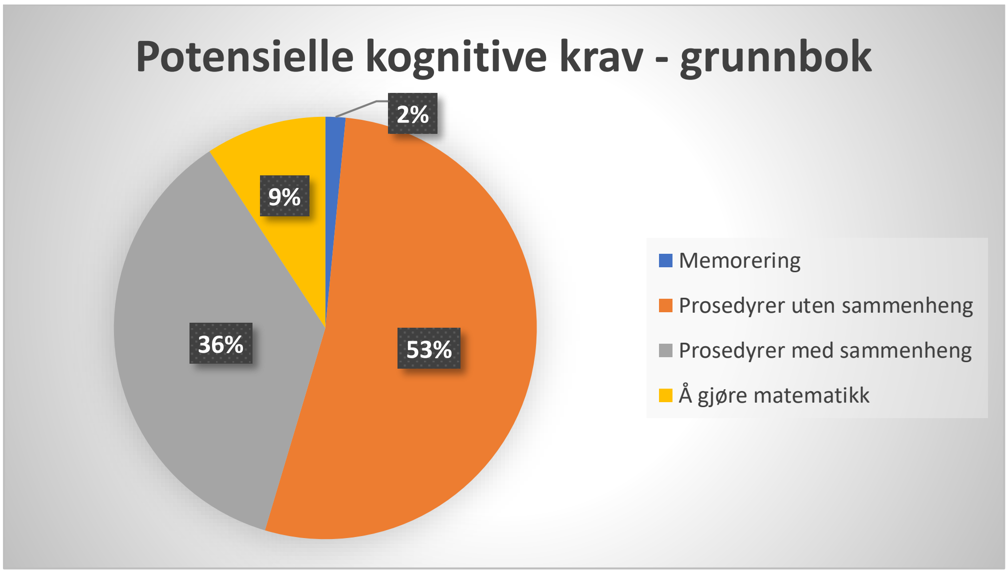
4.2.1.1 *Matematikk 7* – grunnbok

Tabell 4-7: Oversikt over resultater av analysen av kognitive krav *Matematikk 7* - grunnbok

Kognitive krav	Antall	Totalt lave potensielle kognitive krav
Memorering	2	71
Prosedyrer uten sammenheng	69	
Kognitive krav	Antall	Totalt høye potensielle kognitive krav
Prosedyrer med sammenheng	47	59
Å gjøre matematikk	12	

Tabell 4-7 viser resultatene fra kodingen av potensielle kognitive krav i grunnboka. Som tabellen viser har det blitt plassert oppgaver i alle kategoriene, men antallet innad i de ulike kategoriene er svært ulikt. Memorering og prosedyrer uten sammenheng anses å stille lave potensielle kognitive krav, og innad i disse to kategoriene plasseres 71 av de 130 oppgavene. 59 av oppgavene kategoriseres derimot til å stille høye potensielle kognitive krav, ved å plasseres i kategoriene prosedyrer med sammenheng eller å gjøre matematikk.

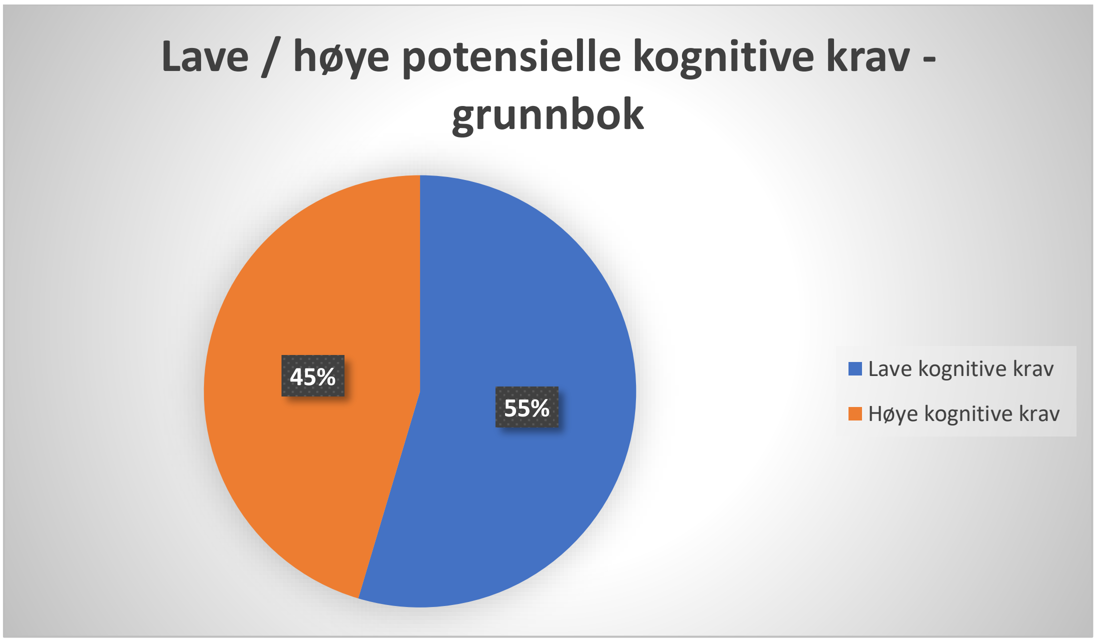
I figur 4-1 nedenfor, har disse opplysningene blitt samlet og framstilt i et sektordiagram.



Figur 4-1: Oversikt over resultater av analysen av potensielle kognitive krav i *Matematikk 7* - grunnbok

Som figur 4-1 viser, er det uten tvil de to midterste kategoriene som dominerer. 53% av oppgavene, og dermed den største andelen, har blitt plassert i kategorien prosedyrer uten sammenheng. Deretter kommer prosedyrer med sammenheng, hvor 36% av oppgavene plasserte seg. 9% av oppgavene anses å være gjøre matematikk oppgaver og 2 % er memoreringsoppgaver, noe som medfører at dette er de to minst dominerende kategoriene.

Både tabell 4-7 og figur 4-1 viser at oppgavene har plassert seg innenfor både lave – og høye potensielle kognitive krav. I figur 4-2 nedenfor er de totale resultatene blitt samlet i et sektordiagram, for å vise denne fordelingen.



Figur 4-2: Oversikt over totalt antall lave – og høye potensielle kognitive krav i *Matematikk 7* – grunnbok.

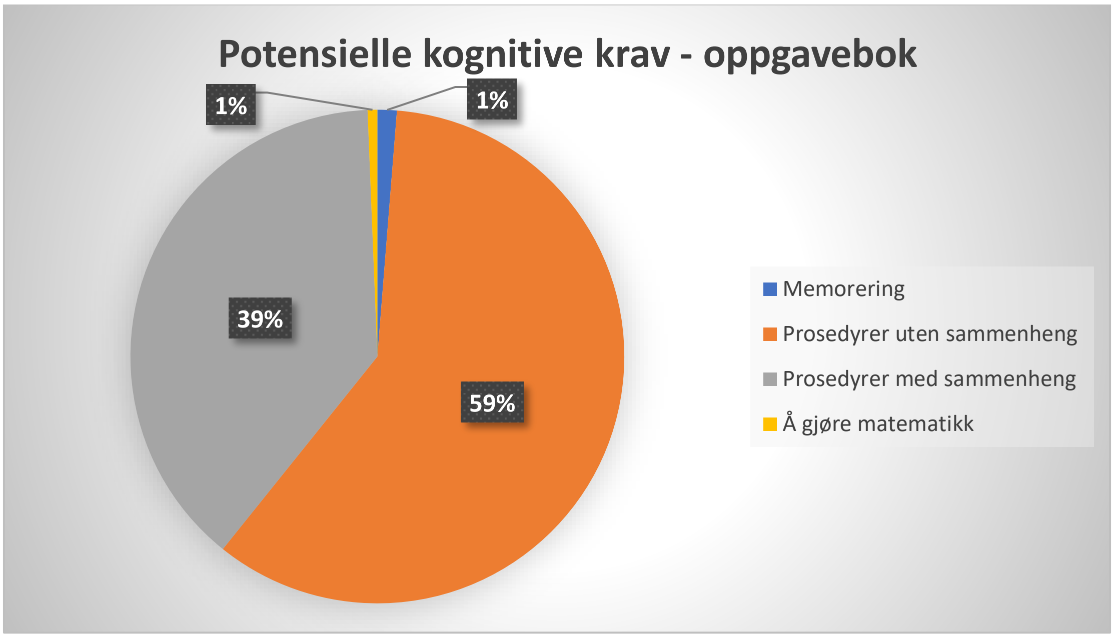
Som figur 4-2 uttrykker, preges begge kategoriene av en stor prosentandel av det totale antallet oppgaver. Likevel viser figuren at med 55% av oppgavene, er det en større andel oppgaver som stiller lavere potensielle kognitive krav enn høyere potensielle kognitive krav.

4.2.1.2 *Matematikk 7* – oppgavebok

Tabell 4-8: Oversikt over resultater av analysen av potensielle kognitive krav *Matematikk 7* - oppgavebok

Kognitive krav	Antall	Totalt lave potensielle kognitive krav
Memorering	2	96
Prosedyrer uten sammenheng	94	
Kognitive krav	Antall	Totalt høye potensielle kognitive krav
Prosedyrer med sammenheng	61	62
Å gjøre matematikk	1	

I tabell 4-8 vises oversikten over kodingen av oppgavenes potensielle kognitive krav gitt i oppgaveboka. I likhet med grunnboka har det blitt plassert oppgaver innenfor alle kategoriene, og antallet memoreringsoppgaver er likt i både grunnbok og oppgavebok. Likevel viser tabell 4-8 at oppgaveboka har færre å gjøre matematikk oppgaver, enn grunnboka. Det framkommer også at 96 av de 158 oppgavene stiller lave potensielle kognitive krav, mens 62 derimot stiller høye potensielle kognitive krav. Nedenfor, i figur 4-3, er kodingen framstilt ved et sektordiagram.



Figur 4-3: Oversikt over resultater av analysen av potensielle kognitive krav i *Matematikk 7* – oppgavebok

Som sektordiagrammet viser, er kategoriene prosedyrer uten sammenheng og prosedyrer med sammenheng de dominerende kategoriene. 59% av oppgavene ble plassert under prosedyrer uten sammenheng, mens 39% av oppgavene ble plassert i prosedyrer med sammenheng. De resterende 2% fordeles mellom memoreringsoppgaver og å gjøre matematikk oppgaver.
Som figur 4-4 nedenfor viser er den største andelen av oppgavene, i likhet med grunnboka, plassert innenfor lave potensielle kognitive krav. 61% av oppgavene anses å stille lave potensielle kognitive krav, mens 39% derimot stiller høye potensielle kognitive krav.

Figur 4-4: Oversikt over totalt antall lave – og høye potensielle kognitive krav i *Matematikk 7* – oppgavebok

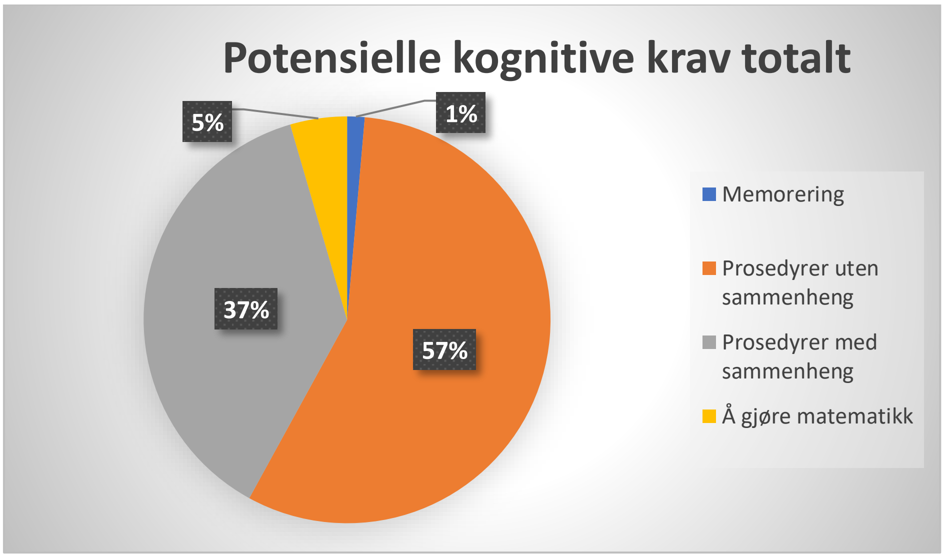
4.2.1.3 Totalt i grunnbok og oppgavebok

Totalt i både grunnboka og oppgaveboka, er det 288 oppgaver som har blitt analysert. Her har 167 av oppgavene blitt kodet til å stille lave potensielle kognitive krav, mens 121 derimot anses å stille høye potensielle krav. I tabell 4-9 nedenfor vises hvordan oppgavene, totalt i både grunnbok og oppgavebok, har fordelt seg innenfor de fire kategoriene av kognitive krav.

Tabell 4-9: Oversikt over kognitive krav totalt i grunnbok og oppgavebok

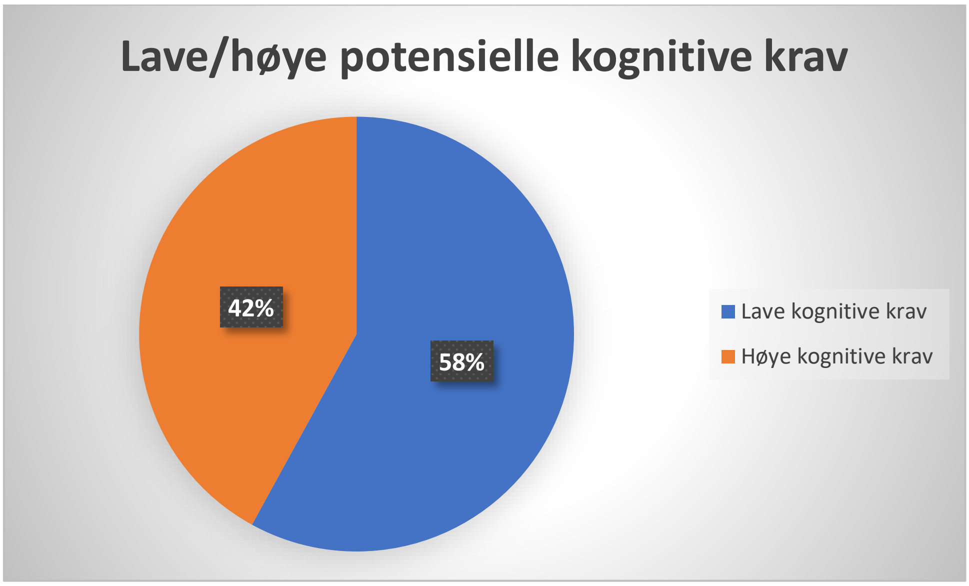
Kognitive krav	Totalt antall i grunnbok og oppgavebok	Totalt lave potensielle kognitive krav
Memorering	4	167
Prosedyrer uten sammenheng	163	
Kognitive krav	**Totalt antall i grunnbok og oppgavebok**	**Totalt høye potensielle kognitive krav**
Prosedyrer med sammenheng	108	121
Å gjøre matematikk	13	

I figur 4-5 og 4-6 nedenfor, har opplysningen blitt samlet i to sektordiagram som viser fordelingen innenfor de fire kategoriene, samt hvordan det har fordelt seg totalt sett med lave og høye potensielle kognitive krav.



Figur 4-5: Oversikt over potensielle kognitive krav totalt i grunnbok og oppgavebok.

Som figur 4-5 viser er det prosedyrer uten sammenheng som framstår som den mest dominerende kategorien, etterfulgt av prosedyrer med sammenheng. Totalt sett står disse kategoriene for 94% av oppgavene i henhold til potensielle kognitive krav. 5% av oppgavene har blitt plassert i å gjøre – matematikk oppgaver, mens kun 1% anses å være memoreringsoppgaver. Totalt sett viser dette at 58% av oppgavene anses å stille lave potensielle kognitive krav, mens 42% derimot anses å stille høye potensielle kognitive krav. Dette framkommer også av figur 4-6 nedenfor.



Figur 4-6: Oversikt over totalt antall lave – og høye potensielle kognitive krav i grunnbok og oppgavebok

4.2.1.4 Eksempler fra kodingen

4.2.1.4.1 Memorering

I denne studien har oppgaver blitt kodet til memoreringsoppgaver i de tilfellene hvor det helt tydelig kommer fram at oppgaveløsningen utelukkende består av å huske eller pugge, uten bruk av prosedyrer. Dette er oppgaver som også framstår som entydige på både hva som skal gjøres og hvordan, gjerne basert på at det har blitt gitt et eksempel tidligere som elevene skal kopiere. Her ligger også fokuset utelukkende på å produsere et svar. Dette kan eksempelvis være oppgaver med fokus på å skrive matematiske konsepter på matematiske korrekt måte uten videre forståelse eller arbeid med oppgaver, eller reproduksjon av fakta. Nedenfor følger eksempler på oppgaver som har blitt kodet til memoreringsoppgaver.

Forholdsregning

Samtale
Jan blander en mugge med saft. Han liker saften best når han blander 1 del saft og 4 deler vann. Hvor mye saft og hvor mye vann må Jan blande for å lage 1,0 L ferdigblandet saft?

FORHOLDSTALLET ER 1:4

Metode 1

Saft $\boxed{0,2}$
Vann $\boxed{0,2}\boxed{0,2}\boxed{0,2}\boxed{0,2}$ } 1,0

Metode 2

1,0 : 5 = 0,2
Saft: 1 · 0,2 = 0,2
Vann: 4 · 0,2 = 0,8

Svar: Jan må blande 0,2 L saft og 0,8 L vann for å lage 1,0 L ferdigblandet saft.

4.15 Hva er forholdstallet mellom

a) 1 del saft og 3 deler vann

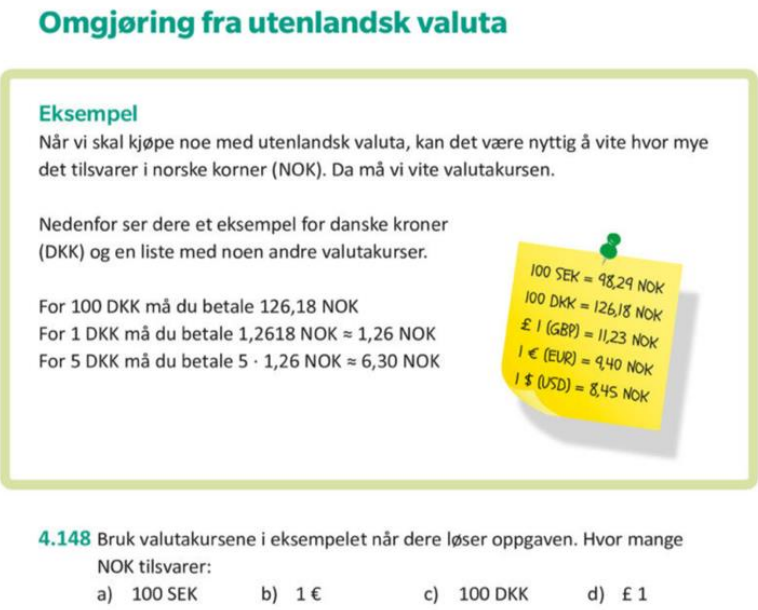
b) 4 røde og 1 hvit

c) 1 del saft og 2 deler olje

d) 1 dL vaskemiddel og 10 L vann

Figur 4-7: eksempel på memoreringsoppgave, hentet fra *Matematikk 7* - grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.122).

I figur 4-7 vises et utklipp hentet fra grunnboka, der det fremmes en samtaleboks og den påfølgende oppgaven som elevene skal løse. I samtaleboksen uttrykkes det hvor mange deler saft og vann blandingen består av, og i den rosa boksen ved siden av uttrykkes det hvordan forholdstallet skrives basert på disse tallene, uten videre begrunnelse for hvorfor. I oppgave 4.15 ber oppgaveinstruksen elevene om å skrive forholdstallet på de ulike blandingsforholdene, noe som medfører at oppgaveløsningen kun vil bestå av å hente ut informasjon fra oppgaveteksten og huske hvordan det skrives. Her vil det også ikke være mulig å ta i bruk en prosedyre for å løse oppgaven. En oppgavetype som denne ble kodet til memoreringsoppgave, basert på at løsningen kun består av reproduksjon.



Omgjøring fra utenlandsk valuta

Eksempel

Når vi skal kjøpe noe med utenlandsk valuta, kan det være nyttig å vite hvor mye det tilsvarer i norske korner (NOK). Da må vi vite valutakursen.

Nedenfor ser dere et eksempel for danske kroner (DKK) og en liste med noen andre valutakurser.

For 100 DKK må du betale 126,18 NOK
For 1 DKK må du betale 1,2618 NOK ≈ 1,26 NOK
For 5 DKK må du betale 5 · 1,26 NOK ≈ 6,30 NOK

4.148 Bruk valutakursene i eksempelet når dere løser oppgaven. Hvor mange NOK tilsvarer:
a) 100 SEK b) 1 € c) 100 DKK d) £ 1

Figur 4-8: eksempel på memoreringsoppgave, hentet fra *Matematikk 7* - oppgavebok (Gulbrandsen et al., 2021b, s.118)

Tilsvarende som oppgaven vist i figur 4-7, viser også figur 4-8 en oppgave som har blitt kodet som memoreringsoppgave. På samme måte fremmes det her en samtaleboks med et eksempel, med en påfølgende oppgave som skal løses ved reproduksjon av det presenterte innholdet i samtaleboksen. I dette tilfellet fremmes det en oversikt over flere ulike valutakurser, som elevene i oppgaven nedenfor skal lese av informasjonen fra. Her kreves det ingen prosedyrer eller tenkning på høyere nivå, og fokuset ligger også på å produsere riktig svar.

4.2.1.4.2 Prosedyrer uten sammenheng

I denne studien har oppgaver blitt kodet til prosedyrer uten sammenheng i de tilfellene hvor det framstår som tydelig at elevene skal ta i bruk en prosedyre i oppgaveløsningen, samt hvilken prosedyre som skal tas i bruk. Her vil gjerne prosedyren som skal tas i bruk bli modellert i et eksempel, som elevene deretter skal reprodusere. Bruk av prosedyren for å utelukkende produsere et svar, der hensikten er øving på algoritmer framfor utvikling av forståelse, er også betingelser for at oppgaver kodes til prosedyrer uten sammenheng i denne studien. Oppgaver som tok i bruk likhetstegnet som operasjon, ble også kodet til prosedyrer uten sammenheng.

4.5 Regn ut.

a) $4 \cdot 40 =$ b) $70 \cdot 3 =$ c) $80 : 2 =$
d) $270 : 3 =$ e) $450 : 5 =$ f) $240 : 8 =$
g) $20 \cdot 30 =$ h) $810 : 90 =$ i) $50 \cdot 60 =$

Figur 4-9: Eksempel på en prosedyre uten sammenheng, hentet fra *Matematikk 7* - grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.118).

Figur 4-9 viser en oppgave hvor likhetstegnet har blitt benyttet som en operasjon, der elevene skal produsere et svar på gitte multiplikasjons – og divisjonsstykker. Det framstår som entydig at elevene skal ta i bruk prosedyrer for å løse oppgaven, samt hvilken prosedyre som skal tas i bruk. I tillegg består oppgaven av ni delsvar, noe som tolkes dit at hensikten med oppgaven er at elevene øver på multiplikasjons – og divisjonsalgoritmen. Fokuset ligger også på rett svar, noe oppgaveinstruksen også underbygger ved å be elevene om kun å regne ut svaret.

Figur 4-10: Eksempel på en prosedyre uten sammenheng, hentet fra *Matematikk 7* – oppgavebok (Gulbrandsen et al., 2021b, s.94).

Analyseenheten bestod også av flere tekstoppgaver som elevene skulle løse. Figur 4-10 viser en samtaleboks hvor det fremmes to løsningsmetoder på en gitt tekstoppgave. Videre følger oppgave 4.49 og 4.50, der elevene skal hente ut informasjon fra oppgavene og ta i bruk prosedyrer for å løse oppgaven. Her framstår det tydelig at elevene skal ta i bruk en prosedyre, samt at prosedyren de skal ta i bruk kan reproduseres på bakgrunn av metode 1 eller metode 2 i samtaleboksen. Her vil fokuset ligge på det å utføre løsningsalgoritmen. Lignende oppgaver har dermed blitt kodet til prosedyrer uten sammenheng.

4.2.1.4.3 Prosedyrer med sammenheng

I likhet med prosedyrer uten sammenheng, har oppgaver i denne studien blitt kodet til prosedyrer med sammenheng i de tilfeller hvor elevene skal ta i bruk prosedyrer for å løse oppgavene. Imidlertid kjennetegnes kategorien ved at fokuset har endret seg fra fokus på rett svar og øving på algoritmer, til at prosedyrene derimot skal brukes for å underbygge utviklingen av matematiske begreper og ideer. Oppgaver har blitt kodet til denne kategorien i de tilfellene hvor det ikke er entydig hvilken prosedyre som skal tas i bruk, fordi elevene må ha en forståelse for underliggende begreper og sammenhenger for å løse oppgaven. Som nevnt tidligere ble også likhetstegnet et viktig aspekt for å skille prosedyrer med og uten sammenheng, der likhetstegnet som relasjon var et viktig aspekt for å kode oppgaver til prosedyrer med sammenheng.

4.4 Sett inn riktig tall.

a) $6 \cdot \square = 36$	b) $40 : \square = 10$	c) $8 \cdot 9 = \square$
d) $\square \cdot 7 = 21$	e) $8 \cdot \square = 56$	f) $100 : \square = 10$
g) $\square \cdot 5 = 45$	h) $\square : 7 = 7$	i) $120 : 10 = \square$

Figur 4-11: Eksempel på en prosedyre med sammenheng, hentet fra *Matematikk 7* – grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.118).

Figur 4-11 viser et eksempel på en oppgave hvor likhetstegnet blir brukt som relasjon. Her må elevene ha forståelse for de underliggende sammenhengene, for å kunne forstå hvordan en prosedyre kan hjelpe dem fram mot en løsning. Her kan dermed ikke prosedyren følges blindt, noe som medfører at fokuset ikke utelukkende ligger på produksjon av et svar. Lignende oppgaver der likhetstegnet blir brukt som en relasjon, er kodet til prosedyrer med sammenheng.

Figur 4-12: Eksempel på en prosedyre med sammenheng, hentet fra *Matematikk 7* – oppgavebok (Gulbrandsen et al., 2021b, s.99).

I oppgave 4.69 vist i figur 4-12, består oppgaveløsningen av bruk av prosedyrer for å kunne regne ut summen av nøttene. Likevel viser dette et eksempel på oppgaver hvor oppgaveløsningen preges av underliggende sammenhenger, der det i dette tilfellet omhandler vektenheter. Dette fører til at elevene ikke kan følge prosedyrer blindt, men at de derimot må gjennomføre flere mellomregninger for å kunne produsere et svar. Her fokuseres det dermed på utvikling av begrepsmessig forståelse, gjennom bruk av prosedyrer. Oppgaven har på bakgrunn av dette blitt kodet til prosedyrer med sammenheng.

4.2.1.4.4 Å gjøre matematikk

Nivået som anses å stille det høyeste nivået av potensielle kognitive krav, er å gjøre matematikk – oppgaver. I mine studier har oppgavene blitt kodet til denne kategorien, i de tilfellene hvor det ikke framstår som tydelig hvordan en oppgave kan løses. Dette fører videre til at oppgavene som kodes til å gjøre matematikk, bærer preg av et behov for utforskning og systematisering, samt at elevene må ta i bruk forkunnskaper for å kunne finne en hensiktsmessig tilnærming til oppgaven. En viktig faktor her er at elevene kan ta i bruk en prosedyre, men at det likevel ikke er uttrykt at det er det de skal.

Figur 4-13: Eksempel på å gjøre matematikk oppgave, hentet fra *Matematikk 7* – grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.119).

Utforsk sammen oppgaven som presenteres i figur 4-13 er ett eksempel på en oppgave som ble kodet til å kreve en høy kognitiv innsats av elevene. Her presenteres en oppgave hvor det ikke framstår tydelig hvilken framgangsmåte som burde benyttes for å finne en løsning, noe som medfører at elevene må analysere oppgaveteksten og tallene som gis for å kunne fremme et hensiktsmessig svar. At oppgaveinstruksen i tillegg presenterer at elevene skal finne flere mulige løsninger, krever en større form for utforskning av elevene.

Sant eller usant?

Begrunn svarene

- Når du multipliserer et tall med et annet tall, blir svaret alltid større enn det første tallet.
- Når du dividerer et tall med et annet tall, kan svaret bli større enn det første tallet.
- Du kan ikke multiplisere en brøk med et heltall.
- Når du multipliserer to brøker, behøver du ikke finne fellesnevner.
- Når du skal multiplisere to desimaltall, er det lurt å gjøre overslag først.

Figur 4-14: Eksempel på å gjøre matematikk oppgave, hentet fra *Matematikk 7* – grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.154).

De bakerste sidene i grunnboka fremmer blant annet *sant eller usant* oppgaver, som vist i figur 4-14. Dette er et eksempel på oppgaver som bærer preg av at oppgaveløsningen kan bestå av å ta i bruk prosedyrer, men at det likevel ikke uttrykkes at det er nettopp dette som skal til. Dette fører til at oppgavene legger opp til at elevene selv må analysere oppgaven for å finne hensiktsmessige måter å nærme seg oppgaven på, og slike oppgaver vil da kodes til å gjøre matematikk.

4.2.2 Type svar

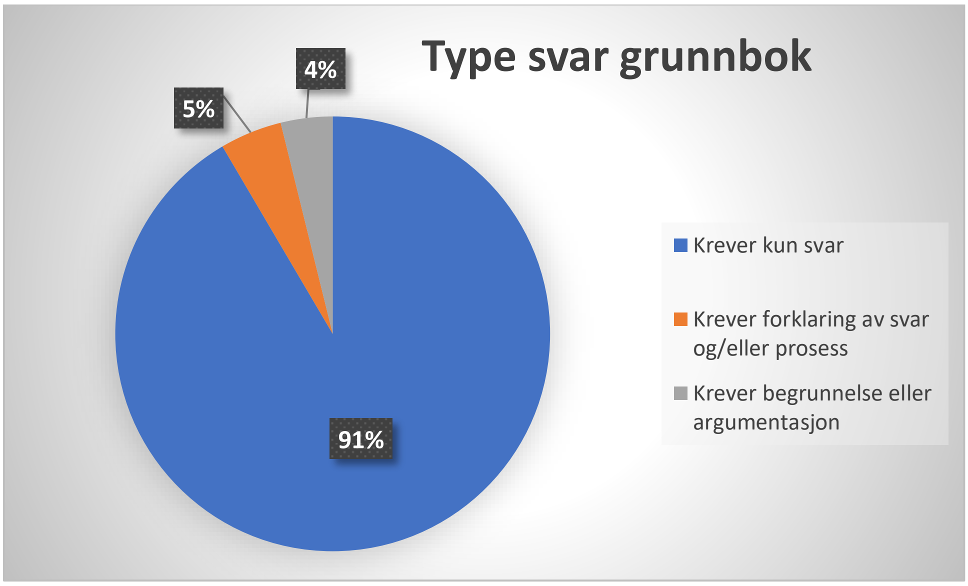
Videre vil det framkomme resultater fra koding av type svar, samt eksempler fra kodingen. Kategoriene det kodes innenfor er inspirert av Charalambous et al. (2010), men med visse tilpasninger. Kategoriene det kodes innenfor er derfor: krever kun svar, krever forklaring av svar og / eller prosess og krever begrunnelse eller argumentasjon.

4.2.2.1 *Matematikk 7* – grunnbok

Tabell 4-10: Oversikt over resultater av analysen av type svar *Matematikk 7* - grunnbok

Type svar	Antall
Krever kun svar	119
Krever forklaring av svar og/eller prosess	6
Krever begrunnelse eller argumentasjon	5

Den største andelen av oppgavene i grunnboka anses å kreve kun et svar, der 119 av 130 oppgaver har blitt kodet til kun svar. De to andre kategoriene er relativt jevne, der 6 oppgaver krever en forklaring og 5 oppgaver krever begrunnelse eller argumentasjon. Som figur 4-15 nedenfor viser, utgjør 91% av oppgavene en oppgavetype som kun krever et svar.



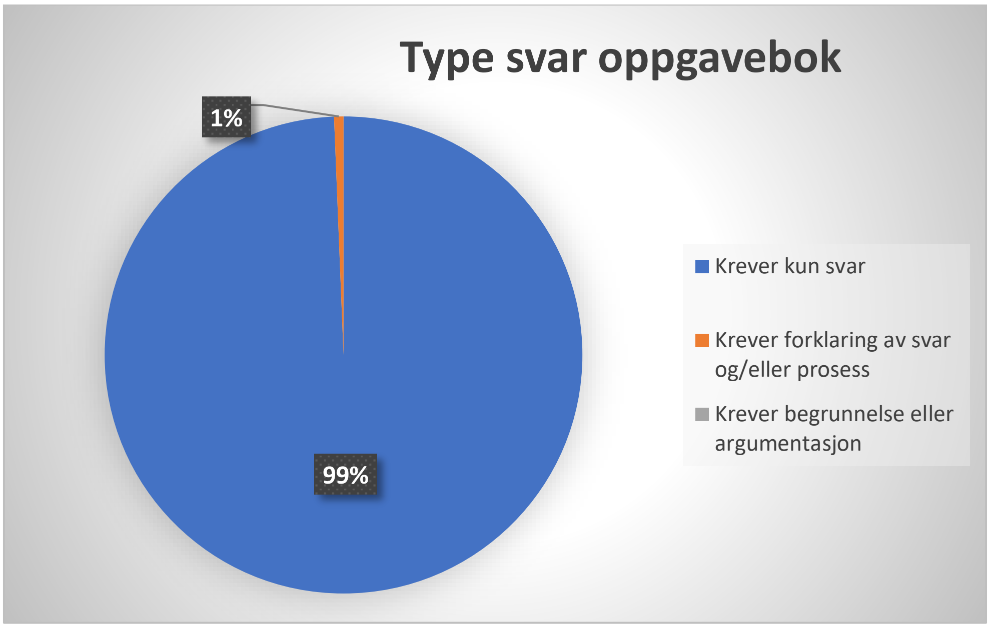
Figur 4-15: Oversikt over resultater av analysen av type svar *Matematikk 7* – grunnbok

4.2.2.2 *Matematikk 7* – oppgavebok

Tabell 4-11: Oversikt over resultater av analysen av type svar *Matematikk 7* - oppgavebok

Type svar	Antall
Krever kun svar	157
Krever forklaring av svar og/eller prosess	1
Krever begrunnelse eller argumentasjon	0

I likhet med grunnboka er kodingen av type svar i oppgaveboka, preget av et stort antall oppgaver på kun svar. Av 158 oppgaver ble 157 av dem kodet til kun svar, mens én oppgave ble kodet til å kreve en forklaring. I oppgaveboka var det ingen oppgaveinstruks som uttrykte at svaret skulle bestå av en begrunnelse eller argumentasjon, og ingen oppgaver ble derfor kodet til denne kategorien. Dette fører til at 99% av oppgavene krever kun et svar, mens 1% krever en forklaring. Dette ser vi i sektordiagrammet vist i figur 4-16 nedenfor.



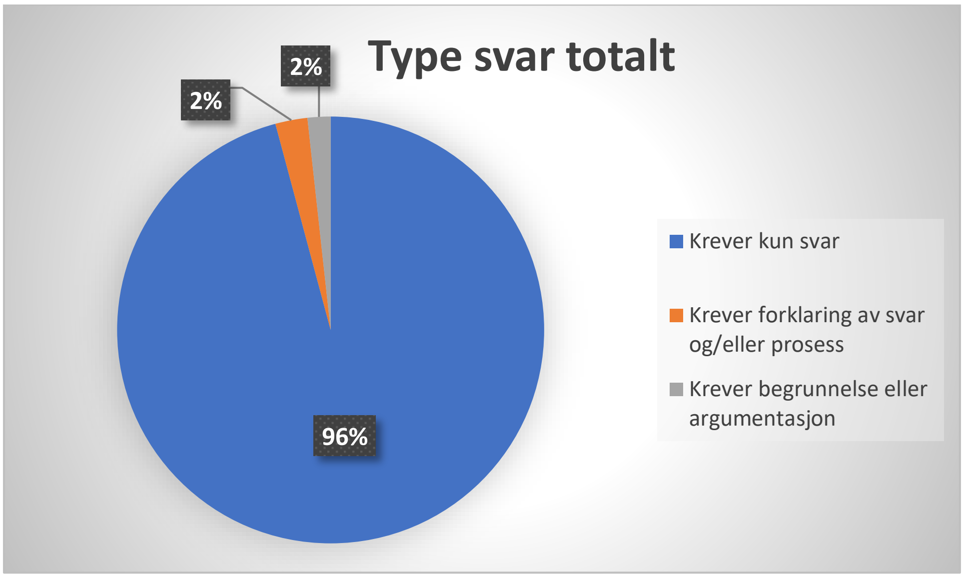
Figur 4-16: Oversikt over resultater av analysen av type svar *Matematikk 7* – oppgavebok.

4.2.2.3 Totalt i grunnbok og oppgavebok

Tabell 4-12: Oversikt over totalt antall typer svar i både grunnbok og oppgavebok.

Type svar	Totalt antall i grunnbok og oppgavebok
Krever kun svar	276
Krever forklaring av svar og/eller prosess	7
Krever begrunnelse eller argumentasjon	5

Totalt sett av 288 oppgaver, viser tabell 4-12 hvordan oppgavene fordelte seg innenfor de tre kategoriene av type svar. 276 krever kun et svar, mens 12 oppgaver krever enten en forklaring, begrunnelse eller argumentasjon. I figur 4-17 nedenfor har opplysningene blitt samlet og presentert i et sektordiagram. Oppgaver som kun krever et svar dominerer med 96% av oppgavene, mens de resterende 4% deles mellom de to siste kategoriene.



Figur 4-17: Oversikt over totalt antall typer svar i både grunnbok og oppgavebok.

4.2.2.4 Eksempler fra kodingen

4.2.2.4.1 Krever kun svar

I denne studien ble oppgavene kodet til kun å kreve et svar, dersom det ikke eksplisitt ble uttrykt at det krevdes en forklaring eller begrunnelse. Oppgavene hvor oppgaveinstrukser kun uttrykte at elevene skulle *regne ut* eller på andre måter gi et svar, ble kodet til å kreve kun et svar. Som figur 4-18 til 4-21 nedenfor viser, ber oppgaveinstruksene elevene om kun å skrive svaret på et gitt regnestykke, sette inn korrekt tegn, velge rett flervalgsalternativ eller derimot lage en tekstoppgave. Oppgaveinstruksene ber derimot ikke elevene om videre forklaring eller begrunnelse, noe som fører til at gjennom potensialet som fremmes kan det ikke forventes at elevene løses oppgaven på andre måter enn kun å skrive et svar.

4.7 Regn ut.

a) $3 \cdot 5 =$	b) $4 \cdot 8 =$	c) $7 \cdot 8 =$
$3 \cdot 0{,}5 =$	$4 \cdot 0{,}8 =$	$7 \cdot 0{,}8 =$
$3 \cdot 0{,}05 =$	$4 \cdot 0{,}08 =$	$7 \cdot 0{,}08 =$

Figur 4-18: Eksempel på en oppgave som krever kun et svar, hentet fra *Matematikk 7* - grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.120).

4.33 Sett inn riktig tegn (>, < eller =).

a) $44 \cdot 54$ ☐ $88 \cdot 21$ b) $37 \cdot 62$ ☐ $29 \cdot 71$

Figur 4-19: Eksempel på en oppgave som krever kun et svar, hentet fra *Matematikk 7* - grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.127).

4.46 Henrik kjøper en modellbåt. Modellen er 7,5 tommer lang. 1 tomme = 2,54 cm. Hvor lang er båten i centimeter?

A 8 cm B 12 cm C 19 cm D 26 cm

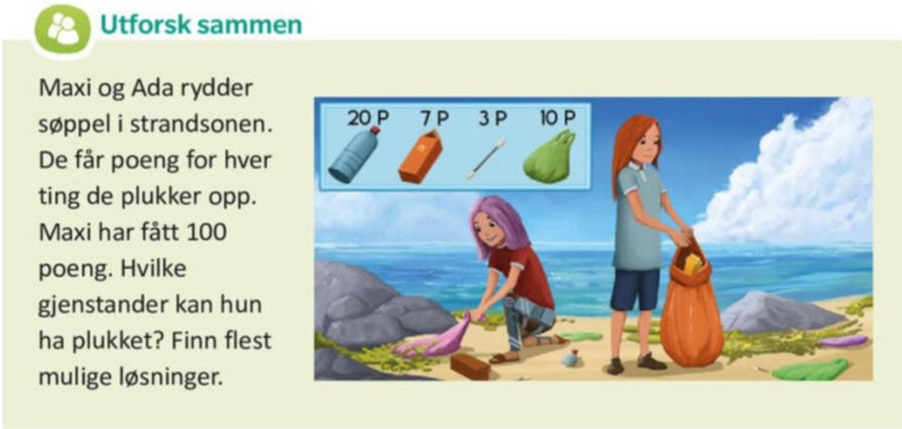
Figur 4-20: Eksempel på en oppgave som krever kun et svar, hentet fra *Matematikk 7* - grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.132).

4.92 Lag en tekstoppgave som passer til regnestykket $4 \cdot \frac{2}{5} =$

Figur 4-21: Eksempel på en oppgave som krever kun et svar, hentet fra *Matematikk 7* - grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.145).

4.2.2.4.2 Krever forklaring av svar og / eller prosess.

Den neste kategorien av type svar, er oppgaver som krever forklaring av svar og / eller prosess. I denne studien har oppgaver blitt kodet til å kreve en forklaring, i de tilfellene hvor oppgaven tydelig uttrykker at kun ett svar ikke er tilstrekkelig. Oppgaver med en oppgaveinstruks som uttrykker at elevene skal gi en matematisk setning eller forklaring, har dermed blitt kodet til denne kategorien.



Figur 4-22: Eksempel på en oppgave som krever forklaring av svar og/eller prosess, hentet fra *Matematikk 7* - grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.119).

Utforsk sammen oppgaven vist i figur 4-22, presenterer en oppgaveinstruks der elevene blir bedt om å finne flere mulige løsninger på den gitte oppgaven. Oppgaveinstruksen uttrykker derfor eksplisitt at kun et svar, ikke vil være tilstrekkelig for å svare på det oppgaven etterspør. Tilsvarende presenteres i oppgave 4.45 nedenfor, der elevene i oppgave d blir bedt om å forklare mulige løsninger. I begge disse oppgavene presenteres ordet kan. Bruk av dette begrepet har også virket inn på kodingen av oppgavene, på bakgrunn av at begrepet tilsier at det vil være flere mulige løsninger.

Figur 4-23: Eksempel på en oppgave som krever forklaring av svar og/eller prosess, hentet fra *Matematikk 7* - oppgavebok (Gulbrandsen et al., 2021b, s.93).

4.2.2.4.3 Krever begrunnelse eller argumentasjon

Den siste kategorien innen type svar er oppgaver som krever begrunnelse eller argumentasjon. Som nevnt i beskrivelsene av type svar i kapittel 3 metode, har denne analysen kun kodet oppgave til denne kategorien dersom oppgaveinstruksen tydelig ber elevene om å argumentere eller begrunne. Eksempel på dette vises i figur 4-24 nedenfor, der det eksplisitt står at elevene skal begrunne svaret.

Sant eller usant?

Begrunn svarene

- Når du multipliserer et tall med et annet tall, blir svaret alltid større enn det første tallet.
- Når du dividerer et tall med et annet tall, kan svaret bli større enn det første tallet.
- Du kan ikke multiplisere en brøk med et heltall.
- Når du multipliserer to brøker, behøver du ikke finne fellesnevner.
- Når du skal multiplisere to desimaltall, er det lurt å gjøre overslag først.

Figur 4-24: Eksempel på oppgave som krever begrunnelse eller argumentasjon, hentet fra *Matematikk 7* – grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a, s.154).

5. Drøfting

I denne drøftingsdelen vil resultatene fra analysen, presentert i kapittel 4, ses i lys av det teoretiske grunnlaget gitt i kapittel 2. For å drøfte dette returneres det til problemstillingen og forskningsspørsmålene.

Problemstillingen er som følger: «Hvilke krav stiller oppgavene gitt til elever i 7.årstrinn, i temaet multiplikasjon og divisjon, i læreboka *Matematikk*?». For å svare på denne problemstillingen, ble det utarbeidet følgende to forskningsspørsmål:

1. Hvilke potensielle kognitive krav stiller oppgavene gitt til elever i 7.årstrinn, i temaet multiplikasjon og divisjon, i læreboka *Matematikk*?
2. Hvilke typer svar kreves i oppgavene gitt til elever i 7.årstrinn, i temaet multiplikasjon og divisjon, i læreboka *Matematikk*?

5.1 Overordnede aspekter ved *Matematikk*

Matematikk – læreverket er gitt ut av Cappelen Damm, og er et læreverk med læremidler til alle trinn på både barne – og ungdomstrinnet. I tillegg til bruk av fysiske bøker, viser tall fra 2021 at over halvparten av norske skoler i dag har tatt i bruk den pedagogiske nettressursen *Skolen fra Cappelen Damm* (Cappelen Damm, u.å.-d). Dette kan vitne om at Cappelen Damm er et godt kjent forlag i dagens norske skole, og er kanskje også med på å underbygge forlagets egne uttalelser om å være Norges største forlag.

Det kan spekuleres i at skoler velger lærebøker fra større forlag, nettopp fordi store og etablerte forlag som Cappelen Damm enklere kan bedrive markedsføring overfor skoler. Imidlertid kan det også være det at læreverk, som *Matematikk,* tilbys til alle trinn fra 1.-10.trinn, som gjør skoler interesserte i å velge Cappelen Damm. Dersom skoler tidligere også har samhandlet med læreverk som *Radius* eller *Faktor*, og har gode erfaringer med disse, kan dette også være grunnlag for å ta i bruk videreutviklingen *Matematikk.* Her er det viktig å påpeke at dette kun er spekulasjoner. Likevel kan det skape gode diskusjoner omkring lærerens og skolens behov for kritisk sans overfor læreverk, sett i lys av avviklingen av godkjenningsordningen på ordinære lærebøker.

På bakgrunn av lærebokas dominerende rolle i matematikkundervisningen kan læreboka, ifølge Houang og Schmidt (2008), anses som et mellomledd mellom den tiltenkte – og implementerte læreplanen. Dette framkommer i figur 2-2. I et slik mellomledd kan det være mulig å påpeke hvilket potensial læreboka kan gi i implementeringen i klasserommet. Denne studien har valgt en analyseenhet som er hentet fra lærebøker som benevnes *grunnbok* og *oppgavebok*. Her kan det reises spørsmål om hvorvidt ordlyden av læremidlene uttrykker lærebøkenes hensikt, der forlaget har utviklet ulike bøker for å imøtekomme bestemte aspekter ved den tiltenkte læreplanen. Dersom dette er tilfellet, kan det være naturlig å tenke at grunnboka skal legge grunnlaget mens oppgaveboka derimot er ekstra oppgaver basert på det elevene har lært. Kan det da antas at grunnboka vil involvere læreren og dermed stille høyere krav, i større grad enn oppgaveboka? Samtidig som at oppgaveboka presenterer flere oppgaver, der oppgavene ligger på et nivå som imøtekommer flere elevers muligheter for selvstendig jobbing?

Sett i lys av funn fra den horisontale analysen, har grunnboka gjennomgående flere sider enn oppgaveboka i alle kapitler. Likevel har grunnboka totalt sett færre presenterte oppgaver enn oppgaveboka. Ved et nærmere blikk på antall oppgaver i hvert av de seks kapitlene, viser funn fra analysen at fire av kapitlene likevel presenterer flere oppgaver i grunnboka enn oppgaveboka. De resterende to kapitlene, kapittel 2 *addisjon og subtraksjon* og kapittel 4 *multiplikasjon og divisjon* har henholdsvis 22 og 28 flere oppgaver i oppgaveboka enn grunnboka. Dersom ordlyden viser til lærebøkenes hensikt kan det argumenteres for at dette kan oppleves som enklere for både elever og lærere, nettopp fordi det uttrykkes hvilke klasseromssituasjoner som krever de ulike bøkene. Imidlertid kan det også settes spørsmålstegn ved om dette begrenser lærebøkenes bruk, noe som igjen kan føre til at implementeringen av lærebøkene ikke imøtekommer den helhetlige intensjonen ved den tiltenkte læreplanen.

Studiens horisontale analyse presenterer også strukturelle aspekter ved *Matematikk 7*, der det framkommer matematiske historier, samtale – og eksempelbokser, utforsk sammen oppgaver, nummererte oppgaver, oppgaver med digitale hjelpemidler, samt tema – og oppsummerende oppgaver. Med et pedagogisk utgangspunkt kan det argumenteres for at forlagets strukturering av læreverket fremmer varierte tilnærminger til matematikk, noe som kan underbygge ulike former for forståelse, samt flere av komponentene som ifølge Kilpatrick et al. (2001) inngår i matematisk kompetanse. Gjennom egne uttalelser fremmer også forlaget at eksempelvis oppgaver med bruk av digitale verktøy, vil underbygge tverrfaglighet i skolen (Gulbrandsen et al., 2021a). På bakgrunn av dette kan det argumenteres for at utvalgte oppgaver også vil imøtekomme samfunnets politiske interesser. Med bakgrunn i struktureringen av *Matematikk 7*, kan det derfor argumenteres for at det fremmes både pedagogiske – og politiske interesser som kan framstå som sentrale mellomledd mellom tiltenkt – og oppnådd læreplan. Imidlertid kan det også reise spørsmålet om hvorvidt lærebokas krav og det potensialet som fremmes i det matematiske innholdet i seg selv er en formidler av læringsmuligheter, eller om læreren, samt elevenes individuelle tolkninger derimot spiller en stor rolle. Dette spørsmålet fremmer Mesa (2004) i sin definisjon av begrepet lærebokanalyse. Her understreker hun at en slik analyse undersøker om og eventuelt i hvor stor grad elevene hadde utviklet forståelse, samt muligheter for generalisering, dersom læreboka hadde blitt fulgt fra perm til perm ved å løse alle oppgaver.

Dersom studiens utvalgte lærebøker skulle fulgt en slik arbeidsmåte, viser funnene at oppgavene potensielt sett presenterer 94% arbeid med bruk av prosedyrer, både med og uten sammenheng, samt 6% memorering eller å gjøre matematikk. I tillegg ville elevene i 96% av oppgavene blitt bedt om å skrive kun svaret på oppgaven, og forklart eller begrunnet i 4% av oppgavene. Her vil det være viktig å påpeke at studien kun har grunnlag for å legge fram resultater basert på potensielle krav. Dette kan medføre at hvor krevende en oppgave framstår og dermed hvilke muligheter som ligger til grunn for utvikling av matematisk kompetanse og forståelse, kan være ulikt fra elev til elev. I tillegg involverer ikke Mesa (2004) lærerrollen i sin definisjon, noe som kan føre til diskusjoner omkring hvor høy lærerinvolvering det bør være dersom elevene skal følge læreboka i sin helhet. Hvorvidt oppgavene og læreboka i seg selv, basert på studiens funn, kan skape tilstrekkelig grunnlag for utvikling av matematisk forståelse og kompetanse, kan dermed argumenteres til å bli et tolkningsspørsmål enhver lærer bør ta hensyn til i forhold til egen elevgruppe.

5.2 Hvilke potensielle kognitive krav stiller oppgavene gitt til elever i 7.årstrinn, i temaet multiplikasjon og divisjon, i læreboka Matematikk?

I kapittel 4 ble det presentert funn fra studiens vertikale analyser av blant annet potensielle kognitive krav. For å foreta en drøfting omkring dette, vil jeg først trekke med meg de overordnede funnene. Overordnet sett viser analysen at av 288 oppgaver ble 167 kodet til lave potensielle kognitive krav, og 121 oppgaver som høye potensielle kognitive krav. Dette utgjør henholdsvis 58% og 42% av oppgavene. Funnene viser også at prosedyrer både med – og uten sammenheng er de dominerende kategoriene i begge bøker, der dette utgjør 94% av det totale antallet oppgaver. Totalt sett utgjør prosedyrer uten sammenheng likevel kategorien hvor flest oppgaver kodes inn i, med 57% av det totale antallet oppgaver. Memoreringsoppgaver utgjør 1%, mens å gjøre matematikk – oppgaver utgjør 5%.

5.2.1 Lave potensielle kognitive krav ≠ kompetanse?

I denne studiens analyser av potensielle kognitive krav, baseres kategoriene på Smith og Stein (1998) sin modell *Level of Demands*. I beskrivelsene av både memorering og prosedyrer uten sammenheng, kategorier som anses å stille lave potensielle kognitive krav, uttrykkes det at kategoriene blant annet kjennetegnes ved reproduksjon av memorerte fakta eller algoritmer. I tråd med Utdanningsdirektoratet (2018) som uttaler at kompetanse er viktig for å ikke kun gjengi fakta, kan det dermed tolkes dit, basert på beskrivelsene av potensielle kognitive krav, at oppgaver som stiller lave potensielle kognitive krav i mindre grad underbygger kompetanse.

Dette kan være interessant å se i sammenheng med Kilpatrick et al. (2001). Gjennom trådmodellen uttrykker Kilpatrick et al. (2001) fem gjensidig avhengige komponenter, som de mener vil skape matematisk kompetanse hos elever. En av komponentene som framheves er forståelse. Dette innebærer at elevene har en funksjonell forståelse av matematikk, der elevene kan mer enn kun isolerte fakta (Kilpatrick et al., 2001). Dersom man ser på memoreringsoppgavene gitt i figur 4-7 og figur 4-8, fremmes det oppgaveinstrukser som bygger på reproduksjon av et gitt eksempel. Basert på memoreringsoppgavers fokus på memorering og reproduksjon av fakta, kan det dermed argumenteres for at lignende oppgaver i mindre grad vil underbygge utvikling av funksjonell forståelse. En annen komponent Kilpatrick et al. (2001) trekker fram som viktig er engasjement. Dette innebærer at elevene kan se matematikk som fornuftig, nyttig og verdifullt, samt at de har tro på at jevn innsats etter hvert vil gi resultater (Kilpatrick et al., 2001). Dersom elever arbeider med oppgaver som ligger på et nivå som passer eleven, kan dette være med på å skape gode opplevelser omkring matematikk og dermed underbygge elevenes engasjement. I slike sammenhenger kan det derfor argumenteres for at blant annet memoreringsoppgaver kan underbygge denne komponenten i matematisk kompetanse, hos enkelte elever.

I betegnelsen lave potensielle kognitive krav, finner man også kategorien prosedyrer uten sammenheng. Som beskrivelsene av kategorien fremmer, handler dette blant annet om entydige oppgaver der fokuset er å øve på spesifikke algoritmer (Smith & Stein, 1998). Prosedyrenes rolle i matematisk kompetanse, er også noe Kilpatrick et al. (2001) fremmer i sin trådmodell gjennom komponentene beregning og anvendelse. På den ene siden kan det argumenteres for at oppgaver som kodes til prosedyrer uten sammenheng, som vist i figur 4-9 og figur 4-10, kan imøtekomme forutsetningen om å vite hvordan en prosedyre skal brukes, samt at det brukes nøyaktig og effektivt. I tillegg viser oppgaven gitt i figur 4-9 at elevene i noen av delsvarsoppgavene, vil få øving på blant annet det Fischbein et al. (1985) uttrykker som delingsdivisjon. Som presentert i *koding i tvilstilfeller* ble blant annet oppgaven vist i figur 4-9 kodet til prosedyrer uten sammenheng, nettopp på bakgrunn av at likhetstegnet blir brukt som operasjon. På denne måten kan det argumenteres for at oppgaver som kodes til prosedyrer uten sammenheng, i noen tilfeller kan underbygge elevenes forståelse av delingsdivisjon. Tilsvarende kan prosedyrer med sammenheng, som vist i figur 4-11, anses som arbeid med målingsdivisjon nettopp på bakgrunn av likhetstegnets bruk som relasjon. Uavhengig av lave eller høye potensielle kognitive krav, vil det derfor kunne argumenteres for at elevene benytter både multiplikasjons – og divisjonsalgoritmen på effektive og nøyaktige måter. På denne måten kan det indikere at oppgaver med lavere potensielle kognitive krav, i større eller mindre grad underbygger enkelte aspekter ved blant annet beregningskomponenten.

Imidlertid kjennetegnes også lave potensielle kognitive krav av at det blant annet ikke er sammenheng til underliggende begreper eller matematiske ideer (Smith & Stein, 1998). Dette medfører at oppgaver som kodes til både memoreringsoppgaver og prosedyrer uten sammenheng, er entydige på hva som skal gjøres og hvordan. Sett i sammenheng med Kilpatrick et al. (2001), kan det derfor argumenteres for at oppgaver med lave potensielle kognitive krav, ikke underbygger elevenes evne til anvendelse, på grunn av at entydige oppgaver sannsynligvis i mindre grad inviterer elevene til å gjenkjenne matematiske problemer og velge hensiktsmessige strategier. Her kan det være viktig å påpeke at elever som arbeider med oppgaver som stiller lavere potensielle kognitive krav gjerne gjenkjenner problemer og velger hensiktsmessige strategier, til tross for en entydig oppgaveinstruks. Likevel tar studien, som nevnt tidligere, kun utgangspunkt i potensialet som fremmes i oppgavene, og ikke en kontekstuell tilnærming.

I denne sammenhengen kan det også være viktig å fremme at Kilpatrick et al. (2001) uttrykker at sannsynligheten for både misoppfattelser og feil hos elever gjerne øker dersom elever ikke får nok tid, modellerte eksempler eller arbeid med spesielle aspekter i matematikk. I tillegg uttrykker også Grønmo et al. (2010) blant annet at en utfordring ved den norske matematikkundervisningen, er at elever i liten grad får mulighet til automatisering av ferdigheter. Sett i sammenheng med egen studie, kan det derfor være mulig å tolke både Kilpatrick et al. (2001) og Grønmo et al. (2010) dit at memorering og prosedyrer uten sammenheng, likevel kan argumenteres til å være nyttig dersom det gir elever muligheter og tilstrekkelig tid til blant annet automatisering.

5.2.2 Forståelse

Tilsvarende som det reises spørsmål omkring potensielle kognitive krav og utvikling av matematisk kompetanse, kan det også være interessant å løfte fram hvordan læreboka underbygger forståelse. Som Hiebert og Lefevre (1986) uttrykker vil begrepet *forståelse* kunne tolkes ulikt, noe som igjen kan føre til at matematikkundervisningen i ulike klasserom vil preges av nettopp hvilken type forståelse som anses som viktig. Overordnet sett framhever Skemp (1976) to tilnærminger til forståelse. En relasjonell forståelse omhandler evne til å vite hvordan og hvorfor en prosedyre fungerer, mens en instrumentell forståelse derimot beskrives som *rules without reasons* (Skemp, 1976).

I beskrivelsene av de potensielle kognitive kravene kan det sies at overordna sett framstår det som at det største skillet mellom lave – og høye potensielle kognitive krav, er hvorvidt det knyttes til underliggende sammenhenger. Lavere potensielle kognitive krav har ikke sammenheng til underliggende begreper og ideer, noe som kan være grunnlag for å argumentere for en likhet til Skemps (1976) instrumentelle forståelse. Tilsvarende vil oppgaver med høye potensielle kognitive krav presentere underliggende sammenhenger, der det kan argumenteres for at dette skaper en relasjonell forståelse hos elevene.

Som Kilpatrick et al. (2001) uttrykker, vil sannsynligheten for å feile eller skape misoppfattelser øke dersom elevene blant annet får for liten tid i arbeid med matematikk. For at elevene derfor skal utvikle forståelse for de tre multiplikative lovene, kan det derfor argumenteres for at en forutsetning for nettopp dette er tilstrekkelig med tid. Som Siemon et al. (2008) trekker fram, vil blant annet elevers matematiske kommunikasjon gjennom ord, diagrammer, symboler og skrevne algoritmer være et kjennetegn på multiplikativ tenkning. Her kan det derfor antas at dersom elevene får tilstrekkelig med tid på øving og arbeid med eksempelvis automatisering av multiplikasjons – og divisjonsalgoritmen, vil dette både underbygge de multiplikative lovene, samt elevenes multiplikative tenkning. Likevel kan det også tenkes at dersom elevene arbeider ensidig med automatisering av algoritmer, kan dette føre til at elevene kun memorerer skrevne algoritmer og dermed utvikler instrumentell forståelse. Sett i sammenheng med Lithner (2006), kan også en slik memorering av fakta eller algoritmer anses å underbygge en imitativ resonnering.

Siemon et al. (2008) uttrykker ytterliggere to kjennetegn på multiplikativ tenkning. Disse omhandler elevenes evne til å gjenkjenne og løse matematiske problemer som involverer multiplikasjon og divisjon, samt at elevene skal arbeide fleksibelt og effektivt med ulike aspekter ved matematikk (Siemon et al., 2008). Det kan argumenteres for at elever med instrumentell forståelse til blant annet multiplikasjons – og divisjonsalgoritmen, kan gjenkjenne i hvilke situasjoner de før har tatt i bruk de ulike algoritmene, samt at de effektivt bruker algoritmene. Likevel kan det indikere at Siemon et al. (2008) sine kjennetegn på multiplikativ tenkning, i større grad uttrykker et behov for en relasjonell forståelse til matematikk.

5.2.3 Lærerrollen

Som Friel et al. (1992) uttrykker, bør læreren opptre som en reflekterende lærer. To spørsmål som framheves som sentrale i en slik refleksjonsprosess er «Hvorfor fungerte denne undervisningsøkta?» og «Hvorfor fungerte ikke denne undervisningsøkta?». Sett i lys av studiens funn omkring andelen av lave – og høye potensielle kognitive krav, vil elevene i arbeid med lærebøkene møte på oppgaver som krever ulike potensielle kognitive nivåer. Som Smith & Stein (1998) uttrykker kan dette igjen føre til at elever løser ulikt antall oppgaver i en undervisningsøkt. Basert på dette, kan det antas en økt sannsynlighet for at elevene kan oppleve frustrasjon eller kjedsomhet. Av egen erfaring kan dette være grunnlag for at en undervisningsøkt og elevenes arbeidsro blir forstyrret, og det kan derfor argumenteres for at nettopp dette i noen tilfeller kan være svaret på Friel et al. (1992) sine to spørsmål. Til tross for at det kan foreligge potensielle kognitive krav i en oppgave, kan likevel oppgavene benyttes på ulike måter. På bakgrunn av dette kan det derfor argumenteres for at kognitive krav ikke ligger i oppgaven i seg selv, men i det som framheves eller ikke framheves. Svar på Friel et al. (1992) sine spørsmål kan derfor også være, som Mesa (2004) uttrykker, eksempelvis at andre faktorer som lærer, jevnaldrende eller instruksjoner også kan spille inn på den potensielle læringen.

Dersom det likevel er potensielle kognitive nivåer som har innvirkning på undervisningsøkta, kan det være interessant å belyse faktorene til Stein & Smith (1998) om opprettholdelse og senkning av kognitive nivåer. Eksempelvis i figur 4-13 fremmes det en oppgave som har blitt kodet til å gjøre matematikk. Som beskrivelsene av kategorien uttrykker, preges kategorien blant annet av utforskning og systematisering, samt at elevene selv må analysere og finne fram til hensiktsmessige framgangsmåter for å løse oppgaven. Basert på disse beskrivelsene kan lignende oppgaver ses i sammenheng med både Siemon et al. (2008) og Kilpatrick et al. (2001), der det kan argumenteres for at oppgavene blant annet underbygger både elevenes multiplikative tenkning, samt evne til anvendelse. Dersom læreren ønsker å opprettholde dette nivået, uttrykker Stein og Smith (1998) at læreren blant annet kan modellere gode eksempler, samt gi elevene tilstrekkelig med tid til utforskning. I oppgaven presentert i figur 4-13 kan en slik type modellering være å bruke andre tall på lignende måter. I tillegg kan en tilsvarende oppgave tas i fellesskap på tavla, der læreren setter fokus på begrunnelser, forklaringer og meninger på ulike nivåer til ulike elever. Dette kan eksempelvis gjøres ved å kutte ned på antallet forskjellige ting som kan plukkes eller at elevene må bruke matematiske begreper i begrunnelsene. Her kan det da argumenteres for at de høye potensielle kognitive nivåene opprettholdes, men at det likevel foregår tilpasninger slik at alle elever kan føle at de bidrar i helklassesituasjoner. Samtidig kan det også være viktig at læreren er bevisst sin rolle i helklassesituasjoner, for å ikke overstyre elevenes tenkning. Dette med utgangspunkt i Stein og Smith (1998) sitt utsagn om at nettopp dette kan bidra til å senke de potensielle kognitive nivåene. I individuell jobbing kan det argumenteres for at oppgavene blant annet kan tilpasses ulike kognitive nivåer ved at læreren fremmer tydelige forventninger, til ulike elever. Slike tydelige forventninger kan være med på å skape en god klasseledelse, noe Stein og Smith (1998) fremmer som en avgjørende faktor. Dette framheves som viktig nettopp fordi dårlig klasseledelse i større grad vil senke de potensielle kognitive nivåene for alle elever. Sett i sammenheng med Kilpatrick et al. (2001) og deres uttalelser om engasjement som en av fem komponenter i matematisk kompetanse, uttrykker også Stein og Smith (1998) at dersom elevene ikke har motivasjon for arbeidet vil dette automatisk senke de kognitive kravene.

Det kan argumenteres for at elevenes opplevelse av matematikk vil ha innvirkning på elevenes motivasjon, noe som igjen vil påvirke elevenes arbeid med matematiske problemstillinger. Stein og Smith (1998) uttrykker at elevers opplevelse av matematikk vil avhenge av de oppgavene de presenteres for. Tilsvarende vil oppgavene også, ifølge Doyle (1988), påvirke elevers forståelse av et område innen læreplanen. På den ene siden kan disse uttalelsene tolkes dit at dersom alle elever presenteres for de samme oppgavene, vil alle elever få samme opplevelse av matematikk og det spesifikke matematiske emnet fra læreplanen. I tillegg viste studien til Fan og Kaeley (2000) at lærebøker påvirker lærerens undervisningsstrategier, noe som kan medføre at enkelte lærebøker vil føre til mer like klasserom. På den andre siden uttrykker derimot både Stein og Smith (1998) og Doyle (1988) at det avhenger av hvilke oppgaver elevene *presenteres* for. Basert på dette kan det derfor argumenteres for at elevenes opplevelse av matematikk vil avhenge av den enkelte læreren, dens tolkning og implementering av lærebøker og oppgaver i klasserommet.

Hvordan læreren velger å presentere oppgavene, vil også ifølge Alrø og Skovsmose (2006) ha betydning for elevenes deltakelse. Her kan det videre argumenteres for at dersom elever er aktive deltakere i undervisningen, vil dette føre til større motivasjon og en god opplevelse av matematikk. Gjennom egne uttalelser og IC – modellen, fremmer Alrø og Skovsmose (2006) hvordan et undersøkelseslandskap i stor grad gir elevene mulighet for aktiv deltakelse og ansvar for egen læring. Et oppgaveparadigme preges derimot av en tradisjonell tilnærming til undervisning (Alrø & Skovsmose, 2006). Her presenterer læreren et matematisk emne og introduserer en algoritme, elevene arbeider selvstendig, læreren kontrollerer svarene og elevene arbeider med lignende oppgaver i hjemmelekse (Alrø & Skovsmose, 2006). Dersom elevene får forståelse av egne læringsprosesser og muligheter til å luke ut eventuelle misoppfattelser, kan det diskuteres om dette i større grad vil gi elevene en god opplevelse av matematikk, i tillegg til å underbygge en funksjonell forståelse. Dette kan være enklere å gjøre i et oppgaveparadigme, der eleven får bekreftelse på om det som gjøres er rett eller galt, samtidig som at læreren i sin refleksjonsprosess får bekreftelse på hvilken læring elevene oppnår. Imidlertid kan det også være nyttig for elevene å jobbe utforskende, eksempelvis i et undersøkelseslandskap, der elevene kan jobbe med oppgavene som stiller høyere potensielle kognitive krav.

Basert på egne erfaringer og observasjoner av elever i matematikkundervisningen, oppleves gjerne arbeid med de fire regneartene, spesielt multiplikasjon og divisjon, som matematiske emner der det i stor grad krever bruk av både regneregler og algoritmer. Som nevnt tidligere, viser funn fra den horisontale analysen at det kun er kapittel 2 *addisjon og subtraksjon* og kapittel 4 *multiplikasjon og divisjon*, som har flere oppgaver i oppgaveboka enn grunnboka. Funnene viser også at av de seks kapitlene i *Matematikk 7*, er det kapittel 4 *multiplikasjon og divisjon* som presenterer flest oppgaver i både grunnboka og oppgaveboka. Basert på disse funnene, kan det argumenteres for at disse kapitlene fremmer flere oppgaver nettopp fordi dette er temaer som krever automatisering og arbeid med både regler og algoritmer. Her kan det være interessant å stille spørsmålstegn ved om nettopp dette, er grunnen til at flere elever blant annet opplever multiplikasjon og divisjon som et utfordrende matematisk tema.

5.3 Hvilke type svar kreves i oppgavene gitt til elever i 7.årstrinn, i temaet multiplikasjon og divisjon, i læreboka Matematikk?

I kapittel 4 ble det også presentert funn vedrørende hvilke krav om type svar oppgavene stilte til elevene. Både grunnboka og oppgaveboka har et dominerende antall oppgaver som krever kun svar, der begge bøker har over 90% av sine oppgaver plassert i denne kategorien. I grunnboka anses 91% av oppgavene til å stille krav om kun et svar, mens 5% og 4% av oppgavene stilte krav om henholdsvis forklaring av svar og / eller prosess, eller begrunnelse. I oppgaveboka var det derimot 99% av oppgavene som kun krevde et svar, mens 1% stilte krav om forklaring. Her var det ingen oppgaver som ble kodet til å kreve en begrunnelse.

5.3.1 Resonnering og lærerrollen

I drøftingen av potensielle kognitive krav, ble Stein og Smith (1998) og Doyle (1988) trukket fram på bakgrunn av deres uttalelser om at elevers opplevelse av matematikk, samt matematiske emner vil avhenge av oppgavene som elevene presenteres for. Tilsvarende uttrykker også Ross (1998), ved å si at resonnering er det viktigste og mest grunnleggende aspektet ved matematikkfaget. Dette på bakgrunn av at elever som ikke får mulighet til å utøve resonnering, ifølge Ross (1998), kun vil oppleve matematikk som et fag hvor det skal huskes og følges regler, samt etterlignes eksempler og prosedyrer. Viktigheten ved resonnering, uttrykker også Kilpatrick et al. (2001) i sin trådmodell over matematisk kompetanse.

Som den horisontale analysen viser, er kapittel 4 *multiplikasjon og divisjon* ett av to kapitler i *Matematikk 7* som uttrykker et mål om at elevene skal forklare egne tenkemåter. På den ene siden kan det, uavhengig av hvilket potensielt krav om type svar som fremmes i læreboka, være at enkelte elever opplever det som hensiktsmessig å forklare eller begrunne svaret til tross for at oppgaveinstruksen ikke ber om det. På denne måten kan elevene få mulighet til å imøtekomme kapitlets mål om å forklare egne tenkemåter. På den andre siden kan det imidlertid ikke forventes mer enn kun et svar på oppgaven dersom oppgaveinstruksen ikke eksplisitt ber om det. På bakgrunn av at studiens funn totalt sett viser at 96% av oppgavene kun krever et svar, kan det derfor argumenteres for at oppgavene i mindre grad imøtekommer dette målet. Vitner det da om at læreren må være synlig for å innfri et slik mål?

Lærerens rolle i elevenes resonnerings – og diskusjonsprosess, kan sies å fremmes allerede på første oppslaget «bli kjent med boka» i *Matematikk 7 – grunnbok* (Gulbrandsen et al., 2021a). Her uttrykkes det blant annet at læreverket skal underbygge læring i matematikk gjennom utforskning og samarbeid. Det uttrykkes også at elevene, både individuelt og med klassekamerater, sammen med læreren skal diskutere ulike måter å løse oppgaver på, der det framheves viktigheten ved aktiv deltakelse (Gulbrandsen et al., 2021a). Nettopp på bakgrunn av lærebokas framheving av læreren som viktig, kan Friel et al. (1992) sine spørsmål igjen framstå som sentrale. Her kan læreren blant annet stille seg selv spørsmålet «*Hvilken type spørsmål stiller jeg til elevene mine?*». I tillegg kan det argumenteres for at læreren også bør ta avveielser på om diskusjoner skal foregå individuelt, i grupper eller derimot i helklasser. Her kan det også være avveielser læreren må gjøre omkring det faktum som Smith & Stein (1998) uttrykker, at en oppgave kan endre natur fra hvordan en oppgave framstår i læreboka, til hvordan læreren implementerer oppgaven i klasserommet. Her kan da spørsmålet bli om oppgaven gir best forutsetning for læring slik den presenteres i læreboka, eller om eventuelle grep kan gjøres fra læreren for å øke denne forutsetningen.

Ifølge Lithner (2008) innebærer resonnering den tankegangen som skjer når elevene produserer påstander og gir konklusjoner. I tillegg uttrykkes det at det ikke er en forutsetning at resonnementer er basert på logikk eller formelle bevis, samtidig som det også kan være feil, så lenge det gir mening for den som resonnerer (Lithner, 2008). Lithner (2006) skiller mellom imitativ – og kreativ resonnering. Imitativ resonnering innebærer å huske et svar eller en algoritme, gjerne benevnt som memorert eller algoritmisk resonnering, mens kreativ resonnering derimot bygger på originalitet (Lithner, 2006). På den ene siden kan det argumenteres for at helklassediskusjoner kan gi muligheter for kreativ resonnering, der læreren blant annet kan stille oppfølgingsspørsmål for å sette fokus på begrunnelser og originalitet. Eksempelvis i oppgaven vist i figur 4-22 kan elevene ha kommet fram til ulike måter å oppnå 100 poeng, og det kan derfor også argumenteres for at en helklassediskusjon kan føre til at elever lærer av hverandres resonneringer. Helklassediskusjoner kan også være hensiktsmessig med tanke på tilpasninger, der noen elever kan bli utfordret på å telle seg oppover gjennom gjentatt addisjon, mens andre derimot bør begrunne de multiplikative lovene. Likevel bør læreren være bevisst på at selv om elevene kan beskrive svaret, vil ikke nødvendigvis løsningen bygge på forståelse. Dette kan da vitne om en memorert resonnering. På den andre siden kan helklassediskusjoner bryte med eventuelle tilpasninger som er gjort til enkeltelever. Til tross for muligheten for å lære av andres resonnementer, samt øving på muntlig aktivitet, kan det derfor argumenteres for at enkelte elever derimot vil ha større nytte av arbeid individuelt eller i mindre grupper.

Dersom diskusjonen ikke foregår i helklassesituasjoner, kan det diskuteres hvilke forutsetninger som ligger til grunn for resonnering og muligheter til å forklare egne tenkemåter, sett i lys av studiens funn. Potensielt sett viser studiens funn at 96% av oppgavene kun krever et svar av elevene. Sett i sammenheng med disse funnene kan det argumenteres for at elevene gjennom arbeid med oppgavene får mulighet til å gjennomføre en imitativ resonnering, der oppgaver kan underbygge elevenes muligheter til å huske svar og algoritmer. Eksempelvis gjennom flere oppgaver med lavere potensielle kognitive krav, vil det være flere oppgaver som baserer seg på at elevene skal huske og reprodusere enkeltfakta og algoritmer. På denne måten kan det argumenteres for at elevene får god øving på å raskt hente fram fakta og algoritmer i oppgavejobbingen. Det kan derfor sies at det støtter både memorert – og algoritmisk resonnering. Imidlertid kan det være at noen elever, uavhengig av det potensialet som fremmes, likevel forstår hvordan oppgaven kunne blitt resonnert på en kreativ måte.

Tilsvarende ser man av beskrivelsene av høye potensielle kognitive krav at dette gjerne preges av utforskning og systematisering (Smith & Stein, 1998). Her kan det derfor argumenteres for at elevene bør ha et godt matematisk fundament for å løse oppgaven og resonnere seg fram til en løsning, samtidig som det også framstår som en forutsetning at oppgaven må løses fleksibelt og med et troverdig resonnement. Basert på dette kan det antas at oppgaver med høye potensielle kognitive krav, derfor vil underbygge en kreativ resonnering. Likevel kan det være interessant å løfte fram at læreboka framhever læreren som sentral i denne resonneringsprosessen. Sett i sammenheng med Stein og Smith (1998) og deres faktorer for opprettholdelse eller senkning av potensielle kognitive nivåer, kan det antas at læreren kan øke eller senke kravene med tanke på hvilke typer svar de enkelte elever har forutsetninger for å gi. Dette på samme måte som lærerens muligheter til å påvirke de potensielle kognitive nivåene.

Skemp (1976) uttrykker også at det å ha en relasjonell forståelse til matematikk, handler om å vite hvorfor og hvordan en prosedyre fungerer. Dersom en lærer skal få inntrykket av at en elev har forståelse for prosedyren, eller eventuelt hva som mangler for en slik forståelse, kan det kanskje være naturlig å tenke at elevene må få mulighet til å forklare. Dette kan gjerne ses i sammenheng med Lithner (2008) og hans fire sekvenser av en resonneringsprosess. Fra en problemsituasjon til et svar bør elevene, ifølge Lithner (2008), gjennomføre resonneringer på bakgrunn av både hvorfor en valgt strategi vil fungere, samt hvorfor den fungerte mot slutten av oppgaveløsningen. I tillegg uttrykker Lithner (2008) at en slik problemsituasjonen bør introduseres ved at det ikke tydelig framstår hvilken framgangsmåte som skal benyttes, noe som kan tolkes dit at lavere potensielle kognitive krav dermed i mindre grad underbygger en god resonneringsprosess hos elevene.

5.3.2 Kommunikasjonsmønstre

Ifølge Alrø og Skovsmose (2006) vil kommunikasjonsmønstrene mellom lærer og elev, påvirkes av et oppgaveparadigme. På en side kan det argumenteres for at et oppgaveparadigme vil føre til ensidighet, dersom fokuset utelukkende ligger på å gi et svar og korrigering av svaret. Elever som har behov for å øve på matematikken og automatisere eksempelvis multiplikasjonstabellen, vil likevel kunne ha nytte av en slik tilnærming. Sett i lys av funn fra studiens vertikale analyse, viser tall at totalt 96% av oppgavene i *Matematikk 7* – læreverket kun krever et svar. Dersom elevene arbeider med oppgavene i boka, samt at læreren kun forventer å høre svaret og deretter korrigere om det er feil, kan det argumenteres for at elever i liten grad får mulighet til å forklare egne tenkemåter. Som Stein og Smith (1998) uttrykker, er det også en faktor for å senke potensielle kognitive krav i en oppgave, at læreren godtar enhver forklaring eller begrunnelse. Dette kan føre til at elever ser det som unyttig å gi gode begrunnelser. Sett i sammenheng med Kilpatrick et al. (2001) vil dette i mindre grad utvikle engasjement hos elevene, som igjen vil være negativt for utvikling av matematisk kompetanse.

På den andre siden kan et oppgaveparadigme også benyttes ved at læreren belyser forklaring eller begrunnelser, og at eventuelle misoppfattelser kan lukes bort. På denne måten kan læreren se i hvilken grad læreplanen er oppnådd i klasserommet. Dersom elever trenger å utfordre kompetansen og forståelsen sin, for å utvikle en relasjonell forståelse, kan et slik oppgaveparadigme oppleves som hensiktsmessig. Likevel vil det være viktig å fremme at Kilpatrick et al. (2001) uttrykker at en funksjonell forståelse til matematikk, ikke nødvendigvis uttrykker en forutsetning om at elevene evner å forklare matematikken muntlig. Nettopp fordi elevene gjerne utvikler en forståelse før de evner å sette ord på det.

5.3.3 The Mathematics Tasks Framework og type svar

The Mathematics Tasks Framework, presentert i kapittel 2, viser hvordan tre faser fører til et læringsutbytte (Stein & Smith, 1998). Gjennom oppgavene i læreboka, slik de blir presentert av lærere og hvordan de implementeres av elevene, skal ifølge Stein & Smith (1998) føre til et læringsutbytte. Dette kan man se i sammenheng med Valverde et al. (2002) sin modell over pedagogiske muligheter i utdanning, som viser læreplanen i tre steg. Denne modellen framkommer i figur 2-1. I denne studien viser funnene overordnet sett at et dominerende antall oppgaver i læreboka, kun krever et svar. Dette kan være et interessant utgangspunkt for å undersøke den neste fasen i *The Mathematics Tasks Framework*, der det kan undersøkes hvordan læreren belyser det å heve eller senke krav om type svar. I en slik prosess kan det argumenteres for at nettopp dette kan være et hjelpemiddel for læreren, i arbeid med å bli det Friel et al. (1992) uttrykker som en reflekterende lærer.

6. Avslutning

6.1 Konklusjon

I denne masteroppgaven har jeg undersøkt to lærebøker, fra læreverket *Matematikk*, avgrenset til 7.årstrinn. Læreverket ble analysert for å svare på problemstillingen «Hvilke krav stiller oppgavene gitt til elever i 7.årstrinn, i temaet multiplikasjon og divisjon, i læreboka *Matematikk*?». For å kunne gi et svar på denne problemstillingen ble det stilt to forskningsspørsmål, som omhandler hvilke potensielle kognitive krav og type svar som stilles i læreverket. For å nærme meg forskningsspørsmålene ble lærebøkene analysert både i et bredt – og dypt perspektiv.

I forskning, som denne masteroppgaven, kan det fort tolkes dit at oppgaver med lavere potensielle kognitive krav utelukkende er mindre gode enn oppgaver som derimot stiller høyere potensielle kognitive krav. Dette på bakgrunn av at høyere potensielle kognitive krav gir andre muligheter for tenkning, som gjerne fører til mer utforskning blant elevene. Tilsvarende kan det også framstå som at oppgaver som ikke gir elevene mulighet til å forklare eller begrunne svaret, kan oppleves som mindre hensiktsmessige. Likevel kan det, basert på studiens drøfting, tolkes dit at både forståelse og kompetanse av multiplikasjon og divisjon, samt utvikling av multiplikativ tenkning, kan oppnås på ulike måter og på ulike nivåer. Oppgaver med både lave – og høye potensielle kognitive krav, samt ulike former for type svar, kan derfor konkluderes med å framheve ulike læringsmuligheter. Til tross for at det kan framstå som at oppgaver med lave potensielle kognitive krav kan være nyttig for eksempelvis automatisering, framstår det likevel som at slike oppgaver i større grad kan underbygge en imitativ resonnering, som gjerne fører til en instrumentell forståelse hos elevene. For å oppnå en god matematisk kompetanse, samt utvikle en relasjonell forståelse for blant annet de multiplikative lovene og multiplikasjons – og divisjonsalgoritmen, kan det derfor framstå som en forutsetning at elevene arbeider med oppgaver med høyere potensielle kognitive krav, samt kreative resonnementer der elevene får mulighet til å forklare egne tenkemåter.

I kodingen ble det plassert oppgaver i alle kategoriene, men det framkommer av funnene at enkelte kategorier framstår som mer dominerende. For at elever skal kunne få et helhetlig bilde på matematikk og skape gode matematiske fundamenter, viser studien tydelig hvor viktig lærerrollen framstår i denne prosessen. Gjennom sitt profesjonelle skjønn, vil læreren være en sentral del i å heve eller senke de kravene som fremmes i lærebøkenes potensial. Oppgaver med høye potensielle kognitive krav, samt det å utfordre elevene på å forklare eller begrunne både svar og løsningsprosesser, kan oppleves som krevende for både læreren og elevene. Sett i lys av studien indikeres det likevel at dette er forutsetninger for at elever utvikler en god matematisk kompetanse og forståelse. Overordnet sett konkluderes det med at det vil være viktig for en lærer å kjenne til hvilke muligheter og begrensninger som ligger i et læreverk, for å kunne tilpasse kravene til enhver elev. Dette kan også føre til at flere elever umiddelbart får en bedre opplevelse av matematikkfaget.

6.2 Diskusjon til videre forskning på emnet

I denne studien har jeg kun tatt for meg ett læreverk og ett årstrinn. I videre forskning på emnet kunne det vært interessant å undersøke flere læreverk hentet fra flere årstrinn, for å kunne gjennomføre komparative analyser. På bakgrunn av studiens minimale prosentandel memoreringsoppgaver, mener jeg en interessant problemstilling i denne sammenhengen kunne tatt for seg om hvorvidt det foregår en progresjon i potensielle kognitive krav i alderstrinn. Eksempelvis om lærebøker på et lavere klassetrinn, sammenlignet med lærebøker for 7.årstrinn, blant annet presenterer flere memoreringsoppgaver, samt eventuelt grunner for nettopp dette.

I tillegg kunne det også vært interessant å ta for seg en kontekstuell tilnærming av lærebøkene, der lærebokas potensial kunne blitt diskutert opp mot lærebokas bruk i klasserommet. Gjennom en slik tilnærming vil det forekomme forskning der *The Mathematics Tasks Framework* blir brukt på ulike måter. I denne sammenhengen kunne det også vært interessant å intervjue lærere, for å fremme hvor bevisste lærere er på potensielle krav som stilles, samt bevisstheten omkring tilpasninger av læremateriell til enkeltelever. Det kunne også fremmet interessante aspekter dersom videre forskning på temaet hadde involvert læreverkforfatterne, for å undersøke hvilke begrunnelser som ligger til grunn for læreverket.

6.3 Pedagogisk pekepinn

Gjennom arbeid med denne masteroppgaven har det gitt meg et mye større innblikk i hvor viktig læreren er med tanke på tilpasninger til den enkelte eleven. En viktig pedagogisk pekepinn som forskningsarbeidet mitt gir, er at lærere må være bevisste sin egen rolle, samt lærebøkenes rolle i matematikkundervisningen. Det vil gi mange fordeler for både læreren og elevene dersom læreren vet hvilke læringsmuligheter elevene presenteres for, dersom læreren ber elevene arbeide med oppgaver i en lærebok. I tillegg vil det også være nyttig dersom læreren vet hva som skal til for å opprettholde eller senke krav, for å oppnå de individuelle læringsmålene som settes til hver enkelt elev. Dersom elever får gode opplevelser med oppgavene de presenteres for, vil dette også være med på å bygge elevenes syn på selve matematikkfaget. Læreren er dermed med på å skape det matematiske grunnlaget som elevene skal ha med seg hele skoleløpet. Ulike oppgaver vil dermed skape ulik læring, men likevel skape en unik opplevelse av matematikk hos alle elever.

7. Litteraturliste

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i Matematikundervisning – Udvikling af IC-modellen. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (red.), *Kunne det tænkes? Om matematiklæring* (s. 110-126). Danmark: Forlag Malling Beck.

Befring, E. (2020). *Sentrale forskningsmetoder: med etikk og statistikk* (2.utg.). Cappelen Damm Akademisk

Bishop, J. L. & Verleger, M. (2013). The flipped classroom: A survey of the research. *ASEE Annual Conference and Exposition, Conference Proceedings*, Atlanta, GA.

Cappelen Damm. (u.å.-a). *Matematikk 1-4 fra Cappelen Damm.* Hentet 13.mars 2023. https://www.cappelendammundervisning.no/verk/matematikk-1-4-fra-cappelen-damm-153423

Cappelen Damm. (u.å.-b). *Matematikk 5-7 fra Cappelen Damm.* Hentet 13.mars 2023. https://www.cappelendammundervisning.no/verk/matematikk-5-7-fra-cappelen-damm-153428

Cappelen Damm. (u.å.-c). *Matematikk 8-10 fra Cappelen Damm.* Hentet 13.mars 2023. https://www.cappelendammundervisning.no/verk/matematikk-8-10-fra-cappelen-damm-153429

Cappelen Damm. (u.å.-d). *Norges største og eldste forlag – Cappelen Damms historie.* Hentet 13.mars 2023. https://cappelendamm.no/om-cappelen-damm/cappelen-damms-historie

Cappelen Damm. (u.å.-e). *Om Cappelen Damm forlag.* Hentet 13.mars 2023. https://cappelendamm.no/om-cappelen-damm

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6.utg). Routledge

Charalambous, C.Y., Delaney, S., Hsu, H.Y. & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12, 117-151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Downton, A., Russo, J. & Hopkins, S. (2020). Students´understandig of the associative property and its applications: noticing, doubling and halving, and place value. Mathematics Education Research Journal, 34, 437–456. https://doi.org/10.1007/s13394-020-00351-w

Doyle, W. (1988). Work in Mathematics Classes: The Context of Students´ Thinking During Instruction. *Educational Psychologist* 23(2), 167-180 https://doi.org/10.1207/s15326985ep2302_6

Eikrem, B.O., Grimstad, B.F., Opsvik, F., Skorpen, L.B. & Topphol, A.K. (2012) Åleine eller saman? I P. Haug (Red.), *Kvalitet i opplæringa: arbeid i grunnskulen observert og vurdert.* Det norske samlaget

Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education*, 45, 765-777. DOI:10.1007/s11858-013-0530-6

Fan, L. & Kaeley, G. S. (2000). The influence of Textbooks on Teaching Strategies: An Empirical Study. *Mid – Western Educational Researcher*, 13(4), 2-9

Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematixs education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, 45, 633 – 646. DOI: 10.1007/s11858-013-0539-x

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M.S. & Marino, M.S. (1985). The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division. Journal for Research in Mathematics Education, 16(1), 3-17. https://doi.org/10.2307/748969

Friel, S.N., Hart, L.C., Schultz, K., Najee-ullah, D. & Nash, L. (1992). Implementing the «professional Standards For Teaching Mathematics»: the Role of Reflection in Teaching. *The Arithmetic Teacher 40(1)*, 40-42. https://doi.org/10.5951/AT.40.1.0040

Gulbrandsen, J.E., Løchsen, R., Måleng, K. & Olsen, V.S. (2021a). *Matematikk 7 – grunnbok.* Cappelen Damm

Gulbrandsen, J.E., Løchsen, R., Måleng, K. & Olsen, V.S. (2021b). *Matematikk 7 – oppgavebok.* Cappelen Damm

Grønmo, L. S., Onstad, T., & Pedersen, I. F. (2010). *Matematikk i motvind: TIMSS Advanced 2008 i videregående skole.* Unipub.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27). Routledge.

Houang, R.T & Schmidt, W.H. (2008). TIMSS International Curriculum Analysis and Measuring Educational Opportunities. In 3rd IEA International Research Conference TIMSS, September 1-18. https://www.iea.nl/sites/default/files/2019-04/IRC2008_Houang_Schmidt.pdf

Hulbert, E.T., Petit, M.M., Ebby, C.B., Cunningham, E.P. & Laird R.E. (2017). *A focus on Multiplication and Division: Bringing Research to the Classroom*. Routledge.

Jacobsen, D.I. (2018). *Hvordan gjennomføre undersøkelser? – innføring i samfunnsvitenskapelig metode* (3.utg). Cappelen Damm Akademisk

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. National Academy Press.

Kleven, T.A. & Hjardemaal, F.R. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode: en hjelp til kritisk tolkning og vurdering* (3.utg.) Fagbokforlaget.

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Kvarv, S. (2021). *Vitenskapsteori: tradisjoner, posisjoner og diskusjoner* (3.utg.). Novus AS

Lithner, J. (2006). *A framework for analysing creative and imitative mathematical reasoning*. Umeå University: Research reports in mathematics education 3, Department of mathematics.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics,* 67(3), 255-276. Doi: 10.1007/s10649-007-9104-2.

Mesa, V. (2004). Characterizing Practices Associated with Functions in Middle School Textbooks: An Empirical Approach. *Educational Studies in Mathematics,* 56, 255-286.

NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora.* Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. *https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora*

NOU 1995:9. (1995). *Identitet og dialog: kristendomskunnskap, livssynskunnskap og religionsundervisning.* Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/f54bccc73a524b048a0ff7e1e7d00c4f/no/pdfa/nou199519950009000dddpdfa.pdf

NOU 1995:18. (1995). *Ny lovgivning om opplæring: «...og forøvrig kan man gjøre som man vil»*. Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/7d09fca038a04a419859a40c83103407/no/pdfa/nou199519950018000dddpdfa.pdf

Postholm, M.B. & Jacobsen, D.I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning.* Cappelen Damm Akademisk.

Ross, K. A. (1998). Doing and Proving: The Place of Algorithms and Proofs in School Mathematics. *The American Mathematical Monthly, 105*(3), 252-255. https://doi-org.ezproxy.inn.no/10.2307/2589080

Siemon, D., Breed, M. & Virgona, J. (2008). From additive to multiplicative thinking: the big challenge of the middle years. In J. Mousley, L Bragg, & C. Campbell, (Eds.) *Mathematics – Celebrating Achievement, Proceedings of the 42nd Conference of the Mathematical Association of Victoria*, Melbourne: MAV

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching, 77*, 20-26.

Smith, M.S. & Stein, M.K. (1998). Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School* 3(5) 344–350. https://doi.org/10.5951/MTMS.3.5.0344

Stein, M.K. & Smith, M.S. (1998). Mathematical Tasks as A Framework for Reflection: from Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School* 3(4) 268–275. https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268

St.meld. nr. 32 (2000-2001). *Evaluering av faget: kristendomskunnskap med religions – og livssynsorientering.* Kirke -, utdannings – og forskningsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/03e575fe333142a2874aff469f399f43/no/pdfs/stm200020010032000dddpdfs.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2017). Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020.

Utdanningsdirektoratet. (2018, 29.oktober). *Film: sammenhengen mellom kompetansebegrepet og dybdelæring.* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stottemateriell-til-overordnet-del/film-sammenhengen-mellom-kompetansebegrepet-og-dybdelaring/

Utdanningsdirektoratet. (2019, 18.november). *Hva er nytt i læreplanverket?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-nytt-i-lareplanverket/

Valverde, G.A., Bianchi, L.J., Wolfe, R.G., Schmidt, W.H. & Houang, R.T. (2002). *According to the Book: using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks.* Kluwer Academic Publishers.

Vedlegg A – forkortelser i analysen

Bok	Forkortelse	Betydning
	Grunnbok	*Matematikk 7* - grunnbok (Gulbrandsen et al., 2021a)
	Oppgavebok	*Matematikk 7* - oppgavebok (Gulbrandsen et al., 2021b)

Kognitive krav	Forkortelse	Betydning
	M	Memorering
	PU	Prosedyrer uten sammenheng
	PM	Prosedyrer med sammenheng
	GM	Å gjøre matematikk

Type svar	Forkortelse	Betydning
	S	Krever kun svar
	F	Krever forklaring av svar og/eller prosess
	B	Krever begrunnelse eller argumentasjon