Høgskolen i Innlandet

LUP - Fakultetet for lærerutdanning og pedagogikk

Emma Haugen

Masteroppgave

Potensielle kognitive krav og type svar i multiplikasjonsoppgaver:

En analyse av to norske lærebøker i matematikk på 4.trinn, med utgangspunkt i problemløsning.

Potential Cognitive Demands and Types of Responses in Multiplication tasks:

An Analysis of two Norwegian Textbooks in Mathematics for 4th grade, based on Problem-Solving.

5MGLU 1-7

2MASTER17

Vår 2023

Forord

Ved innlevering av denne masteroppgaven avsluttes mine 5år ved Høgskolen i Innlandet avdeling Hamar, og totalt 18år med skolegang. Nå fører vegen videre ut i arbeidslivet. Arbeidet med denne masteroppgaven har til tider vært en krevende prosess som har resultert i mye frustrasjon, men når jeg endelig har kommet ut i andre enden og oppgaven er levert sitter jeg igjen med en ekstrem mestringsfølelse.

Det er mange som fortjener en takk for all hjelpen de har bidratt med under skriveperioden av denne oppgaven. Først og fremst vil jeg takke veilederen min Anita Helseth, som har hjulpet meg ved å motivere, svare på alle mulige spørsmål og veilede oppgaven i riktig retning. Videre vil jeg takke medstudentene mine ved Høgskolen som med genuin interesse for at alle skal lykkes, har bidratt med gode råd og samtaler. Videre vil jeg takke venner og familie og har bidratt med korrekturlesning og motivasjon.

Avslutningsvis vil jeg takke samboeren min Ola, som har holdt ut med en stresset masterstudent i flere måneder. Dette hadde ikke vært mulig uten deg.

Hamar, mai 2023

Emma Haugen

Sammendrag

I denne masteroppgaven har det blitt gjort en lærebokanalyse av to læreverk i matematikk på 4.trinn. De utvalgte læreverkene var Multi 4A Elevbok og Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok. Begge publisert av to kjent norske forlag Gyldendal og Cappelen Damm, etter det nye kunnskapsløftet i 2020. Hensikten med lærebokanalysen var å undersøke i hvilke grad læreverkene svarer til potensielle kognitive krav og type svar i oppgaver, med utgangspunkt i problemløsning. Dermed ble følgende problemstillingen og forskningsspørsmål formulert:

«Hvilke potensielle kognitive krav og type svar kreves i multiplikasjonsoppgaver med utgangspunkt i problemløsning, i to norske lærebøker i matematikk på 4.trinn?»

- *«I hvilken grad svarer de utvalgte lærebøkene til potensielle kognitive krav med utgangspunkt i problemløsning?»*
- *«I hvilken grad svarer de utvalgte lærebøkene til type svar med utgangspunkt i problemløsning?»*
- *«Hvilke sammenhenger finnes det mellom potensielle kognitive krav og type svar i oppgavene i de valgte lærebøkene?»*

For å analysere læreverkene ble rammeverket til Charalambous et.al (2010) tatt i bruk. Dette rammeverket deler analysen inn i horisontal og vertikal analyse. I denne masteroppgaven gikk den vertikale analysen i dybden av potensielle kognitive krav slik de er definert av Smith og Stein (1998), og de ulike typene svar en oppgave kan kreve slik Charalambous et.al (2010) definerer det. Dette er gjort i kapittelet om multiplikasjon fra begge læreverkene, samt kapittelet om problemløsning i Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok.

Resultatene fra analysene i denne masteroppgaven tilsier at Multi 4A i svært liten grad svarer til potensielle kognitive krav ved problemløsning, og at Matematikk 4A fra Cappelen Damm svarer i liten grad. Både Multi 4A og Matematikk 4A fra Cappelen Damm svarer i svært liten grad til type svar ved problemløsning. Det ble oppdaget at det kun var oppgaver på de høyere potensielle kognitive nivåene som krevde en forklaring, og at oppgaver innen det potensielle kognitive kravet memorering kun krevde et svar.

Summary

In this master’s thesis a textbook analysis was conducted on two textbooks in mathematics for 4th grade. The selected textbooks were Multi 4A Elevbok and Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok. The purpose of the textbook analysis was to investigate to which extent the textbooks corresponded to potential cognitive demands and types of response in tasks, based on problem-solving. Thus, the title of this master´s thesis is: An analysis of two Norwegian textbooks in mathematics for 4th grade, based on problem-solving. The problem statement and research questions were formulated as following:

“What potential cognitive demands and types of response are required in multiplication tasks based on problem-solving, in two Norwegian textbooks in mathematics for 4th grade?”

- “To what extent do the selected textbooks correspond to potential cognitive demands based on problem-solving?”
- “To what extent do the selected textbooks correspond to types of response based on problem-solving?”
- “What connections exist between potential cognitive demands and types of response in the tasks in the selected textbooks?”

To analyze the textbooks a framework produced by Charalambous et al. (2010), that divided the analysis into horizontal and vertical analyses, was used. In this master´s thesis, the vertical analysis went into depth on potential cognitive demands as defined by Smith and Stein (1998), and the different types of response a task can require, as defined by Charalambous et al. (2010). This was done in the multiplication chapter from both textbooks, as well as the problem-solving chapter in Matematikk 4A.

The results from the analyses in this master´s thesis suggest that Multi 4A to a very small extent corresponds to potential cognitive demands in problem – solving, and that Matematikk 4A fra Cappelen Damm corresponds in a small extent. Both Multi 4A and Matematikk 4A fra Cappelen Damm to a very small extent corresponds to types of response in problem – solving. It was discovered that it only was tasks in a higher potential cognitive level that required an explanation, and that tasks in the potential cognitive level memorization only required an answer.

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

I denne masteroppgaven vil det bli gjennomført en analyse av to lærebøker i matematikk, med utgangspunkt i potensielle kognitive krav og type svar ved problemløsning. Analysen vil ta for seg de utvalgte lærebøkenes variasjoner av potensielle kognitive krav og type svar ved oppgavene. Det vil også blir gjort en undersøkelse for å oppdage eventuelle sammenhenger mellom de potensielle kognitive kravene og typen svar en oppgave krever. Lærebøkene som vil bli brukt i oppgaven er Multi 4A Elevbok og Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok. Videre i oppgaven til disse bli henvist til som Multi 4A og Matematikk 4A. Lærebøkene er matematikkbøker som hovedsakelig er brukt høstsemesteret i 4.trinn.

1.1 Begrunnelse for tema

Det er flere aspekter som har påvirket valget av tema i denne oppgaven. Et av dem er den nye læreplanen som kom i 2020, og som brakte med seg nye kompetansemål og kjerneelementer. Det vil også bli presentert personlige begrunnelser, som blant annet tar utgangspunkt i egne erfaringer. Matematikkfaget i grunnskolen i dag, utvikling og produksjon av lærebøker i Norge og lærerens bruk av lærebøker hadde også en sentral rolle i valget av tema.

1.1.1 Ny læreplan I 2020

Den 1. august 2020 ble det innført ny læreplan i matematikkfaget, og med den kom det både nye kompetansemål og nye kjerneelementer (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 2-4). Disse kjerneelementene omhandler utforskning og problemløsning, modellering og anvendelser, resonering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering, og matematiske kunnskapsområder.

1.1.2 Personlig begrunnelse

Jeg startet på grunnskolelærerutdanningen ved høgskolen i Innlandet avdeling Hamar høsten 2018. Mitt studieløp har dermed vært sterkt knyttet til det nye kunnskapsløftet fra 2020, allerede før det trådte i kraft. Under studieløpet har de nye kjerneelementene i matematikkfaget vært noe som har fanget min interesse.

Den gangen jeg selv gikk på barneskolen var det de oppgavene som åpnet opp og ga mulighet for utforskning, som interesserte meg. Da jeg fikk kjennskap til at et av kjerneelementene i kunnskapsløftet 2020 omhandlet utforskende og problemløsende oppgaver (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 2), vekket dette min nysgjerrighet. Dette resulterte dermed i at jeg ønsket å ta utgangspunkt i kjerneelementene om utforskning og problemløsning, når jeg skulle skrive min masteroppgave.

Samtidig som jeg begynte arbeidet med min masteroppgave i august 2022, tiltrådde jeg i en 40% fast stilling som faglærer på et 4.trinn. Undervisningen som var tillagt stillingen inkluderte ulike fag, blant annet ble ansvaret for å planlegge matematikkundervisningen for trinnet tildelt meg. Jeg oppdaget at 4.trinn ikke hadde tilgang på oppdaterte lærebøker i matematikk, verken fysiske eller digitale. Det ble også fort klart at lærebøker var fine å bruke som veiledning siden jeg hadde liten erfaring med å planlegge et så viktig fag som matematikk. Dette viste seg eksempelvis når det kom til hvilke temaer som skulle dekkes i matematikk på 4.trinn, og i hvilken rekkefølge. Læreboken ble også en inspirasjonskilde når det kom til å finne oppgaver innenfor de ulike temaene. Hvorvidt og i hvor sto grad lærebøker skal styre undervisningen har vært en viktig del av min utdanning. Dette har resultert i at jeg er noe kritisk til å kun basere undervisningen min på lærebøker. Det opplevdes derfor som relevant å analysere ulike lærebøkers innhold, for å kunne vurdere hvordan de svarer til læreplanen i matematikk.

1.1.3 Matematikkfaget i grunnskolen og mellomtrinnet

Utdanningsdirektoratets rapport (Utdanningsdirektoratet, 2018, s. 2) fra 2018, om «*Kunnskapsgrunnlag for kvalitetskriterium for læremiddel i matematikk*», poengterer viktigheten av matematikkfaget i grunnskolen. Antall timer med matematikk på 1.- til 4.trinn ligger på 560 timer (Utdanningsdirektoratet, u.å. a.). Til sammenligning har norsk 931 timer (Utdanningsdirektoratet, u.å. b.), og engelsk 138 timer (Utdanningsdirektoratet, u.å. c.). Det er kun norskfaget som i grunnskolen har flere undervisningstimer enn matematikk. Dette sier noe om viktigheten av faget matematikk.

I 2019 publiserte Statistisk Sentralbyrå en undersøkelse over hvor mange studiepoeng lærere som underviser i matte har. På småskolen var det litt over 20% av lærerne som ikke hadde noen studiepoeng i faget (Statistisk sentralbyrå, 2019, s. 34). Litt mer enn 10% hadde 1-29 studiepoeng, og litt over 40% hadde 30-59 studiepoeng. Litt over 20% av lærene hadde 60 eller flere studiepoeng i matematikk. Fordelingen av studiepoeng blant lærere som underviste i matematikk på mellomtrinnet viste at ca. 15% ikke hadde noen studiepoeng (Statistisk sentralbyrå, 2019, s. 34). Litt over 10% hadde 1-29 studiepoeng, og litt under 40% hadde 30-59 studiepoeng. Ca. 35% av lærerne hadde 60 eller flere studiepoeng. Ifølge Statistisk Sentralbyrå vil dette si at ca. 65% av de som er lærere i matematikk på småskoletrinnet har tilstrekkelig fagkompetanse til å undervise i faget, og på mellomskoletrinnet ligger andelen på litt over 70%. Dermed er det ca. 35% som ikke har tilstrekkelig fagkompetanse i matematikk på småskolen og litt under 30% som ikke har tilstrekkelig fagkompetanse på mellomtrinnet. (Statistisk sentralbyrå, 2019, s.14) Tilstrekkelig fagkompetanse defineres av Kunnskapsdepartementet som 30 studiepoeng i matematikk på småskoletrinnet og 60 studiepoeng på mellomskoletrinnet. Lærere som ikke oppfyller dette kravet har frist frem til 2025 på å skaffe seg tilstrekkelig fagkompetanse (Forskrift til opplæringslova, 2006, §14-2, og §14-3).

Lester (2013, s. 262) understreker viktigheten av at lærere i matematikkfaget har tilstrekkelig med kunnskap til å lage og velge passende oppgaver og aktiviteter for undervisningen. Herunder å finne oppgaver som vil gi de gjeldende elevene en passende utfordring, samt å kunne identifisere og kjenne til elevenes strategier for å løse disse. Ifølge Lester (2013, s. 263) kan det ikke lenger anses som en selvfølge at lærere kun baserer undervisningen sin på lærebøker, men at det nå vil være naturlig å utføre flere studier på læreres planlegging. Dette mener Lester (2013, s. 236) i stor grad har blitt utelukket som en relevant faktor i forskning innen problem løsning. Viktigheten av å inkludere dette begrunner han med at mengden og typen planlegging lærere gjør vil ha stor innvirkning på hva som skjer i selve undervisningen, og dermed kunne ha stor innvirkning på elevenes læringsutbytte.

1.1.4 Lærebøker i Norge

Over en periode hadde Norge et eget senter med autorisasjon til å godkjenne lærebøker, som ble kalt Nasjonalt læremiddelsenter (Kongelf, 2015, s. 84). Dette senteret ble nedlagt i år 2000. Ved innsendelse av søknad om godkjenning av ny lærebok skulle forlaget, ifølge §2 under *Forskrift for godkjenning av lærebøker for grunnskole og videregående skole*, sende inn «tre korrekturleste eksemplarer av manuskriptet til en lærebok med orientering om illustrasjonsmateriellet» til Nasjonalt læremiddelsenter (Forskrift om godkjenning av lærebøker, 1984, §2). Vedlagt skulle det følge informasjon om hvor boken skulle brukes (hvilke fag/emne, klassetrinn, linje, kurs, skoleslag), en uttalelse om den språklige utformingen av teksten fra Norsk Språkråd, en uttalelse om den pedagogiske utformingen av boken fra forlagets konsulent, og et utkast til brukerinformasjon. Ifølge forskriften §7 (Forskrift om godkjenning av lærebøker, 1984, §7) er godkjenningen knyttet til fastsatt læreplan. Skulle læreplanen bli revidert, eller det skulle komme en ny læreplan, måtte forlaget sende inn en ny søknad om godkjenning. Hvis ny søknad uteble ville boken bli tatt ut av bruk. Dette tilsier at om Nasjonalt læremiddelsenter hadde eksistert i dag, ville alle forlag måttet sende inn en ny søknad for eksisterende, reviderte eller nye lærebøker etter at kunnskapsløftet 2020 tråde i kraft. Matematikksenteret er i dag det nasjonale senteret for matematikk i Norge, men matematikksenteret har ingen autorisasjon til å godkjenne lærebøker. I følge Kongelf (2015, s. 84) vil dette tilsi at det i teorien er mulig for hvem som helst å både skrive og publisere en lærebok i skolen.

1.1.5 Lærerens bruk av lærebøker i matematikk

Det kommer frem av Sebastian Rezat (2012, s. 231) at måten en lærer bruker lærebøker i matematikk på, hovedsakelig kan deles i to punkter. Den ene bruksmåten er som en kilde til å finne oppgaver og utfordringer å jobbe med i faget. Den andre måten å bruke lærebøker på er som en form for veiledning eller instruksjon om hva som skal læres, og på hvilke måter det som skal læres kan presenteres. Valverde et al. (2002, s. 2) poengterer at det i løpet av årene er gjort flere undersøkelser, i ulike land, som bekrefter at lærebøker har en betydelig innvirkning på læreres undervisning. Dermed bekreftes det også indirekte at lærebøker har en betydelig innvirkning på den konkrete undervisningen. En undersøkelse gjort i 2020 fra Tyrkia underbygger dette (Ulusoy & Incikabi, 2020, s. 8). I denne undersøkelsen kom det frem at et flertall av lærerne i undersøkelsen brukte lærebøkene som en eller annen form for inspirasjonskilde. En tredjedel av lærerne i undersøkelsen anså lærebøker som en form for autoritet innen valg av oppgaver (Ulusoy & Incikabi, 2020, s. 9). Dette tilsier at lærere i stor grad bruker lærebøker i matematikkfaget, og at lærebøker i faget derfor har en svært sentral rolle i skolen og klasserommet.

1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

Vilma Mesa skrev i 2004 en artikkel hvor hun stiller noen viktige spørsmål (s. 256). Hun spør hva elever ville lære om matematikkundervisningen dekket alle delene av læreboken i satt rekkefølge, og hva ville elevene lære om de måtte løse alle oppgavene i en lærebok? Valverde et al. (2002, s. 1) mener at forståelsen av lærebøker er viktig for å kunne forstå læringsmulighetene elevene får.

Med utgangspunkt i tidligere nevnte faktorer, inkludert at rundt 35% av småskolelærere ikke har tilstrekkelig fagkompetanse i matematikk, at det teoretisk sett ikke er noen begrensninger på hvem som kan publisere lærebøker, og at lærebøker spiller en essensiell rolle i matematikkundervisningen, vil jeg i denne masteroppgaven utforske hvordan lærebøkene i matematikk samsvarer med den nye læreplanen fra 2020. Oppgaven vil være begrenset til kjerneelementet utforskning og problemløsning, med hovedvekt på problemløsning, og vil analysere lærebøker for 4.trinn.

Dermed vil problemstillingen for denne masteroppgaven lyde som følger:

«Hvilke potensielle kognitive krav og type svar kreves i multiplikasjonsoppgaver med utgangspunkt i problemløsning, i to norske lærebøker i matematikk på 4.trinn?»

For å kunne besvare denne problemstillingen har jeg kommet frem til følgende forskningsspørsmål:

«I hvilken grad svarer de utvalgte lærebøkene til potensielle kognitivt krav med utgangspunkt i problemløsning?»

«I hvilken grad svarer de utvalgte lærebøkene til type svar med utgangspunkt i problemløsning?»

«Hvilke sammenhenger finnes det mellom potensielle kognitive krav og type svar i oppgavene i de valgte lærebøkene?»

1.3 Avgrensninger av oppgaven

I denne oppgaven vil det bli utført dokumentanalyse av to lærebøker i matematikk på 4.trinn. Som faglærer på 4.trinn vil det være relevant å ta utgangspunkt i dette trinnet. På denne måten kan jeg tilegne meg relevant kunnskap fra to lærebøker i matematikk på 4.trinn, noe som kommer både masteroppgaven og mitt arbeid som lærer til gode.

Jeg visste på forhånd av oppgaven at jeg ønsket å ta utgangspunkt i lærebøker som enten var produsert eller oppdatert etter det nye kunnskapsløftet fra 2020. Da arbeidet med denne masteroppgaven begynte var det fortsatt noen av de nye og oppdaterte lærebøkene i matematikk som ikke var ferdigstilt for 4.trinn. Jeg ønsket å ta utgangspunkt i to bøker som hadde lignende temaer og kapitler, og som var inndelt i a og b bok. Dette var fordi jeg ønsket å prioritere en sammenligning av oppgavetyper, med utgangspunkt i potensielle kognitive krav og type svar en oppgave krever ved problemløsning. Derfor var jeg avhengig av å finne lærebøker som inneholdt lignende temaer og kapitler. Det var ønskelig å inkludere Volum 4A fra fagbokforlaget i min undersøkelse, men dette var dessverre en av lærebøkene som på 4.trinn ikke var ferdigstilt. Dermed falt valget på Multi 4A og Matematikk 4A, da dette var to lærebøker som passet til de ønskene jeg hadde. Valget om å analysere to lærebøker ble påvirket av to faktorer. Den ene faktoren var at utvalget av lærebøker i matematikk som var inndelt i separate a og b bøker, var lite. Da det i den perioden jeg startet på arbeidet med masteroppgaven ikke var alle bøkene på 4.trinn som var ferdigstilt ennå. Den andre faktoren som påvirket valget mitt var at jeg ønsket å sette meg grundig inn i bøkene, og dermed ble det naturlig å begrense utvalget.

1.4 Oppgavens oppbygning

Oppgaven er bygget opp ved inndeling av ulike kapitler, som omhandler ulike undertemaer. I innledningskapittelet har det blitt presentert ulike begrunnelser for valg av tema, samt avgrensninger. Innledningskapittelet vil også bli referert til som denne oppgavens kapittel 1. Teorikapittelet vil inneholde teori og forskning som vil være relevant for denne masteroppgaven, og vil være oppgavens 2. kapittel. Metodekapittelet vil være oppgavens 3. kapittel og vil presentere den valgte forskningsmetoden, og hvordan den horisontale og vertikale analysen vil bli utført. Det vil også bli presentert ulike refleksjoner rundt studiens kvalitet og forskningsetikk i metodekapittelet. Kapittelet om resultater vil inneholde en presentasjon av resultatene fra analysene, og vil omtales som kapittel 4. Drøftingskapittelet vil bli brukt til å drøfte resultatene presentert i kapittel 4, samt å vurdere egne resultater og presentere et totalinntrykk av lærebøkene. Dette kapittelet vil bli oppgavens 5. kapittel. Det 6. kapittelet, også kalt avslutningskapittelet, vil presentere et tilbakeblikk på oppgaven, en endelig konklusjon med utgangspunkt i forskningsspørsmålene, refleksjon rundt oppgavens samfunnsrelevans, min vei videre og forslag til videre forskning innen temaet. Kapittel 7 vil presentere en litteraturliste, med henvisning til all litteratur brukt i oppgaven, samt liste over tabeller, diagrammer, bilder og figurer. Det siste og 8. kapittelet i oppgaven vil inneholde vedlegg.

2. Teori

Dette kapittelet vil presentere det teoretiske rammeverket for oppgaven, og vil omhandle temaene problemløsning, potensielle kognitive krav i matematikk og hvilken type svar en oppgave kan kreve. Det vil også bli presentert relevant teori som omhandler multiplikasjon, korrekt bruk av matematiske begreper, matematisk forståelse, dokumentanalyse, og horisontal og vertikal analyse. Avslutningsvis i kapitelet vil det bli presentert annen relevant forskning.

2.1 Matematikkfagets relevans og sentrale verdier

Ifølge utdanningsdirektoratet skal matematikkfaget være bidragsyter til at «elevene utvikler et presist språk for resonering, kritisk tenkning og kommunikasjon gjennom abstraksjon og generalisering.» (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 2). Matematikkfagets viktighet for å forstå mønstre og sammenhenger i samfunnet og naturen er også et tema. Ved å gi elevene nødvendig kunnskap i utforsking og problemløsning, skal matematikkfaget forberede elevene på å entre et samfunn og arbeidsliv i utvikling. Igjennom utforskning og problemløsning skal elevene utvikle sine samarbeidsevner og selvstendige evner i faget. På denne måten vil elevene kunne bli mer bevisste over sin egen læring. Selvstendig arbeid med problemløsing vil kunne utvikle elevens selvstendighet og utholdenhet i faget.

2.2 Utforskning og problemløsning i læreplanen i matematikk

Utforsking i matematikk er ifølge læreplanen i matematikk 1.-10.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 2) å snakke om og i felleskap komme frem til et svar, finne mønster, sammenhenger, og ha et større søkelys på strategibruk. Elevene skal produsere en strategi for å finne et ukjent svar. Læreplanen definerer problemløsning i matematikk som å kunne analysere både kjente og ukjente problemer, kunne løse problemene og se om svaret er riktig eller ikke.

2.2.1 Problemløsning

B. F. Skinner (1966, s. 225) skildrer at en oppgave som i det gjeldende øyeblikket ikke er noe svar på, er et problem. Frank. K. Lester (2013, s. 247), med utgangspunkt i Frensch & Funke (1995), definerer et problem som en oppgave en ikke umiddelbart vet hvordan skal løses. Videre definerer Lester (2013, s. 248) problemløsning som en aktivitet som krever at en må engasjere seg i ulike kognitive handlinger. Disse kognitive handlingene krever visse ferdigheter og kunnskap, og de er ikke nødvendigvis rutinemessige.

I følge Polya (1957, s. 5-6) kan problemløsning deles opp i fire like viktige stadier. Det første er å forstå problemet, her må en se og forstå hva oppgaven spør etter. Det andre stadiet er å lage en plan. For å lage en plan kan det være nødvendig å bruke tidligere kunnskap, slik som tidligere løste problemer eller prosedyrer som kan overføres til dette problemet (Polya, 1957, s. Xvi-xvii). Stadie nummer tre er å utføre planen. Her vil det være gunstig å sjekke om stegene er riktige, og om dette kan bevises. Det siste og fjerde stadiet er å se tilbake på løsningen, og vurderer og diskuterer den. Å utføre problemløsning på en god måte innebærer å kunne systematisere tidligere kunnskap, erfaringer, intuisjon og kjente representasjoner (Lester & Kehle, 2003, s. 510). Problemløsning innebærer også å kunne gjengi dette på en ny måte. At elever selv ser hvor de kan bruke den matematikken de har lært er ifølge Kaye Stacey (2005, s. 341) et avgjørende mål med matematikkundervisningen. Ifølge Stacey (2005, s. 342) er det flere faktorer som har innvirkning på om den matematiske problemløsningen er vellykket eller ikke. I sin artikkel nevner hun blant annet faktorer som at elevene har evnen til å samarbeide med andre, kan formidle til andre hva de har gjort, har dype matematiske kunnskaper, kan ta i bruk heuristiske strategier og generelle resoneringsevner. Liljedahl et al. (2016, s. 5) bekrefter at gode problemløsere vil ha evnen til å lettere kunne overføre allerede kjente prosedyrer til andre ulike sammenhenger. Dette da de ofte har lettere for å se og kjenne igjen mønstre i oppgaven.

DeCaro og Rittle-Johnson (2012, s. 553) med utgangspunkt i Sylva et. al. (1976) skriver i sin artikkel "*Exploring mathematics problems prepares children to learn from instruction*" at elever som har fått en gjennomgang av en voksen ofte vil prøve færre metoder for å løse en oppgave, enn elever som får undersøke fritt. Gjennomgang av en voksen fører til reduksjon av evnen til problemløsning. Ifølge Lester (2013, s. 272) vil det være syv prinsipper som ligger til grunn for god problemløsning i matematikkfaget. Av de syv prinsippene Lester presenterer trekker han frem de to første som de viktigste. Det første av disse to prinsippene handler om viktigheten av at elever jevnlig får jobbe med problemoppgaver, slik at de får utviklet sine ferdigheter innen problemløsning i matematikk. Det andre prinsippet går ut på at elevene bare vil kunne utvikle seg som problemløsere om de får mulighet til å løse ulike typer av problemløsningsoppgaver. Noen elever er utrente i problemløsning, men er intuitivt gode. Om disse elevene sier Liljedahl et al. (2016, s. 5) at selv om de er gode problemløsere er de ofte ikke i stand til å forklare hvordan de har løst oppgaven. Ifølge Klaveness et al. (2019, s. 178) er det viktig å huske at noe som er problemløsning for én elev, ikke nødvendigvis er det for en annen. Det blir derfor understreket at det ikke vil være mulig å definere oppgaver i kategoriene problemløsningsoppgave og ikke problemløsningsoppgave. Klaveness et al. (2019, s. 178) trekker frem et eksempel hvor én oppgave tildeles både en 1.klasse elev og en 4.klasse elev. På grunn av 4.klassingens tidligere erfaringer og kunnskap, vet eleven kjapt hvordan oppgaven skal løses og dermed er ikke oppgaven en problemløsningsoppgave for denne spesifikke eleven. For 1.klassingen derimot, er dette en problemløsningsoppgave, da denne eleven ikke har de samme erfaringene og kunnskapen som 4.klassingen, og derfor må utforske seg frem til svaret.

Problemløsning kan dels inn i to (Lester, 2013, s. 246). Enten problemløsning som en matematisk prosess, eller problemløsning som et sluttresultat av instruksjon. Altså enten læring igjennom problemløsing, eller læring av problemløsning. Dette nevner også Stacey (2005, s. 342) som undersøker offisielle læreplandokumenter fra Australia, Storbritannia, USA og Singapore. Av hennes undersøkelse kommer det frem at problemløsning har en tydelig plass i alle de undersøkte dokumentene, enten som hovedmål, eller som en måte å nå et bredere mål i matematikk på.

2.3 Multiplikasjon

Ordet multiplikasjon blir først nevnt i kompetansemålene for 3.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 6). De følgende kompetansemålene er «*utforske multiplikasjon ved telling*», «*eksperimentere med multiplikasjon og divisjon i hverdagssituasjoner*», «*representere multiplikasjon på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene*» og «*bruke kommutative, assosiative og distributive egenskaper til å utforske og beskrive strategier i multiplikasjon*» (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 6-7).

Selv om multiplikasjon ikke introduseres som begrep før på 3.tinn, vil mange elever ha erfaring med ulike aspekter ved multiplikasjon (Solem et al., 2018, s. 147). Elever vil i tidlig alder kunne fordele eksempelvis godteri likt mellom seg, slik at alle får like mye. Arbeid med for eksempel å finne dobbelt så mye, eller å telle penger slik som at fem ti-kroner blir femti kroner, vil også være tidlig arbeid med multiplikasjon. Siden standardalgoritmene i multiplikasjon og divisjon er betydelig mer avansert enn i addisjon og subtraksjon, vil det å kunne forklare hvorfor algoritmene i multiplikasjon og divisjon gir riktige svar, kreve en dypere forståelse enn i addisjon og subtraksjon (Solem et al., 2018, s. 147). De fleste voksne vil kunne forklare algoritmene i addisjon og subtraksjon, men siden multiplikasjon og divisjon er mere abstrakte og i større grad skjuler handlingene i algoritmen, vil disse regneartene være mer krevende.

I kompetansemål for 4.trinn står ikke multiplikasjon definert spesifikt, men vil falle under kompetansemålet «*utforske og forklare sammenhenger mellom de fire regneartene og bruke sammenhengene hensiktsmessig i utregning*» (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 7). Når multiplikasjon introduseres på 3.trinn, innføres det som oftest først som gjentatt addisjon (Bjørnestad, 2011, s. 6). Eksempelvis om tre bunter med fire gulerøtter i hver, hvor det kan adderes slik: 4+4+4. Altså 4, tre ganger. Larsson et al. (2017, s. 3) er enig i at multiplikasjon ofte introduseres som gjentatt addisjon, men legger også til modeller av like grupperinger. Ifølge Bjørnestad (2011, s. 6) vil de fleste lærebøker skille mellom multiplikanden og multiplikatoren. Multiplikanden er størrelsen på gruppen, og multiplikatoren er antallet grupper. Tegnet for multiplikasjon er «·». I eksemplet over vil 4 og 3, i et multiplikasjonsstykke, bli kalt faktorer. Summen av faktorene multiplisert med hverandre kalles for produkt. Dermed vil multiplikasjonsstykket være: 4 (faktor) · 3 (faktor) = 12 (produkt). Utviklingen av multiplikativ tenkning kan deles opp i fire trinn, hvor vanskelighetsgraden avanseres gradvis (Solem et al., 2018, s. 150). Det første og enkleste av de fire trinnene er direkte modellering, hvor elevene konstruerer en direkte modell av oppgaven. Eksempelvis med telleklosser delt i grupper. På det andre trinnet er ikke elevene lenger avhengig av den direkte modelleringen, men kan nå benytte seg av faktakunnskaper slik som dobling og gjentatt addisjon. Når elevene ikke lenger ser på antallet i hver gruppe, men heller gruppen som én enhet, vil elevene ha beveget seg til det tredje trinnet. På det fjerde og siste utviklingstrinnet vil elevene føle seg trygge på de ulike symbolene og enkelte deler av gangetabellen. Her vil de eksempelvis være komfortable nok til å dele opp faktorene i multiplikasjonen slik at de forenkler gangestykket. Innen multiplikasjon finnes det tre ulike lover (Solem et al., 2018, s. 150). Disse er den kommutative, den assosiative og den distributive lov. Den kommutative lov sier at når to tall multipliseres ($a \cdot b$) vil ikke rekkefølge ha noen betydning. Dermed vil $4 \cdot 5 = 5 \cdot 4$. Den assosiative lov sier at når det er tre tall som multipliseres, så vil ikke rekkefølgen på hvilke to tall som først skal multipliseres ha noe å si. Dermed vil $(4 \cdot 5) \cdot 6 = 4 \cdot (5 \cdot 6)$. Den distributive lov sier at den ene faktoren i et multiplikasjonsstykke kan deles opp, og multipliseres med den andre faktoren. Dermed vil $4 \cdot 5 = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 5$ (Solem et al., 2018, s. 150).

2.3.1 Korrekt bruk av matematisk språk

Å bruke det matematiske språket riktig kan for mange elever oppleves som vanskelig (Adams et al., 2016, s. 1158). Dette blant annet da betydningen av et ord kan variere etter om det er i en matematisk kontekst eller i en ikke matematisk kontekst. Elever må møte matematiske begreper i flere ulike kontekster for å kunne utvikle et godt kjennskap til dem, samt forståelsen for begrepets betydning (Adams et al., 2016, s. 1158). Igjennom korrekt bruk av et matematisk språk vil elevene lære å utvikle gode argumenter, og dermed forsterke sin egen forståelsen for viktigheten av korrekt bruk av det matematiske språket (Adams et al., 2016, s. 1163). Ifølge Adams et al. (2016, s. 1164) er elevenes bruk av et korrekt matematisk språk essensielt for at de skal kunne produsere gode begrunnelser. Det er også viktig å huske at selv om elevene bruker begrepet, så betyr ikke dette nødvendigvis at de har forstått når eller hvordan begrepet skal brukes korrekt (Adams et al., 2016, s. 1164). Kranda (2008, s. 17) mener at mange elever unngår å bruke et matematisk språk da det oppleves som unaturlig for dem. For mange elever er det mest naturlige å skrive på samme måte som de snakker i det daglige. Under en samtale med en elev opplevde Kranda (2008, s. 21) at eleven utrykte at korrekt matematisk språk hjalp henne å forstå hva som sto i lærebøkene. Lærebøkene brukte matematiske begreper og ved å arbeide med oppgaver som omhandlet dette ble det utviklet et naturlig forhold til flere begreper. Ifølge Kranda (2008. s. 30) er det mangelen på forventninger om bruk av korrekt matematisk språk i begynnelsen av skoleløpet som fører til det unaturlige forholdet mellom elever og korrekt matematisk språk.

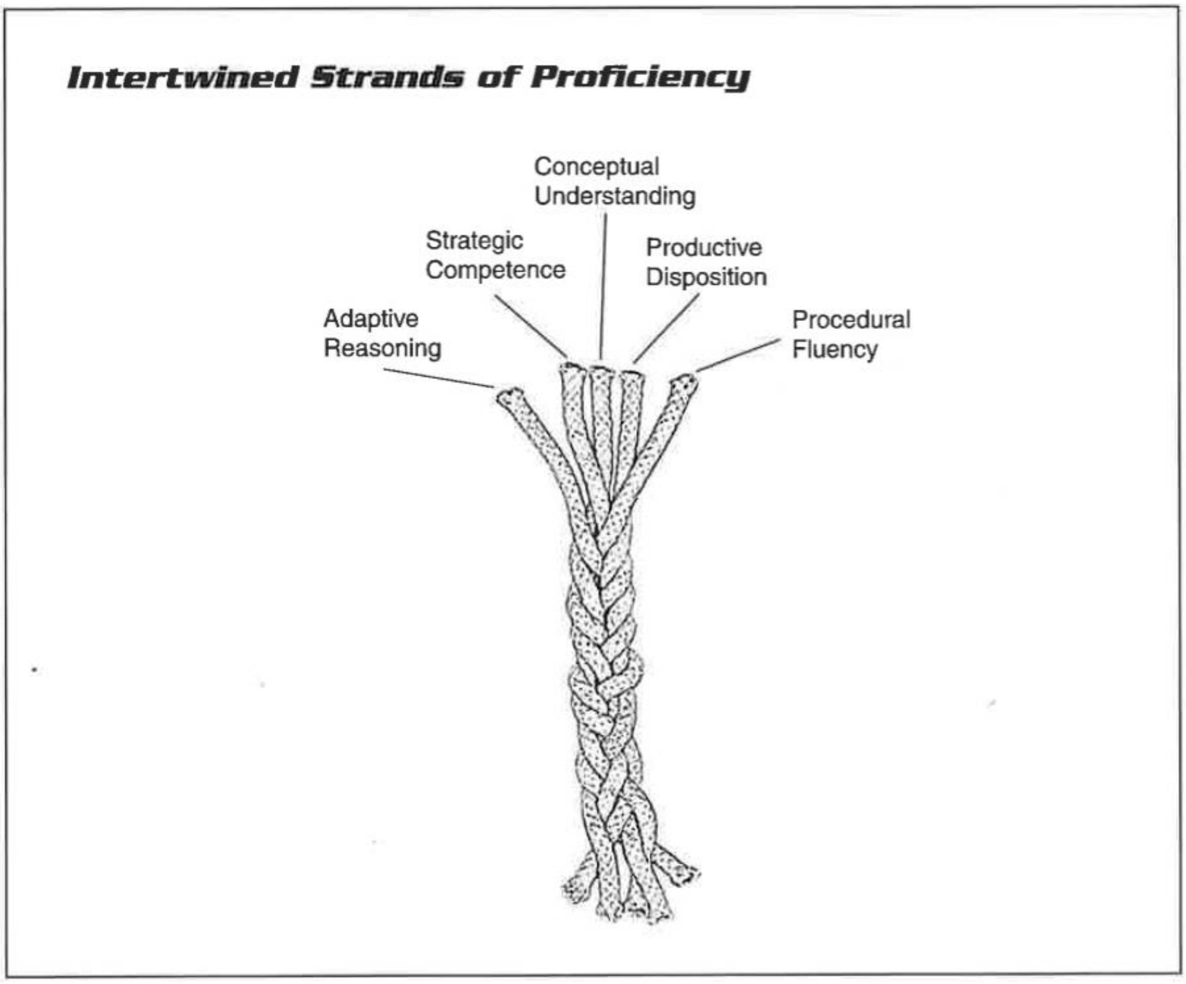
2.4 Matematisk forståelse

Det har vist seg at forholdet mellom evnen til å utføre en oppgave, og evnen til å forstå oppgaven og hvilke handlinger som er nødvendige kan være komplisert (Murray & Rodney, 1986, s. xi). Det er ikke slik at det i alle tilfeller vil være nødvendig med noen videre refleksjon, men det er blitt klart at igjennom å finne meninger og struktur vil ferdigheter og evne til å bruke tidligere relevant kunnskap bli forsterket (Murray & Rodney, 1986, s. xii).

Hiebert og Lefevre deler kunnskap inn i to, *Conceptual* og *Procedural*, oversatt til konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap (1986, s. 1). Over en lengre periode var det en debatt om hvilke av de to kunnskapstypene som var den viktigste, og om hvordan en skulle finne en god balanse mellom dem (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 1). Denne debatten har også brukt begrepene ferdigheter og forståelse, og dermed omhandlet hvilken av disse som skal ha størst plass i undervisningen. Konseptuell kunnskap, er kunnskap som konsentrere seg om sammenhenger og relasjoner. Konseptuell kunnskap kan ikke isoleres som en enkel enhet med kunnskap, da kriteriene til konseptuell kunnskap er at en kan se mulige sammenhenger med annen informasjon. Disse sammenhengene kan være mellom allerede tilegnet informasjon, eller mellom tidligere tilegnet informasjon og ny informasjon (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 3-4). Hiebert og Lefevre (1986, s. 6) deler prosedyrekunnskap, i to deler. Den første delen kalles for matematikkens form, og omhandler kjennskapen til hvilke regler som gjelder for å skrive matematiske symboler på en akseptert måte. Hiebert og Lefevre (1986, s. 6) bruker følgende eksempel, hvor $3{,}5 \div \_\_ = 2{,}71$ vil bli akseptert. Dette selv om en ikke automatisk vet svaret som skal stå på den blanke linjen. Et eksempel som i følge Hiebert og Lefevre (1986, s. 6) ikke vil bli akseptert er $6 += \_\_2$. Her er det prosedyrekunnskapen som forteller oss at dette ikke er en akseptabel bruk og sammensetning av de ulike symbolene. Den andre delen av prosedyrekunnskap omhandler algoritmer, regler eller prosedyrer. Disse brukes for å løse matematiske problemer, og forklarer fremgangsmåten steg for steg. En relevant prosedyre vil være strategier ved problemløsning (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 7). Ifølge Cheung et al. (2018, s. 61) kan konseptuell kunnskap ansees som å vite *hvorfor*, og prosedyrekunnskap som å vite *hvordan*.

Meaningfull og *Rote learning* er to typer læring som Hiebert og Lefevre (1986, s. 8) mener kan kobles til konseptuell og prosedyrekunnskap. De mener at igjennom meningsfull (*meaningfull*) læring, så vil konseptuell kunnskap oppstå. Med meningsfull læring menes læring som retter søkelys på relasjoner og sammenhenger mellom kunnskap, og dermed utforsker denne kunnskapen på et dypere nivå. *Rote learning* kan oversettes til læring ved pugging. Ved pugging økes kunnskapen i den enkelte aktiviteten, og det vil ikke være mulig å overføre kunnskapen til andre situasjoner enn de eksemplene som er tilnærmet like (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 8). Konseptuell kunnskap kan tilegnes ved pugging, men ikke alltid pugging alene. Prosedyrer kan derimot læres ved pugging, og dermed kan *rote learing* kobles til prosedyrekunnskap. Hiebert og Lefevre (1986, s. 16) mener at for å forstå matematikk vil det være vesentlig å kunne se på forholdet imellom konseptuell og prosedyrekunnskap. Dette fordi å ha kunnskap om symboler og prosedyrer, og å vite hvordan disse henger sammen, er essensielt for å forstå matematikk på en helhetlig måte.

Kilpatrick et al. (2001, s. 116-117) har laget en trådmodell, som viser sammenhengen mellom det som anses som viktige aspekter ved å lære matematikk på en vellykket måte. De understreker vanskeligheten ved å finne et begrep som dekker alle aspektene ved læring av matematikk. *Mathematical proficiency* er begrepet de endte opp med å velge, hvilket på norsk vil kunne oversettes til matematiske ferdigheter. De velger å dele *Mathematical proficiency* inn i fem komponenter eller *tråder*, *conceptual understanding*, *procedural fluency*, *strategic competence*, *adaptive reasoning* og *productive disposition*. *Conceptual understanding* omhandler forståelsen for matematiske ideer, mer enn bare for isolerte fakta og metoder (Kilpatrick et al., 2001, s. 118-119). Her vil elevene ha evnen til å representere ulike matematiske situasjoner på ulike måter. *Procedural fluency* (Kilpatrick et al., 2001, s. 121) omhandler kunnskapen om prosedyrer. Hvordan og når de skal brukes, samt hvordan bruke prosedyrene på en effektiv, men nøyaktig måte. *Strategic competence* (Kilpatrick et al., 2001, s. 124) omhandler evnen til å formulere, representere og løse matematiske problemer. Denne tråden kan ligne på det som i tidligere litteratur ofte har blitt omtalt som problemløsning og problemformulering. *Adaptive reasoning* (Kilpatrick et al., 2001, s. 129-130) omhandler elevens evne og kapasitet til å tenke logisk om relasjonene mellom situasjoner og begreper. Her vil eleven ha evnen til å bevise og forsvare arbeidet sitt. *Productive disposition* (Kilpatrick et al., 2001, s. 131) handler om evnen til å se meninger i matematikk, og det å se jevnt arbeid med matematikk som både meningsfylt og nyttig. Under er det lagt ved bilde av Kilpatrick et al. sin trådmodell som viser hvordan disse fem trådene er flettet sammen, og hvordan de avhenger av hverandre for å gi en helhetlig læring av matematikk (Kilpatrick et al., 2001, s. 116).

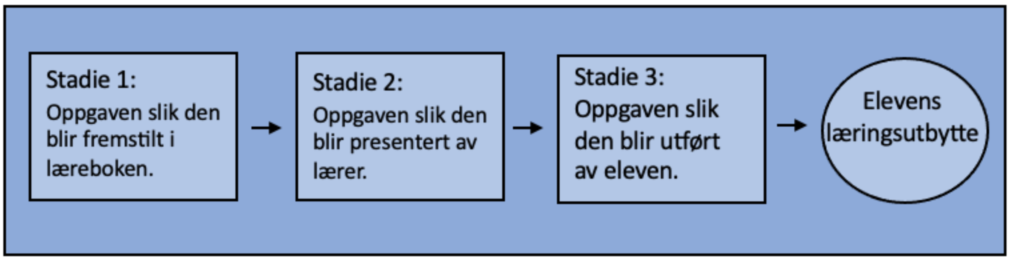


Kilpatrick et al. sin trådmodell (Kilpatrick et al., 2001, s. 117).

Ifølge Klaveness et al. (2019, s. 6) kan kjerneelementene fra 2020 i matematikk fremstilles på samme måte som trådene fra Kilpatrick et al. (2001, s. 117) sin trådmodell. Dette i måten de henger sammen på, og er avhengige av hverandre for å lære elever matematisk kompetanse på en vellykket måte.

2.5 The Mathematics Tasks Framework

I sin artikkel viser Stein og Smith (1998, s. 270) til tre stadier en oppgave må igjennom på veg til elevens læring. Det første stadiet er slik oppgavene fremstår i lærebøker eller annet læringsmateriell. Det andre stadiet er hvordan oppgavene blir presentert eller satt opp av læreren, og det siste er hvordan elevene faktisk utfører eller jobber med oppgavene.



Figur 2.5. Hentet fra Stein og Smith, 1998, s. 270.

Stein og Smith poengterer at en oppgaves natur ofte vil kunne endre seg i det den går igjennom de tre fasene. Dermed kan en oppgave fra en lærebok endres av læreren når den gis videre, noe som kan resultere i at eleven ikke gjør nøyaktig samme oppgave som den som i utgangspunktet ble presentert i læreboken (Stein & Smith, 1998, s. 270). Oppgaver på et høyt potensielt kognitivt nivå kan få elevene til å tenke på flere ulike og komplekse måter, hvilket vil kunne resultere i at oppgaven har en drastisk endring igjennom de tre stadiene (Stein og Smith, 1998, s. 270). Med dette menes det at når elevene tenker på ulike og komplekse måter, så vil måten de tenker på påvirke hvordan de forstår oppgaven. Dermed vil elevenes tolkning av oppgaven kunne føre til at den endres. Et annet eksempel på endring av en oppgave igjennom de tre stadiene er at en oppgave som i læreboken blir presentert på et høyt nivå, kan bli forenklet av måten læreren presenterer den på for elevene. Læreren kan eksempelvis forenkle oppgaven, ved å legge til informasjon eller hint om hvordan den skal løses (Stein & Smith, 1998, s. 270). Tidligere erfaringer vil også være faktorer som kan senke det potensielle kognitive nivået i en oppgave (Mesa, 2004). Elever vil blant annet bruke tidligere erfaringer til å repetere tidligere prosedyrer (s. 268). Dette vil både kunne være prosedyrer i tidligere løste oppgaver og prosedyrer presentert i eksempler (s. 270).

2.5.1 Potensielle Kognitive krav

Hvorfor er potensielle kognitive krav i en oppgave så viktig? Ifølge Stein et al. (2009, s. 1-2) er dette fordi en oppgave med en viss type potensielle kognitive krav vil føre til en viss type læring. Ved å definere hvilke mål undervisningen har, vil læreren ha mulighet til å velge gode oppgaver for den læringen de ønsker at elevene skal oppnå.

Smith og Stein (1998, s. 344) klassifiserer en matematisk oppgave som god, dersom den engasjerer elever til tenkning på et høyt nivå. De brukte også Stein og Smith (1998, s. 269) sine fire kategorier for potenseielle kognitive krav, for å vurdere om en oppgave er god. Disse fire kategoriene er memorering, prosedyrer uten kobling til begreper eller mening, prosedyrer med kobling til begreper og mening, og gjøre matematikk (Stein & Smith, 1998, s. 269). Memorering definerer Smith og Stein (1998) som å gjengi regler, formler, fakta eller definisjoner som eleven har lært tidligere. Her innebærer oppgaven en nøyaktig gjengivelse av materiale eleven har sett før, og oppgaven løses så fort at det ikke blir mulig å bruke noen form for prosedyre. Det er liten tvil om hva som skal gjøres og hvordan, og det er ingen sammenheng til begreper og prosedyrer eller meningen bak disse (s. 348). Det er ingen underliggende forståelse for reglene, formlene, faktaene eller definisjonene som er brukt. De er kun gjengitt (Stein et al., 2009, s. 6). Kategorien prosedyrer uten kobling til begreper eller mening er lik som memorering i at det er liten tvil om hva som skal gjøres og hvordan. Det er lave potensielle kognitive krav. Bruken av prosedyre er enten tydelig på grunnlag av tidligere instruksjoner eller blir spesifikt definert. Hensikten er å produsere svar som er riktige, isteden for å forstå matematikken (Smith & Stein, 1998, s. 348). Her kreves det ingen forklaringer, eller forklaringen går kun på å beskrive prosedyren som er brukt. Det er ingen underliggende forståelse for meningen til prosedyrene som er brukt (Stein et al., 2009, s. 6). Prosedyrer med kobling til begreper og mening retter elevenes søkelys mot bruken av prosedyrer. Dette for å utvikle matematiske ideer og konsepter til et dypere nivå av forståelse. Prosedyrer med kobling blir ofte representert på flere ulike måter, slik som ved bilder, figurer, diagrammer, symboler eller lignende. En viss grad av kognitiv innsats er krevd, da oppgaven kan ha generelle prosedyrer, men disse kan ikke følges tankeløst (Smith & Stein, 1998, s. 348). De generelle prosedyrer er brede, og henger sammen med grunnleggende konseptuelle ideer (Stein et al., 2009, s. 6). Å gjøre matematikk krever kompleks og ikke algoritmisk tenkning, i tillegg til at elevene utforsker og forstår matematiske sammenhenger, prosesser og konsepter. Det krever også at elevene kan bruke erfaringer og relevant kunnskap i gjennomføringen av oppgaven. Elevene må analysere oppgaven og aktivt undersøke innhold i oppgaven som kan være begrensende for løsninger og løsningsstrategier. Eleven kan oppleve en form for ubehag, da prosessen med å løse oppgaven kan være uforutsigbar (Smith & Stein, 1998, s. 348).

Av de fire kategoriene blir memorering og prosedyrer uten koblinger definert som type oppgaver med potensielle kognitive krav på et lavt nivå. Når elever jobber med oppgaver på et lavt nivå vil de ofte jobbe med mange problemer som ligner på hverandre. Her kan et normalt antall problemer ligge på over 20 stykker, innenfor en gitt oppgave (Stein & Smith, 1998, s. 270). Prosedyrer med koblinger og å gjøre matematikk defineres som type oppgaver med høye krav til det potensielle kognitive nivået. Ved slike typer oppgaver jobber elevene vanligvis med langt færre problemer enn ved oppgavene på lavt nivå, noen ganger med kun 2 eller 3 problemer (Stein & Smith, 1998, s. 270).

Oppgave kategori, potensielle kognitive krav, definisjon		
Oppgave kategori	Potensielt kognitivt nivå	Definisjon
Memorering **(M)**	Lavt	Gjengi regler, formler, fakta eller definisjoner. En nøyekativ gjengivelse. Ingen prosedyre. Liten tvil om hva som skal gjøres, og hvordan. Ingen unerliggende forståelse for den gjengitte regle, fakta eller definisjonen.
Prosedyre uten kobling **(PUK)**	Lavt	Liten tvil om hva som skal gjøres, og hvordan. Fokus på riktig svar. Ingen underliggende forståelse for prosedyren.
Prodedyre med kobling **(PMK)**	Høyt	Fokus på bruken av prosedyrer. Representert på ulike måter, eks. bilder, figurer osv. Kan ha generell prosedyre, men denne kan ikke følges tankeløst.
Gjøre matematikk **(GM)**	Høyt	Kan utforske og forstå sammenhenger, prosesser og konsepter. Kan bruke erfaringer og relevant kunskap for å løse oppgaven. Krever en analyse og aktiv undersøkelse av oppgavens innhold.

Figur 2.5.1. Hentet fra Smith og Stein, 1998, s. 348.

Når det kommer til hvordan oppgaver skal kategorisere har Smith og Stein (1998, s. 345) igjennom sitt arbeid med lærere erfart at det er uenigheter dem imellom om hvordan dette skal gjøres. De trekker også frem et eksempel hvor to ulike lærere har ansett to ulike oppgaver som å ligge på et høyt nivå, mens Smith og Stein har ansett de to oppgavene som å ligge på et lavt nivå. Stein og Smith (1998, s. 274) laget en liste over faktorer som assosieres med å vedlikeholde et høyt nivå med potensielle kognitive krav og faktorer som assosieres med å ha en senkende effekt på et høyt nivå med potensielle kognitive krav. Dette for å kunne unngå slike tilfeller, som eksempelet over. Det er syv faktorer som assosieres med å vedlikeholde et høyt nivå med potensielle kognitive krav (Stein & Smith, 1998, s. 274). Det første er *scaffolding* altså støtte av elevens tanker og å gi forklaringer. Faktor nummer to er at elevene får midlene til å kunne følge med på sin egen fremgang i læringen. Den tredje faktoren er lærere eller sterke elever som modellerer et høyt nivå av prestasjoner. At læreren igjennom spørsmål, tilbakemeldinger og kommentarer vektlegger forklaringer og begrunnelser er den fjerde faktoren. Faktor nummer fem er at oppgavene bygger på elevens tidligere kunnskap. Den sjette faktoren er at læreren ofte trekker konseptuelle forbindelser. Den sjuende og siste faktoren er at elevene får passelig med tid til utforskningen, her er det viktig at det verken blir for mye eller for lite tid. Av de faktorene som assosieres med å ha en senkende effekt på nivået med potensielle kognitive krav, er den første at problematiske sider ved en oppgave blir rutinemessige. Den andre faktoren er at læreren er mer opptatt av at svaret eleven kommer med er riktig og fullstendig, enn at eleven har forståelse. Faktor nummer tre er at det ikke bli gitt nok tid, eller at elevene får for mye tid til utforskningen slik at de sklir over i ikke faglige aktiviteter. Problemer med klasseledelse er den fjerde faktoren, og kan resultere i at engasjementet i potensielt kognitivt krevende oppgaver avtar. Den femte faktoren er at oppgavene ikke passer til elevgruppen, eksempelvis at den ikke engasjerer eller motiverer. Den sjette faktoren er at elevene ikke blir holdt ansvarlige for at de prosessene eller resultatene de kommer med er på et høyt nivå. Listen er ikke ment for å være styrende i undervisningen, men heller som et verktøy for refleksjon (Stein & Smith, 1998, s. 274).

2.5.2 Type svar

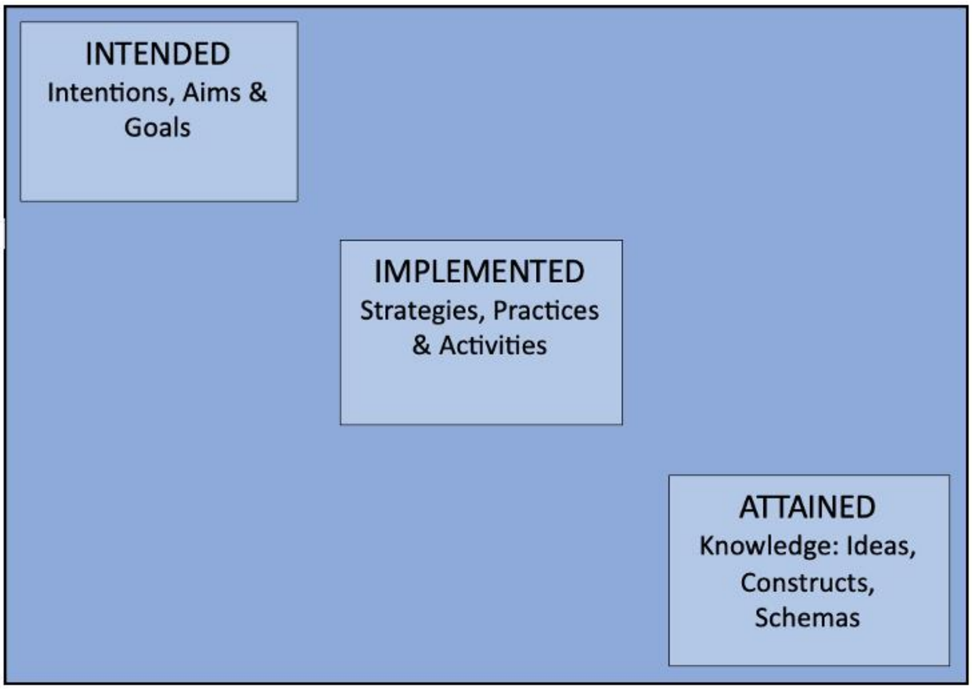
Charalambous et al. (2010, s. 129) startet med å klassifisere oppgavene i sin undersøkelse etter hvilken type svar de krevde fra elevene. Svartypene ble delt inn i tre kategorier. Første kategori var å kun gi et numerisk svar, nummer to var å forklare hvordan de har kommet frem til et svar, og nummer tre var å begrunne hvorfor denne måten å komme frem til et svar på er hensiktsmessig. Etter hvert så de nødvendigheten av å legge til en kategori til. Denne kategorien var svar hvor elevene både måtte komme med et numerisk svar og den matematiske utgreningen til svaret. Dermed ble de fire kategoriene kun svar, svar med matematisk setning, forklaring og begrunnelse. Charalambous et al. (2010, s. 124) poengterer at når elevene må forklare eller begrunne hvordan de har kommet frem til løsningen på en oppgave, vil deres matematiske forståelse forsterkes. Dette da det gjør at elevene må reflektere over hvilke valg som har blitt tatt og aktivere sin egen kunnskap for å begrunne og bevise hvorfor dette var de riktige valgene.

2.6 Dokumentanalyse

Dokumenter dokumenterer noe, altså er det som er nedtegnet i dokumentet blitt bevart av en grunn og er blitt vurdert til å være relevant å bevare for fremtiden (Asdal & Reinertsen, 2020, s. 15). Dokumenter kan representere skriftlige og audiovisuelle materialer, og kan ifølge Tove Thagaard (2018, s. 117) inkludere både bilder, filmer og opptak. Dokumentene kan også være offentlige eller private dokumenter.

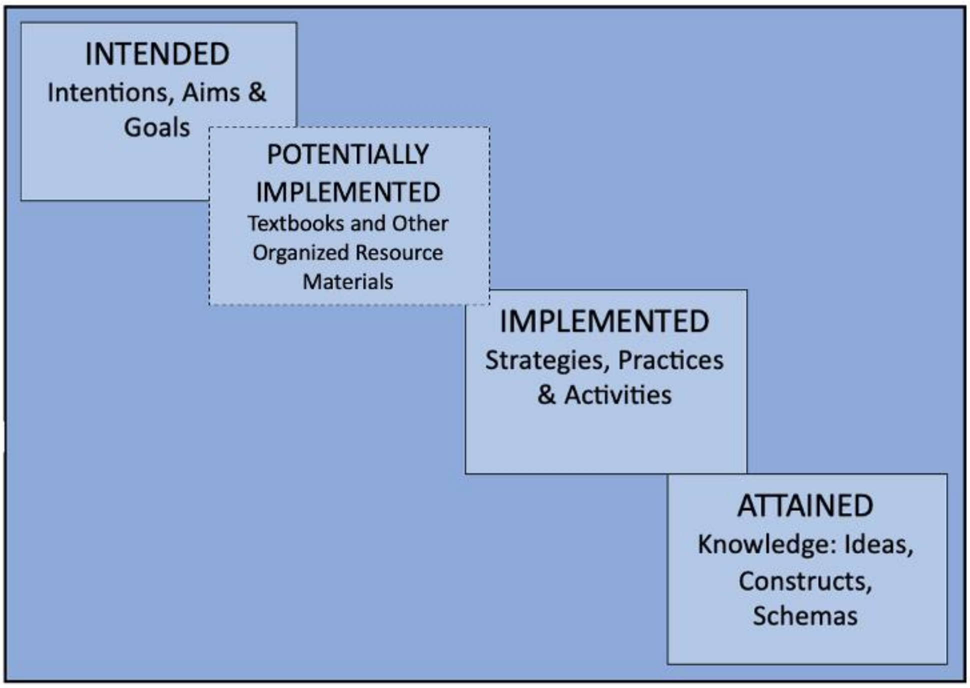
2.6.1 Lærebokanalyse

Valverde et al. (2002, s. 2) omtaler lærebøker som en formidler/kobling mellom læreplan og undervisningen som skjer i klasserommet. Figur 2.6.1 viser Valverde et al. (2002, s. 5) sin model International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) som viser en læreplans ulike stadier i skolen. Disse stadiene kalles *Intended*, *Implemented* og *Attained*. *Intended* omhandler hvilke mål læreplanen setter, altså den tiltenkte læreplanen. *Implemented* omhandler hvordan læreplanen blir brukt i klasserommet, aktiviteter og instuksjoner. *Attained* omhandler kunnskapen elevene oppnår i løpet av undervisningen.



Figur 2.6.1.1. Hentet fra Valverde et al., 2002, s. 5

Det er viktig å kunne identifisere de pedagogiske egenskapene i en lærebok, dette for å kunne kjenne til bokens læringsmuligheter (Valverde et al., 2002, s. 12-13). Dermed videreutviklet Valverde et al. (2002, s. 13) modellen vist som figur 2.6.1.1, til modellen vist som figur 2.6.1.2. Her vises lærebokens rolle, som en kobling mellom den tiltenkte læreplanen, og hvordan læreplanen blir brukt i klasserommet.



Figur 2.6.1.2. Hentet fra Valverde et al., 2002, s. 13.

Lærebokanalyse er et vidt begrep som i hovedsak inneholder to faktorer (Fan et al., 2013, s. 636-637). Den første faktoren er en analyse av en spesifikk lærebok, eller en spesifikk serie med lærebøker. Her konsentrerer analysen seg om hvordan et emne blir håndtert i boken. Den andre faktoren er analyse av forskjellige serier av lærebøker. Noen ganger fra samme land, men som oftest av lærebøker fra ulike land. Her er det interesse av å finne forskjeller og likheter i lærebøkene. Dette definerer Fan et al. (2013, s. 636-637) som læreboksammenligning. En læreboksammenligning må være basert på en analyse av hver av de gjeldende lærebøkene.

Fan et al. (2013, s. 634-635) etablerte et rammeverk for å kunne klassifisere litteraturen i sin studie. Dette rammeverket delte litteratur om lærebokforskning i matematikk inn i fire kategorier; lærebokens rolle, lærebokanalyse og sammenligninger, bruk av lærebøker, og andre områder. Litteratur under kategorien lærebokens rolle, vil omhandle hvilken rolle lærebøker har i matematikkundervisningen. Under kategorien lærebokanalyse og sammenligninger vil litteraturen utforske likheter og forskjeller imellom ulike serier av matematikklærebøker. Litteraturen her vil også se på de ulike egenskapene ved lærebøkene. Litteratur om bruk av lærebøker vil omhandle lærere og elevers bruk av matematikklæreboken, og dermed hvordan læreboken former både undervisningen og læringen i matematikkfaget. Den siste kategorien, andre områder, inneholder litteratur om andre områder, som eksempelvis studier om digitale ressurser som en utvidelse av læreboken. Forskning om analyse av lærebøker deler Fan et al. (2013, s. 637) inn i fem aspekter. 1. Matematisk innhold og emne, eksempler på denne typen forskning av læreverk vil eksempelvis være forskning på hvordan lærebøker forklarer og begrunner regler. 2. Kognitive krav og pedagogikk. Her vil forskningen eksempelvis rette seg mot hvordan lærebøker legger til rette for problemløsningsstrategier (s. 638). 3. kjønn, etnisitet, likestilling, kultur og verdi vil dekke forskning som eksempelvis omhandler stereotypier om kjønnsroller som kommer frem i lærebøker. Dette er et aspekt som det i dag forskes mindre på da det har skjedd viktige endringer i samfunnet når det gjelder dette temaet (s. 639). 4. Sammenligning av ulike lærebøker. Dette vil eksempelvis være forskning som sammenligner hvordan to lærebøker håndterer et tema, eller hvilke temaer de dekker (s. 639). 5. Konseptualisering og metodiske forhold, hvor forskningen eksempelvis produserer rammeverk eller modeller (s. 640). En studie vil ofte inneholde flere av disse aspektene og ikke kun ett av dem.

2.7 Rammeverk

Under sitt arbeid med en artikkel om lærebøker i matematikk fra Kypros, Irland og Taiwan utviklet Charalambous et al. (2010, s. 117-118) et rammeverk som analyserer lærebøker i to dimensjoner, horisontal og vertikal. Dette rammeverket ivaretar generelle og spesifikke aspekter ved lærebøker i matematikk. Charalambous et al. (2010, s. 119-120) fant i utgangspunktet ut at lærebokanalyse kunne deles inn i tre brede kategorier, disse kalte de horisontal, vertikal og kontekstuell analyse. Den kontekstuelle analysen undersøker hvordan lærere og elever bruker læreboken, og tar for seg lærebokens intensjoner. Charalambous et al. (2010, s. 119-120) tok ikke med den kontekstuelle analysen i sin undersøkelse, da de ikke var interessert i å forstå forlaget og forfatterens intensjoner. De påpeker derimot at et rammeverk som bygger på både horisontal og vertikal analyse er en forutsetning for den kontekstuelle analysen.

Viktigheten av å kombinere de to dimensjonene blir også påpekt, da å utelate den ene kan resultere i tap av kjennetegn ved lærebøkene (Charalambous et al., 2010, s. 119-120).

Charalambous et al. (2010, s. 122), understreker behovet for å kombinere de to dimensjoner, ved å utheve to problemer. Det første problemet er at informasjon om antall sider, kapitler og hvilke temaer som er inkludert, er viktig informasjon for en lærer når det kommer til å kunne vurdere om læreboken er passende for elevenes aldersgruppe, eller svarer til de kravene læreren måtte ha. Samtidig poengteres det at denne typen informasjon ikke gir noe innblikk i forfatterens håndtering av innholdet. Dette vil være punkter som faller under den horisontale analysen. Det andre problemet er at alle dimensjonene av en analyse, kan undersøke ulike aspekter ved en lærebok.

For å unngå risikoen av at rammeverket er en sammenstilling av forskjellige kriterier, og ikke er organisert og har en underliggende struktur, valgte Charalambous et al. (2010, s. 122) å kategorisere kriteriene inn i kategorier og underkategorier. Dermed utviklet de et rammeverk som integrerte både horisontal og vertikal analyse, og som var tydelig på hva som ble analysert. De organiserte ulike kriterier inn i kategorier og underkategorier (Charalambous et al., 2010, s. 122)

2.7.1 Horisontal analyse

Den ene analyse dimensjonen Charalambous et al. (2010, s. 120) introduserer er horisontal analyse. Den horisontale analysedimensjonen deles inn i to kategorier, bakgrunnsinformasjon og overordnet struktur i læreboken.

Kategorien bakgrunnsinformasjon sier noe om bakgrunnen for produksjonen av læreboken, og gir et detaljert overblikk med informasjon om tittel, antall bøker; herunder antall og tetthet. Bakgrunn for produksjonen av boken gir informasjon om produksjonen, forfatteren, forlaget, årstall for publisering samt eventuelt tilleggsmateriale. Overordnet struktur dekker temaer i læreboken, og organiseringen av den. Her presenteres informasjon om antall enheter og antall sider i hver enhet, enhetens struktur, temaer som blir dekket, og rekkefølgen på temaene.

Den horisontale analysen ser på læreboken i sin helhet. Enkelte kritikere har påpekt at denne tilnærmingen kan overse viktige forskjeller. Disse forskjellene kan eksempelvis gå på introduksjon av temaer. Et tema kan bli presentert tidligere eller senere i et land enn i et annet, eller det blir ikke introdusert i det hele tatt (Charalambous et al., 2010, s. 119-120).

2.7.2 Vertikal analyse

Denne dimensjonen delte Charalambous et al. (2010, s. 120) inn i tre kategorier: hva som blir formidlet til elevene, hva som blir krevd av elevene og sammenhenger.

Hva som blir formidlet til elevene omhandler om hvordan læreboken formidler matematikken til elevene. Denne kategorien deles igjen inn i tre underkategorier. Dette mente Charalambous et al. (2010, s. 122) var essensielt, siden læring av matematikk omfatter både å mestre innholdet i et matematisk tema, samt å utvikle visse ferdigheter og holdninger. Den første underkategorien er matematisk innhold. Denne underkategorien presenterer emnespesifikke konstruksjoner, strukturer, definisjoner, regler, konvensjoner og representative illustrasjoner som er relevante i forhold til konteksten, men ikke i forhold til matematikken. Matematiske praksiser er den andre underkategorien og inneholder utførte eksempler og modelleringstenkning. Den siste underkategorien er holdninger til faget, herunder rettferdighet/likhet og syn på matematikkfaget. Kategorien om hva som blir krevd av elevene, konsentrerer seg om de kravene læreboken kan stille til elevene. Hva som blir krevd av elevene omhandler to aspekter. Det første er potensielle kognitive krav slik som memorering, se sammenhenger eller eventuelt ikke. Det andre er hvilken type respons som kommer fra elevene. Det kan være kun et svar, svar og matematiske setninger, og forklaringer og begrunnelser (Charalambous et al., 2010, s. 129). Den siste kategorien, sammenhenger, analyserer sammenhenger mellom matematiske temaer, sammenhenger mellom lærebok og annet arbeid i klasserommet, og sammenhenger til situasjoner utenfor skolen (s. 122). Denne kategorien har tre kriterier for sammenhenger, sammenhenger innad og imellom tråder, sammenhenger mellom instruksjoner i klasserommet og lærebok, og sammenhenger til situasjoner utenfor klasserommet.

Den vertikale analysen undersøker hvordan læreboken håndterer et enkelt tema. Her vil en eventuell svakhet være at en slik tilnærming vil kunne utelukke sammenhengen mellom det undersøkte temaet og andre temaer i læreboken (Charalambous et al., 2010, s. 119-120).

Rammeverket ble presentert som følger:

HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Background Information	Overall Structure
• Title • Number of books • Pages (Number and Density) • Profile of authors and advisory committee • Publisher and year of publication • Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials)	• Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson • Structure of units/lessons • Topics covered • Sequencing of topics

VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Communicated to Students	Required of Students	Connections
Mathematical Content • Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs) • Definitions, rules, conventions • Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics) *Mathematical Practices* • Worked examples • Modeling thinking *Attitudes* • Equity • View of mathematics	• Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics) • Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification)	• Connecting within and between strands • Classroom instruction - textbook connections • Connecting to situations outside of school

Hentet fra Charalambous et al., 2010, s.123.

2.8 Tidligere forskning

I 2004 utførte Vilma Mesa en undersøkelse hvor 24 lærebøker på mellomtrinnet i 15 land ble analysert ut ifra fem ulike praksiser (s. 255). Disse praksisene var *symbolic rule, ordered pair, social data, physical phenomena* og *controlling image*. Av analysene kom det frem at et fåtall av lærebøkene inneholdt forklaringer ment for elevene, slik at de selv kunne kontrollere aktivitetene (Mesa, 2004, s. 280). Det var også et fåtall av lærebøkene som hadde problemer som kunne løses på flere måter, hint om hvordan løsningen kunne se ut, eller strategier som lærte elevene hvordan de kunne sjekke at prosedyrene de brukte eller svaret var riktig. Dette mener Mesa beviser at det er et behov for å introdusere kontrollstrategier i lærebøker i matematikk (Mesa, 2004, s. 281).

I sin studie fra 2010 sammenlignet Charalambous et al. (s. 117) hvordan lærebøker i matematikk i tre ulike land, Kypros, Taiwan og Irland, ivaretok addisjon og subtraksjon av brøk. De utviklet et rammeverk som var spesifikt rettet mot å undersøke hvilke læringsmuligheter lærebøker kan tilby. Dette er det samme rammeverket denne oppgaven vil ta utgangspunkter i. Charalambous et al. benyttet seg også av Stein og Smith (1998) sine potensielle kognitive nivåer. I sin analyse fant Charalambous et al. (2010, s. 140) en varierende fordeling av oppgaver med høye potensielle kognitive krav. I Taiwan var et flertall av oppgavene på et høyt kognitivt nivå. Kypros og Irland hadde et flertall av oppgavene på et lavt kognitivt nivå. Av oppgaver med ulike type svar, var det igjen et tydelig skille, da Kypros og Irland kun hadde oppgaver som bare krevde et svar. Taiwan var det eneste av de tre landene som krevde svar og matematisk setning, og noe forklaring. Det var ingen oppgaver som krevde begrunnelse, i noen av de tre landenes lærebøker. Hvilket, for dem, tydeliggjorde et behov for å undersøke lærebøker i ulike land.

Fan et al. utførte i 2013 en undersøkelse med hensikt å undersøke, analysere og vurdere forskning som omhandler lærebøker i matematikk. På grunnlag av dette ønsket de å avdekke hvilken retning forskningen på feltet nå tar (Fan et al., 2013, s. 633). Under undersøkelsen fant Fan et al. ut at selv om forskingen er noe ubalansert og i stor grad har omhandlet lærebokanalyse og sammenligning, samt bruken av lærebøker, så var det allikevel blitt gjort store fremskritt innen forskning på lærebøker i matematikk (Fan et al., 2013, s. 643). Det poengteres også at det er et behov for mer bekreftende forskning på områder som omhandler forholdet mellom lærebok og elevenes læringsutbytte. De oppfordret også til forskning på utfordringene ved produksjonen av lærebøker (Fant et al., 2013, s. 644).

I 2021 utførte Hwang, Yeo og Son en analyse av læreverk i matematikk fra USA og Sør-Korea (2021, s. 511). Det ble tatt utgangspunkt i temaene addisjon og subtraksjon av brøk, hvilket i de to lærebøkene ble funnet på 4. trinn og 5. trinn. Hwang et al. delte brøkoppgavene inn i oppgaver med lik og ulik nevner, og analyserte blant annet hvilke potensielle kognitive krav disse oppgavene krevde. Av analysen kom det frem at et klart flertall av a oppgavene i lærebøkene fra begge land krevde prosedyrer uten kobling, og dermed lå på et av de lavere potensielle kognitive nivåene (2021, s. 518).

Gracin og Krišto utførte i 2022 en analyse og sammenligning av oppgaver innen samme læreverk i matematikk, men tok utgangspunkt i både de digitale og de skrevne lærebøkene (s. 95). Undersøkelsen ble gjort i Kroatia på 1. til 4.trinn, og målet var å se hvilke krav som ble krevd av oppgavene i de trykte bøkene og i de digitale. De ønsket også å finne ut om det var store variasjoner i oppgavetrekkene i de to lærebokvariantene sine geometrioppgaver. Av undersøkelsen kom det frem at i de trykte lærebøkene var presentasjon den mest hyppige aktiviteten (Gracin & Krišto, 2022, s. 112). I de digitale lærebøkene var det måling som var den mest hyppige aktiviteten. De oppdaget også at det i de digitale lærebøkene, ble gitt tilbakemelding på 95% av oppgavene. Videre oppfordrer Gracin og Krišto til at forskningen på og utviklingen av digitale oppgaver og lærebøker bør prioriteres videre (Gracin & Krišto, 2022, s. 114). De mener at dette er et område som har mange muligheter, men som enda ikke er ferdig utforsket.

I 2022 utførte Toprak og Özmantar en analyse av læreverk i matematikk fra Tyrkia og Singapore, med utgangspunkt i blant annet hvilken type svar en oppgave krever (s. 106). Lærebøkene brukt i forskningen var fra 5. trinn. De delte type svar inn i *response only*, *response and explanation* og *explanation only* (s. 118). I både læreboken fra Tyrkia og Singapore var det et klart flertall av oppgavene som kun krevde det som ble definert som *response only*, altså et svar i form av et enkelt svar eller en utregning (s. 119). Dette lå på helt opp i 98% av oppgavene innen ett tema. Av de to landene var det læreboken fra Singapore som hadde flest oppgaver innen kategoriene som omhandlet forklaring. Her varierte det mellom 1% og 30% innen ulike temaer i læreboken.

3. Metode

Valg av metode bør gjøres ut fra hvilken problemstilling eller forskningsspørsmål en har (Jacobsen, 2015, s. 172). Med bakgrunn i problemstillingen i denne masteroppgaven «*Hvilke potensielle kognitive krav og type svar kreves i multiplikasjonsoppgaver med utgangspunkt i problemløsning, i to norske lærebøker i matematikk på 4.trinn?*», ble dokumentanalyse valgt som metode for denne oppgaven. Da valget kom til kvalitativ eller kvantitativ forskningsmetode, falt det på en kvalitativ metode, med innslag av kvantitativ metode.

3.1 Forskningsmetode

Hva er forskning? Ifølge Kleven og Hjardemaal (2018, s. 15) starter forskning med et spørsmål, som det siden trengs en handling for å besvare. Selv om handlingen ikke kommer frem til et svar på selve spørsmålet vil den kunne kaste lys på hva det er som skjer og hvorfor det skjer. Hva en forskningsmetode er kan deles inn i to definisjoner (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 18). Disse definisjonene er at forskningsmetode er de fremgangsmåtene som brukes for å enten tilegne seg kunnskap, eller for å besvare et spørsmål. Samtidig poengterer Kleven og Hjardemaal (2018, s. 19) at det ikke er alt et menneske gjør for å finne svar på et spørsmål, som kan defineres som forskning. Skal det defineres som forskning vil også kravene til utprøving av hypoteser, begrunnelser og kritisk holdning, holde et høyere nivå.

3.1.1 Lærebokanalyse

Av de to faktorene Fan et al. (2013, s. 636-637) sier at en lærebokanalyse vil inneholde, er det *analyse av forskjellige serier av lærebøker* det som er relevant for denne oppgaven. I dette tilfellet er begge lærebøkene som analyseres fra samme land. Tre av fire av Fan et al. (2013, s. 634-635) sine kategorier for å kunne dele inn litteraturen i sin analyse, har vært relevant for denne oppgaven. Disse kategoriene har vært lærebokens rolle og presenteres i kapittel 1.1.4, lærebokanalyse og sammenligninger som presenteres i kapittel 2.6.1, og bruk av lærebøker presentert i kapittel 1.1.5. Søkelyset for denne oppgaven har i hovedsak ligget på lærebokanalyse og sammenligning. I denne oppgaven har det dermed vært relevant å finne forskning og litteratur om matematisk innhold og emne, potensielle kognitive krav og pedagogikk, sammenligning av ulike lærebøker, og konseptualisering og metodiske forhold. Altså har fire av fem av Fan et al. (2013, s. 637) sine aspekter innen forskning om analyse av lærebøker vært relevante for denne oppgaven.

3.1.2 Kvalitativ og kvantitativ metode

Kvalitativ data undersøkes med et begrenset utvalg der målet er å få tak i forskjeller og mangfold i erfaringer og betydninger (Jacobsen, 2015, s. 141). Dette kan være data som blir innsamlet i form av ord eller setninger, og som kan være innsamlet av andre (Jacobsen, 2015, s. 170). Ifølge Thagaard (2018, s. 16) er utvikling av forståelse for et sosialt fenomen som studeres, karakteristisk med en kvalitativ studie. Dette gjøres igjennom intervju, observasjon, eller ved analyse av tekster (Thagaard, 2018, s. 15). Kvalitativ tekstanalyse kan benyttes i studier av visuelle og auditive fremstillinger, når målet er å analysere hvordan virkemidlene som brukes i fremstillingen, betegner meningsinnholdet i teksten (Thagaard, 2018, s. 17).

Kvantitativ data undersøkes med et bredt utvalg der målet er å generalisere grad av og variasjon mellom tilfeller (Jacobsen, 2015, s. 170). Denne formen for metoder har de siste 40-50 årene fått større oppmerksomhet i forskning (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 21). Distansen mellom forsker og deltakere i et prosjekt er kjennetegn ved noen av de kvantitative metodene (Thagaard, 2018, s. 16). Når en klassifiserer innhold i forhåndsdefinerte kategorier, og regner hvor mange enheter det er i hver kategori, faller analysen av teksten under kvantitativ analyse (Thagaard, 2018, s. 17).

Over en periode var de to metodene relativt kritiske til hverandre. Dette mener Kleven og Hjardemaal (2018, s. 21) kan skyldes misoppfatninger om den andres metode. Videre mener de at det i dag er blitt en større forståelse for hvordan disse to metodene utfyller hverandre, med ulike styrker og svakheter. Dette har resultert i at det de siste årene har dukket opp noe som kalles for *mixed methodes*, hvor de to metodene kombineres i én undersøkelse (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 23). Kleven og Hjardemaal anbefaler en kombinasjon av de to metodene, selv om enkelte representanter for den kvalitative metoden er uenig i dette (Kleven & Hjardemal, 2018, s. 23). Fra kvantitativ side begrunnes motsetningene med at kvalitative og kvantitative metoder kommer fra ulike vitenskapsfilosofiske tradisjoner. Kleven og Hjardemaal (2018, s. 23) argumenterer imot dette med at det er like store forskjeller innad i de ulike vitenskapsfilosofiske synene, som det er mellom kvalitativ og kvantitativ metode. Timans et al. (2019, s. 212) er til en viss grad enig i Kleven og Hjardemaal (2018) da de mener at å kombinere metoder i forskning, burde bli tatt på større alvor. Derimot mener de å igjennom sin undersøkelse av *mixed metodes* å ha funnet et par punkter som for dem virker problematiske. Det første er at de opplever det de kaller for *mixed metode researchers* (MMR) har et ønske om å utforme et standardisert metodisk rammeverk for å kombinere metoder, hvilket Timans et al. (2019, s. 212) mener vil være uheldig ved at slike aspekter ved forskning ikke bør være formelt standardisert. Timans et al. (2019, s. 212) mener også at *mixed metode* har visse begrensninger ved at hvis prinsippet skal gjelde, så må metoden inneholde data fra en kvalitativ og kvantitativ forskningsmetode. Dermed utelukkes en eventuell kombinasjon av forskningsdata hentet fra eksempelvis to kvalitative metoder.

På bakgrunn av dette vil det i denne masteroppgaven bli utført en kvalitativ undersøkelse, da dokumentanalyse defineres som en metode for innsamling av kvalitative data (Jacobsen, 2015, s. 145). Oppgaven vil ha innslag av kvantitativ metode siden det i den vertikale analysen blir utført en kategorisering av oppgavene i lærebøkene, før det blir gjort en utregning av hvor mange oppgaver det er innen hver av kategoriene (Thagaard, 2018, s. 17).

3.2 Horisontal analyse

Med utgangspunkt i Charalambous et al. (2010, s. 123) sitt rammeverk vil den horisontale analysen bli delt inn i to deler, bakgrunnsinformasjon og generell struktur. Bakgrunnsinformasjonen vil bli brukt som introduksjon av lærebøkene, og vil gi et overblikk over dem. Her vil det bli presentert informasjon om forfattere, forlag, år for publisering, antall sider og eventuelt tilleggsmateriale. Det vil også bli presentert fellesbetegnelser for de ulike oppgavetypene som finnes i Multi 4A og Matematikk 4A. Den generelle strukturen vil presentere en oversikt over antall, og hvilken type kapitler lærebøkene inneholder. Den vil også presentere hvor mange sider hvert kapittel inneholder og strukturen på dem.

3.2.1 Presentasjon av lærebøkene

Lærebøkene valgt for denne oppgaven er, som nevnt før, Multi 4A og Matematikk 4A. Presentasjonen av disse lærebøkene vil falle under kategorien bakgrunnsinformasjon i den horisontale analysen. I matematikk 4A av Cappelen Damm står det at «MATEMATIKK 4 fra Cappelen Damm er lagd til LK20, fagfornyelsen, i faget matematikk og er til bruk på grunnskolens barnetrinn.». Matematikk 1-4 er en videreutvikling av lærebokserien Radius 1-4, etter at den nye læreplanen i matematikk kom under fagfornyelsen (Cappelen Damm, u.å. a.). Å tenke selv, lytte til andre, tenke med andre, snakke matematikk, utforske videre og å teste ut er noen av tingene Matematikk 1-4 ønsker å legge til rette for. I Multi 4A står det at «Denne boka er en del av læreverket Multi. Læreverket dekker målene i læreplanen for matematikk 1.-7. trinn etter LK20.». Ifølge forfatterne av Multi er blant annet problemløsning noe som det har blitt lagt opp til i Multi bøkene hele tiden, men at det i den nye utgaven er flere varierte oppgaver som er åpne og komplekse (Gyldendal, u.å. f.). Ann-Christin Arnås, en av forfatterne av Multi, sier at problemløsning er en holdning som preger undervisningen og elevenes arbeid hele tiden, ikke kun i begrensede perioder eller spesifikke deler av lærebøkene.

Læreverkene					
Bok	Utgave	Årstall	Forfatter	Utgiver	Antall sider
Multi 4A	3.	2021	Alseth. B, Arnås. A-C, Røsseland. M & Nordberg, G.	Gyldendal	119
Matematikk 4A	1. (Tidligere Radius)	2022	Dahl. H. H & Nohr. M-E	Cappelen Damm	143

Tabell 3.2.1

3.2.2 Presetasjon av Multi 4A

Multi 4A presenterer på sin bakside *Multi vektlegger* og *Multi 4 består av*. *Multi vektlegger* viser syv punkter som blir vektlagt i Multi-serien. Disse punktene omhandler blant annet dybdelæring ved å arbeide kreativt og utforskende med både teoretiske og praktiske problemer. Ifølge disse punktene vektlegger også Multi aktiviteter i undervisningen som gir rom og mulighet for samtale, samarbeid og refleksjon. Elevene skal få flere muligheter til å lære av og med hverandre, samtidig som de får tilpasset opplæring innenfor læringsfelleskapet.

Mulighet til å utvikle seg og til å bli utfordret, samtidig som elevene føler på mestring blir også vektlagt. Elevens forståelse av sammenhenger skal utvikles. Det skal også være læringsmål til hver undervisningsøkt. Igjennom arbeid med konkreter, via tegninger og diagrammer vil det skje en gradvis abstrahering til matematiske symboler. Det siste punktet under *Multi vektlegger* omhandler hvordan samtalebilder, aktiviteter og praktiske oppgaver skal gi elevene en følelse av arbeid med oppgaver som er i nærhet av sin egen hverdag. *Multi 4 består av* gir en oversikt over hvilke resurser som hører til Multi 4 serien. Her kommer det frem at det er A og B bok i Elevbok, Parallellbok og Lærerens bok, samt at det finnes en øvebok. I skolestudio er det bokstøtte, og det finnes også Smart Øving og Smart Vurdering.

I staren av boken møter vi Fibo og Fiboline som er to fantasiskapninger som følger elevene igjennom læreboken, og som blant annet stiller spørsmål og kommer med forklaringer. Disse skapningene er illustrert av Anne Tryti. Multi har syv ulike oppgavetyper/elementer *Kapittelstart*, *Aktivitet*, *Spill*, *Utforsking*, *Forklaring*, *Øveoppgaver* og *Vurdering*. *Kapittelstart* blir ikke presentert og forklart i Multi4A Elevbok, slik de andre oppgavetypene/elementene blir. *Kapittelstart* blir derimot presentert i Multi 4A Lærerens bok. Her blir den presentert som den første siden i hvert kapittel og består av et bilde, aktuelle begreper og læringsmål. *Aktivitet* er praktiske aktiviteter utenfor boken som kan gjøres med andre. *Spill* er en morsom måte å jobbe med matematikk på, ved å øve på regning og begreper. *Utforsking* gir mulighet for, både på egenhånd og i samarbeid med andre, å utforske nye praktiske og teoretiske problemstillinger. *Forklaring* skjer med utgangspunkt i *aktivite*t eller *utforskning* som er gjort. Her blir fagstoff i matematikken forklart, og blir stort sett vist på ulike måter. *Øveoppgaver* er videre arbeid med noe som tidligere har blitt presentert i *aktivitet* eller *utforskning*. *Vurdering* er to sider med overskriften «Kan du dette?», og kommer i slutten av hvert kapittel. Her er det oppgaver som eleven har møtt i kapittelet, og kan brukes som en oversikt eller til vurdering. Hver av oppgavetypene har egne symboler eller overskrifter som informere leseren/brukeren om hvilken oppgavetype de arbeider med.

Ulike oppgavetyper i Multi 4A	
Oppgavetype	**Beskrivelse**
Aktivitet	Praktiske aktiviteter utenfor boken, som kan gjøres med andre.
Spill	Jobbe med matematikk på en morsom måte. Øver på begreper og regning i matematikk, igjennom spill.
Utforskning	Gir mulighet for å, både på egenhånd og i samarbeid med andre, utforske nye problemstillinger. Både praktiske og teoretiske.
Forklaring	Skjer med utgangspunkt i *aktivitet* eller *utforskning* som er gjort. Fagstoff i matematikk blir forklart. Blir som oftest vist på flere ulike måter.
Øveoppgaver	Oppgaver med videre arbeid av noe som har blitt presentert i *aktivitet* eller *utforskning*.
Vurdering	Overskriften «Kan du dette?». To sider med i slutten av hvert kapittel. Er oppgaver som eleven har møtt i kapittelet. Kan brukes som en oversikt, eller til vurdering.

Tabell 3.2.2. Informasjon hentet fra Multi 4A Elevbok, s.4-5, og Multi 4A Lærerens bok s. vi-vii.

3.2.3 Presentasjon av Matematikk 4A

På Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok sin bakside presenteres *Med Matematikk 4A Grunnbok får du et læreverk som* og *Matematikk 4 fra Cappelen Damm består av*. Ifølge Matematikk 4A skal Grunnboken være et læreverk som på en kreativ, leken og utforskende måte dekker den nye læreplanen. Oppgavene skal føre til refleksjon, aktiv samhandling og matematiske diskusjoner med andre. Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok skal, med lærerens veiledning, legge til rette for at elevene skal kunne utvikle en helhetlig matematisk forståelse. Serien Matematikk 4 fra Cappelen Damm består av A og B Grunnbok, Lærerveiledning, Øvebok og digital lærerressurs for 1.-4. trinn. Matematikk bøkene har syv karakterer som følger oss igjennom bøkene, dette er barna Mattis, Mira, Jon og Olga, samt hunden Radius og trollene Mosse og Milli. De ulike figurene er illustrert av Fredrik Rättzén. Oppgavetypene vi møter i Matematikk 4A er *Kapittelstart*, *Vi tenker*, *Vi lærer*, *?-oppgavene, Øve 1*, *Øve 2*, *Problemer*, *Sant eller usant*, *Min stjernelogg* og *Spill*. *Kapittelstart* er i begynnelsen av hvert kapittel og består av et bilde med en tilhørende historie. Her er det lagt opp til undring med ulike matematiske problemer, sammen med karakterene. Målet for kapittelet og begreper som skal læres presenteres her. *Vi tenker* er en startoppgave som skal føre til refleksjon og samtale rundt temaet for kapittelet. *Vi lærer* presenterer løsninger som kan reflekteres rundt og undersøkes. *? -oppgavene* er oppgaver som kan løses på flere måter, og som legger opp til samtale og diskusjon med andre. *Øve 1* og *Øve 2* er oppgaver elevene kan gjøre selv. Det anbefales å gjøre oppgavene i kronologisk rekkefølge. *Problem* inneholder problemløsningsoppgaver, hvor det kan være nødvendig med flere forsøk for å finne en løsning. Det kan være flere løsninger på problemene, og samarbeid er anbefalt. *Sant eller usant* er en Quiz med påstander som kan være sanne, usanne eller begge deler. *Min stjernelogg* er oppgaver som gir elevene mulighet til å vise hva de har lært i kapittelet. *Spill* kommer på slutten av hvert kapittel og er et spill som elevene også skal lære matematikk av.

Ulike oppgavetyper i Matematikk 4A	
Oppgavetype	Beskrivelse
Kapittelstart	I begynnelsen av hvert kapittel og består av et bilde med en tilhørende historie. Legger opp til undring med ulike matematiske problemer, sammen med karakterene. Presentere målet for kapittelet og begreper som skal læres.
Vi tenker	Startoppgave som skal føre til refleksjon og samtale rundt temaet for kapittelet
Vi lærer	Presenterer løsninger som kan reflekteres rundt og undersøkes.
? -oppgavene	Oppgaver som kan løses på flere måter, og som legger opp til samtale og diskusjon med andre.
Øve 1 og Øve 2	Oppgaver elevene kan gjøre selv. Anbefalt å gjøres i kronologisk rekkefølge.
Problem	Problemløsningsoppgaver hvor det kan være nødvendig med flere forsøk for å finne en løsning. Det kan være flere løsninger på problemene, og samarbeid er anbefalt.
Sant eller usant	Quiz med påstander som kan være sanne, usanne eller begge deler.
Min stjernelogg	Oppgaver som gir elevene mulighet til å vise hva de har lært i kapittelet.
Spill	Et spill på slutten av hvert kapittel elevene lærer matematikk av.

Tabell 3.2.3. Informasjon hentet fra Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok, s. 2-3.

3.2.4 Fellesbetegnelser for oppgavetyper

For å gjøre det enklere og mer oversiktlig videre i oppgaven, har det blitt laget fellesbetegnelser for de ulike oppgavetypene i de to bøkene. I begge bøkene blir den eller de første sidene med bilde, mål for kapittelet og begreper omtalt som *Kapittelstart*. Dette vil de bli omtalt som videre også. *Forklaringsoppgaver* vil være en fellesbetegnelse for de oppgavetypene som i Matematikk 4A kalles *Vi tenker* og *Vi lærer*, og i Multi 4A kalles *Forklaring*. Dette er oppgaver som er ment som en forklaring eller introduksjon til teamet som kommer. *Fellesoppgaver* er de oppgavene som i Multi 4A blir omtalt som *Utforskning* og i Matematikk 4A blir omtalt som *?-oppgaver*. Dette er oppgaver som skal utforskes og løses i felleskap. *Øveoppgaver* omhandler de oppgavene som i Multi 4A kalles for *Øveoppgaver* og i Matematikk 4A *Øve 1* og *Øve 2*. Dette er oppgaver eleven skal jobbe med selv, og er en fortsettelse av et tema de allerede har blitt introdusert til. Matematikk 4A har en oppgavetype som omtales som *Problem*, dette er problemløsningsoppgaver som kan ha flere løsninger og svar, og hvor det anbefales å samarbeide med hverandre. Disse vil bli kalt for *Problem*. Valget med å kategorisere disse som en egen oppgavetype er gjort på grunnlag av oppgavens problemstilling, som omhandler problemløsningsoppgaver. Oppgavetypene som Matematikk 4A omtaler som *Sant eller Usant* og *Min stjernelogg*, og Multi 4A omtaler som *Vurdering* eller *Kan du dette?* vil bli omtalt som *Oppsummeringsoppgaver*. Den siste fellesbetegnelsen vil være *Aktiviteter*, som omhandler de oppgavetypene som Multi 4A omtaler som *Spill* og *Aktivitet*, og Matematikk 4A omtaler som *Spill*.

Fellesbetegnelser for oppgaver			
Multi 4A	Matematikk 4A	Fellesbetegnelse	Forkortelse
Kapittelstart	Kapittelstart	Kapittelstart	KAS
Forklaring	Vi tenker	Forklaringsoppgaver	FOO
	Vi lærer		
Utforskning	?-oppgavene	Fellesoppgaver	FEO
Øveoppgaver	Øve 1og Øve 2	Øveoppgaver	ØO
	Problem	Problem	P
Vurdering/kan du dette?	Sant eller usant	Oppsummeringsoppgaver	OO
	Min stjernelogg		
Spill	Spill	Aktiviteter	A
Aktivitet			

Tabell 3.2.4

Da det er *Fellesoppgaver* (FEO), *Øveoppgaver* (ØO), *Problem* (P) og *Oppsummeringsoppgaver* (OO) som oppleves som mest målbare og relevante innen de ulike analysekategoriene, vil denne oppgavens analyser ta for seg disse.

3.2.5 Kapitler i Multi 4A

Læreboken er delt opp i fire kapitler, som igjen er delt opp i underkapitler. Disse er 1 Tall og regning som igjen er delt opp i Tall over 1000, Tall på linje, Hoderegningsstrategier med addisjon og subtraksjon, Addisjon og subtraksjon med store tall, Negative tall og *Kan du dette?* 2 Multiplikasjon er delt opp i Gangetabellen, Multiplikasjon med flersifrede tall, Tekstoppgaver og *Kan du dette?* 3 Divisjon er delt i underkapitlene Praktisk divisjon, Sammenhenger mellom multiplikasjon og divisjon, Divisjonsstrategi – dele opp tall, Divisjon med oppstilt metode og *Kan du dette?* Det siste kapittelet 4 Geometri er delt inn i Rette, stumpe og spisse vinkler, Utforske mangekanter, 3D-figurer og *Kan du dette?* At kapittelet avsluttes med *Kan du dette?* er gjennomgående for alle kapitlene i Multi 4A

Kapitler i Multi 4A			
Kapittel i rekkefølge	Antall sider i kapittel	Underkapittel i rekkefølge	Antall sider i underkapittel
1 Tall og regning	36	Tall over 1000	5
		Tall på tallinje	6
		Hoderegningsstrategier med addisjon og subtraksjon	8
		Addisjon og subtraksjon med store tall	8
		Negative tall	6
		Kan du dette?	2
2 Multiplikasjon	26	Gangetabellen	7
		Multiplikasjon med flersifrede tall	8
		Tekstoppgaver	8
		Kan du dette?	2
3 Divisjon	26	Praktisk divisjon	5
		Sammenhenger mellom multiplikasjon og divisjon	6
		Divisjonsstrategi – dele opp tall	6
		Divisjon med oppstilt metode	6
		Kan du dette?	2
4 Geometri	26	Rette, stumpe og spisse vinkler	7
		Utforske mangekanter	8
		3D-figurer	8
		Kan du dette?	2

Tabell 3.2.5

3.2.6 Kapitler i Matematikk 4A

Matematikk 4A er inndelt i fem kapitler, som igjen er inndelt i underkapitler. Det første kapittelet er 1 Tall, som er inndelt i Hoderegning, Firesifrede tall, Addisjon og subtraksjon, Oppstilling med tall over 1000 og Negative tall. Kapittel 2 Multiplikasjon er delt inn i underkapitlene 2-, 3-, 4-, 5- og 10-gangen, 6-, 7-, 8- og 9-gangen, Multiplisere med tiere og hundrere, Dele opp og multiplisere, Bruke blokkmodeller og Antall ulike kombinasjoner. Kapittel 3 Divisjon er delt inn i Multiplikasjon og divisjon, Delingsdivisjon og målingsdivisjon, Divisjon med noe til overs og Bruke modeller. 4 Geometri er inndelt i

Todimensjonale figurer, Tredimensjonale figurer, Fra tredimensjonal til todimensjonal og Vinkler. Det siste kapittelet 5 Problemløsning er inndelt i Regnefortellinger og regneutrykk, Bruke modeller, Flerstegsoppgaver og Flervalgsoppgaver.

Kapitler i Matematikk 4A			
Kapittel i rekkefølge	Antall sider i kapittel	Underkapittel i rekkefølge	Antall sider i underkapittel
1 Tall	28	Hoderegning	4
		Firesifrede tall	6
		Addisjon og subtraksjon	4
		Oppstilling med tall over 1000	4
		Negative tall	4
2 Multiplikasjon	30	2-, 3-, 4-, 5- og 10-gangen	4
		6-, 7-, 8- og 9-gangen	4
		Multiplisere med tiere og hundrere	4
		Dele opp og multiplisere	4
		Bruke blokkmodeller	4
		Antall ulike kombinasjoner	4
3 Divisjon	26	Multiplikasjon og divisjon	6
		Delingsdivisjon og målingsdivisjon	6
		Divisjon med noe til overs	4
		Bruke modeller	4
4 Geometri	28	Todimensjonale figurer	6
		Tredimensjonale figurer	6
		Dra tredimensjonal til todimensjonal	4
		Vinkler	6
5 Problemløsning	26	Regnefortellinger og regneutrykk	6
		Bruke modeller	6
		Flerstegsoppgaver	4
		Flervalgsoppgaver	4

Tabell 3.2.6

3.3 Vertikal analyse

I denne oppgavens vertikale analyse, vil det bli presentert hva som blir kommunisert til eleven herunder matematisk innhold og matematiske praksiser, og hva som kreves av eleven i form av potensielle kognitive krav og type svar.

3.3.1 Analyseavklaring

Under analysen av de to lærebøkene ble det oppdaget at de hadde ulike måter å dele inn oppgavene sine på. Matematikk 4A har valgt å ha flere regnestykker under det de har definert som én oppgave. Under ser du et eksempel på dette.

3 Se på tallinja og regn ut.

4 · 4 = ____	3 · ____ = 12	____ · ____ = 12
2 · 4 = ____	7 · ____ = 28	____ · ____ = 16
5 · 4 = ____	____ · 4 = 40	____ · ____ = 24

Eksempel på én oppgave, hentet fra Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok, s. 37.

Til sammenligning har Multi 4A valgt å dele sine oppgaver inn i underkategorier definert ved bokstaver. Eksempelet under viser hvordan Multi 4A har delt inn oppgaven i a, b, c og d oppgaver.

Bruk strategien for dobling.

13 Regn i hodet og skriv svaret.

a	b	c	d
2 · 4	2 · 8	3 · 7	5 · 6
4 · 4	4 · 8	6 · 7	10 · 6
8 · 4	8 · 8	12 · 7	20 · 6

Eksempel på én oppgave, hentet fra Multi 4A Elevbok, s. 46.

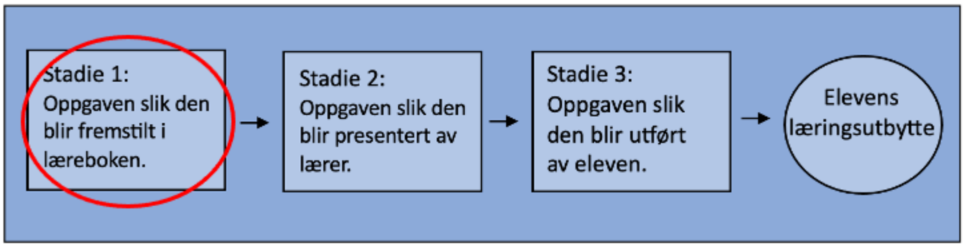
På bakgrunn av dette ble det valgt å definere oppgavene etter nummereringen gitt av bøkene. Det vil si at i eksemplene over er oppgave 3 i Matematikk 4A definert som én oppgave, og i Multi 4A er oppgave 13a-d definert som én oppgave. Skulle én del av en oppgave kreve et høyere potensielt kognitivt nivå enn de andre delene av oppgaven, vil oppgaven defineres etter det høyeste potensielle kognitive nivået en finner i oppgaven. Dette vil eksempelvis gjelde i en oppgave hvor a og b i oppgaven er på et potensielt kognitivt nivå, men c er på et annet potensielt kognitivt nivå. Her vil det være det tilfellet med det høyeste potensielle kognitive nivået som definerer oppgaven. Dette valget ble tatt på grunnlag av at elevene må løse den delen av oppgaven som er på det høyeste potensielle kognitive nivået, og dermed vil bli utfordret på et høyere kognitivt nivå. Det samme vil gjelde i tilfeller med type svar. De oppgavene som er delt slik at de både ber om kun et svar, og et svar med en matematisk setning, vil bli kategorisert som oppgaver som krever et *svar med en matematisk setning*.

På grunnlag av Charalambous et al. (2010, s. 123) sin kategorisering av potensielle kognitive krav og type svar under kategorien hva som kreves av eleven, har det i denne oppgaven blitt valgt å inkludere begge. Dette fordi begge er relevante for problemløsning, igjennom matematisk forståelse og potensielle kognitive krav, men også da det oppleves som interessant å se på eventuelle sammenhenger det måtte være mellom de to kategoriene.

I denne analysen blir det tatt utgangspunkt i oppgavene slik de står, i kronologisk rekkefølge. Det har derfor blitt valgt å begrense tidligere kunnskap til det som presenteres innenfor kapitlet. Det vil si at dersom flere oppgaver har lignende formulering eller problemstilling, vil den første oppgaven være på et høyere kognitivt nivå, men ikke nødvendigvis de følgende. Dette gjelder om de følgende oppgavene har lignende problem, men med andre tall og sifre. Her kan eleven benytte seg av samme prosedyre som i foregående oppgave. Matematikk 4A informerer i sin introduksjon om at det vil være anbefalt å arbeide med oppgavene i kronologisk rekkefølge.

3.3.2 The Mathematics Task framework

I denne analysen vil det kun bli tatt utgangspunkt i ett av de tre stadiene Stein og Smith (1998, s. 270) mener en oppgave går igjennom på vei til elevens læring. Dette vil være det første stadiet, oppgaven slik den presenteres i læreboken. Her vil oppgaven bli analysert slik den står i læreboken, uten videre tilleggsinformasjon eller mulighet for fortolkning.



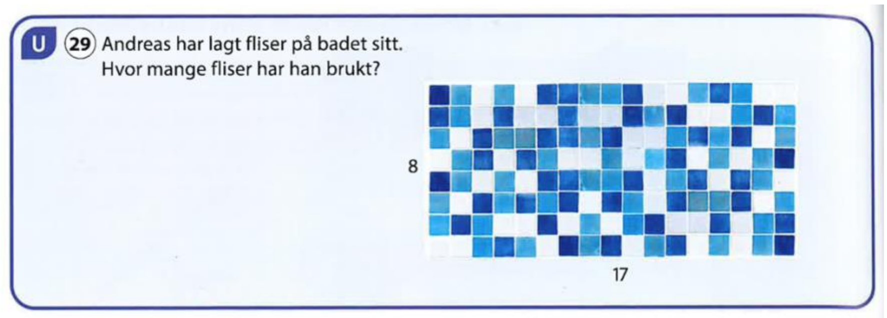
Figur 3.3.2. Hentet fra Stein og Smith, 1998, s, 270.

For å avgrense oppgavens omfang har de følgende stadiene, oppgaven slik den presenteres av læreren og oppgaven slik den tolkes av elevene, blitt valgt bort. Elevens læring vil heller ikke være en del av analysen. Dette er valg som er tatt på bakgrunn av oppgavens relevans og avgrensning.

3.3.3 Potensielle Kognitive krav

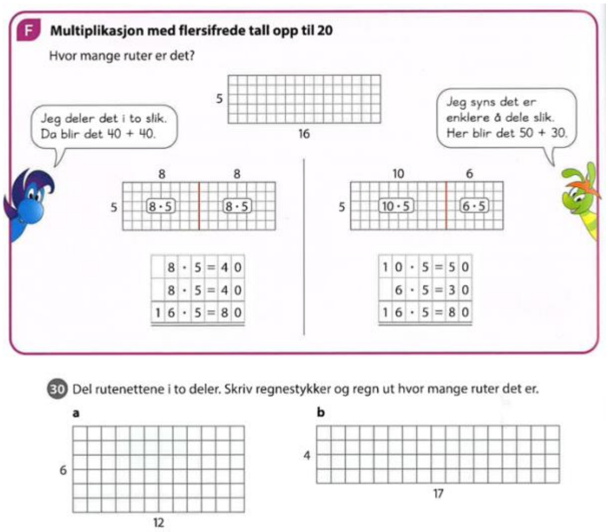
Her vil hva lærebøkene krever av eleven bli presentert, samt hvordan potensielle kognitive krav blir definert i analysen spesifikt til denne masteroppgaven.

Oppgavenes potensielle kognitive krav vil bli analysert ut ifra hvilken av de fire kategoriene til Stein og Smith (1998, s. 269) de tilhører. Disse fire kategoriene er *Memorering* (M), *Prosedyre uten kobling* (PUK), *Prosedyre med kobling* (PMK) og *Å gjøre matematikk* (GM). De oppgavene som elevene kan løse så fort at det ikke vil være mulig å bruke noen form for prosedyre vil bli kategorisert som *Memorering* (M). Her vil det kun bli krevd at elevene skriver av en nøyaktig gjengivelse av noe som allerede har blitt presentert. Eksempelvis en regel, resultater fra en tabell, eller noe som elevene enkelt kan telle antallet av. Det vil også umiddelbart være klart for elevene hva oppgaven sier skal gjøres, og på hvilken måte dette skal gjøres. Det settes søkelys på at svaret er riktig, og ikke på hvordan eller hvorfor. I eksempelet under krever ikke oppgaven noen form for utregning, men spør kun etter antallet fliser. I denne oppgaven vil det dermed være enkelt for elevene å telle antallet fliser.

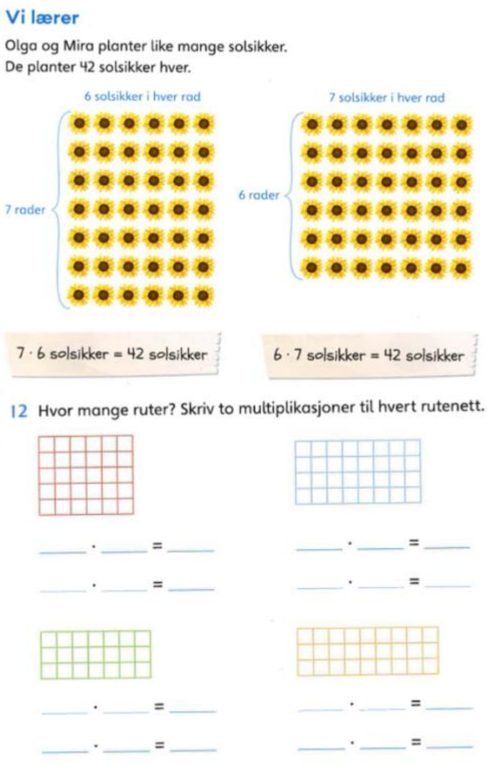


Eksempel på M oppgave, hentet fra Multi 4A Elevbok, s. 52.

Når det fortsatt er liten tvil om hva som skal gjøres, og hvordan, men det er behov for prosedyrer vil oppgaven falle under kategorien *Prosedyre uten kobling* (PUK). Hvilken prosedyre som skal brukes kommer her tydelig frem enten av oppgaveteksten, eller tidligere instruksjoner. Det kreves ingen forklaring av prosedyren, men det kan være en beskrivelse av den. Dermed kan elevene gjenbruke tidligere gitt informasjon, og det er ingen grunnleggende forståelse for prosedyren og dens meninger.



Eksempel på PUK oppgave, hentet fra Multi 4A Elevbok, s. 52.



Eksempel på PUK oppgave, hentet fra Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok. s. 40-41.

Retter oppgaven søkelyset mot bruken av prosedyrer, og elevens forståelse for prosedyren vil oppgaven kategoriseres som *Prosedyre med kobling* (PMK). Disse oppgaven vil være mer krevende for elevene, da de må ha nok forståelse til å kunne forstå, forklare eller vise prosedyrene. Her vil det ikke lenger på forhånd være klart for elevene hvilke algoritmer som skal brukes for å løse oppgaven. At elevene må forklare eller begrunne hvordan de har løst oppgaven, eller hvordan de har tenkt vil også være kjennetegn på *prosedyre med kobling*. Prosedyrene kan være generelle, men de kan ikke følges tankeløst. Elevene kan måtte bruke ulike prosedyrer for å finne løsningen på en oppgave. Prosedyrene kan representeres på flere ulike måter, eksempelvis ved bilder, figurer, diagrammer eller lignende.

4 En sel veier omtrent 40 kg når den blir født.
I begynnelsen øker vekten 4 kg hver dag.

Hvor mye veier selen etter

a 3 dager? **b** 5 dager? **c** 9 dager?

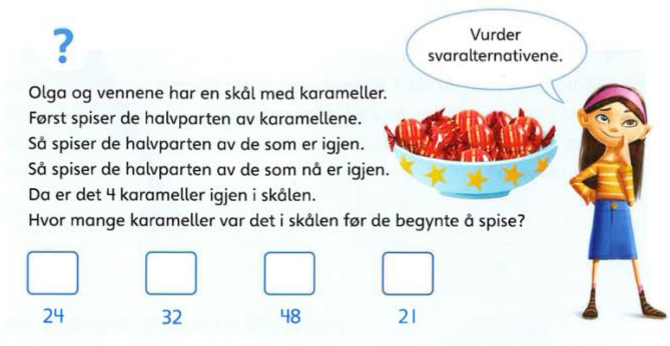
d Hvor mange dager går det før den veier 100 kg?

Eksempel på PMK oppgave, hentet fra Multi 4A Elevbok, s. 43.

Eksempel på PMK oppgave, hentet fra Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok, s. 37.

Om oppgaven krever at elevene utforsker og forstår matematiske sammenhenger, og bruker tidligere erfaringer og relevant kunnskap vil oppgaven falle under kategorien *Å gjøre matematikk* (GM). Her vil matematikken kreve ikke algoritmisk og kompleks tenkning av eleven. Oppgaven må aktivt analyseres og innholdet må undersøkes.

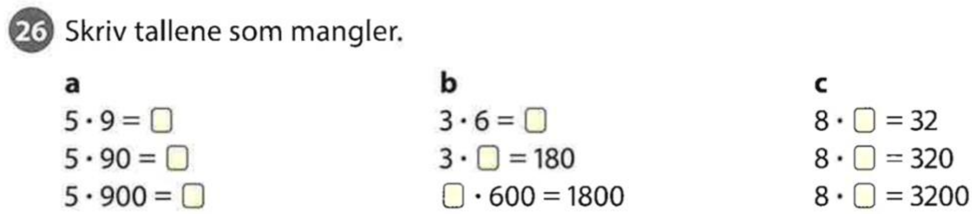
Eksempel på GM oppgave, hentet fra Multi 4A Elevbok, s. 65.



Eksempel på GM oppgave, hentet fra Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok, s. 137.

3.3.4 Type svar

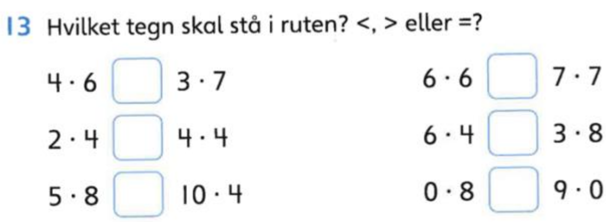
I denne oppgaven vil de ulike typene av svar være *Kun svar* (KS), *Svar med matematisk setning* (SM), *Forklaring* (F) og *Begrunnelse* (B). Når oppgaven kun etterspør et svar fra elevene, uten å si noe om utregning, begrunnelse, forklaring eller videre refleksjon, vil dette bli kategorisert som *Kun svar* (KS). Dersom oppgaven har flere svar, eller svaret oppleves som vanskelig å komme frem til, vil det fortsatt falle under denne kategorien, så lenge det svarer til de resterende kriteriene. Oppgaver som eksempelvis legger opp til at eleven skal sette kryss eller ring rundt svaret, vil bli kategorisert som *kun svar* så lenge den ikke i tillegg ber eleven om utregning. Under er det lagt ved bilde av et eksempel, fra både Multi 4A og Matematikk 4A, på en oppgave hvor svaret kategoriseres som *kun svar*.



26 Skriv tallene som mangler.

a	b	c
$5 \cdot 9 = \square$	$3 \cdot 6 = \square$	$8 \cdot \square = 32$
$5 \cdot 90 = \square$	$3 \cdot \square = 180$	$8 \cdot \square = 320$
$5 \cdot 900 = \square$	$\square \cdot 600 = 1800$	$8 \cdot \square = 3200$

Eksempel på KS oppgave, hentet fra Multi 4A Elevbok, s. 50.



13 Hvilket tegn skal stå i ruten? <, > eller =?

$4 \cdot 6 \ \square \ 3 \cdot 7$	$6 \cdot 6 \ \square \ 7 \cdot 7$
$2 \cdot 4 \ \square \ 4 \cdot 4$	$6 \cdot 4 \ \square \ 3 \cdot 8$
$5 \cdot 8 \ \square \ 10 \cdot 4$	$0 \cdot 8 \ \square \ 9 \cdot 0$

Eksempel på KS oppgave, hentet fra Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok, s. 41.

De oppgavene som ber om både svar og utregning vil bli kategorisert som *Svar med matematisk setning* (SM). Om utregningen må igjennom flere ledd, vil den fortsatt tilhøre denne kategorien. Skulle oppgaven ha presentert utregning eller regnestykket for elevene, vil oppgaven fortsatt kategoriseres som *svar med matematisk setning*, så lenge elevene fortsatt må fylle inn alle tall og siffer på riktig sted i regnestykket. Oppgavene under er eksempler fra både Multi 4A og Matematikk 4A på oppgaver som kategoriseres som *svar med matematisk setning*.

Skriv gangestykker til tekstene. Regn ut.

37 En snegle kryper sju centimeter på ett minutt.
Hvor langt har den krøpet på 15 minutter?

Eksempel på SM oppgave, hentet fra Multi 4A Elevbok, s. 55.


22 Jon plukker epler. Han fyller 6 kasser med 20 epler i hver kasse.
Hvor mange epler plukker han til sammen?

____ · ____ = ____

Han plukker ____ epler til sammen.

Eksempel på SM oppgave, hentet fra Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok, s. 45.

Hvis oppgaven ber om en forklaring på hva elevene har tenkt når oppgaven ble løst, vil den bli kategorisert som *Forklaring* (F). Det trenger ikke nødvendigvis være det nøyaktige ordet *forklar*, som brukes. Om oppgaven eksempelvis spør «Hvordan har du løst det?», vil dette også falle under kategorien. Under er et eksempel fra Matematikk 4A, med en oppgave som kategoriseres som *Forklaring*.


?

Mattis selger 6 brett med egg. Det er 30 egg per brett.
Hvor mange egg er det til sammen?
Hvordan tenker dere?

Eksempel på F oppgave, hentet fra Matematikk 4A fra Cappelen Damm Grunnbok, s. 45.

Dersom oppgaven skulle spørre om hvorfor svaret eller utregningen er slik, eller hvorfor det fungerer eller ikke, så vil dette falle under kategorien *Begrunnelse* (B). Her vil elevene måtte ha nok kunnskap til å kunne komme med begrunnelser eller bevis for hvorfor oppgaven skal løses på denne måten. I analysen har det ikke blitt funnet noen eksempler på *begrunnelse* i de to lærebøkene.

3.3.5 Sammenheng mellom potensielle kognitive krav og type svar

For å undersøke om det i de valgte lærebøkene er noen sammenheng mellom lave potensielle kognitive krav (*memorering* og *prosedyre uten kobling*) og type svar oppgaven krever, og høye kognitive krav (*prosedyre med kobling* og *å gjøre matematikk*) og type svar oppgaven krever, vil oppgavene i hver lærebok bli delt inn i to kategorier. Disse vil defineres som *lave potensielle kognitive krav* (LKK) og *høye potensielle kognitive krav* (HKK). Innen både *lave potensielle kognitive krav* og *høye potensielle kognitive krav* vil det bli sett på hvor stor andel av oppgavene som kategoriseres som de ulike type svarene *kun svar*, *svar med matematisk setning*, *forklaring* og *begrunnelse*. Videre vil det bli undersøkt om det er noen av de ulike typene av svar som forekommer hyppigere i *lave potensielle kognitive krav* eller *høye potensielle kognitive krav*, eller om det er en type svar som kun forekommer i én av dem.

3.4 Validitet og Reliabilitet

Valg av metode er gjort på bakgrunn av relevans. Det opplevdes som lite relevant eller interessant for problemstillingen å utføre eksempelvis intervju eller spørreundersøkelse, da denne oppgaven ser lærebøkenes slik de står, og ikke lærere eller elevers tolkninger.

Ifølge Kleven og Hjardemaal (2018, s. 27) vil resultater tilegnet gjennom forskning aldri kunne være helt sikre. De mener allikevel at dette ikke er noen grunn til å si at noe annet vil være mer riktig. Validitet avhenger av kvaliteten på dataene som resultatene bygger på, men også på hvor holdbare konklusjonene som trekkes er. Begrepsvaliditet, indre validitet og ytre validitet er tre ulike aspekter ved validitet. Begrepsvaliditet er i hvor stor grad det teoretiske begrepet samsvarer med begrepet slik vi lykkes med å klargjøre det til bruk, altså operasjonaliserer det (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 96). Eventuelle feilkilder vil være med på å redusere begrepsvaliditeten, da de vil redusere graden av samsvar mellom det teoretiske begrepet og det operasjonaliserte begrepet. Under vurderingen av begrepsvaliditeten er det viktig å ikke la målinger gjort under forskningen definere begrepet (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 97). I denne oppgaven vil den horisontale analysens begreper under de potensielle kognitive kravene, ha en svakhet i validiteten. Dette da denne oppgaven tar utgangspunkt i oppgaven slik den står, og dermed ikke tar med elevenes oppfatning av hva de selv opplever som memorering, prosedyre uten kobling, prosedyre med kobling og å gjøre matematikk, altså hvilke potensielle kognitive krav elevene opplever at oppgaven stiller. Dette var et bevisst valg da det i denne oppgaven var ønskelig å sammenligne oppgavene i de to lærebøkene, og ikke se på elevenes eller lærernes tolkninger og oppfattelser.

Indre validitet henger sammen med tolkningen av forbindelser mellom variabler (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 116-117). Dersom den indre validiteten skal kunne defineres som god, må det være mulig å ha tiltro til at den tolkningen som er gjort av forbindelsene mellom variabler, er til å stole på. Dette vil bli relevant om forskeren forsøker å tolke et årsaksforhold mellom variabler. I denne oppgaven ville den indre validiteten være relevant blant annet når det kommer til sammenhengen mellom potensielle kognitive krav og type svar, siden det blir foretatt en tolkning av de eventuelle sammenhenger. Siden det i denne oppgaven både blir presentert statistikk om dette og det blir forsøkt sett på hvorfor sammenhengene er som de er, vil indrevaliditet være relevant i denne oppgaven. Ytre validitet omhandler gyldighetsområdet til resultatene fra forskingen, altså hvem resultatene er relevante for. For at den ytre validiteten skal defineres som god, må resultatene kunne gjøres relevante for de som måtte ha tilknytning til problemstillingen (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 133). Når det stilles spørsmål om hva som kan læres av resultatet, selv i en annen situasjon, vil den ytre validiteten bli relevant (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 134). På bakgrunn av dette vil det være naturlig å si at den ytre validiteten er relevant for denne oppgaven. Det ble kun valgt to lærebøker i denne oppgaven, da det enda var enkelte læreverk og lærebøker som ikke var ferdigstilt eller fornyet etter kunnskapsløftet 2020. Begrensningen på utvalg av bøker, kan ha en begrensende effekt på den ytre validiteten for resultatene i denne oppgaven. På den andre side vil det allikevel kunne gi andre et innblikk i de to lærebøkene, som siden kan sammenlignes med kommende lærebøker.

Reliabilitet betyr opprinnelig pålitelighet (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 99). I forskningssammenheng betyr god reliabilitet at tilfeldige målingsfeil i liten grad påvirker dataene. Det er viktig å huske at selv om reliabiliteten er god, betyr det ikke at andre feilkilder ikke kan påvirke dataene. Dette fordi reliabilitet tar for seg hvor pålitelig selve målingen er, og nøkkelord som konsistens, stabilitet og nøyaktighet blir relevante. I denne oppgaven kan reliabiliteten utfordres ved at det kun er valgt ut et til to kapitler fra lærebøkene. Kleven og Hjardemaal (2018, s. 100) poengterer at resultater kan påvirkes av hvor *heldig* man er med oppgavene. Med dette menes det eksempelvis at et annet kapittel i Multi 4A vil ha andre oppgaver, og dermed vil kunne ha en annen fordeling av potensielle kognitive krav og type svar enn hva det valgte kapittelet har. Et annet aspekt som vil kunne ha en innvirkning på reliabiliteten i denne oppgaven, vil være uopplagthet eller andre distraksjoner under analysen av oppgavene. Skulle et kapittel blitt analysert midt på dagen og et annet sent på kvelden, vil dette være faktorer som kan påvirke nøyaktigheten til resultatet. For å i størst mulig grad unngå dette, har kapitlene blitt analysert flere ganger og i ulik rekkefølge. Dette vil være med på å styrke stabilitetsaspektene ved reliabiliteten (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 101). For å unngå at reliabiliteten skulle bli svekket av at det kun var en person som sto for analysen, ble den drøftet med andre medstudenter som også hadde satt seg inn i de ulike kategoriene. Dette vil falle under det Kleven og Hjardemaal (2018, s. 102) definerer som ekvivalensaspekter ved relabiliteten. En annen måte det har blitt arbeidet med å styrke reliabiliteten er ved å begrunne alle valg som har blitt gjort. Det antas at det på denne måten er liten tvil om hvilke valg som er tatt og på hvilke grunnlag.

3.4.1 Forskningsetiske refleksjoner

«All forskning har forskningsetiske normer å følge (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 28).»

I følge NESH (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021, s. 5) et det noen grunnleggende normer som forskningsetikk består av. Disse er sannhetsnormer, metodiske normer og institusjonelle normer. Sannhetsnormer omhandler ærlighet og rettferdighet, metodiske normer omhandler etterprøvbarhet, klarhet og saklighet, og institusjonelle normer omhandler at forskningen er åpen, men kritisk. Det er viktig at disse normene tas hensyn til, da de er med på å sikre forskningens integritet, og forsikre at forskningen er god. Forskningsetikk skal også sikre at forskningen både organiseres og gjennomføres på en forsvarlig måte (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021, s. 6).

NESH har delt de forskningsetiske retningslinjene inn i fem deler (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021, s. 8). Forskningsfelleskapet, Hensyn til personer, Grupper og institusjoner, Oppdragsgivere, finansører og samarbeidspartnere, og Forskningsformidling. Forskningsfelleskapet tar for seg ansvaret forskere har for hverandre. Herunder å behandle hverandre på en respektfull måte, samt å fremme de normer og verdier som er sentrale i forskning under eksempelvis undervisning eller andre lignende situasjoner. Respekt og ansvar for personer som inngår i studien og deres rettigheter går under Hensyn til personer. Samtykke av informerte deltakere er også en viktig del av dette. Innen Grupper og institusjoner faller det som omhandler håndtering av grupper som av ulike grunner kan ha behov for at det blir tatt ekstra hensyn. Dette kan blant annet gjelde forskning som går på sammenligning av ulike kulturer eller religioner. På samme måte som forskere må ta hensyn til hverandre, må de også ta hensyn til de som finansierer forskingen. De må også ta hensyn til eventuelle samarbeidspartnere, eller oppdragsgivere. Dette vil falle under Oppdragsgivere, finansører og samarbeidspartnere (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021, s. 8). Forskningsformidling tar for seg samhandlingen mellom forskere og samfunnet. Forskere har ansvar for å dele de resultatene forskningen innbringer med samfunnet. Dette gjelder også arbeidsmetoder (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021, s. 9).

Under delen om Forskningsfelleskapet kommer god henvisningsskikk opp som et punkt (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021, s. 14). Dette punktet tar for seg viktigheten av å henvise til andre forskeres arbeid. På denne måten viser en på en tydelig måte at en bygger videre på det arbeidet, og resultatene andre forskeres har gjort.

Ved å utføre en dokumentanalyse vil det være færre forskningsetiske retningslinjer å ta hensyn til, da det til en viss grad fjerner det menneskelige leddet. Ved et eventuelt intervju ville dette stilt seg annerledes. I forskning må det være en grunnleggende respekt for de deltakende personenes medbestemmelse, integritet og frihet (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 28). Som forsker har man dermed ansvar for at deltagere ikke settes i fare, eller blir belastet på noen måte. Det er også forskeren som har ansvar for deltagernes personvern, og at deltagerne har relevant og tilstrekkelig med informasjon til å kunne gi et informert samtykke. Når barn inkluderes i forskningen, vil det stilles enda strengere krav til deres beskyttelse (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 29). Her vil det kunne være vanskeligere å få et informert og frivillig samtykke, blant annet da barn kan ha vanskeligere for å si nei. Hovedsakelig skal barn under 15 år ha samtykke fra foreldre, men det er samtidig viktig å ikke glemme barnas samtykke. Ifølge NESH (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021, s.20) er det ikke bare den biologiske alderen hos barn som forskeren må ta hensyn til, men også den mentale alderen. Her er det forskerens ansvar å ha tilstrekkelig med kunnskap om barn, slik at det er mulig å vurdere barnets samtykkekompetanse. Det vil også være viktig å kunne tilpasse forskingen etter barnas utvikling og alder.

Direkte og indirekte berørte handler om at forskere har ansvar for å ta hensyn til de personene som også indirekte blir berørt av studien, her uten å ha gitt et samtykke til å delta (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021, s.26). I denne oppgaven vil dette være relevant, da analyser av lærebøker til en viss grad vil kunne berøre de som har produsert dem. Det vil være viktig å behandle andres arbeid på en respektfull måte. Det er blitt sendt forespørsel til forlagene Gyldendal og Cappelen Damm, som begge har gitt samtykke til bruken av illustrasjoner fra deres lærebøker i denne masteroppgaven.

4. Resultater

I denne delen av oppgaven vil resultatene fra den horisontale og den vertikale analysen bli presentert. Som i kapittel 3 Metode vil dette kapittelet bli inndelt i horisontal- og vertikal analyse. Kapittelet vil også ta for seg eventuelle sammenhenger mellom potensielle kognitive krav og type svar.

4.1 Resultater horisontal analyse

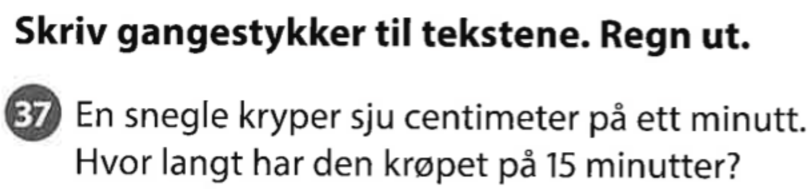
Den horisontale analysen, fordelt på bakgrunnsinformasjon og generell struktur tar for seg analyse av forlag, forfattere, navn på læreverkene og bruk av begreper, samt analyse av kapitlene. Dette inkluderer også antall sider, antall oppgaver, og antall oppgavetyper i kapitlene.

Lærebøkene er publisert av de kjente forlagene Gyldendal og Cappelen Damm. Begge forlagene er norske, og har hver sin lange historie. Gyldendal kommer opprinnelig fra Danmark, men ble startet opp i Norge i 1925 (Gyldendal, u.å. a). Cappelen Damm ble startet oppi 2007, etter sammenslåingen av de to forlagene J. W. Cappelen, startet i 1829, og N. W. Damm & Søn, startet i 1843 (Lindborg, u.å.). Det er fire forfatterne av Multi 4A, Bjørnar Alseth, Ann-Christin Arnås, Mona Røsseland og Gunnar Martin Nordberg. Alle har et bredt spekter med kunnskap innen matematikkdidaktikk og forfatterskap. Bjørnar Alseth er blant annet lærebokforfatter på fulltid, og har vært med på å produsere alle lærebøkene i Multi serien, samt Maximum serien for ungdomsskoletrinnet (Gyldendal, u.å. b). Alseth har også vært med på utviklingen av nasjonale kartleggingsprøver. Ann-Christin Arnås jobber på barneskolen som matematikklærer (Gyldendal, u.å. b), og Mona Røsseland jobber på Høgskolen på Vestlandet innen lærerutdanningen (Gyldendal, u.å. c). Både Arnås og Røsseland har vært med på å forfatte hele Multi serien. Tidligere har Røsseland arbeidet ved matematikksenteret ved NTNU i Trondheim. Gunnar Martin Nordberg er nå pensjonert, men har tidligere undervist i matematikk og matematikkdidaktikk (Gyldendal, u.å. d). Nordberg er forfatter av boken *Matematikkundervisning på mellomtrinnet*. De to forfatterne av Matematikk 4A, May-Else Nohr og Hanne Hafnor Dahl har begge vært med på å forfatte Matematikk serien fra 1.trinn - 4.trinn (Cappelen Damm, u.å. b.). Begge har tidligere erfaring som allmennlærere, holder nå kurs for Oslos utdanningsetat og for Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen.

Navnene på læreverkene har i stor grad en relasjon til matematikkfaget. Læreverket Matematikk gir et tydelig signal til elevene om hvilke fag læreverket tilhører, da navnet på læreverket er det samme som navnet på faget. Læreverket Multi gir også et tydelig tegn til elevene hvilke fag det tilhører, da navnet Multi kan assosieres med multiplikasjon, altså det å legge sammen flere like tall etter hverandre. Dette krever at elevene har kjentskap til begrepet multiplikasjon, så det er ikke sikkert elever på de laveste alderstrinnene ser denne sammenhengen.

Læreverkene har valgt ulike navn for å definere hvilken lærebok i læreverket det er snakk om. Multi har valgt å kalle sin bok for Elevbok og Matematikk har kalt sin Grunnbok. Ved å kalle boken sin for Elevbok utelater Multi all tvil om hvem boken er ment for. Det vil være enkelt for elevene å skjønne at Elevboken er ment for dem. Det kan være vanskeligere å forstå hvem navnet Grunnbok retter seg mot, da navnet ikke nødvendigvis er et som alle elever har lært betydningen av. Dette spesielt på de lavere alderstrinnene.

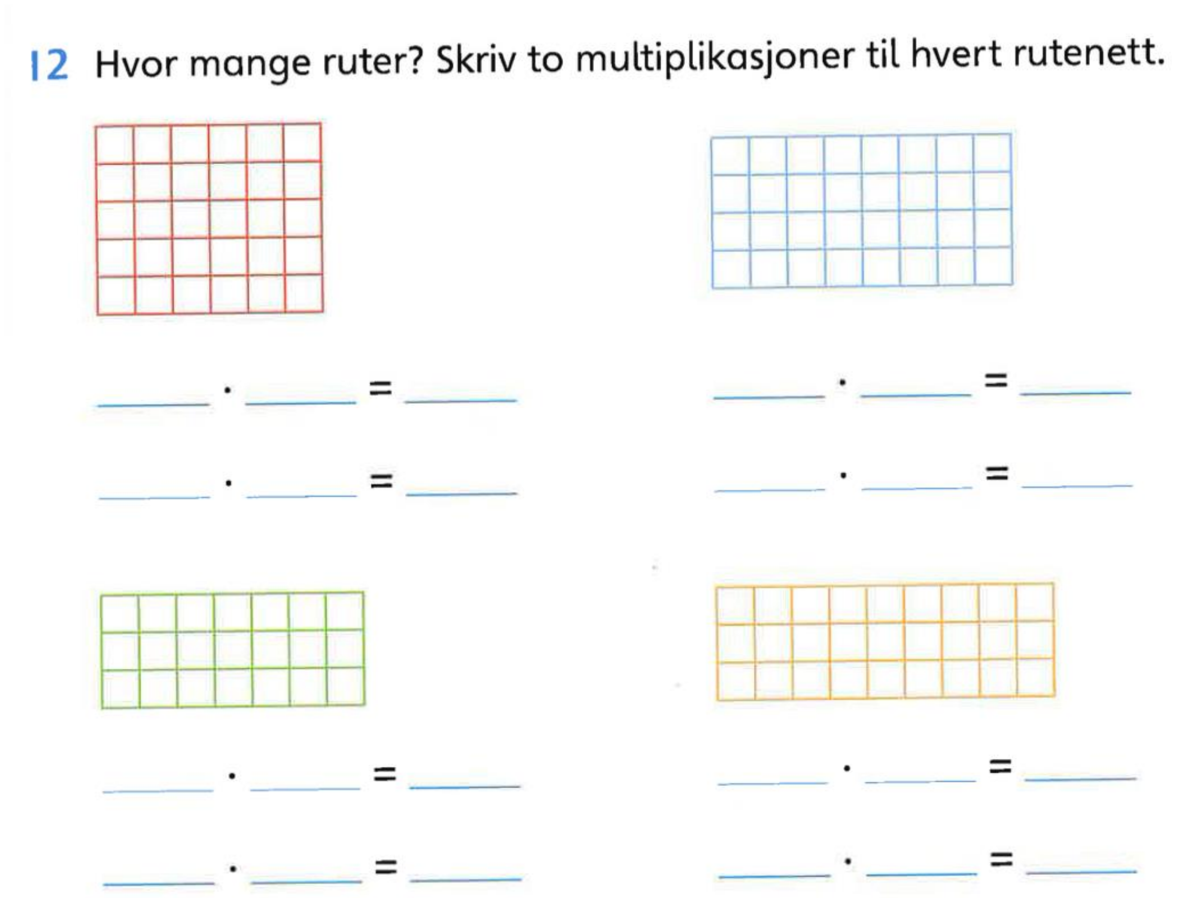
Begge lærebøkene bruker matematiske begreper for å omtale temaene i kapitlene. Slik som multiplikasjon og divisjon istedenfor gange og dele. Kapittel 2 i Multi 4A har valgt å bruke begrepet «gangestykke» i oppgavene i kapittelet. Bildet under er et eksempel på dette.


Skriv gangestykker til tekstene. Regn ut.

37 En snegle kryper sju centimeter på ett minutt.
Hvor langt har den krøpet på 15 minutter?

Eksempel på bruk av begrepet «gangestykke», hentet fra Multi 4A Elevbok, s. 55.

I kapittel 2 i Matematikk 4A brukes begrepet «multiplikasjon» i oppgavene, istedenfor gangestykke. Se bildet under for eksempel.



Eksempel på bruk av begrepet «multiplikasjon», hentet fra Matematikk 4A Cappelen Damm Grunnbok, s. 41.

Slik det kommer frem i tabellen presentert under, er de to lærebøkene i hovedsak like i sin inndeling av kapitler og rekkefølgen på disse. Unntaket er at Multi 4A velger å legge til regning i kapittel 1, noe Matematikk 4A ikke gjør. Matematikk 4A har også et femte kapittel som omhandler Problemløsning, hvor Multi 4A ikke har noe tilsvarende. Når det kommer til antall sider i de ulike kapitlene, har både Multi 4A kapittel 2 og Matematikk 4A kapittel 5 likt antall i sider, 26. Kapittel 2 i Matematikk 4A har fire sider mer, altså 30 sider. Dermed er kapittel 2 det kapittelet med flest sider i Matematikk 4A, men kun med 4 sider forskjell fra de kapitlene med færrest sider. Multi 4A har på den annen side kapittel 1 som sitt lengste kapittel, med 10 sider forskjell fra de resterende kapitlene.

Sammenligning kapitler og antall sider			
Multi 4A		Matematikk 4A	
Kapittel	Antall sider	Kapittel	Antall sider
1. Tall og regning	36	1. Tall	28
2. Multiplikasjon	26	2. Multiplikasjon	30
3. Divisjon	26	3. Divisjon	26
4. Geometri	26	4. Geometri	28
-	-	5. Problemløsning	26

Tabell 4.1.1.1

Ved telling av antall oppgaver pr. kapittel ble det valgt å telle med alle oppgavene. Altså *Kapittelstart* (KAS), *Forklaringsoppgaver* (FOO), *Fellesoppgaver* (FEO), *Øveoppgaver* (ØO), *Problemer* (P), *Oppsummeringsoppgaver* (OO) og *Aktiviteter* (A). Dette da den horisontale analysen skulle gi et overordnet bilde på lærebøkene. Totalt har Multi 4A 381 oppgaver. Av tabellen under kommer det frem at det valgte kapittelet i Multi 4A med sine 104 oppgaver, utgjorde 27% av oppgavene i læreboken. Altså litt over én fjerdedel av boken. De valgte kapitlene i Matematikk 4A, kapittel 2 og kapittel 5, utgjorde med sine 79 og 57 oppgaver, 24% og 17% av oppgavene i lærebøkene. Det vil si at kapittel 2 utgjorde litt over én femtedel av læreboken, og kapittel 5 litt under én femtedel. Matematikk 4A har totalt 332 oppgaver.

Antall oppgaver pr kapittel i læreverkene				
Læreverk	Kapittel	Antall Oppgaver	Prosent av læreboken	Antall oppgaver totalt
Multi 4A	1 Tall og Regning	129	34%	381
	2 Multiplikasjon	104	27%	
	3 Divisjon	85	22%	
	4 Geometri	63	17%	
Matematikk 4A	1 Tall	77	23%	332
	2 Multiplikasjon	79	24%	
	3 Divisjon	61	18%	
	4 Geometri	58	18%	
	5 Problemløsning	57	17%	

Tabell 4.1.1.2

Antallet av de ulike oppgavetypene varierte i de ulike lærebøkene. Med utgangspunkt i tabellen under, blir det tydelig at Multi 4A kapittel 2 har langt flere *aktivitetsoppgaver* enn begge kapitlene i Matematikk 4A. Dette til tross for at Kapittel 2 i Matematikk 4A er det kapittelet med flest sider. Kapittel 2 i Multi 4A har også flest *oppsummeringsoppgaver*, *øveoppgaver* og *fellesoppgaver*. Kapittel 2 i Matematikk 4A er det kapittelet med flest *forklarings oppgaver*.

Antall oppgaver innen hver oppgavetype								
Lærebok	KAS	FOO	FEO	ØO	P	OO	A	Totalt:
Multi 4A, kap 2	1	5	13	67	-	12	6	104
Matematikk 4A, kap 2	1	12	6	53	3	3	1	79
Matematikk 4A, kap 5	1	8	4	38	3	3	1	58

Tabell 4.1.1.3

Av tabellen kommer det klart frem at alle kapitlene har et større antall *øveoppgaver* enn de resterende oppgavetypene. I alle de tre kapitlene ligger antallet *øveoppgaver* på mellom 60% og 70%, hvilket viser at over halvparten av kapitlene består av *øveoppgaver*.

Under analysen kommer det frem at Matematikk 4A har en mer gjennomgående struktur på oppbyggingen av sine kapitler og underkapitler enn Multi 4A. Hvert underkapittel starter på samme måte, med to *forklaringsoppgaver* etterfulgt av en *fellesoppgave*. Videre kommer det *øveoppgaver*, *problem oppgaver*, *oppsummeringsoppgaver* og en *aktivitet*, og nesten alltid i denne rekkefølgen. I Multi 4A finner vi en mer varierende oppbygging av kapittel og underkapittel, da det ikke ser ut til å være noen fast struktur på rekkefølge og plassering av de ulike oppgavetypene. De eneste unntakene fra manglende struktur synes å være *kapittelstart*, som alltid er plassert fremst i kapittelet, og *oppsummeringsoppgavene*, som alltid er plassert i slutten av kapittelet.

Gjennomsnittlig antall oppgaver pr side i de ulike lærebøkene varierte noe. I Multi 4A kapittel 2 var det gjennomsnittlig 4 oppgaver pr side. I Matematikk 4A kapittel 2 var gjennomsnittlig antall oppgaver pr side på 2,6 og i kapittel 5 var det 2,2. Beregningen er gjort med utgangspunkt i alle de tilgjengelige oppgavene i alle kapitlene i begge lærebøkene.

Antall oppgaver pr side i lærebøkene, alle				
Lærebok	Kapittel	Antall sider	Antall oppgaver	Antall oppgaver pr side
Multi 4A	2 Multiplikasjon	26	104	4
Matematikk 4A	2 Multiplikasjon	30	79	2,6
	5 Problemløsning	26	58	2,2

Tabell 4.1.1.4

Avgrenses utvalget til kun å inkludere de oppgavetypene som har blitt analysert videre i denne oppgaven, vil antallet oppgaver pr. side synke noe. Da ville resultatet blitt gjennomsnittlig 3,5 oppgaver pr. side i Multi 4A kapittel 2, 2,2 oppgaver pr. side i Matematikk 4A kapittel 2 og 1,8 oppgaver pr. side i Matematikk 4A kapittel 5.

Antall oppgaver pr side i lærebøkene, kun analyserte				
Læreverk	Kapittel	Antall sider	Antall oppgaver	Antall oppgaver pr side
Multi 4A	2 Multiplikasjon	26	92	3,5
Matematikk 4A	2 Multiplikasjon	30	65	2,2
	5 Problemløsning	26	48	1,8

Tabell 4.1.1.5

4.2 Resultat vertikal analyse

For å kunne svare på forskningsspørsmålene som ble presentert i kapittel 1.2. ble det gjort en analyse av alle oppgaver som kunne kategoriseres som *fellesoppgaver*, *øveoppgaver*, *problem* og *oppsummeringsoppgaver*. Her ble det sett på hvilket potensielt kognitivt nivå oppgavene var på, og hvilken type svar de krevde av elevene. Til slutt ble alle kategoriene av oppgaver sammenlignet, for å se etter eventuelle sammenhenger mellom potensielle kognitive krav i oppgaven og hvilken type svar oppgaven krevde.

4.2.1 Potensielle Kognitive Krav

I denne delen av analysen er alle oppgavene i de utvalgte kategoriene analysert og kategorisert. De er analysert og kategorisert etter de potensielle kognitive kravene presentert i både teori og metode, *memorering* (M), *prosedyre uten kobling* (PUK), *prosedyre med kobling* (PMK) og *å gjøre matte* (GM).

I Multi 4A kapittel 2 ble 3 av de 92 analyserte oppgavene kategorisert under det potensielle kognitive kravet *memorering*. 66 oppgaver ble kategorisert som *prosedyre uten kobling*, 18 som prosedyre med kobling og 5 som *å gjøre matematikk*. Med utgangspunkt i diagrammet under vil dette tilsi at 75% av oppgavene i kapittel 2 i Multi 4A er oppgaver som kan defineres som å være på et lavere potensielt kognitivt nivå. Oppgavene definert som *prosedyre med kobling* og *å gjøre matematikk* er oppgaver som kan defineres som å være på et høyere potensielt kognitivt nivå. Diagram 4.2.1.1 viser at 25% av oppgavene i kapittel 2 hører til denne kategorien.

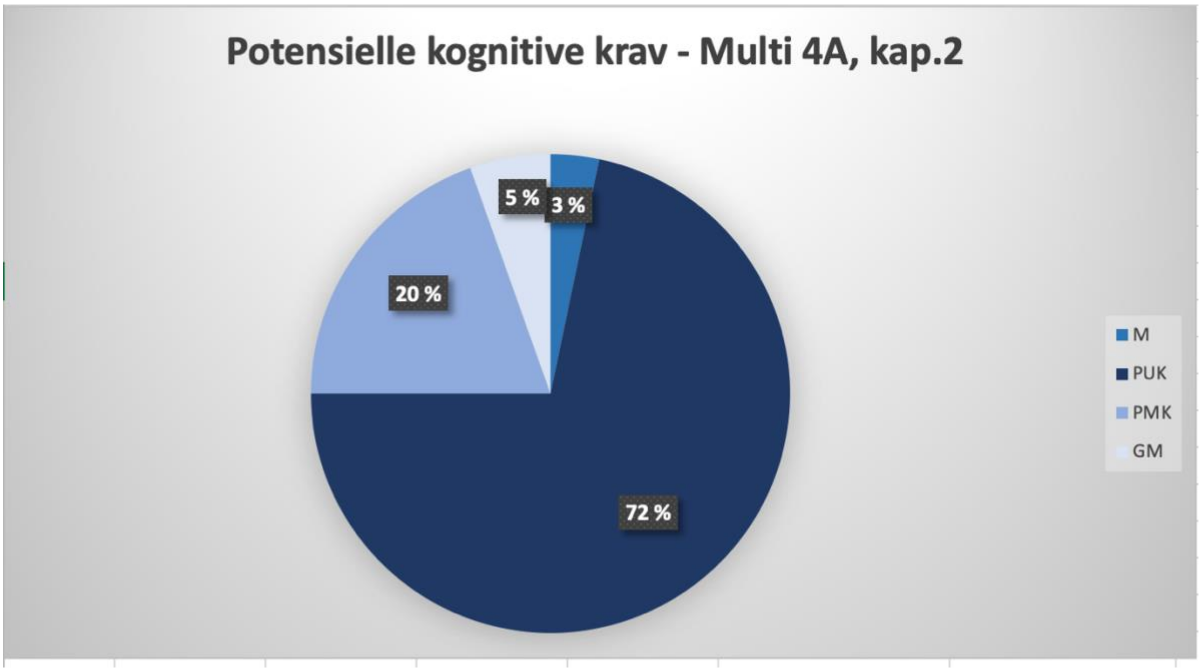


Diagram 4.2.1.1

I Matematikk 4A kapittel 2 ble ingen av oppgavene kategorisert som *memorering* eller *å gjøre matematikk*. 54 av oppgavene ble kategorisert som *prosedyre uten kobling* og 11 av oppgavene som *prosedyre med kobling*. Det vil si at andelen oppgaver innen det lavere potensielle kognitive nivået *prosedyre uten kobling* var på 83%. Som diagram 4.2.1.2 viser er den tilsvarende andelen oppgaver kategorisert som det høyere potensielle kognitive kravet *prosedyre med kobling*, på 17%.

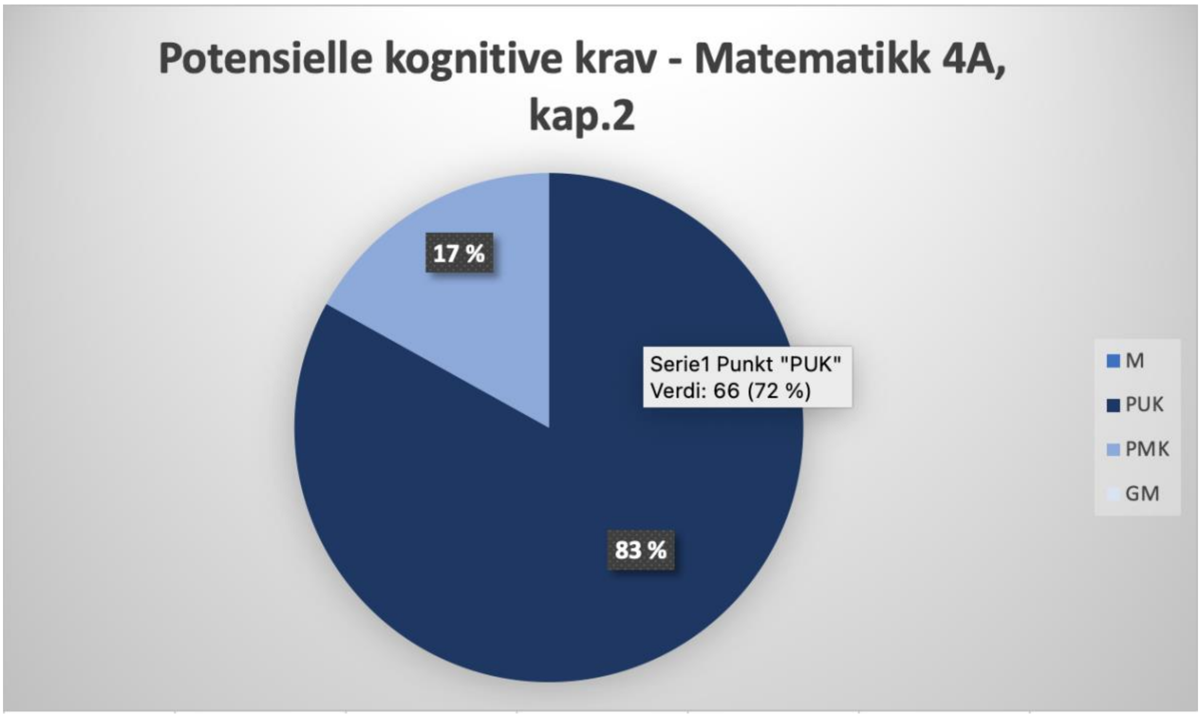


Diagram 4.2.1.2

Kapittel 5 i Matematikk 4A hadde ingen oppgaver som kunne kategoriseres som *memorering*. 19 av oppgavene ble kategorisert som *prosedyre uten kobling*, 24 av oppgavene som *prosedyre med kobling* og 5 av oppgavene som *å gjøre matematikk*. Diagram 4.2.1.3 viser at 40% av oppgavene kategoriseres som oppgaver på de lavere potensielle kognitive nivåene *memorering* og *prosedyre uten kobling*. 60% av oppgavene kategoriseres som *prosedyre med kobling* og *å gjøre matematikk*, altså som oppgaver på et høyere potensielt kognitivt nivå.

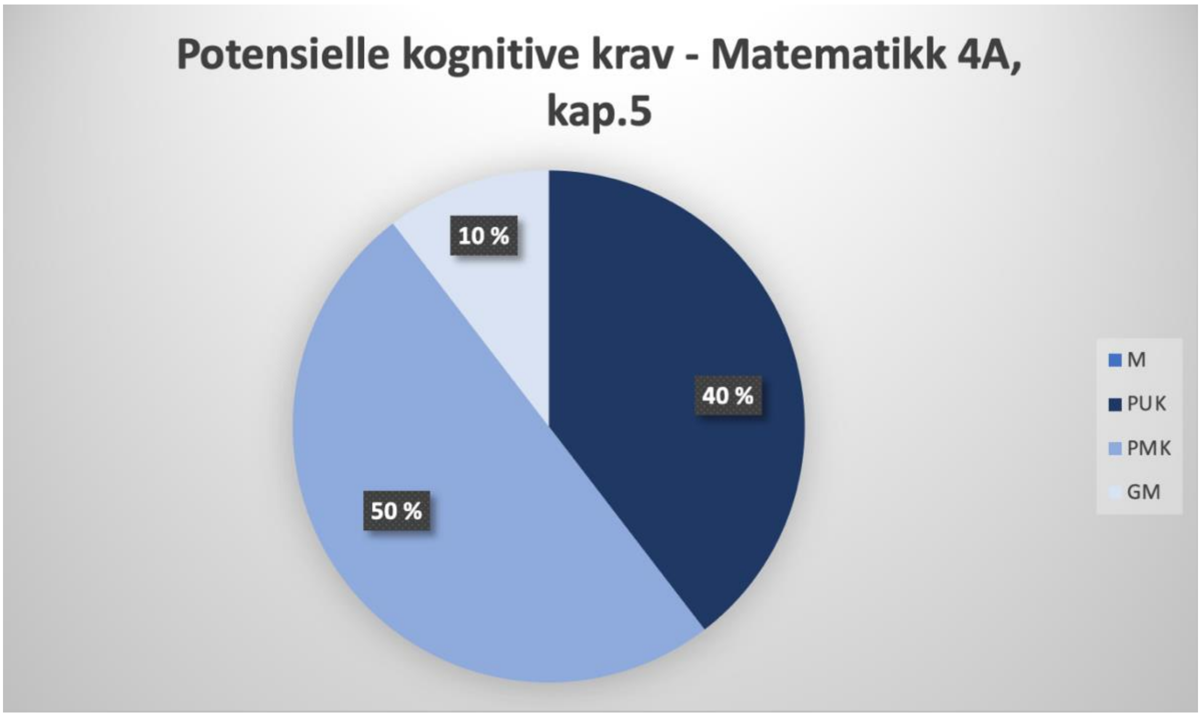


Diagram 4.2.1.3

For å se gjennomsnittet av de to kapitlene som er analysert i Matematikk 4A, ble resultatene fra de to kapitlene lagt sammen og omberegnet. Av diagram 4.2.1.4 kommer det klart frem at det er store forskjeller på fordelingene av potensielle kognitive krav i kapitlene hver for seg, og kapitlene sammenslått. Da resultatene fra de to kapitlene ble slått sammen ble det til sammen 113 oppgaver, hvor 73 av disse var *prosedyre uten kobling*, 35 var *prosedyre med kobling*, 5 var *å gjøre matematikk*, og 0 var *memorering*. Beregningen viser at over halvparten av oppgavene i de to kapitlene er *prosedyre uten kobling* og dermed på et lavere potensielt kognitivt nivå.

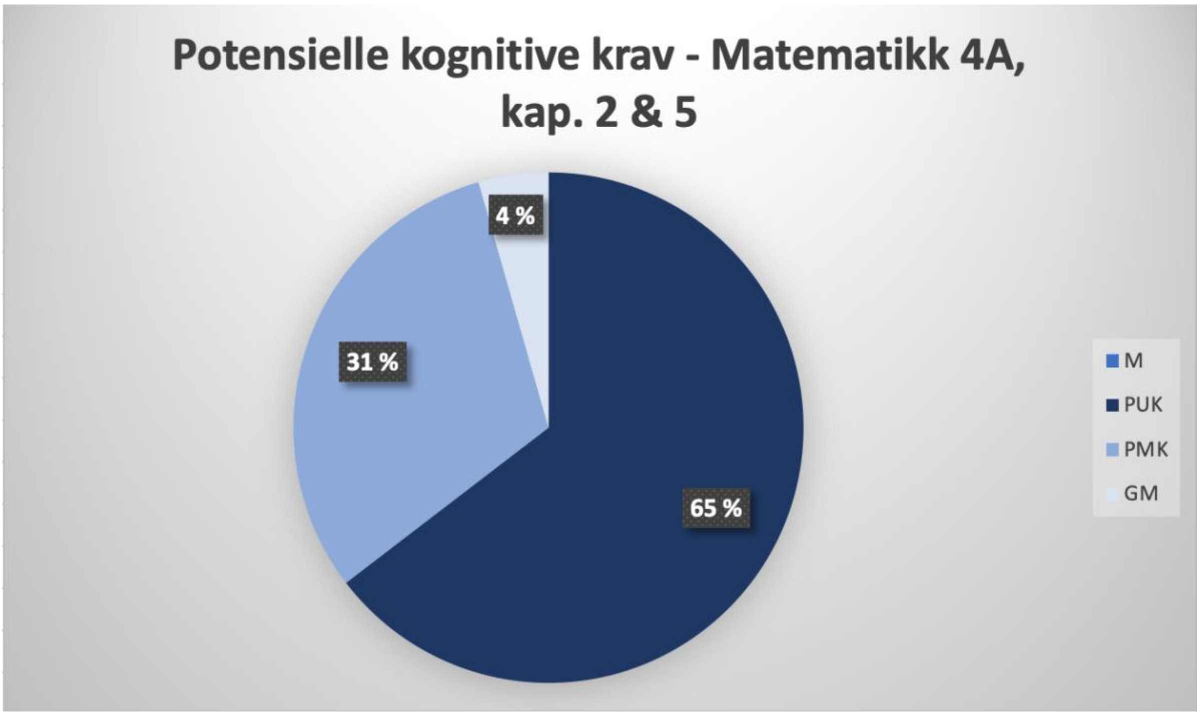


Diagram 4.2.1.4

Av de tre kapitlene som ble analysert er det kapittel 5 i Matematikk 4A og kapittel 2 i Multi 4A som har *å gjøre matematikk* oppgaver. Sammenlignes diagrammene 4.2.1.1, 4.2.1.2 og 4.2.1.3 kommer det frem at Matematikk 4A kapittel 2 ikke har noen oppgaver innen det laveste (*memorering*) eller høyeste (*å gjøre matematikk*) potensielle kognitive nivået. I dette kapittelet er oppgavene fordelt innen *prosedyre uten kobling* og *prosedyre med kobling*, med et klart flertall innen det lavere potensielle kognitive kravet *prosedyre uten kobling*. Multi 4A kapittel 2 har til sammenligning noen oppgaver innenfor alle de potensielle kognitive nivåene, men med et klart flertall innenfor *prosedyre uten kobling*. Kapittel 5 i Matematikk 4A er det eneste kapittelet hvor flertallet av oppgavene i kapittelet er innenfor de høyere potensielle kognitive nivåene, her er andelen oppgaver innen det høyere potensielle kognitive nivået på 60%. Kapittel 5 i Matematikk 4A er dermed også det kapittelet med flest oppgaver totalt innen de høyere potensielle kognitive nivåene, til tross for at de andre kapitlene både har flere sider og flere oppgaver. Til sammenligning krever 25% av oppgavene i kapittel 2 i Multi 4A et høyere potensielt kognitive nivå, mens tilsvarende andel oppgaver i kapittel 2 i Matematikk 4A er på 17%.

Antall oppgaver – potensielle kognitive krav					
Lærebok	Kapittel	M	PUK	PMK	GM
Multi 4A	2 Multiplikasjon	3	66	18	5
Matematikk 4A	2 Multiplikasjon	0	54	11	0
	5 Problemløsning	0	19	24	5

Tabell 4.2.1.5

Totalt sett viser analysen at de tre kapitlene hadde 205 oppgaver. Av disse var 3 oppgaver i kategorien *memorering*, 139 oppgaver var kategori *prosedyre uten kobling*, 53 var *prosedyre med kobling* og 10 var *å gjøre matematikk*. Det vil si at 68% av de analyserte oppgavene ble analysert som kategori *prosedyre uten kobling*. 26% av oppgavene ble analysert som kategori *prosedyre med kobling*, 5% ble analysert som kategori *å gjøre matematikk* og 1% ble analysert som kategori *memorering*.

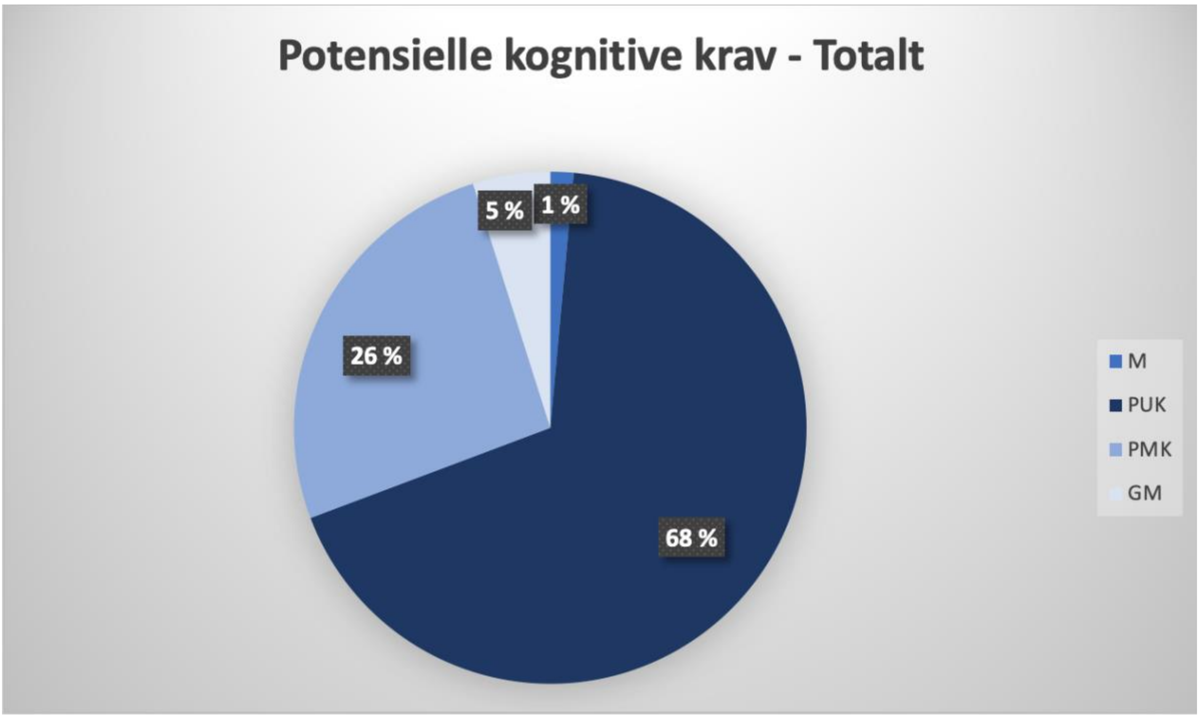


Diagram 4.2.1.6

4.2.2 Type svar

I Multi 4A kapittel 2 var det 65% av de 92 analyserte oppgavene som krevde *kun et svar* (KS). 34% av oppgavene krevde et *svar med en matematisk setning* i tillegg (SM), og 1% av oppgave krevde at det ble svart med en *forklaring* (F). Ingen av de analyserte oppgavene krevde noen form for *begrunnelse* (B). Se diagram 4.2.2.1 for type svar i Multi 4A kapittel 2 under.

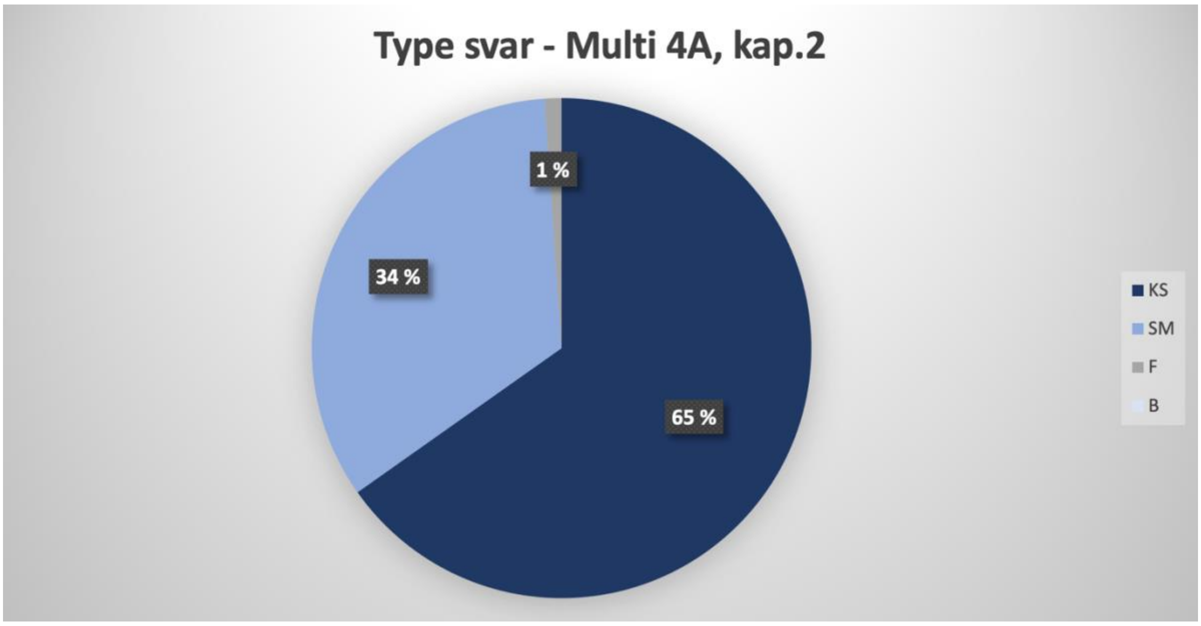


Diagram 4.2.2.1

I Kapittel 2 i Matematikk 4A var det 65 oppgaver som ble analysert. Av disse oppgavene var det 23% som kun krevde *et svar*. 69% av oppgavene krevde en *matematisk setning* i tillegg til svaret, og 8% krevde en *forklaring*. Det var ingen av de analyserte oppgavene som krevde noen *begrunnelse*.

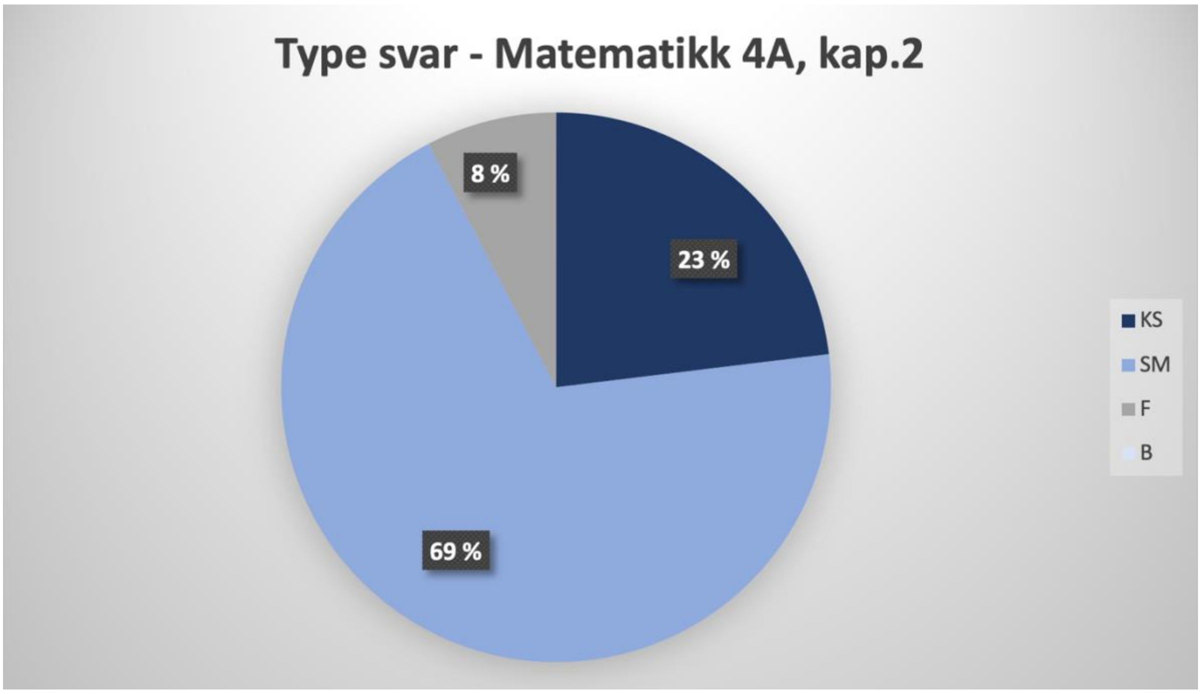


Diagram 4.2.2.2

36% av de 48 analyserte oppgavene i kapittel 5 i Matematikk 4A krevde *kun et svar*. Antall oppgaver som krevde et *svar og en matematisk setning* var på 57%, og oppgaver som krevde en *forklaring* på 8%. Heller ikke her krevde noen av de analyserte oppgavene noen form for *begrunnelse*.

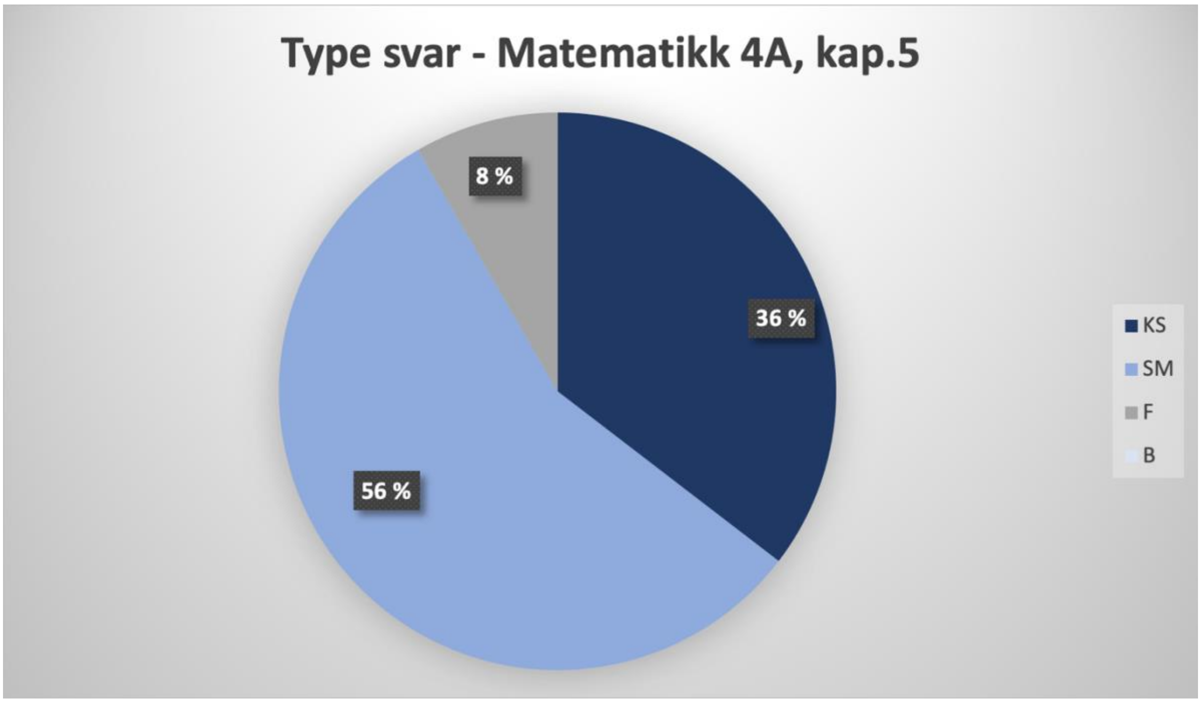


Diagram 4.2.2.3

For å få en oversikt over de to analyserte kapitlene i Matematikk 4A, ble resultatene fra disse kapitlene slått sammen. Det ble så gjort en ny utregning med utgangspunkt i de totalt 113 oppgavene fra kapitlene. 72 av de 113 oppgavene krevde et *svar med en matematisk setning*, 32 krevde *kun et svar*, 9 krevde en *forklaring* og ingen av dem krevde noen form for begrunnelse. Diagram 4.2.2.4 under viser kun små endringene når kapitlene slås sammen. Det er fortsatt et tydelig flertall av oppgavene som krever et *svar med en matematisk setning*.

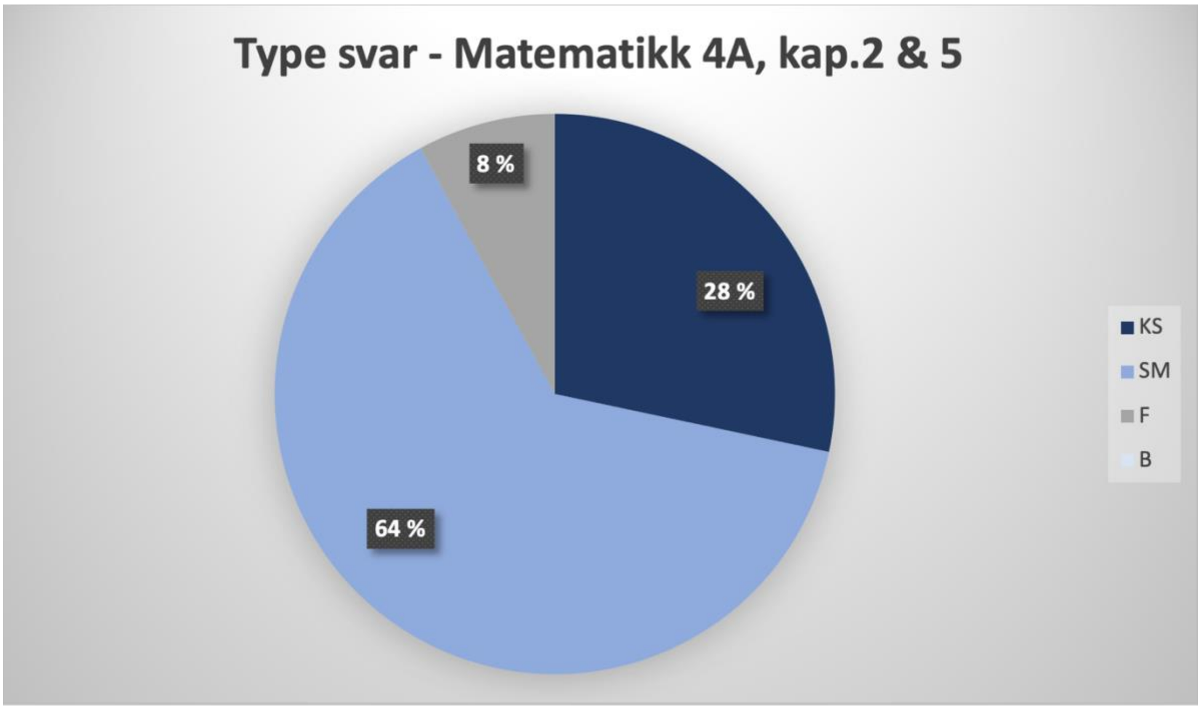


Diagram 4.2.2.4

Av de tre kapitlene som ble undersøkt var det kun i Multi 4A hvor et flertall av de analyserte oppgavene kun krevde *et svar*. Med utgangspunkt i diagram 4.2.2.2 og 4.2.2.3 kommer det frem at begge kapitlene i Matematikk 4A hadde et flertall av oppgavene som krevde en *matematisk setning* i tillegg til et svar. Kapittel 2 og 5 i Matematikk 4A hadde også, til tross for et lavere antall analyserte oppgaver, flere oppgaver som krevde en *forklaring* enn Multi 4A. Det var ingen av de totalt 205 analyserte oppgavene som krevde noen form for *begrunnelse*. Se tabell 4.2.2.5.

Antall oppgaver - type svar					
Lærebok	Kapittel	KS	SM	F	B
Multi 4A	2 Multiplikasjon	60	31	1	0
Matematikk 4A	2 Multiplikasjon	15	45	5	0
	5 Problemløsning	17	27	4	0

Tabell 4.2.2.5

Av de totalt 205 analyserte oppgavene i de tre kapitlene ble 92 oppgaver kategorisert til kun å kreve *et svar*, 103 ble kategorisert til å kreve *et svar med en matematisk setning*, 10 ble kategorisert til å kreve en *forklaring* og ingen av oppgavene krevde *begrunnelse*. Dermed var det 50% av de analyserte oppgavene som krevde et *svar med en matematisk setning*, 45% av oppgavene som krevde *kun et svar*, 5% som krevde en *forklaring* og 0% som krevde *begrunnelse*. Se diagram 4.2.2.6 for oversikt over fordelingen av type svar i alle de analyserte kapitlene sammenlagt.

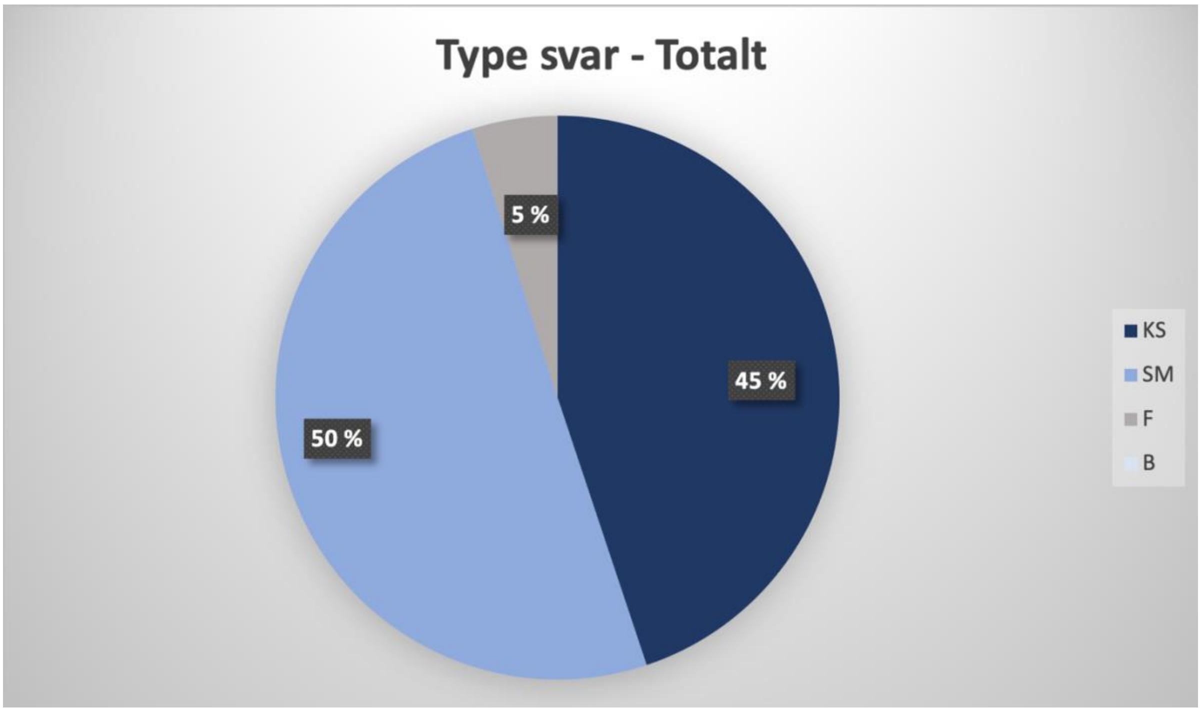


Diagram 4.2.2.6

4.2.3 Sammenhenger mellom potensielle kognitive krav og type svar

Følgende forskningsspørsmål ble fremsatt i avsnitt 1.2:

«Hvilke sammenhenger finnes det mellom potensielle kognitive krav og type svar i oppgavene i de valgte lærebøkene?»

Av forskningsspørsmålet kommer det frem at det er ønskelig å undersøke om potensielle kognitive krav og type svar i en oppgave, henger sammen. Tidligere i min undersøkelse av potensielle kognitive krav ble oppgaver kategorisert som *memorering* eller *prosedyre uten kobling*. Nå vil nytt navn på disse oppgavene bli *lave potensielle kognitive krav* (LKK). Oppgaver som tidligere i min oppgave er kategorisert som *prosedyre med kobling* og *å gjøre matematikk*, blir kategorisert som *høye potensielle kognitive krav* (HKK).

Antallet oppgaver som er kategorisert som *lave potensielle kognitive krav* var på 70 stk. i Multi 4A, 54 stk. i Matematikk 4A kapittel 2 og 19 stk. i kapittel 5. Dermed er det 143 oppgaver som totalt er kategorisert som *lave potensielle kognitive krav*. Innen *lave potensielle kognitive krav* i Multi 4A var det *kun svar* og *svar med matematisk setning* som ble krevd som type svar, her var det et klart flertall av *kun svar* oppgaver. 42 av de 70 oppgavene krevde *kun svar*, og 27 av oppgavene krevde *svar med matematisk setning*. I Matematikk 4A kapittel 2 var oppgavene på *lave potensielle kognitive krav* også fordelt innen *kun svar* og *svar med matematisk setning*, men i motsetning til Multi 4A var det her flest oppgaver med *svar med matematisk setning*. Det var 12 av de 54 oppgavene som krevde *kun svar* og 42 som krevde *svar med matematisk setning*. Oppgavene innen *lave potensielle kognitive krav* i kapittel 5 i Matematikk 4A hadde også kun oppgaver som kun krevde *et svar* og et *svar med en matematisk setning*. Som i kapittel 2 i Matematikk 4A var det også her et flertall av oppgavene som krevde *svar med matematisk setning*, med 13 av 19 oppgaver. 6 av oppgavene krevde *kun svar*. Dermed var det et flertall av oppgavene i begge kapitlene i Matematikk 4A som krevde *svar med matematisk setning*, med henholdsvis 78% og 68%. I Multi 4A var det et flertall på 61% av oppgavene som krevde *kun svar*.

Innen *høye potensielle kognitive krav* var det 23 oppgaver i Multi 4A, 11 oppgaver i Matematikk 4A kapittel 2 og 29 oppgaver i Matematikk 4A kapittel 5. Dermed er det 63 oppgaver totalt som er kategorisert som *høye potensielle kognitive krav*. Oppgavene innen *høye potensielle kognitive krav* i Multi 4A krevde *kun svar* og *svar med matematisk setning*, akkurat som oppgavene innen *lave potensielle kognitive krav*. I motsetning til oppgavene innen *lave potensielle kognitive krav* var det her en av oppgavene som krevde en *forklaring*. 18 av de 23 oppgavene krevde *kun svar*, 4 krevde *svar med matematisk setning* og 1 krevde en *forklaring*. I kapitel 2 i Matematikk 4A var det et flertall av oppgavene som krevde en *forklaring*. 3 av dem krevde *kun svar*, 3 krevde *svar med matematisk setning* og 5 krevde *forklaring*. I kapittel 5 i Matematikk 4A krevde 11 av 29 oppgaver *kun svar*. 14 av oppgavene og dermed flertallet, krevde et *svar med en matematisk setning*. Antallet oppgaver som krevde en *forklaring* var på 4 stk. Alle de tre kapitelene hadde stor variasjon av antallet oppgaver som krevde de ulike type svarene. Da det kom til hvilke krav til svar flertallet av oppgavene hadde, var dette forskjellig i alle de tre kapitlene.

Totalt innen *lave potensielle kognitive krav* var det 142 oppgaver. 60 av disse oppgavene krevde *kun svar*, og 82 av oppgavene krevde et *svar med en matematisk setning*. Dermed er det et flertall av oppgavene innen *lavere potensielle kognitive krav* som krever et *svar med en* *matematisk setning*. Av diagram 4.2.3.1 under kommer det frem at oppgaver som krever et *svar med en matematisk setning* utgjør 58% av oppgavene.

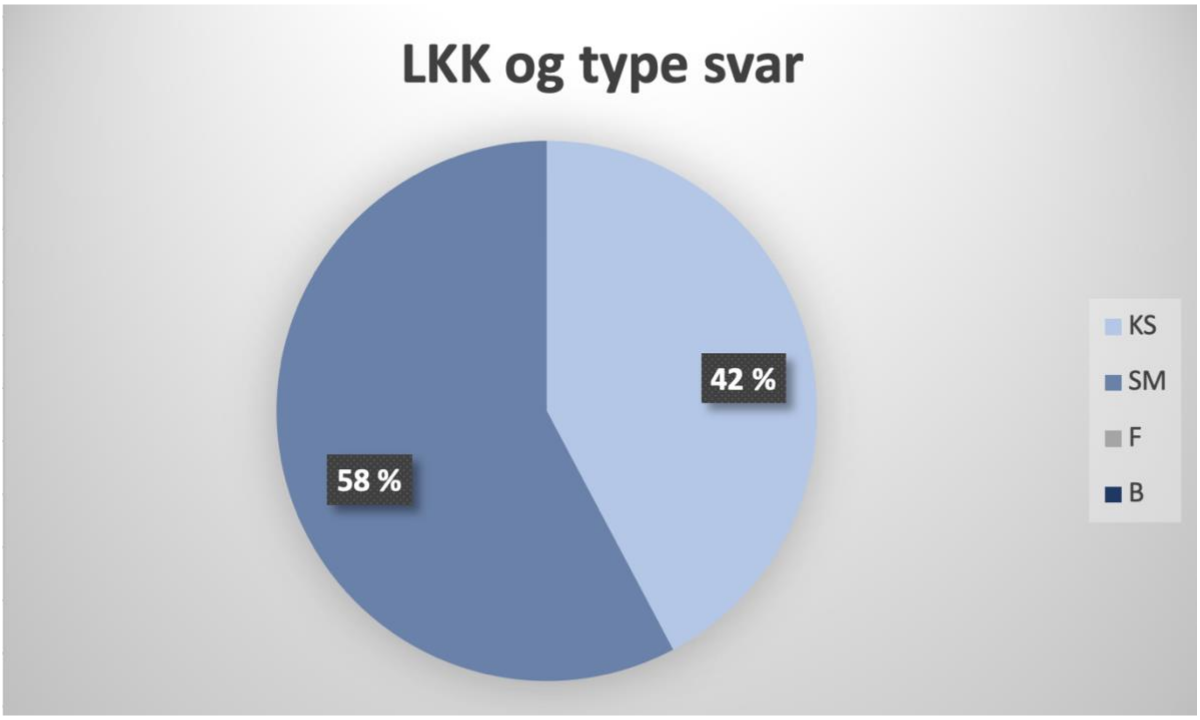


Diagram 4.2.3.1

63 oppgaver totalt ble kategorisert som *høye potensielle kognitive krav*, hvilket er under halvparten av oppgavene innen *lave potensielle kognitive krav*. Av disse 63 oppgavene var det 32 oppgaver som krevde *kun svar*, det vil si litt over halvparten. 21 av oppgavene krevde et *svar med en matematisk setning* og 10 oppgaver krevde en *forklaring*. Med utgangspunkt i diagram 4.2.3.2 under kommer det frem at 51% av oppgavene som krevde *kun svar*. 33% av oppgavene krevde et *svar med en matematisk setning* og 16% krevde en *forklaring*.

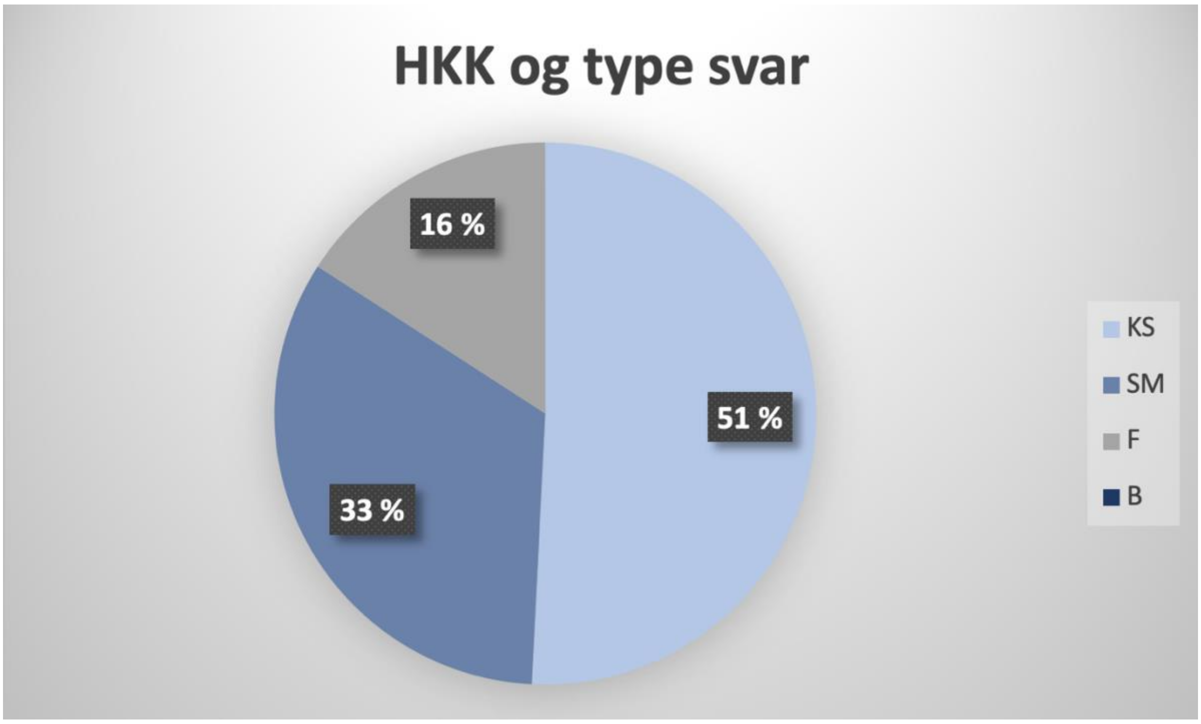


Diagram 4.2.3.2

Totalt ble 143 oppgaver kategoriser som *lave potensielle kognitive krav* og 63 oppgaver kategorisert som *høye potensielle kognitive krav*. Dette tilsvarer en fordeling på 69% for *lave potensielle kognitive krav* og 31% for *høye potensielle kognitive krav*. Andelen oppgaver som ble kategoriser som *lave potensielle kognitive krav* er dermed betydelig større enn den som ble kategorisert som *høye potensielle kognitive krav*. Se diagram 4.2.3.3.

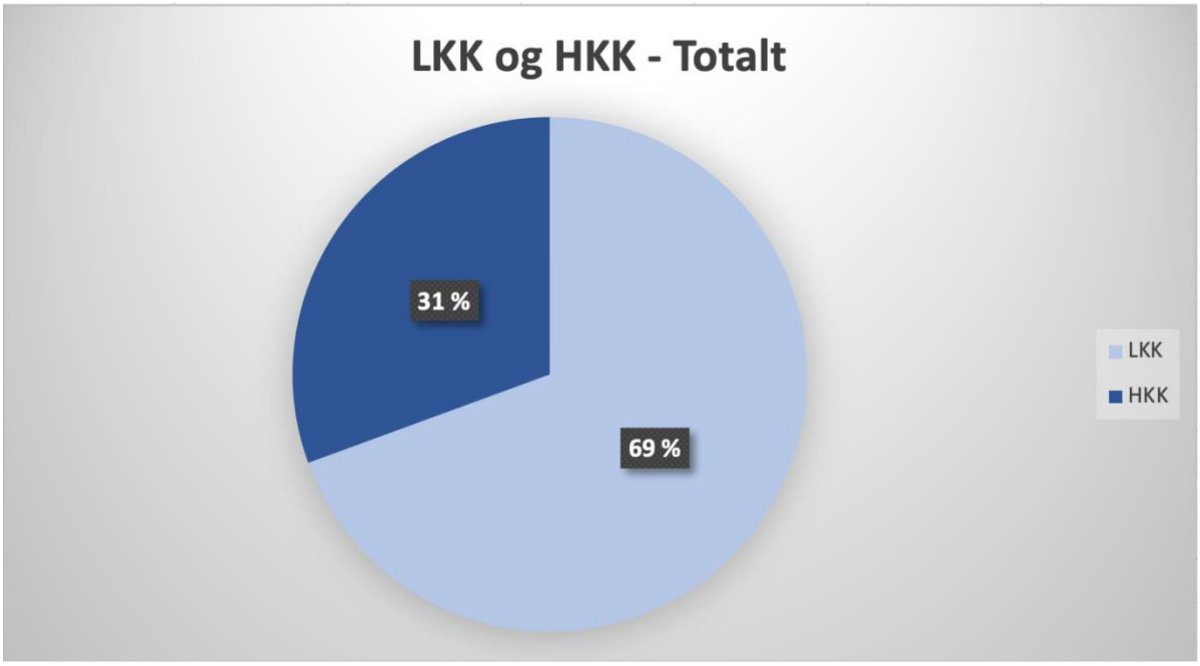


Diagram 4.2.3.3

Ingen av oppgavene kategorisert som *å gjøre matematikk* krevde en *forklaring* eller en *begrunnelse*, her var det i Multi 4A 4 av 5 *å gjøre matematikk* oppgaver som krevde *kun svar* og 1 av 5 som krevde et *svar med en matematisk setning*. I Matematikk 4A kapittel 2 var det ingen *å gjøre matematikk* oppgaver, og i kapittel 5 var det 2 av 5 *å gjøre matematikk* oppgaver som krevde *kun svar* og 3 av 5 oppgaver som krevde et *svar med en matematisk setning*. De 3 *memorerings* oppgavene funnet i Multi 4A krevde alle *kun svar*.

5. Drøftning

Denne delen av oppgaven vi ta for seg drøfting av resultatene som er presentert i analysedelen av oppgaven, det vil si oppgavens kapittel 4. Drøftingen deles inn i de to kategoriene horisontal og vertikal, slik som det er blir gjort i kapittel 3 om metode og kapittel 4 om resultater. Drøftingen av den horisontale analysen vil ta for seg en generell drøfting av funn i bøkene, i tillegg til funn i den horisontale analysen. Drøftingen av den horisontale analysen vil kunne bygge på resultater funnet i den vertikale, men den vertikale analysen vil ikke bli drøftet før i avsnitt 5.2. Det er her drøfting rundt funnene i den vertikale analysen vil bli presentert. I slutten av kapittelet vil det også bli presentert en drøfting rundt vurderingen av egne resultater og totalinntrykket av lærebøkene.

5.1 Drøfting av Horisontal analyse

Hver av de to lærebøkene i analysen er produsert av kjente norske forlag. Dette underbygger troverdigheten til læreboken da det er en forventning hos de fleste lesere om at slike forlag publiserer kvalitetsprodukter. Begge forlagene produserer lærebøker i matematikk til hele grunnskolen, det vil si at ved innkjøp av nye lærebøker vil en skole kunne gå til hvert av de to forlagene og finne matematikkbøker fra 1.trinn til og med 7.trinn. Forlagene har også lærebøker i matematikk for alle ungdomsskoletrinnene. Dette vil kunne være fordelaktig, da en skole kan få dekket eventuelle behov for lærebøker i matematikk på alle sine trinn fra samme forlag. De fire forfatterne av Multi 4A dekker til sammen et bredt spekter av fagområder, hvilket vil være er fordel i utarbeidelsen av læreboken. Dette betyr at forfatterne i felleskap kan bidra med varierte og relevante perspektiver i arbeidet med å forme og utvikle innholdet. Nohr og Dahl, forfatterne av Matematikk 4A, har i stor grad felles bakgrunner og utdanning. Dette kan være begrensende ved sammenligning med den varierte bakgrunnen til forfatterne av Multi 4A, da det kan være vanskeligere å få frem nyanserte innspill. På den andre side trenger ikke felles bakgrunn og utdanning å ha en negativ effekt på læreboken hvis forfatterne av Matematikk 4A har tilsvarende relevant kompetanse som forfatterne av Multi 4A, noe de ser ut til å ha. Med bakgrunn i resultatene fra den vertikale analysen kan det virke som at det Ann-Christin Arnås sier om at det ikke bare er i egne deler av Multi 4A at problemløsning blir prioritert, til en viss grad kan stemme. Dette da det av analysen kom frem at multiplikasjonskapittelet i Multi 4A hadde flere oppgaver på et høyere potensielt kognitivt nivå, enn multiplikasjonskapittelet i Matematikk 4A. Det vil derimot være vanskelig å si noe utover dette uten å ha analysert alle lærebøkenes kapitler og oppgaver.

En av årsakene til at Multi 4A har flere oppgaver i sitt kapittel 2, til tross for at dette ikke er kapittelet med flest sider, kan være at i Matematikk 4A skal alle svar føres inn i selve boken. I Multi 4A skal alle svar føres inn i egen skrivebok, noe som vil spare en betydelig mengde med plass. Denne plassen virker Multi 4A å heller ha utnyttet ved å inkludere flere oppgaver. De to lærebøkene er like i hvordan de benytter seg av fagbegreper i navnene på sine kapitler, men Multi 4A er ikke like konsekvent i sin bruk av begrepene i oppgavetekstene. Eksempelvis heter kapittel 2 *Multiplikasjon*, men i oppgavetekstene i kapittelet blir ordet *gange* brukt. Her er Matematikk 4A mer konsekvent, ved at begrepet *Multiplikasjon* blir brukt i hele kapitelet. Et lignende tilfelle ble oppdaget i kapittelet og underkapitlene om Divisjon. Kapittel 3 heter *Divisjon* i begge lærebøkene, men i Matematikk 4A heter underkapittelet *målings- og delingsdivisjon*, og i Multi 4A heter det *å dele på grupper* og *å dele i grupper*. Om dette er et bevist valg gjort av de to lærebøkenes forfattere vites ikke, men ifølge Kranda (2008, s. 17) må elever bruke begreper for å bli fortrolige med dem. Det er først når elevene får et naturlig forhold til begreper at de begynner å bruke dem aktivt. Dette er fordi de fleste elever skriver slik de snakker, og dermed må begrepene bli en del av elevenes språk (Kranda, 2008, s. 17). Her er det vesentlig at elevene har kjennskap til når og hvordan begrepene skal brukes, slik at de føler seg trygge på bruken av dem (Adams et al., 2016, s. 1163-1164). Ifølge Utdanningsdirektoratets læreplan i matematikk 1.-10. trinn (2020, s. 4) handler utviklingen av de grunnleggende ferdighetene *muntlige ferdigheter* og *å kunne skrive*, om å utvikle hverdagsspråket til et mer matematisk språk. På grunnlag av dette synes bruken av presise matematiske begreper å være en styrke i Matematikk 4A. Av litteraturen presentert i kapittel 2.3 kommer det frem at det innen multiplikasjon finnes mange ulike matematiske begreper, blant annet; faktor, produkt, multiplikand, multiplikator, assosiativ- og distributiv lov, sum og modellering. Dette er begreper nevnt av Larsson et al. (2017), Solem et al. (2018) og Bjørnestad (2021).

Når det kommer til hvilke av kompetansemålene for 4.trinn (Utdanningsdirektorater, 2020, s.7-8) lærebøkene dekker, virker dette å være tilnærmet likt. Siden begge lærebøkene er den første i en serie av to bøker, forventes det ikke at de skal dekke alle kompetansemålene. Noen av målene vil da kunne bli dekket av «b» boken i lærebokserien. Det ble funnet at hver av de to lærebøkene til en viss grad kan knyttes til seks av de ti kompetansemålene. Fem av disse kompetansemålene er de samme i begge lærebøkene, men hver av lærebøkene har ett kompetansemål den andre ikke kan knyttes til. Det ene kompetansemålet er å representere divisjon på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene, som Matematikk 4A til en vissgrad kan knyttes til. Det andre er å utforske, bruke og beskrive ulike divisjonsstrategier, som Multi 4A til en viss grad kan knyttes til. Kompetansemålene som begge lærebøkene kan knyttes til er omhandler målings- og delingsdivisjon, sammenhenger mellom de fire regneartene, modellere situasjoner fra egen hverdag, lage regneuttrykk og overføre til praktiske situasjoner, og sammenligne egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer. Det er kun tatt utgangspunkt i lærebøkenes kapitler, underkapitler og overskrifter for å se hvilke kompetansemål de kan knyttes til.

Ved analysen av antallet ulike oppgavetyper kom det frem at Multi 4A kapittel 2, hadde et klart flertall av *Fellesoppgaver* (FEO) og *Aktiviteter* (A). Det kan synes som om Multi 4A i større grad legger opp til samarbeid og dialog mellom elevene. Selv om Matematikk 4A i starten av læreboken poengterer viktigheten av at elevene samarbeider om bokens innhold, er det Multi 4A som i størst grad aktivt legger til rette for at elevene kan arbeide på denne måten. En av de grunnleggende ferdighetene i matematikkfaget er de *muntlige ferdighetene*. Muntlige ferdigheter innebærer at elevene skal kunne drøfte og kommunisere med andre om eksempelvis matematiske problemer og eventuelle løsninger (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 4). Med utgangspunkt i at Multi 4A har flere *fellesoppgaver* og *aktiviteter*, kan Multi 4A ha større potensiale for å utvikle elevenes muntlige ferdigheter enn Matematikk 4A. Matematikk 4A ser i større grad ut til å prioritere at elevene skal sette opp utregninger når de svarer, noe som kommer frem av den vertikale analysens resultater om type svar. I Matematikk 4A er det et klart flertall av oppgavene som krever et *svar med en matematisk setning*. Multi 4A har flest oppgaver som krever *kun svar*. Matematikk 4A synes derfor i større grad å vektlegge elevenes evne til å svare med utregninger og dermed den grunnleggende ferdigheten *å kunne regne* (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 5).

5.2 Drøfting av Vertikal analyse

Drøftingen av funnene i den vertikale analysen vil blant annet omhandle potensielle kognitive krav ved problemløsning, type svar ved problemløsning og eventuelle sammenhenger mellom potensielle kognitive krav og type svar i oppgavene fra de utvalgte kapitlene i lærebøkene.

Av analysen i kapittel 4.2.1 kom det frem at det var et klart flertall av oppgavene som ble kategorisert som *prosedyre uten kobling* (PUK), med en andel på 68% av de analyserte oppgavene. Kun 1% av oppgavene ble kategoriser som *memorering* (M), og dermed var det til sammen 69% av oppgavene som ble kategorisert som *lavere potensielle kognitive krav* (LKK). Antallet oppgaver kategorisert som *prosedyre med kobling* (PMK) lå på 26%, og 5% ble kategorisert som *å gjøre matematikk* (GM). 31% av oppgavene ble da til sammen kategorisert som *høye potensielle kognitive krav* (HKK). Dette viser at det var et flertall av oppgavene som tilhørte *de lave potensielle kognitive kravene*. Annen forskning på området har kommet frem til lignende svar i sine undersøkelser, slik som eksempelvis Charalambous et al. (2010), og Hwang et al. (2021). De kom også frem til at et flertall av oppgavene i læreverkene var på de *lave potensielle kognitive nivåene*, og Hwang et al. (2010, s. 518) fant også et flertall av oppgaver med *prosedyrer uten koblinger*. Ifølge definisjonen til blant annet Skinner (1966, s. 225) på hva et problem er, kommer det frem at et problem er en oppgave en øyeblikkelig ikke vet hvordan skal løses. Dermed blir problemløsning en aktivitet hvor en må ta i bruk tidligere og relevante erfaringer, se mønstre, og utføre ulike potensielle kognitive handlinger for å komme frem til et svar (Lester 2013, s. 248). På denne måten vil en oppgave som ligger på et *høyt potensielt kognitivt nivå*, kunne ha større potensiale for å aktivere problemløsning hos en elev. Det vil fortsatt være viktig å huske at det som er problemløsning for én elev, ikke nødvendigvis er det for en annen, og at en dermed ikke kan kategorisere enn oppgave som problemløsningsoppgave eller ikke problemløsningsoppgave (Klaveness et al., 2019, s. 178). For å møte dette på best mulig måte har noe av denne oppgavens oppmerksomhet dermed blitt rettet mot de potensielle kognitive kravene i en oppgave, da disse må være på et høyere nivå for at problemløsning skal kunne oppstå.

Prosedyrekunnskap defineres blant annet som å kunne beskrive steg for steg hvordan et problem er blitt løst (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 3-4). Her vil elevene eksempelvis også ha evnen til å forklare hvordan en regel er, uten å nødvendigvis ha en dypere forståelse for dette. De potensielle kognitive kravene *memorering* (M) og *prosedyre uten koblinger* (PUK) vil også kunne omhandle å kunne produsere et svar uten å nødvendigvis ha en dypere forståelse for sammenhenger (Stein et al., 2009, s. 6). På bakgrunn av dette vil det være mulige å konkludere med at elevene kan benytte seg av prosedyrekunnskapen for å løse oppgaver på de lave potensielle kognitive nivåene. Det vil derfor være naturlig å anta at de lave potensielle kognitive nivåene *memorering* og *prosedyre uten kobling* til en viss grad henger sammen med prosedyrekunnskap. Det kan også antas att både de lave potensielle kognitive kravene og prosedyrekunnskap dermed omhandler elevenes evner til å vite *hvordan* noe er (Cheung et al., 2018, s. 61). Konseptuell kunnskap går ut på å se ulike sammenhenger og relasjoner (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 3-4), og elevene vil her ha evnen til å koble sammen kunnskap, både ny og tidligere tilegnet. Elevene vil også kunne forstå og forklare hvorfor eksempelvis én regel gjør seg gjeldene ved løsningen av en oppgave (Cheung et al, 2018, s. 61). De potensielle kognitive nivåene *prosedyre med kobling* (PMK) og *å gjøre matematikk* (GM) omhandler elevenes evne til å forstå, og å bruke den forståelsen til å løse problemer (Smith & Stein, 1998, s. 340). Dermed er det mulig å anta at de høyere potensielle kognitive kravene *prosedyre med kobling* og *å gjøre matematikk* kan kobles med konseptuell kunnskap. Dette ved at elevene vil bruke den konseptuelle kunnskapen for å løse oppgaver på de høye potensielle kognitive nivåene. På denne måten kan en anta at de høye potensielle kognitive nivåene og konseptuell kunnskap omhandler elevenes evner til å vite *hvorfor* noe er slik det er. Med utgangspunkt i disse vurderingene kan en si at kapittel 2 i Multi 4A og Matematikk 4A i større grad har prioritert elevenes kunnskap om *hvordan*, og kapittel 5 i Matematikk 4A i større grad har prioriterer elevenes kunnskap om *hvorfor*.

En lærer bruker ofte lærerbøker på to forskjellige måter; som inspirasjonskilde til oppgaver og som en veileder til hva som skal lærers i faget (Rezat, 2012, s. 231). Ved bruken av oppgaver fra de analyserte lærebøkene vil det være viktig å være klar over at et flertall av disse oppgavene ikke når de *høye potensielle kognitive kravene*, og dermed ikke vil ivareta problemløsning. Dette betyr ikke at lærere ikke kan ta utgangspunkt i oppgavene for å omformulere eller presentere dem på en måte som vil øke det potensielle kognitive nivået. Men at et flertall av oppgavene slik de står i læreboken vil ikke nå de *høyere potensielle kognitive kravene*. I kapittelet i Multi 4A var et klart flertall av oppgavene *prosedyrer uten kobling*, med hele 72% av oppgavene. Legges *memorerings* oppgavene på 3% til, så tilsvarer dette 75%. Altså var 75% av oppgavene i det analyserte kapittelet på et *lavere potensielt kognitivt nivå*, og det var kun her det ble funnet memoreringsoppgaver. I Matematikk 4A var det forskjell på de to kapitlene, hvor flertallet av oppgavene i kapittel 2 om multiplikasjon var oppgaver med *prosedyrer uten kobling*, og flertallet av oppgavene i kapittel 5 om problemløsning var oppgaver med *prosedyrer med kobling*. Til sammen hadde de to analyserte kapitlene i Matematikk 4A et klart flertall av *prosedyre uten kobling* oppgaver, men her var det 10% lavere enn i kapittelet fra Multi 4A. Altså hadde Matematikk 4A høyest andel av de analyserte oppgavene innen de *høyere potensielle kognitive kravene*, og synes med utgangspunkt i de analyserte kapitlene å være den av de to bøkene som i størst grad tilrettelegger for problemløsning.

Under analysen kom det frem at et flertall på 50% av alle de analyserte oppgavene krevde et *svar med en matematisk setning* i tillegg. Antallet oppgaver som krevde *kun svar* var på 45% og *forklaring* på 5%. Resultatene i denne analysen samsvarer med resultatene fra analysen til blant annet Toprak og Özmantar (2022, s. 106). Resultatene her viser at det er få oppgaver som krever en *forklaring* eller en *begrunnelse*. I en forskningsstudie fra 2020 i Tyrkia var det flere lærere som understreket at lærebøkene ikke tilrettela godt nok for problemløsning, spesielt med utgangspunkt i *begrunnelser* og *forklaringer* som svar (Ulusou & Incikabi, 2020, s. 8). Siden den matematiske forståelsen forsterkes når en må forklare eller begrunne hvordan en har løst et problem, vil det være viktig å ha oppgaver som krever at elevene må svare med en *forklaring* eller en *begrunnelse* på hvordan en oppgave er løst (Charalambous et al., 2010, s. 124). Å forklare hvordan noe har blitt løst vil kunne være med på å rette elevens oppmerksomhet mot hvordan man løser matematiske problemer, dette kan knyttes til *strategic competence* som er en av trådene i Kilpatrick et al. sin trådmodell (2001, s. 124). I det analyserte kapittelet fra Multi 4A er det kun 1% av oppgaven som krever en *forklaring*. Til sammenligning har både kapittel 2 og 5 i Matematikk 4A 8% av sine oppgaver som krever en *forklaring*. Analysen viser derfor at Matematikk 4A har flest *forklarings* oppgaver, og derfor har størst sannsynlighet for å forsterke elevenes matematiske forståelse igjennom *forklaring* av løsninger og svar.

Av analysen kom det frem at det innen *lave potensielle kognitive krav* (LKK) ikke fantes noen *forklaringer* som type svar. Alle oppgaver som krevde *forklaring* som svar ble kategorisert som *prosedyre med kobling*, men ingen som *å gjøre matematikk*. Dermed var det i denne analysen kun oppgaver på et *høyere potensielt kognitivt nivå* (HKK) som krevde at elevene skulle forklare hvordan de hadde tenkt eller hvordan de hadde løst oppgaven. Det var ingen av *å gjøre matematikk* oppgavene som krevde en *forklaring* eller en *begrunnelse*, men de var fordelt på *kun svar* og *svar med matematisk setning*. Av *memorerings* oppgavene krevde alle *kun svar*. Dette tolkes som at typen svar kan bli påvirket av de potensielle kognitive kravene og de potensielle kognitive kravene kan bli påvirket av typen svar. Det opplevdes som vanskelig å finne sikker forskning på dette temaet. Etter ulike forsøk, tilnærminger og veiledning har det av meg ikke vært mulig å finne noe relevant forskning på temaet. Dermed har det ikke vært mulig å sammenligne mine resultater opp mot resultater av annen sikker forskning.

5.3 Vurdering av egne resultater

Under valget av metode for å kategorisere oppgaver etter type svar de krevde, ble det valgt å benytte seg av Charalambous et al. (2010, s. 129) sine fire type svar. De fire typer svar var *kun svar*, *svar med matematisk setning*, *forklaring* og *begrunnelse*. Under samtale med andre studenter som også skriver masteroppgave om lignende temaer, ble det klart at enkelte hadde valgt å kombinere *kun svar* og *svar med matematisk setning*, i én kategori. Dette er slik Charalambous et al. (2010, s. 129) først begynte å utføre sin analyse, før det senere ble oppdaget at det var behov for å skille de to kategoriene. Valget om å bruke fire kategorier i denne masteroppgaven ble tatt da det opplevdes som å være et naturlig skille mellom oppgaver som kun krever et svar og de oppgavene som krever en matematisk setning i tillegg til svaret, hvilket dermed krever mere av eleven. Skulle denne oppgaven derimot kun ha tatt utgangspunkt i de tre første kategoriene, ville dette kunne endret på oppgavens resultater. Dette fordi det ved å slå sammen *kun svar* og *svar med matematisk setning* ikke ville bli et like klart skille mellom kapittelet i Multi 4A og kapitlene i Matematikk 4A. Med skille menes det skillet mellom Multi 4A kapittelet med flest *kun svar* oppgaver, og Matematikk 4A kapitlene med flest oppgaver som krever et *svar med en matematisk setning*. Dette skillet ville dermed ikke være til stede hvis det ble tatt utgangspunkt i de tre første kategoriene. Min vurdering er at sammenslåingen av *kun svar* og *svar med matematisk setning* trolig ikke ville hatt noen stor påvirkning på resultatet av sammenhengen mellom potensielle kognitive krav og type svar. Dette begrunnes med at den tydeligste sammenhengen var at det måtte oppgaver med *høye potensielle kognitive krav* til for å kreve en *forklaring*.

I denne oppgaven ble det først valgt å analysere ett kapittel fra hver lærebok, i utgangspunktet kapittelet om multiplikasjon. Da det ble oppdaget at det i Matematikk 4A var et 5. kapittel som omhandlet problemløsning, opplevdes det som relevant å dekke dette også da oppgavens problemstilling og forskningsspørsmål omhandler problemløsning. Multi 4A hadde ikke et tilsvarende kapittel til dette, og det ble dermed analysert ett kapittel fra Multi 4A og to kapitler fra Matematikk 4A. Dette fører til at analysen dekker en større del av Matematikk 4A enn av Multi 4A. Analysen av de to kapitlene i Matematikk 4A viser store forskjeller dem imellom, spesielt når det kom til potensielle kognitive krav. Om analysen hadde dekket en tilsvarende del av Multi 4A eller begge lærebøkene i sin helhet, er det mulig at dette ville ha påvirket resultatet.

Ved analysen av resultatene i oppgaven var det krevende å finne en god måte å fremstille resultatet på. Noen av kapitlene hadde stor variasjon i antall sider og oppgaver. Dette påvirket eksempelvis hvor representativt resultater fremstilt i prosent ville være, og det ble valgt å løse dette med å fremstille resultatene på flere måter. Blant annet som mengde av helheten og som prosent.

5.4 Totalinntrykk av lærebøkene

Etter å ha fullført en horisontal og en vertikal analyse, er det visse inntrykk som sitter igjen fra lærebøkene. De to bøkene oppleves som relativt ulike både i design, utforming, innhold og bruk. Når det kommer til faktisk størrelsen på lærebøkene er Multi 4A omtrent 2-3cm kortere enn Matematikk 4A, hvilket resulterer i at Multi 4A sine sider har et mindre areal enn Matematikk 4A. Matematikk 4A har dermed bedre plass på sine sider, hvilket de virker å ha utnyttet ved å benytte seg av en stor skriftstørrelse. Av de to lærebøkene har Matematikk 4A betydelig større skriftstørrelse enn Multi 4A, og dette vil kunne være viktig når det kommer til å velge lærebøker eksempelvis for elever med nedsatt syn. Bruk av en stor størrelse når det kommer til bokstaver og symboler vil gjøre disse enklere å se og skille fra hverandre. Skulle lærebøkenes størrelse bli målt i antall oppgaver vil det være Multi 4A som er den største læreboken. Denne læreboken legger opp til at elevene skal skrive i en egen skrivebok, og har dermed plass til flere oppgaver per side. Matematikk 4A har på den andre side lagt opp til at svar skal føres direkte inn i boken.

Når det kommer til oppgavetypene oppleves det ikke som om Multi 4A følger noen form for fast struktur med tanke på rekkefølge og hyppighet, men Matematikk 4A har en gjennomgående strukturering på dette. Derimot er Multi 4A den læreboken som har jevnest antall sider innen hvert kapittel, med unntak av kapittel 1. Dette var det eneste kapittelet som hadde 36 sider, mot 26 sider i de øvrige kapitlene. Multi 4A er den læreboken med flest *fellesoppgaver* (FEO) og *aktiviteter* (A), og legger derfor mest aktivt opp til samarbeid mellom elevene, og arbeid utenfor boken. Dette er også boken med flest *øveoppgaver* (ØO) og *oppsummeringsoppgaver* (OO), som gjør at elevene må løse mange av oppgavene i skriveboken. Dette resulterer i at elevene får en variert arbeidsform, med arbeid både i og utenfor boken, og både selvstendig arbeid og i samarbeid med andre. Matematikk 4A inkluderer også disse oppgavetypene, men i noe mindre grad. I motsetning til Multi 4A ser Matematikk 4A ut til i større grad å alltid følge den samme strukturen når det kommer til rekkefølge og hyppighet av de ulike oppgavetypene. Av type oppgaver er denne læreboken den av de to som har flest *forklaringsoppgaver* (FOO), som vil kunne tilsi at læreboken er opptatt av å forklare eller introdusere temaene for elevene. Matematikk 4A er den av de to lærebøkene som har flest sider og kapitler. I denne læreboken er det også et femte kapittel som omhandler problemløsning. Dette kapittelet er det eneste av de analyserte kapitlene som har et flertall av oppgaver innen *høye potensielle kognitive krav*. I starten av boken står det at det anbefales å samarbeide i arbeidet med oppgavene igjennom boken, men dette er ikke noe som blir repetert videre i boken. Matematikk 4A har egne *problem* oppgaver i slutten av hvert kapittel, som en del av de avsluttende sidene. Siden alle disse *problem* oppgavene ble analysert innen enten *prosedyre med kobling* eller *å gjøre matematikk* er disse oppgavene med på å tilrettelegge for problemløsning innen temaene. Under analysen av potensielle kognitive krav og type svar totalt i kapitlene i Matematikk 4A ble det klart at et flertall av oppgavene kunne kategoriseres innen *lave potensielle kognitive krav*, og at det var flest oppgaver som krevde et *svar med en matematisk setning*.

Potensielle kognitive krav og type svar vil kun bli drøftet med utgangspunkt i det analyserte kapittelet. Kapittelet i Multi 4A var det eneste kapittelet med oppgaver som ble analysert som *memorerings* oppgaver, altså det laveste potensielle kognitive nivået. Det var like mange *å gjøre matematikk* oppgaver i kapitelet til Multi 4A som i kapittel 5 i Matematikk 4A. Kombineres resultatene fra de to kapitlene i Matematikk 4A, endres dette slik at det er Multi 4A som har den største andelen *å gjøre matematikk* oppgaver. Dette med 5% *å gjøre matematikk* i kapittel 2 i Multi 4A mot 4% *å gjøre matematikk* i kapittel 2 og 5 i Matematikk 4A til sammen. Siden det i denne oppgaven både er *prosedyrer med koblinger* og *å gjøre matematikk* som kategoriseres som *høye potensielle kognitive krav*, vil det si at 25% av oppgaven i Multi 4A kunne kategoriseres her. I Matematikk 4A kapittel 2 og 5 kunne 35% av oppgavene kategoriseres innen *høye potensielle kognitive krav*. Dermed er det et flertall av oppgavene i begge lærebøkene som ligger på et *lavere potensielt kognitivt nivå*, men sammenlagt er det kapittel 2 og 5 i Matematikk 4A som har flest oppgaver innen *høye potensielle kognitive krav*. Av analysen om type svar kom det klart frem at Multi 4A i størst grad krever *kun svar* i sine oppgaver, med 60 slike oppgaver. Det var 31 som krevde *svar med* *matematisk setning* og kun 1 oppgave som krevde noen form for *forklaring*. Kapittel 2 og 5 i Matematikk 4A hadde langt færre oppgaver som krevde *kun svar*, med kun 32 stk. 72 av oppgavene krevde et *svar med en matematisk setning* og 9 av dem krevde en *forklaring*.

Min vurdering er at det var Matematikk 4A som ga det beste totalinntrykket. Matematikk 4A ble opplevd som ryddig og strukturert i måten å gå igjennom de ulike temaene på, og den store skriften gjorde den enkel å lese og skrive i. Det er min personlige preferanse å kunne skrive i selve læreboken, spesielt på de lavere alderstrinnene. Det er også en avgjørende faktor at de analyserte kapitlene i Matematikk 4A hadde flere oppgaver med høye potensielle kognitive krav enn Multi 4A, samt at Matematikk 4A hadde langt flere oppgaver som krevde noe mer enn kun et svar. Matematikk 4A hadde flere analyserte oppgaver som krevde en *forklaring* enn Multi 4A. Multi 4A hadde derimot flere analyserte oppgaver som legger opp til samarbeid og muntlig aktivitet mellom elevene, som også er en positiv faktor. Samt at Multi 4A hadde flere oppgaver totalt. Det vil allikevel veie tyngre at Matematikk 4A har flere av sine analyserte oppgaver på et *høyere potensielt kognitivt nivå*. Matematikk 4A var også mest konsekvent i sin bruk av matematiske begreper.

6. Avslutning

Denne oppgaven nærmer seg slutten og med dette vil avslutningen på denne oppgaven bli presentert. Avslutningen vil inneholde et tilbakeblikk på oppgaven og arbeidet rundt den, en konklusjon hvor svar på forskningsspørsmålene vil bli presentert, oppgavens samfunnsrelevans og min vei videre, og forslag til videre forskning innen temaet.

6.1 Tilbakeblikk

I denne oppgaven har det blitt brukt en kvalitativ forskningsmetode med innslag av kvantitativ metode, hvor det har vært til hensikt å finne ut hvordan Multi 4A og Matematikk 4A svarer til potensielle kognitive krav og type svar med utgangspunkt i problemløsning. Det var også ønskelig å undersøke om det i de to lærebøkene var noen form for sammenheng mellom potensielle kognitive krav og type svar i en oppgave. For å avgrense oppgaven ble kapitlene om multiplikasjon valgt, og i tillegg kapittelet i Matematikk 4A som het Problemløsning. Oppgavene i de valgte kapitlene ble analysert med utgangspunkt i rammeverkene til Charalambous et al. (2010), og Stein og Smith (1998). Analysen ble delt i horisontal analyse, som gir et overblikk over boken, og vertikal analyse, som går i dypdykk innen de utvalgte teamene.

6.2 Konklusjon

Før det blir svart på de utvalgte forskningsspørsmålene og dermed problemstillingen for denne oppgaven, «*Hvilke potensielle kognitive krav og type svar kreves i multiplikasjonsoppgaver med utgangspunkt i problemløsning, i to norske lærebøker i matematikk på 4.trinn?*», vil det bli gjort en definering av *grad*. Forskningsspørsmålene etterspør blant annet i hvilken *grad* de utvalgte lærebøkene svarer til potensielle kognitive krav og type svar ved problemløsning. Dermed vil det være nødvendig med en definisjon på hva som i denne oppgaven omtales som *svært liten grad*, *liten grad*, *stor grad* og *svært stor grad*. Skal læreboken bli definert som i *svært liten grad* å svare til potensielle kognitive krav eller type svar ved problemløsning vil læreboken ha fra 0% - 25% av sine oppgaver innen de høye potensielle kognitive kravene eller kreve en forklaring eller begrunnelse. Innen *liten grad* vil resultatet av disse oppgavene være på 26% - 50%, innen *stor grad* vil resultatet være på 51% - 75% og innen svært stor grad vil resultat være på 76% - 100%.

«I hvilken grad svarer de utvalgte lærebøkene til potensielle kognitive krav med utgangspunkt i problemløsning?»

For at en oppgave skal kunne føre til problemløsning må den blant annet ha høye potensielle kognitive krav (Stein & Smith, 1998, s.270). Av analysene utført i denne masteroppgaven kommer det frem at det er et klart mindretall av oppgavene i begge lærebøkene som gjør dette. Multi 4A sitt kapittel har 25% av sine oppgaver innen et av de høyere potensielle kognitive nivåene *prosedyre med koblinger* (PMK) eller *å gjøre matematikk* (GM). Kapittel 2 i Matematikk 4A har 17% av sine oppgaver innen *høyere potensielle kognitive krav* og kapittel 5 har 60% av sine oppgaver her. Til sammen har de to kapitlene i Matematikk 4A 35% av sine oppgaver innen *høyere potensielle kognitive krav* (HKK), og det vil bli tatt utgangspunkt i dette resultatet når forskningsspørsmålet skal besvares. Dermed vil svaret på forskningsspørsmålet være at læreboken Multi 4A i *svært liten grad* svarer til potensielle kognitive krav med utgangspunkt i problemløsning, og at Matematikk 4A i *liten grad* svarer til potensielle kognitive krav i problemløsning. Matematikk 4A er den av de to lærebøkene som i størst grad svarer til dette forskningsspørsmålet.

«I hvilken grad svarer de utvalgte lærebøkene til type svar med utgangspunkt i problemløsning?»

Et annet aspekt ved problemløsning kan være at oppgaven krever at elevene svarer med en forklaring eller begrunnelse (Charalambous et al., 2010, s. 124). Analysen tilsier at det er ikke var noen av de analyserte oppgavene som krevde noen *begrunnelse*. Kun 1% av de analyserte oppgavene i Multi 4A krevde en *forklaring*. 8% av de analyserte oppgavene i kapittel 2 i Matematikk 4A krevde en forklaring og 8% av de analyserte oppgavene i kapittel 5 krevde en forklaring. Sammenlagt krevde 8% av de analyserte oppgavene i de to kapitlene i Matematikk 4A en forklaring. Dermed svarer både Multi 4A og Matematikk 4A i *svært liten grad* til type svar med utgangspunkt i problemløsning. Av de to lærebøkene er det Matematikk 4A som i størst grad svarer til dette, da denne læreboken har en noen større andel av oppgaver som krever *forklaring*.

«Hvilke sammenhenger finnes det mellom kognitive krav og type svar i oppgavene i de valgte lærebøkene?»

Av analysene er det spesielt én sammenheng som tydelig kommer frem, og det er at det kun er innen de *høyere potensielle kravene* (HKK) at en finner oppgaver som krever en *forklaring* (F) som svar. På grunnlag av dette vil det være naturlig å konkludere med at *forklaring* henger sammen med *høye potensielle kognitive krav*, men resultatene av analysen tilsier også at *høye potensielle kognitive krav* ikke nødvendigvis henger sammen med *forklaring*. Dermed henger typen svar her sammen med det potensielle kognitive kravet, men ikke motsatt. Ved *memoreringsoppgaver* (M), som tilhører de *lavere potensielle kognitive kravene* (LKK), ble det krevd *kun svar* (KS). Disse oppgavene er typen oppgaver som innen potensielle kognitive krav (Stein & Smith, 1998, s.270) og type svar (Charalambous et al., 2010, s. 124) er de minst krevende. Det var derfor interessant å se at disse til en vis grad hang sammen. Her hang det potensielle kognitive kravet sammen med typen svar, men ikke motsatt da *kun svar* ble funnet innen alle de potensielle kognitive kravene. Med utgangspunkt i dette konkluderes det i at det finnes sammenhenger mellom potensielle kognitive krav og type svar, men at dette ikke nødvendigvis må være noe som er en gjensidig sammenheng. Det er heller ikke oppdaget noe fast mønster i forhold til hvilke av kategoriene som påvirker den andre i størst grad.

6.3 Samfunnsrelevans og veien videre

En analyse av lærebøker i matematikk vil kunne bidra med å øke fokuset rundt lærebøkers styrker og svakheter, som igjen vil kunne bidra til en utvikling av lærebøkenes innhold. En slik analyse som er gjennomført i denne masteroppgaven vil også kunne avdekke hva elevene virkelig lærer av læreboken. En bok som i liten grad krever forklaring og bevis vil ikke ha muligheten til å lære elevene som bruker den dette. Det samme vil gjelde innen potensielle kognitive krav. Elever som blir tildelt en lærebok med oppgaver på et lavt nivå av potensielle kognitive krav vil ikke ha muligheten til å utføre problemløsning. Denne oppgaven vil kunne bidra med å gi andre lærere en innsikt i de potensielle kognitive kravene og typen svar i Multi 4A og Matematikk 4A, og dermed være behjelpelig i lærernes valg av lærebok.

Resultatene funnet under analysen i denne masteroppgaven har og vil være med på å hjelpe meg som lærer med å velge lærebøker i matematikkfaget. Først og fremst da det har gitt meg muligheten til å sette meg inn i de to lærebøkene og dermed blitt klar over i hvilken grad de svarer til potensielle kognitive krav og type spørsmål ved problemløsning. Dette har også gjort meg klar over eventuelle styrker og svakheter i dem, slik at jeg kan hente læringsmateriell ut av begge. Selve arbeidet med analysen av lærebøkene har også gjort meg som lærer mere klar over de ulike potensielle kognitive kravene og type svar en oppgave kan ha. Det har også resultert i at dette nå er noe som vil være lettere å oppdage i andre lærebøker og læreverk jeg måtte møte på.

6.3.1 Forslag til videre forskning

Under arbeidet med denne masteroppgaven ble det blant annet tatt et valg om å ta utgangspunkt i det første stadiet en oppgave går igjennom på veg til elevenes læringsutbytte (Stein og Smith, 1998, s. 270). Dette stadiet fra The Mathematics Task Framework omhandler oppgaven slik den blir fremstilt i en lærebok, og er kun ett av tre stadier. Det ville være interessant å gjennomføre en undersøkelser på en oppgaves potensielle kognitive krav og type svar innen de to andre stadiene, oppgaven slik den blir presentert av læreren og oppgaven slik eleven utfører den. Her vil det også være av interesse å undersøke en oppgaves utvikling igjennom de tre stadiene, med utgangspunkt i det potensielle kognitive nivået eller typen svar oppgaven krever. Blir det potensielle kognitive nivået lavere eller høyere på de andre stadiene? Et mulig videre spørsmål kan også eksempelvis være om lærere og/eller elever har en tendens til å øke eller senke det potensielle kognitive nivået til en oppgave. Ved å utføre denne typen forskning vil den kunne være med på å tydeliggjøre hvilke faktorer som kan endre en oppgave igjennom de tre stadiene. På denne måten vil det være mulig å bevisstgjøre lærere på innvirkningen de kan ha på en oppgave.

Om det er noen relevante forskjeller mellom lærebøkene som ble publisert før kunnskapsløftet 2020 og de fornyede utgavene som ble publisert etter, vil også kunne være et forslag til videre forskning. Multi oppdaterte sine læreverk og Matematikk fra Cappelen Damm er det tidligere læreverket Radius i ny utgave. Det vil dermed være mulig å utføre en analyse av læreverkenes utgaver før og etter kunnskapsløftet. En sammenligning av andelen oppgaver med høye potensielle kognitive krav i læreverkene vil også være av interesse. Denne typen forskning vil være av interesse da dette gir en indikasjon på om forlagene virkelig oppdaterer læreverkene sine, slik de sier at de gjør.

Det ble igjennom arbeidet med denne masteroppgaven klart at det var lite til ingen forskning på eventuelle sammenhenger mellom potensielle kognitive krav (Stein & Smith, 1998, s.270) og type svar (Charalambous et al., 2010, s. 124). Videre forskning på dette ville eksempelvis kunne undersøke hvordan lærebokforfattere tenker når de designer oppgaver i læreverk. Tenker de over de potensielle kognitive kravene og type svar oppgavene deres krever? Forskningen innen dette temaet vil også kunne avklare om det er andre læreverk som har tydeligere sammenhenger mellom de potensielle kognitive kravene og typen svar enn lærebøkene i denne masteroppgaven har. Samt om det er noen gjennomgående sammenhenger eller ikke, finnes det andre typer sammenhenger i andre læreverk?

7. Litteraturliste

Adams, A. E., Karunakaran, M. S., Klosterman, P., Knott, L. & Ely, R. (2016). Using precise mathematical language to engage students in mathematical practices. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics*, 1158-1165. Hentet fra: https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED583792.pdf

Alseth, B., Arnås, A-C., Røsseland, M. & Nordberg, G. (2021). *Multi 4A Elevbok*. Gyldendal

Asdal, K. & Reinertsen, H. (2020). *Hvordan gjøre dokumentanalyse. En praksisorientert metode*. Cappelen Damm Akademisk.

Bjørnestad, Ø. (2011). Kan multiplikasjon innføres på en enhetlig måte? *Tangenten*, *22*(3), 6-8. Hentet fra: http://tangenten.no/wp-content/uploads/2021/12/t-2011-3.pdf

Bonawitz, E., Shafto, P., Gweon, H., Goodman, N. D., Spelke, E., & Schulz, L. (2011). *The double-edged sword of pedagogy: Instruction limits spontaneous exploration and discovery*. Cognition, 120(3), 322–330. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.10.001

Cappelen Damm. (u.å. a.). *Matematikk 1-4 fra Cappelen Damm: Om læreverket*. Hentet 19. april 2023: https://www.cappelendammundervisning.no/verk/matematikk-1-4-fra-cappelen-damm-153423

Cappelen Damm. (u.å. b.). *Matematikk 1-4 fra Cappelen Damm: Forfattere*. Hentet 10. april 2023: https://www.cappelendammundervisning.no/verk/matematikk-1-4-fra-cappelen-damm-153423#forfattere

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). *A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries*. Mathematical Thinking and Learning, 12(2), 117–151. DOI: https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Cheung, J. J. H., Kulasegaram, M. K., Woods, N. N., Ringsted, C. V. & Brydges, R. (2018). Knowing How and Knowing Why: testing the effect of instruction designed for cognitive integration on procedural skills tranfer. Advances in Helth Sciences Education, 23, 61-74. DOI: https://doi.org/10.1007/s10459-017-9774-1

Dahl, H. H. & Nohr, M-E. (2022). *Matematikk 4A fra Cappelen Damm, Grunnbok*. Cappelen Damm

De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. Hentet fra:

https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora

DeCaro, M. S., & Rittle-Johnson, B. (2012). *Exploring mathematics problems prepares children to learn from instruction*. Journal of Experimental Child Psychology, 113(4), 552–568. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.06.009

Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). *Textbook research in mathematics education: development status and directions*. ZDM, 45(5), 633–646. DOI: https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x

Frensch, P. A. & Funke, J. (1995). Definitions, Traditions, and a General Framework fot Understanding Complex Problem Solving. I P. A. Frensch & J. Funke (Red.), *Complex Problem Solving: The European Perspective* (s. 3-25). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Forskrift om godkjenning av lærebøker (1984). *Forskrift for godkjenning av lærebøker for grunnskole og videregående skole* (FOR-1984-01-13-3520). Lovdata. Hentet fra: https://lovdata.no/dokument/SFO/forskrift/1984-01-13-3520

Forskrift til opplæringslova. (2006). *Krav til kompetanse ved tilsetjing og undervisning* (FOR-2006-06-23-724). Lovdata. Hentet fra: https://lovdata.no/dokument/SF/forskrift/2006-06-23-724/kap14#kap14

Gracin, D. G. & Krišto, A. (2022). Differences in the Requirements of Digital and Printed Mathematics Textbooks: Focus on Geometry Chapters. *CEPS Journal*, 12(2), 95-117. Hentet fra: https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1350758.pdf

Gyldendal. (u.å. a). *Gyldendals historie.* Hentet 7. april 2023: https://www.gyldendal.no/om-gyldendal/vaar-historie/

Gyldendal. (u.å. b). *Forfattere: Bjørnar Alseth*. Hentet 10. april 2023: https://www.gyldendal.no/forfattere/bj%C3%B8rnar-alseth/a-10000636-no/

Gyldendal. (u.å. c). *Forfattere: Ann-Christin Arnås.* Hentet 10. april 2023: https://www.gyldendal.no/forfattere/ann-christin-arn%C3%A5s/a-10007327-no/

Gyldendal. (u.å. d). *Forfattere: Mona Røsseland.* Hentet 10. april 2023: https://www.gyldendal.no/forfattere/mona-r%C3%B8sseland/a-10000638-no/

Gyldendal. (u.å. e). *Forfattere: Gunnar Martin Nordberg.* Hentet 10. april 2023: https://www.gyldendal.no/forfattere/gunnar-martin-nordberg/a-10000673-no/

Gyldendal. (u.å. f). *Multi og fagfornyelsen i matematikk*. Hentet 19. april 2023: https://www.gyldendal.no/artikler/multi-og-fagfornyelsen/#M200

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I J. Hiebert (red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (1.utg, s. 1-27). Routledge, Taylor and Francis Group. DOI: https://doi.org/10.4324/9780203063538

Hwang, S., Yeo, S. & Son, T. (2021). A Comparative Cnalysis of Craction Addition and Subtraction Content in the Mathematics Textbooks in the U.S. and South Korea. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 13(4), 511-521. Hentet fra: https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1297947.pdf

Jacobsen. D. I. (2015). *Hvordan gjennomføre undersøkelser? Innføring i samfunnsvitenskapelig metode* (3. utg.). Cappelen Damm akademisk.

Klaveness, E., Karlsen, L. & Kverndokken, K (red.). (2019). 101 grep for å aktivisere elever i matematikk: matematikkdidaktikk i teori og praksis. Fagbokforlaget.

Kleven, T. A. & Hjardemaal, F. R. (2018). *Innføring i Pedagogisk Forskningsmetode. En hjelp til kritisk tolkning og vurdering*. (3.utg.). Fagbokforlaget

Kongelf, T. R. (2015). *Introduksjon av algebra i matematikkbøker for ungdomstrinnet i Norge*. Nordic Studies in Mathematics Education, 20 (3-4), 83–109. Hentet fra: https://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/20_34_083110_kongelf.pdf

Kranda, J. (2008). Precise Mathematical Language: Exploring the Relationship Between Student Vocabulary Understanding and Student Achivement. *Math in The Middle Institute Partnership*, 7, 1-36. Hentet fra: https://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1018&context=mathmidsummative

Lester Jr, F. K. (2013). *Thoughts about research on mathematical problem- solving instruction*. Mathematics Enthusiast, 10(1-2), 245–278. DOI: https://doi.org/10.54870/1551-3440.1267

Lester, F. K., & Kehle, P. (2003). From problem solving to modeling: The evolution of thinking about research on complex mathematical activity. I R. A. Lesh & H. M. Doerr (Red.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (s. 501-517). Lawrence Erlbaum Associates. Hentet fra: https://www-taylorfrancis-com.ezproxy.inn.no/books/mono/10.4324/9781410607713/beyond-constructivism-richard-lesh-helen-doerr

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (2016). *Problem Solving in Mathematics Education*. Springer Nature. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-40730-2

Lindborg, I. (u.å.). *Cappelen Damms historie*. Cappelen Damm. Hentet 7. april 2023: https://cappelendamm.no/om-cappelen-damm/cappelen-damms-historie

Mesa, V. (2004). Characterizing Practices Associated with Functions in Middle School Textbooks: An Empirical Approach. *Educational Studies in Mathematics*, 56(2/3), 255–286. DOI: https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000040409.63571.56

Murray, F. B. & Rodney Sharp, D. H. (1986). Foreword. I J. Hiebert (red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (1.utg, s. xi-xii). Routledge, Taylor and Francis Group. DOI: https://doi.org/10.4324/9780203063538

Perlic. B (2019). *Lærerkompetanse I grunnskolen*. Statistisk sentralbyrå. Hentet fra: https://www.ssb.no/utdanning/artikler-og-publikasjoner/_attachment/391015?_ts=16b93d5e508

Pólya, G. (1971). How to solve it: a new aspect of mathematical method (2. utg.). Princeton University Press.

Rezat, S. (2012). Interactions of Teachers' and Students' Use of Mathematics Textbooks. I G. Gueudet, B. Pepin & L. Trouche (Red.), *Text to 'Lived' Resources* (Vol. 7, s. 231-245). Mathematics Teacher Education. Hentet fra: https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-007-1966-8

Skinner, B. F. (1966). An operant analysis of problem solving. I B. Kleinmetz (Red.), *Problem solving: Research, method, and theory* (s. 225-257). John Wiley & Sons.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). *REFLECTIONS on Practice: Selecting and Creating mathematical Tasks: From Research to Practice*. Mathematics Teaching in the Middle School, 3(5), 344–350. DOI: https://doi.org/10.5951/MTMS.3.5.0344

Solem, I. H., Alseth, B. & Nordberg, G. (2018). *Tall og tanke 1: matematikkundervisning på 1. til 4. trinn* (2. utg.). Gyldendal.

Stacey, K. (2005). *The place of problem solving in contemporary mathematics curriculum documents*. The Journal of Mathematical Behavior, 24(3), 341–350. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.09.004

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). *Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice*. Mathematics Teaching in the Middle School, 3(4), 268–275. DOI: https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction. A casebook for professional development*. (2.utg) Teachers College Press.

Svingen. O & Gilje. Ø (2018). Kunnskapsgrunnlag for kvalitetskriterium for læremiddel i matematikk. Utdanningsdirektoratet. Hentet fra: https://www.udir.no/contentassets/9178af2725fd4773a46374be4ba54de9/grunnlagsdokument_kvalitetilareremidler_udir_2018.pdf

Sylva, K., Bruner, J. S., & Genova, P. (1976). The role of play in the problem-solving of children 3–5 years old. I J. S. Bruner, A. Jolly, & K. Sylva (Red.), *Play—its role in development and evolution*. Penguin Books. Hentet fra: https://www.researchgate.net/publication/328486788_Play_its_role_in_development_and_evolution

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitative metoder* (5. utg). Fagbokforlaget

Timans, R., Wouters, P. & Heilbron, J. (2019). Mixed methods research: what it is and what it could be. *Theory and Society*, 48, 193-216. DOI: https://doi.org/10.1007/s11186-019-09345-5

Toprak, Z. & Özmantar, M. F. (2022). A Comparative Study og Fifth-grade Mathematics Textbooks Used in Turkey and Singapore. *International Consortium for Research in Science & Mathematics Education*, 26(3), 106-128. Hentet fra: https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1366303.pdf

Ulusou, F. & Incikabi, L. (2020). Middle School Teachers' Use of Compulsory Textbooks in Instruction of Mathematics. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 21, 1-18. Hentet fra: https://www.cimt.org.uk/ijmtl/index.php/IJMTL/article/view/227/83

Utdanningsdirektoratet. (u.å. a). *Timetall: Matematikk*. Hentet 14.april 2023: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/timetall?lang=nob

Utdanningsdirektoratet. (u.å. b). *Timetall: Norsk*. Hentet 14.april 2023: https://www.udir.no/lk20/nor01-06/timetall?lang=nob

Utdanningsdirektoratet. (u.å. c). *Timetall: Engelsk*. Hentet 14.april 2023: https://www.udir.no/lk20/eng01-04/timetall?lang=nob

Utdanningsdirektoratet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10-trinn*. (MAT01-05) Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. Hentet fra: https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-lk20/MAT01-05.pdf?lang=nob

Utdanningsdirektoratet. (2020). Matematikk 1-10, kjerneelement (MAT01-05) Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. Hentet fra: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*: Springer Science & Business Media.

7.1 Liste over tabeller, figurer og diagrammer

7.2 Liste over bilder og eksempler

8. Vedlegg

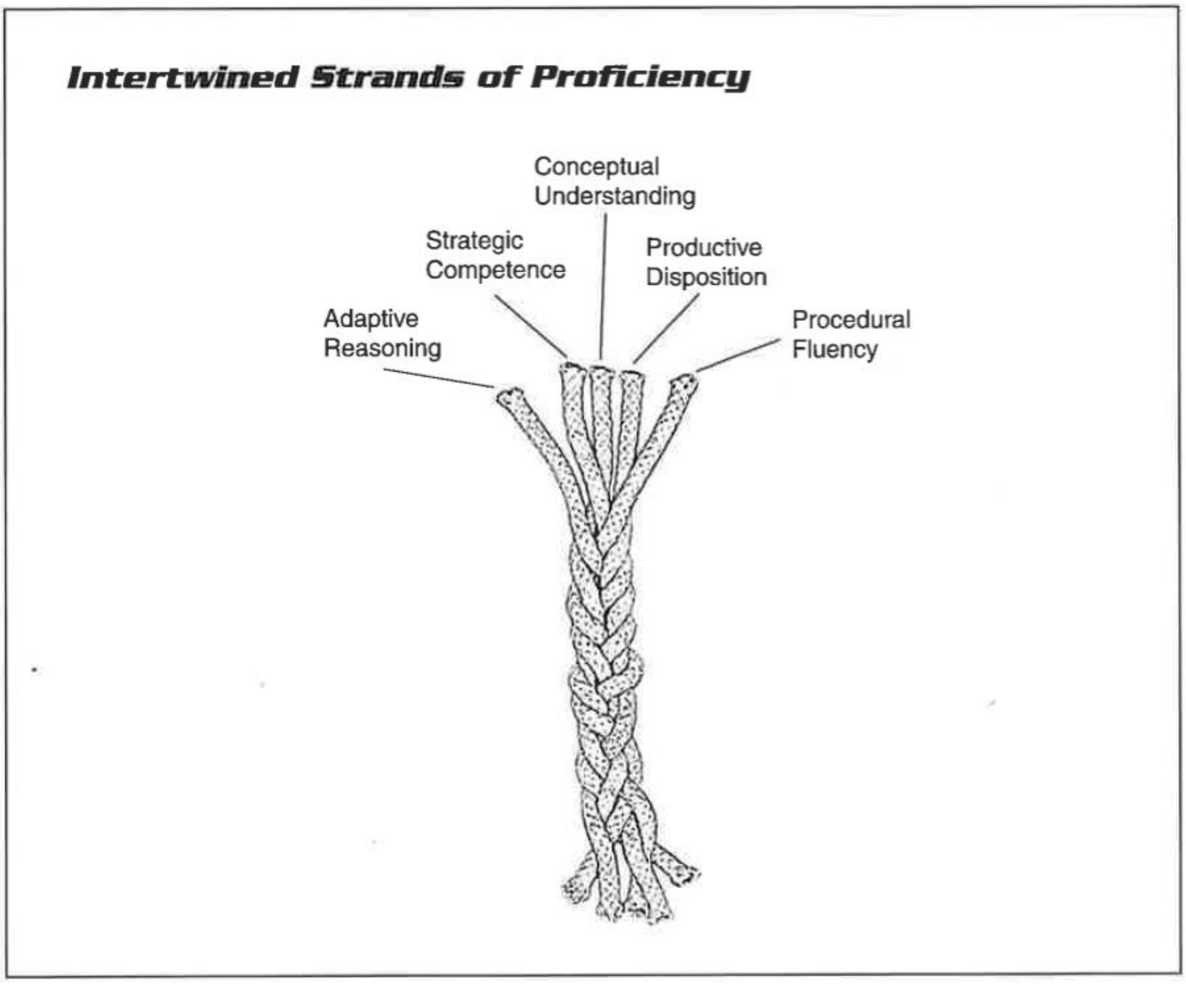
HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Background Information	Overall Structure
• Title • Number of books • Pages (Number and Density) • Profile of authors and advisory committee • Publisher and year of publication • Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials)	• Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson • Structure of units/lessons • Topics covered • Sequencing of topics

VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Communicated to Students	Required of Students	Connections
Mathematical Content • Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs) • Definitions, rules, conventions • Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics) *Mathematical Practices* • Worked examples • Modeling thinking *Attitudes* • Equity • View of mathematics	• Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics) • Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification)	• Connecting within and between strands • Classroom instruction - textbook connections • Connecting to situations outside of school

Hentet fra Charalambous et al., 2010, s.123.



Kilpatrick et al. sin trådmodell (Kilpatrick et al., 2001, s. 117).