Fakultet for lærerutdanning og pedagogikk

Stian Engseth - Kandidatnummer 811

Masteroppgave

Kognitive krav i oppgaver innenfor funksjonstemaet i matematikklæreverk på 10. trinn

Cognitive demands within tasks as a part of the functions subject area in mathematics textbooks for grade 10 in Norway

Master i realfagenes didaktikk

2MROPPG2

2023

Norsk sammendrag

I denne masteravhandlingen er det blitt gjennomført en innholdsanalyse av oppgavedelene innenfor kapitlene som omhandler funksjoner i lærebøkene Maximum 10 og Matematikk 10 for 10. trinn for å undersøke forhold knyttet til hvilke kognitive krav disse oppgavene stiller til elevene.

For å utføre analysen er deler av et rammeverk for analyse av lærebøker i matematikk, utviklet av Charalambous, Delaney, Hsu og Mesa (2010) tilpasset og benyttet for å undersøke dette. Dette rammeverket, i sammenheng med begrepet *kognitive* krav fra Smith og Stein (1998) vært sentralt for problemstillingen.

Analysen som ble gjennomført viste blant annet at Maximum 10 ser ut til å en større andel av oppgaver som stiller høyere kognitive krav til elevene enn det Matematikk har. Det tyder også på at majoriteten av oppgavene i begge bøkene befinner seg innenfor de kategoriene av kognitive krav som omhandler 'prosedyreoppgaver'.

Rollene lærebøker, og læreres bruk av lærebøker, har er svært sentrale, og det har derfor blant annet blitt konkludert med at ettersom Maximum 10 og Matematikk 10 er utgitt av to av de største forlagene i Norge, med de fordelingene av oppgaver innenfor ulike kognitive nivåer av kognitive krav, så får elever på 10. trinn i Norge antagelig ulike utgangspunkt for læring innenfor funksjonsområdet.

Engelsk sammendrag (Abstract)

Title: “Cognitive demands within tasks as a part of the functions subject area in mathematics textbooks for grade 10 in Norway”.

This master thesis consists of an analysis of mathematical tasks within the functions area of mathematics, within two Norwegian textbooks for grade 10. The emphasis of the analysis has been on which cognitive demands these tasks require of the students.

A framework for studying math textbooks, developed by Charalambous, Delaney, Hsu and Mesa (2010), along with definitions by Smith and Stein (1998) of the concept of ‘cognitive demands’ in tasks was used as the groundwork for the analysis that was implemented in this thesis.

The analysis showed, among other results, that one of the textbooks had a larger share of tasks within higher levels of cognitive demands. Another result was that most of the tasks in both textbooks, in some manner, could be categorized as being tasks that could be solved with the use of certain procedures.

Different implications were made, based on research on related topics and the results from the analysis. For example, within this master thesis, the role that textbooks have in teaching situations, along with how teachers make use of textbooks, has been emphasized. These factors, along with the results from the analysis, contributed to reaching the conclusion that students in grade 10 in Norway, making use of textbooks are likely to have different starting points when learning about the functions area subject.

Forord

En tre år lang periode med studier for å fullføre en mastergrad innenfor matematikkdidaktikk er i ferd med å gå mot slutten. I den forbindelse er det flere jeg ønsker å rette en takk til.

Jeg vil først takke min veileder, Bjarte Rom, for svært god oppfølging underveis i arbeidet med denne masteroppgaven. Sammen la vi en god plan for gjennomføring, og som en følge av solid veiledning underveis har jeg klart å holde et jevnt tempo hele veien mot mål.

Min arbeidsgiver, Elverum videregående skole, har også lagt svært godt til rette for at jeg skulle klare å gjennomføre dette studiet, og spesielt denne masteroppgaven på en god måte ved siden av min jobb som lærer.

Til sist, og viktigst av alt, vil jeg takke samboeren min, Ida, og datteren vår, Olea, for å ha gitt meg god og varm støtte underveis i prosessen.

Stian Engseth, mai 2023

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

1.1. Bakenforliggende motivasjon for valg av tema

En matematikklærer må inneha mange forskjellige kvaliteter for å legge til rette for læring i sitt fag. For å nevne noe bør man ha solide faglige kunnskaper og kompetanser om undervisning og pedagogikk generelt, men også i tilknytning til andre områder av fagfeltet det undervises i. Samtidig er det ikke nok å være faglig sterk. Man må også ha kunnskap om forhold knyttet til elever og elevers læring, som for eksempel hvilke undervisningsmetoder og arbeidsverktøy som er hensiktsmessige for at læring skal finne sted på best mulig måte for akkurat de elevene man skal undervise. De forskjellige typer kunnskaper en matematikklærer bør ha i forbindelse med undervisning er noe som har vært forsket på av flere. Ball et al. (2008) deler typer kunnskap en lærer bør ha inn i de overordnede kategoriene fagkunnskap og kunnskap om fagdidaktikk. Disse deles videre inn i generell fagkunnskap, horisontkunnskap, spesialisert fagkunnskap, kunnskap om elever og faglig innhold, kunnskap om faglig innhold knyttet til det å undervise, samt kunnskap om faglig innhold i forbindelse med læreplan (Ball et al., 2008, s. 403). Disse aspektene understreker at alt en matematikklærer bør ha kunnskap og kompetanse om, og dermed må ta hensyn til i tilknytning til sin undervisning, er svært omfattende.

Som lærer, lærerstudent og elev har jeg selv både erfart, observert, og dannet meg et inntrykk av lærebokens plass i matematikkundervisningen. I disse ulike rollene jeg har hatt i forbindelse med matematikkfaget, så har læreboken hele tiden vært et sentralt arbeidsverktøy. Som elev på grunnskolen og i den videregående skolen var den i bruk i så godt som alle matematikktimer og som praksisstudent i lærerutdanningen var den også en viktig del av undervisningen i de fleste undervisningsøkter. Som matematikklærer med hovedansvar for å legge til rette for matematikklæring på best mulig måte, ser jeg at både kollegaer og meg selv, i stor grad fortsatt bruker fysiske lærebøker i matematikk som en sentral del av undervisningen selv om flere og flere alternativer er gjort tilgjengelige. Med denne innfallsvinkelen som utgangspunkt, ønsker jeg å se nærmere på noen konkrete sider ved matematikklærebøker. I sammenheng med dette er det ulike begreper og definisjoner som er spesielt aktuelle. Disse gis mer oppmerksomhet ved hjelp av teori og forskning senere i teksten, men for å utdype noe om hva som ligger bak min problemstilling, så er det aktuelt å komme inn på noe av det allerede i denne innledningen.

Et læreverk i matematikk er typisk satt sammen av en grunnbok med definisjoner, forklaringer, eksempler og oppgaver som elevene skal arbeide med. I tillegg har man gjerne også tilgang til en oppgavebok som ofte har mer utfyllende og varierte oppgaver. Videre består mange matematikklæreverk også av forskjellige lærerressurser og elevressurser, både fysiske og digitale. Når en lærer velger å støtte store deler av arbeidet med sin undervisning på bruk av lærebøker, så er det rimelig å anta at læreren da er trygg på det som disse bøkene inneholder. For en matematikklærer vil det bety å i stor grad stole på at måten læreboka legger opp til arbeid med fagstoffet er forankret i offentlig vedtatte læreplaner og at de forskjellige elementene derfra er imøtekommet ettersom det er læreplanen som overordnet sett er styrende for det som skjer i skolen (Lyngsnes & Rismark, 2020, s. 142).

Det var tidligere en offentlig godkjenningsordning for lærebøker i Norge. 1. august 2000 ble denne opphevet basert på nettopp det grunnlaget at det er læreplanen som skal være styrende for undervisningen, og ikke nødvendigvis en lærebok (Meld. St. 20 (2012-2013), s. 61). Lepik et al. (2015) viser til at en bakenforliggende årsak til dette var at utviklingen av teknologi og media bidro til at relevant læringsmateriell i et fag ikke skulle være begrenset til å kun omfatte lærebøker (s. 135). Det er derfor ingen automatikk i at lærebøkene oppfyller de føringene som er formulert i de forskjellige fagenes læreplaner. Likevel er min erfaring at det ser ut til at mange som underviser i matematikk velger å bruke lærebøker som et fundamentalt hjelpemiddel når de legger til rette for læring i matematikkundervisningen. Blant annet viser studier at når lærere ønsker å ta i bruk oppgaver og andre aktiviteter i forbindelse med undervisningen, så er disse i hovedsak hentet fra lærebøker (Pepin et al., 2013, s. 696). I kapittelet om tidligere forskning vises det til mer aktuell teori om bruk av lærebøker i undervisningen av matematikk.

En lærebok i matematikk består typisk av mange temaer fra matematikkfaget som skal behandles ved hjelp av mange ulike komponenter som boken er satt sammen av. De forskjellige temaene som en lærebok skal ta for seg, blir lagt frem på ulikt vis i forskjellige lærebøker. Det kan være egne deler der temaer blir introdusert, for eksempel ved hjelp av definisjoner, kontekster og eksempler, mens andre deler av bøkene kan være satt av til oppgaver knyttet til de enkelte temaene.

Oppgavedelen av en lærebok utgjør typisk en omfattende andel av boken, noe som kanskje tilsier at det er ligger en viss forventning om at en elev også bruker en stor andel av tiden sin på å jobbe med oppgaver. Stein et al. (1996) beskriver at en generell oppgave i akademisk sammenheng, og dermed også oppgaver i forbindelse med et skolefag som matematikk, er en form for konstruksjon som består av hvilke forventinger man har av elever i et fag og hvordan man forventer at elever skal arbeide for å imøtekomme disse forventingene (s. 459). Dette begrepet spesifiseres videre i tilknytning til matematikk som skolefag ved at en oppgave i dette faget kan sees på som en aktivitet som gjøres i forbindelse med undervisningen der det er et mål om å styre elevers fokus mot konkrete tanker eller konsepter innenfor matematikkfaget (Stein et al., 1996, s. 460).

Hensikten med matematikkoppgaver i en lærebok kan være svært sammensatt, og er noe som også blir mer inngående behandlet i underveis i denne masteravhandlingen. Eksempelvis kan arbeid med oppgaver handle om å øve på spesifikke prosedyrer knyttet til enkelttemaer, oppgavene kan være ment som et bidrag for å imøtekomme områder fra læreplanen eller så kan tanken som ligger bak en oppgave være å skape dypere matematiske forståelse hos elevene. Videre kan også aspekter som oppgavens form og omfang i stor grad variere. Med andre ord er begrepet ‘oppgave’ komplekst, da det kan ha mange mulige betydninger. Selv om oppgavebegrepet kan forstås på ulike måter, så har den sentrale rollen oppgaver har i matematikkfaget vært en sterk påvirkning underveis i prosessen mot å formulere en problemstilling til denne masteravhandlingen.

Med tanke på omfanget av denne masteroppgaven er det ikke mulig å undersøke oppgavene til alle temaene i matematikklærebøker ettersom det ville blitt for omfattende. Jeg har derfor valgt å rette søkelyset mot oppgaver som er tilknyttet kapitler som omhandler funksjonstemaet. Dette er et tema som er sentralt på flere grunnskoletrinn, og det finnes kompetansemål og andre komponenter fra læreplanen som både direkte og indirekte omhandler dette temaet. Jeg ønsket å undersøke noe i forbindelse med funksjonsområdet blant annet på grunn av tilknytninger det har med andre områder av matematikkfaget og rollen det har med å forbinde matematikk med samfunnsliv og arbeidsliv. Det vil si at det å tilegne seg kompetanse innenfor den delen av ungdomsskolematematikken som bearbeider funksjoner kan bidra til å skape, eller alternativt; å styrke forbindelser mellom matematikk og forskjellige aspekter ved virkeligheten. Det er flere forhold i tilknytning til funksjonsområdet som er relatert til dette, for eksempel det at funksjonstemaet er et tema som ofte innebærer at ulike representasjonsformer tas i bruk når det arbeides med dette området, blant annet som virkemidler for nettopp å skape forbindelser mellom ulike deler av matematikkfaget, men også mellom matematikken og sider ved det virkeligheten liv, noe kan bidra til å skape mening og forståelse hos elevene. Ulike måter å representere et matematisk problem på kan også omfatte algebraiske uttrykksmåter, og det kan derfor være en sammenheng mellom dette området og det å tenke algebraisk. Dermed kan arbeid med funksjonstemaet bidra til å utvikle evnen til å ta i bruk algebraiske tenkemåter, noe som også er et argument for at funksjoner som tema er et aktuelt område å undersøke. I teorikapittelet vises det til arbeid av blant annet Markovits et al. (1986), Duval (2006) og Desai et al. (2021) for å belyse noen av disse forholdene.

Det at kjennskap til funksjonsområdet spiller en viktig rolle når det kommer til å skape ulike former for forbindelser til andre områder oppfatter jeg som spesielt interessant, da mine erfaringer med å undervise i matematikk tilsier at elever ofte har vanskeligheter med å se sammenhenger mellom matematikk og det virkelige liv. For eksempel handler kommentarer og spørsmål fra elever ofte om når de kommer til å få bruk for det som det arbeides med, eller hva det de lærer om har å gjøre med andre områder. At det er viktig å være i stand til å bearbeide stoff som omhandler funksjoner for å forstå og å være i stand til å møte utfordringer som er tilknyttet dette området for å kunne beskrive mange sider ved samfunnslivet og arbeidslivet, nevnes for øvrig allerede i første setning av Læreplan i matematikk 1. - 10. trinn under det som omhandler fagets relevans og sentrale verdier (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2).

I tillegg kan det også nevnes at jeg rent personlig setter dette temaet høyt når det kommer til ulike områder innenfor matematikken.

Et annet aspekt som sier noe om viktigheten av at elever blir kjent med funksjonsområdet, er i forbindelse med digitale verktøy. Dette er ikke et fokusområde som eksplisitt blir behandlet i denne masteroppgaven, men jeg ønsker å nevne det som et supplerende argument for å påpeke at kompetanse innen funksjonsområdet både er viktig og relevant for elever også på grunn av dette med digital kompetanse i forbindelse med matematikk. Dette bidrar dermed også til å si noe om hvorfor funksjonstemaet av matematikkfaget er et sentralt og aktuelt område. Når det arbeides med funksjoner som tema i matematikkundervisningen, så åpnes det også opp for å arbeide med ulike representasjonsformer, som nevnt tidligere, noe som kan inkludere forskjellige former for digitale verktøy. Dette medfører at når det arbeides med funksjonsområdet, så kan det være aktuelt å ta i bruk digitale verktøy for å arbeide med problemstillinger knyttet til funksjonstemaet, noe som dermed implisitt vil bidra til at elevene også videreutvikler sine digitale ferdigheter. Det at elever også får utviklet sine digitale ferdigheter ved å arbeide med funksjoner som tema, er altså et poeng som også bør tas med i betraktningen når det kommer til hvorfor arbeid med dette temaet er relevant.

Ettersom denne masteroppgaven er en del av et matematikkdidaktikkstudium som er rettet mot undervisning på 5. - 10. trinn, er det mest aktuelt for meg å ha fokus på de øvre trinnene i grunnskolen. For både 8. - og 10. trinn finnes det kompetansemål i læreplanen som direkte handler om funksjoner, noe som gjør at jeg anser det som mest relevant å se på et av disse trinnene. Mer konkret velger jeg å undersøke lærebøker på 10. trinn ettersom funksjoner som tema på dette trinnet er en videre utvidelse av hva elever skal sitte igjen med av kompetanse og kunnskap om funksjoner fra både 8. trinn og tidligere. Videre har jeg personlig noe erfaring med å undervise for matematikkelever på 10. trinn, blant annet om funksjoner som tema, noe som gjør det enda mer relevant for meg å undersøke noe relatert til lærebøker for akkurat dette trinnet.

1.2. Problemstilling

Med blikk på funksjonsområdet i lærebøker for 10. trinn, og med de forholdene som er nevnt i forrige delkapittel, har jeg formulert følgende problemstilling som forankring for min masteroppgave:

Hvilke kognitive krav stilles til elever gjennom oppgaver i kapitler som omhandler funksjoner i lærebøkene Maximum 10 og Matematikk 10?

For å være i stand til å analysere oppgaver i lærebøker på et systematisk vis kommer derfor begrepet 'kognitive krav' til å være sentralt her. Smith og Stein (1998) omtaler kognitive krav som en måte å beskrive kvaliteten til en matematikkoppgave på, der oppgaven sees i sammenheng med elevens ståsted. I deres definisjon av begrepet ser de på hvilke normer som er gjeldende og forventninger man har til en elev, noe som vil være påvirket av mange variabler. Videre tas det også hensyn til i hvor stor grad en oppgave i det ene ytterpunktet kan løses uten å se sammenhenger mellom forskjellige områder av matematikkfaget, for eksempel ved å ta i bruk memorering eller enkle teknikker for å løse den, eller hvorvidt en oppgave krever at eleven er kapabel til å se mer dyptgående matematiske sammenhenger for å kunne være i stand til å løse den på en god måte (Smith & Stein, 1998, s. 348). For å beskrive hvilke krav en oppgave stiller til en elev for at den skal kunne løses på en hensiktsmessig måte, så definerer Smith og Stein (1998) videre fire nivåer av kognitive krav, og det er disse nivåene som danner fundamentet for hvordan jeg har arbeidet med å undersøke problemstillingen. Disse kategoriene har jeg satt i en større sammenheng ved å benytte deler av et etablert konseptuelt rammeverk som ble konstruert av Charalambous et al. (2010) med hensikt om å analysere bestemte sider ved matematikklærebøker. Måten dette analyseverktøyet opprinnelig ble brukt på skiller seg fra måten det benyttes her, men noen komponenter er likevel nyttige for meg å ta i bruk. For eksempel består dette rammeverket overordnet av en horisontal komponent og en vertikal komponent, der den horisontale delen tar for seg grunnleggende bakgrunnsinformasjon om læreverket, og sier noe om sammensetningen og strukturen til en lærebok (Charalambous et al., 2010, s. 123). Jeg har valgt å inkludere denne type informasjon i min analyse, noe som vil bidra til å skape en systematisk og strukturert oversikt over den videre analysen som gjøres, men hovedtyngden av analysen som gjøres i forbindelse med denne masteroppgaven baserer seg på sider ved den vertikale delen av rammeverket til Charalambous et al. (2010). Her er en viktig hensikt å kunne undersøke spesifikke elementer av et læreverk i dybden, og en sentral komponent av denne delen av analysen omhandler hvilke kognitive krav oppgaver i matematikkbøker stiller til elevene (Charalambous et al., 2010, s. 123). Kognitive krav som begrep, inkludert de fire kategoriene til Smith og Stein (1998) og måten jeg tar i bruk dette i forbindelse med det overordnede rammeverket som ligger til grunn for analysen, vil bli grundigere omtalt senere i denne masteroppgaven.

For å undersøke problemstillingen på en strukturert måte, er det nødvendig å etablere definisjoner av flere andre sentrale begreper og konsepter, samt vise til aktuell teori som har en tilknytning til dette. For eksempel er bruk av lærebøker i matematikkundervisningen, oppgaver som begrep, og funksjoner som tema svært relevant for denne masteravhandlingen. Teori forbundet med dette legges i hovedsak frem i neste kapittel.

1.3. Oppgavens videre oppbygning

Neste kapittel handler om teori og tidligere forskning innen områder som er sentrale for problemstillingen. Formålet med dette kapittelet er å belyse aktuell teori som allerede finnes i forbindelse med det som denne masteroppgaven omhandler, for så å knytte resultatene som kommer frem i analysekapittelet opp mot dette. Det er mange begreper som er naturlige å ta i bruk i forbindelse med denne problemstillingen, og det er derfor nødvendig å trekke frem teori om disse for å etablere en felles forståelse av hva som ligger i disse begrepene. I tillegg vil det også vises til tidligere forskning som er blitt gjort på beslektede områder.

I metodekapittelet presenteres lærebøkene som er blitt analysert i mer detalj, samt hvordan forskjellige sider av disse har blitt studert som et ledd i å forsøke å besvare problemstillingen. Her kommer også flere betraktninger om hvilke avveininger som ligger bak de avgrensningene som er blitt gjort for å spisse både problemstillingen, men også arbeidet med å svare på disse. Videre legges det i tillegg frem teori knyttet til hvordan analysen av lærebøkene er gjennomført. Med dette menes en inngående beskrivelse av rammeverk som er brukt, teori som belyser valg av dette, og hvordan det aktuelle rammeverket har blitt bearbeidet til å kunne brukes til mitt formål.

Etter metodekapittelet følger et kapittel som legger frem resultatene fra den gjennomførte analysen av lærebøkene. Her vil det blant annet komme frem informasjon om hvilke kognitive krav som stilles i forbindelse med oppgaver som finnes innenfor kapitlene som tar for seg funksjoner som tema i lærebøkene som er blitt undersøkt.

Til slutt diskuteres resultatene som er kommet frem gjennom analysen opp mot problemstillingen, samt betraktninger rundt mine resultater og tidligere forskning.

2. Teori og tidligere forskning

Problemstillingen i denne masteroppgaven handler om hvilke kognitive krav som stilles til elevene når de arbeider med oppgaver innenfor funksjonstemaet i lærebøkene Maximum og Matematikk for matematikk på 10. trinn på ungdomsskoletrinnene. For å kunne besvare denne problemstillingen er det nødvendig å først etablere definisjoner av aktuelle begreper, men også å belyse flere andre relevante aspekter som er av mer generell karakter ved å vise til tidligere forskning. I dette kapittelet presenteres derfor forskning som er gjort innen områder som er aktuelle for min problemstilling. Kapittelet er bygd opp med delkapitler som tar for seg resultater fra både norsk og internasjonal forskning.

Det å undersøke spesifikke sider ved lærebøker i matematikkfaget, det vil si elevoppgaver i lærebøkene Maximum 10 og Matematikk 10, er en grunntanke for problemstillingen som behandles her. Dette kapittelet kommer derfor først til å ta for seg forskjellige aspekter knyttet til lærebøker i en generell sammenheng, samt informasjon om hva analyse av lærebøker kan innebære ved å vise til forskning som tidligere er gjort innen dette feltet. Videre presenteres et overordnet rammeverk som kan brukes for å studere lærebøker i matematikk, og hvilke deler av dette analyseverktøyet som jeg anser som mest relevant for denne masteroppgaven. Det er også tildelt et eget delkapittel som tar for seg begrepet 'kognitive krav'. I dette kapittelet presenteres også teori knyttet til funksjonstemaet og videre om oppgaver som begrep, og hvordan dette kan forstås i sammenheng med matematikkfaget.

2.1. Lærebøker og læreres bruk av lærebøker

I dette delkapittelet belyses deler av det forskningsfeltet som omhandler forskning på lærebøker i matematikk som skolefag ved at dette forskningsområdet introduseres og at det vises til forskningsarbeid som er knyttet til bruk av lærebøker i undervisning av matematikk.

Det å benytte seg av lærebøker i forbindelse med undervisning kan bidra til å gi et godt utgangspunkt for å legge til rette for læring i matematikkfaget, og forskning tyder på at i tillegg til at lærebøker har en sterk påvirkning på hvordan læring finner sted i dette faget, og hvilke områder av faget som skal prioriteres, så er de ofte også hovedkilden til informasjon når det kommer til hvordan en lærer skal presentere faglig innhold (Lepik et al., 2015, s. 132). En lærebok har derfor en sentral plass i forbindelse med undervisning av matematikk. Valverde et al. (2002) fremhever at en viktig overordnet funksjon en lærebok har, er å bidra til å overføre intensjonene fra de som har utarbeidet læreplanen videre ut til lærerne som står for undervisningen i et klasserom. Dette aspektet ved lærebøker er omtalt som den intenderte læreplanen. Lærerne er i den videre prosessen sentrale når det kommer til hvordan ulike sider ved det som er å finne i en lærebok tas imot og arbeides med av elevene. Hvordan dette i praksis foregår mellom ulike land, skoler og klasserom er noe som varierer, men denne overordnede funksjonen til en lærebok er gjeldende uansett (Valverde et al., 2002, s. 2). På hvilken måte de som er ansvarlige for undervisningen i realiteten er i stand til å overbringe den intenderte læreplanen ut til elevene på ved hjelp av planer og aktiviteter, for eksempel ved å ta i bruk lærebøker er omtalt som den implementerte læreplanen. Hvordan elevene faktisk oppnår denne kunnskapen i den læringsprosessen som lærere legger opp til, det vil si hva de sitter igjen med av kunnskap, kan omtales som den 'oppnådde' læreplanen (engelsk: attained curriculum) (Valverde et al., 2002, s. 5).

Fra både Hellas og Kina finnes det eksempler på at midler som kan anses som former for lærebøker i matematikk har eksistert siden før vår tidsregning. Dermed har lærebøker vært en del av det å ta til seg kunnskap om faget i mer enn to tusen år, men til tross for dette begynte ikke forskning på lærebøker å øke i omfang før mot slutten av 1980-tallet (Fan et al., 2013, s. 633).

En måte å strukturere dette forskningsområdet på, er å dele det inn i fire hovedretninger. Disse er fordelt på rollen lærebøker har i forbindelse med undervisning av matematikk, analyse og sammenligning av matematikklærebøker, bruk av lærebøker i undervisning og læring, samt andre områder som ikke er like utbredt som de tre førstnevnte (Fan et al., 2013, s. 635). Nærmere beskrivelser av disse følger i de neste avsnittene.

Det har vært interessant for forskningsmiljøer å undersøke rollen lærebøker har i tilknytning til undervisning av matematikkfaget ettersom det blant annet har vært en enighet blant forskere om at lærebøker har spilt en viktig rolle når det kommer til å overføre innholdet i læreplaner ut til elevene, som nevnt tidligere. Videre viser det seg at lærebøker ser ut til å spille en større rolle i matematikkfaget enn det lærebøker gjør i andre skolefag (Fan et al., 2013, s. 635). Fan et al. (2013) nevner også at lærere som tar i bruk lærebøker, også legger opp til undervisning med utgangspunkt i den pedagogikken som de ulike lærebøkene baserer seg på (Fan et al., 2013, s. 636). Dette støttes opp av Tom Rune Kongelf (2015), som skriver at «Læreboken ofte er primærkilden til matematikklæreren, i tillegg til legitimerende og styrende for innholdet og progresjonen i undervisningen» (s. 83). Pepin et al. (2013) peker også på dette med at aktiviteter og oppgaver som tas i bruk i klasseromssituasjoner svært ofte er hentet fra lærebøker (s. 696).

Analyse og sammenligning av lærebøker er en form for lærebokforskning som ofte undersøker hvordan spesifikke temaer og fagområder blir behandlet i én eller flere bøker. I tillegg innebefatter denne retningen av lærebokforskning også komparative analyser av forskjellige matematikkbøker innenfor et enkelt land, eller på tvers av flere land (Fan et al., 2013, s. 636).

Som kategorinavnet tilsier, så handler bruk av lærebøker i undervisning og læring om hvordan matematikklærebøker tas i bruk i en klasseromssituasjon. En sentral problemstilling innenfor denne kategorien undersøker om det er en sammenheng mellom den pedagogikken den eller de som underviser står for, og den pedagogikken som er styrende i en lærebok. Det vil si, om de som underviser velger lærebøker som passer til den pedagogikken de står for, eller om undervisningen som utøves legges opp etter den pedagogikken som er aktuell i en lærebok (Fan et al., 2013, s. 641).

For å undersøke hvilke kognitive krav matematikkoppgaver i Maximum 10 og Matematikk 10 stiller til elevene er det både hensiktsmessig og ønskelig av meg å gjennomføre en analyse som kan plasseres innenfor den retningen av lærebokforskning som innebærer analyse av matematikklærebøker. Dette kommer tydeligere frem når det senere i dette kapittelet vises til definisjoner og rammeverk som er aktuelle for min problemstilling. Hvordan disse benyttes i mitt arbeid beskrives videre i metodekapittelet. Det er likevel trekk fra andre retninger av lærebokforskning som er relevante, og spesielt er forskning på bruken av matematikklærebøker i undervisning også interessant, da dette indirekte også omfatter bruken av oppgaver fra lærebøker i undervisningen. En aktuell studie å vise til i forbindelse med hva som er hensikten med min masteroppgave, ble publisert av Linor L. Hadar i 2017. Der ble to lærebøker analysert og det ble blant annet sett på hvilket utbytte elever får dersom de i hovedsak arbeider med bøker der oppgaver i større grad stiller høyere krav til forståelse, sammenlignet med bøker der oppgaver ikke i like stor grad har høye krav til forståelse. Et funn fra denne studien viste at dersom lærebøker har en høy andel oppgaver som stiller høyere krav til forståelse, så vil elever som tar i bruk disse bøkene oppnå bedre resultater enn elever som tar i bruk lærebøker som har en mindre andel av oppgaver som stiller høyere krav til forståelse (Hadar, 2017, s. 161).

2.2. Overordnet konseptuelt rammeverk

Metoden som brukes til datainnsamling og analyse i denne avhandlingen er å gjennomføre en form for kvalitativ dokumentanalyse der oppgavedelene av lærebøkene som undersøkes analyseres ved hjelp av et passende analyseverktøy. I metodekapittelet vil det utdypes ytterligere omkring ulike forhold knyttet til denne formen for forskningsmetode sett i sammenheng med problemstillingen som undersøkes her.

For å kunne analysere hvordan det legges opp til arbeid med funksjoner som tema i oppgavedelene av de lærebøkene som undersøkes er det aktuelt å se på om det er mulig å gruppere oppgavene etter bestemte karakteristikker. Det vil si å undersøke om det finnes karakteristiske kjennetegn ved de oppgavene som er tilgjengelige i disse to lærebøkene som gjør det mulig å plassere dem i forskjellige kategorier. For å være i stand til å gjennomføre dette er oppgavenes kognitive krav svært sentralt, i tillegg til at dette begrepet er en viktig del av problemstillingen. Som nevnt tidligere er det Smith og Stein (1998) sine beskrivelser av dette begrepet som danner utgangspunktet for hvordan problemstillingen i denne masteroppgaven undersøkes. For å plassere disse beskrivelsene av de fire nivåene av oppgavers kognitive krav i en større sammenheng tas det overordnede rammeverket til Charalambous et al. (2010) i bruk, der begrepet kognitive krav utgjør en sentral del av den vertikale analysen. Hvordan dette overordnede rammeverket kan benyttes for å analysere elevoppgaver i matematikkbøker, spesielt i tilknytning til begrepet kognitive krav, beskrives nærmere i de neste avsnittene og i neste delkapittel.

Charalambous et al. (2010) beskriver et konseptuelt rammeverk som har til hensikt å ta for seg både bredden og dybden av hvordan forfattere av en lærebok presenterer og legger opp til arbeid med et spesifikt matematisk innhold (Charalambous et al., 2010, s. 123). Deler av denne overordnede måten å analysere en matematikklærebok er noe jeg har tatt med videre inn i måten jeg har valgt å gjennomføre mine undersøkelser på. I deres konkrete tilfelle ønsket Charalambous et al. (2010) å undersøke hvordan det blir arbeidet med addisjon og subtraksjon av brøk i et utvalg av lærebøker på barneskoletrinn i tre ulike land; Kypros, Irland og Taiwan. De hadde blant annet til hensikt å undersøke hvilke forskjeller og likheter som fantes mellom hvordan bøkene som ble undersøkt behandlet dette temaet (Charalambous et al., 2010, s. 119). Disse faktorene, samt flere andre aspekter fra studien til Charalambous et al. (2010), sammenfaller ikke fullstendig med det som er formålet med problemstillingen i denne masteroppgaven, men ved å tilpasse rammeverket eller ved å ta i bruk spesifikke deler av det, så kan dette rammeverket også brukes for å undersøke, og å rette fokus mot andre aspekter ved lærebøker, deriblant oppgavedelene som befinner seg innenfor funksjonsområdet i matematikklæreverk for 10. trinn på ungdomsskolen. En videre beskrivelse av hvordan jeg har valgt å bruke dette analyseverktøyet i mitt arbeid for å svare på problemstillingen i denne avhandlingen er beskrevet mer i detalj i metodekapittelet.

Analyseverktøyet til Charalambous et al. (2010) består overordnet sett av to deler for å gjennomføre en analyse av en lærebok - en horisontal komponent og en vertikal komponent. Forskerne i denne studien så her på ulike resultater fra lærebokstudier fra flere land og kom frem til disse to hovedtilnærmingene for å analysere matematikklærebøker. Disse har de tatt med seg videre inn i sitt rammeverk for å undersøke hvordan det blir arbeidet med addisjon og subtraksjon i tre læreverk i matematikk for barneskoletrinn i tre ulike land.

Den *horisontale* analysen er delt inn i de to underkategoriene bakgrunnsinformasjon og helhetlig struktur. Her legges det frem informasjon som er av generell karakter, samt mer overfladiske karakteristikker av lærebøkene. Dette vil si aspekter som boktittel, temaer som inngår i læreverket, antall sider, utgivelsesår og supplerende materiell. I tillegg kan også informasjon relatert til oppsett og gjennomføring av undervisningsopplegg være en del av den horisontale analysen dersom lærebøkene har med informasjon om dette. Dette kan innebære føringer som sier noe om hvilken rekkefølge forskjellige temaer skal komme i, tid brukt på hvert tema og oppsett av undervisningsøkter. Med andre skaper denne horisontale delen av analysearbeidet et grunnleggende overblikk over en lærebok og kan bidra til å skape struktur i analysen og de tilhørende resultater som legges frem (Charalambous et al., 2010, s. 123).

Den horisontale delen av analysen frembringer altså mye fundamental informasjon om en lærebok, men denne informasjonen kan sies å være av mer overfladisk art. Den *vertikale* tilnærmingen i analyserammeverket til Charalambous et al. (2010) handler derimot om å studere materien mer i dybden. Det vil si å se på hvordan ulike elementer av en matematikklærebok behandler de spesifikke temaene som inngår i den (Charalambous et al. (2010), s. 120). For å gjennomføre dette deles denne tilnærmingen videre inn i tre hovedområder, som igjen har flere underkategorier. Det første hovedområdet av den vertikale delen av analysen tar for seg hvordan et tema blir kommunisert til elevene gjennom blant annet definisjoner, regler og eksempler. Videre tar den andre delen for seg hva som kreves av elevene når det arbeides med et gitt tema. Dette kan handle om hvilke *kognitive krav* som stilles til en elev som skal løse en oppgave eller hvilke typer oppgavesvar som det kan forventes at en elev skal gi. Den tredje, og siste underkategorien av den vertikale analysen tar for seg hvordan sammenhenger til andre kontekster kommer frem når læreboka legger opp til arbeid med et tema. Dette kan for eksempel være i tilknytning til andre områder av matematikkfaget, sammenhenger mellom det som skjer i klasserommet, det vil si i forbindelse med undervisningen, og det som presenteres i boka, men også sammenhenger mellom det temaet det arbeides med og ulike situasjoner utenfor skolen (Charalambous et al., 2010, s. 123). I denne masteroppgaven er det i all hovedsak matematikkoppgavers kognitive krav som har fått en sentral rolle når det kommer til å besvare problemstillingen. De andre områdene av den vertikale delen av analysen vil derfor ikke eksplisitt bli nevnt.

En sammenfatning av rammeverket til Charalambous et al. (2010) er som vist i figuren under (figur 1).

HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Background Information	**Overall Structure**
• Title • Number of books • Pages (Number and Density) • Profile of authors and advisory committee • Publisher and year of publication • Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials)	• Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson • Structure of units/lessons • Topics covered • Sequencing of topics

VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Communicated to Students	**Required of Students**	**Connections**
Mathematical Content • Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs) • Definitions, rules, conventions • Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics)	• Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics) • Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification)	• Connecting within and between strands • Classroom instruction - textbook connections • Connecting to situations outside of school
Mathematical Practices • Worked examples • Modeling thinking		
Attitudes • Equity • View of mathematics		

Key: Dimension: Uppercase letters; Categories: bold; Sub-categories: italicized; Criteria: bulleted points.

Figur 1 er en oversikt som viser hvordan rammeverket til Charalambous et al. (2010) er satt sammen (Charalambous et al., 2010, s. 123).

2.2.1. Alternativt konseptuelt rammeverk

Anna Brändström (2005) legger frem et rammeverk med røtter til blant annet de fire kategoriene av kognitive krav fra Smith og Stein (1998, s. 348), og taksonomien til Benjamin Bloom (1956). Et formål med dette analyseverktøyet var å undersøke forskjeller mellom elevoppgaver i matematikkbøker for 7. trinn i Sverige. Dette rammeverket definerer fire hovedaspekter ved en matematikkoppgave, og tar spesielt hensyn til disse for å si noe om hvordan oppgaver er differensiert i en lærebok. De fire aspektene er bruk av bilder i oppgaven, hvilke operasjoner som kreves for å løse oppgaven, kognitive prosesser som kommer frem av oppgaven og til slutt hvilke kognitive krav oppgavene stiller til elevene (Brändström, 2005, s. 47).

Som det kommer frem i forrige delkapittel, så kan analyseverktøyet til Charalambous et al. (2010) danne en solid ramme for å analysere ulike sider ved lærebøker i matematikk. Det har mange kvaliteter som var utslagsgivende for at nettopp dette rammeverket ble valgt som utgangspunkt for analysen som er blitt gjort i forbindelse med denne masteroppgaven. Spesielt var det ønskelig å basere arbeidet på et analyseverktøy der kognitive krav var sentralt, noe det er i den delen av den vertikale analysen i rammeverket til Charalambous et al. (2010) som omhandler krav til elevene. Dette hadde mye å si med tanke på hvorfor nettopp denne delen av rammeverket til Charalambous et al. (2010) skulle danne grunnlaget for analysen som er blitt gjort her. I tillegg er det en hensikt med denne masteroppgavens problemstilling å kun undersøke spesifikke sider ved ett enkelt område innenfor to lærebøker, noe som lar seg gjøre ved hjelp av den vertikale delen i analyseverktøyet til Charalambous et al. (2010) dersom det foretas noen justeringer. Dette omtales nærmere i metodekapittelet.

2.3. Kognitive krav

I beskrivelsen av analyseverktøyet til Charalambous et al. (2010) kommer det frem at de har satt begrepet kognitive krav i en større sammenheng ved å inkludere det i den vertikale delen av sitt konseptuelle rammeverk. For denne masteroppgaven er det kun deler av dette konseptuelle rammeverket som danner grunnlaget for hvordan det har blitt arbeidet for å analysere oppgavedelene av funksjonskapitlene i lærebøkene som er blitt undersøkt. Et sentralt poeng for måten dette overordnede analyseverktøyet er tatt i bruk for å undersøke problemstillingen på, er at det er dette med kognitive krav i oppgaver som i hovedsak vektlegges i min analyse. Hvordan disse utgangspunktene er brukt for å konstruere et tilpasset rammeverk for min analyse, er nærmere beskrevet i metodekapittelet, men en overordnet tanke er at ved å systematisk undersøke hvilke kognitive krav oppgaver i matematikkbøker stiller ved hjelp av et etablert overordnet rammeverk, så vil det kunne bidra til å sikre at analysen som gjennomføres holder høy kvalitet. Det er derfor nødvendig å fastsette hva som ligger i begrepet ‘kognitive krav’. I de neste avsnittene følger en videre introduksjon av hva som ligger bak dette begrepet.

Et prinsipp som ligger bak måten Smith & Stein (1998) omtaler kognitive krav som oppgaver stiller på, er som nevnt at matematikkoppgavene som analyseres skal sees i forbindelse med elevens perspektiv. Dette kan for eksempel innebære å ta hensyn til alder, forkunnskaper og tidligere erfaringer (Smith & Stein, 1998, s. 344). Smith & Stein definerer også fire kategorier for å kunne uttrykke om de kognitive kravene en oppgave stiller er på et lavere eller et høyere nivå.

Sentrale kjennetegn fra hver av disse kategoriene er på neste side samlet i tabell 2.1 for å gjøre det lettere for leseren å kunne se likheter og forskjeller på tvers av kategoriene til Smith og Stein (1998, s. 348). Denne oversiktstabellen danner utgangspunktet for det bearbeidede analyseverktøyet som beskrives i metodekapittelet, og som videre tas i bruk i analysen av oppgaver i Maximum 10 og Matematikk 10. Etter denne oversiktstabellen er hver kategori av kognitive krav beskrevet og belyst sammen med tilhørende eksempler på oppgaver som Smith & Stein selv har plassert i sine ulike kategorier. Til hvert eksempel følger begrunnelser som peker på hvorfor de forskjellige oppgavene har de ulike kategoriplasseringene. Disse oppgavene omhandler multiplikasjon av brøker ettersom det var dette som ble beskrevet i artikkelen til Smith og Stein (1998).

I metodekapittelet følger videre en noe utvidet beskrivelse av disse kategoriene av kognitive krav, samt hvordan disse er bearbeidet for å kunne brukes til å analysere oppgaver som omhandler funksjoner i lærebøkene Maximum 10 og Matematikk 10.

MEMORERINGSOPPGAVER (Lavere nivå av kognitive krav)
• Reproduksjon av innlært fakta (eksempelvis regler eller definisjoner) eller at noe skal læres utenat. • Kun forventing om riktig gjengivelse av fakta som svar. • Ikke mulig å følge en bestemt prosedyre for å løse oppgaver av denne typen. • Hva som forventes er tydelig uttalt i oppgaveformuleringen. • Gjennom å løse oppgaver av denne typen får man ikke vist dyperegående matematisk forståelse.
PROSEDYREOPPGAVER UTEN SAMMENHENGER (Lavere nivå av kognitive krav)
• Er av algoritmisk karakter ettersom det basert på oppgaveformulering, tidligere erfaringer eller oppgavens plassering, er tydelig at en konkret prosedyre skal følges for å løse den. • Anses som å stille lave kognitive krav ettersom det er tydelig hva som skal til for å komme frem til en løsning. • Gjennom å løse oppgaver av denne typen får man ikke vist dyperegående matematisk forståelse ettersom det kun handler om å følge en prosedyre, ikke ved å forklare prosedyren eller på annen måte vise kunnskap om hva som ligger bak denne prosedyren.
PROSEDYREOPPGAVER MED SAMMENHENGER (Høyere nivå av kognitive krav)
• Ut fra oppgaveformuleringen skal det være mulig å forstå hvilken generell retning man skal gå for å komme frem til en løsning. • Legger dermed eksplisitt eller implisitt opp til at oppgaven kan løses ved hjelp av en prosedyre. • Bruk av prosedyren som det legges opp til at disse oppgavene skal følge kan bidra til at dypere matematisk forståelse oppnås blant annet fordi disse prosedyrene også kan brukes på andre typer oppgaver. • Det er i større grad opp til eleven å avgjøre hvordan en mer generell prosedyre kan tas i bruk på enkelte oppgaver, noe som legger opp til dypere forståelse. • Oppgaver her kan være uttrykt ved hjelp av flere forskjellige representasjonsformer.
DET Å ARBEIDE 'MATEMATISK' (Høyere nivå av kognitive krav)
• Oppgaver her kan ikke løses ved hjelp av en algoritmisk tenkemåte ettersom disse oppgavene ikke tydelig uttrykker hva som skal til for å løse den. • Oppgaver her krever utforskning og forståelse av matematiske tenkemåter for å kunne løses. • Elever må selv være bevisst på egne ferdigheter for å kunne ta i bruk relevant kunnskap til å vurdere hva som skal til for å løse en oppgave av denne typen på en god måte.

Tabell 2.1: Oversikt over sentrale kjennetegn i fire kategorier av kognitive krav som oppgaver stiller til elevene.

2.3.1. Memoreringsoppgaver (Lavere nivå av kognitive krav)

Denne kategorien består av oppgaver der elevene skal gjengi innlært fakta eller å vise at de har lært noe utenat. Dette kan for eksempel omfatte spesifikke regler eller definisjoner. I denne typen oppgaver er det kun gjengivelse av korrekt faktaopplysning som er forventet som svar på oppgaven og det er derfor ikke mulig å følge en bestemt prosedyre følges for å løse den. Hva som forventes er tydelig uttalt i oppgaveformuleringen. Oppgaver av denne typen stiller heller ikke krav om at elevene skal vise noen form for dyperegående forståelse av konsepter eller tanker som ligger bak det svaret som de gir (Smith & Stein, 1998, s. 348).

I artikkelen til Smith og Stein (1998) vises det til følgende oppgave som et eksempel på en oppgave som plasseres innenfor denne kategorien:

Hva er regelen for å multiplisere brøker? (Smith & Stein, 1998, s. 349).

Her spør oppgaven etter en konkret regel for å utføre en matematisk operasjon, og måten spørsmålet stilles på, nemlig at det benyttes bestemt form entall, tyder på at det forventes at det skal gjengis kun én bestemt regel for å løse oppgaven på en hensiktsmessig måte. Det vil dermed si at elever må gjengi en innlært regel for å løse oppgaven. Derfor er dette ansett som en memoreringsoppgave.

2.3.2. Prosedyreoppgaver uten sammenhenger (Lavere nivå av kognitive krav)

Oppgaver som ligger innenfor denne kategorien av kognitive krav er av tydelig algoritmisk karakter. Det vil si at det ut fra oppgaveinstruksjonene kommer klart frem at det er en bestemt prosedyre bestående av et sett med prosedyrer, som skal følges for å løse oppgaven. Dette gjør at det ut fra sammenhengen, som for eksempel basert på instruksjoner, tidligere erfaringer eller med tanke på hvor oppgaven er plassert, ikke kreves mye for å vite hva som skal gjøres og hvordan man skal gå frem for å klare å komme frem til en løsning. Heller ikke i oppgaver som befinner seg i denne kategorien stilles det krav om at elevene skal vise noen form for dybdeforståelse ettersom det her kun handler om å følge riktig prosedyre for å komme frem til et riktig svar. Det stilles ikke krav om å vise forståelse for matematikken som ligger bak de enkelte prosedyrene, eller ved å gi beskrivelser av disse (Smith & Stein, 1998, s. 348).

Smith og Stein (1998) eksemplifiserer 'prosedyreoppgaver uten sammenhenger' ved å vise til følgende oppgave som et eksempel på en oppgave som tilhører denne kategorien:

Multipliser: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$ $\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8}$ $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{5}$
(Smith & Stein, 1998, s. 349).

Instruksene til denne oppgaven er at elevene skal gjennomføre tre ulike multiplikasjoner, der hver multiplikand og multiplikator i hver multiplikasjon er ulike brøker. Det er dermed tydelig at det er en bestemt prosedyre som skal benyttes som fremgangsmåte for å utføre disse multiplikasjonene. Det spørres ikke etter forklaring på fremgangsmåte, noe som kunne bidratt til at elevene fikk vist mer forståelse, og formuleringen av oppgaven hinter heller ikke til dypere matematiske sammenhenger. Dette er grunner til at dette er en oppgave som tilhører kategorien 'prosedyreoppgaver uten sammenhenger'.

2.3.3. Prosedyreoppgaver med sammenhenger (Høyere nivå av kognitive krav)

Også i denne kategorien bærer oppgavene preg av å være algoritmiske ettersom oppgaver innenfor denne kategorien også legger opp til at de kan løses ved å følge et sett med instruksjoner. En viktig forskjell fra den forrige kategorien er at oppgavene som befinner seg her legger opp til at bruken av prosedyrene som kan følges for å løse en oppgave også skal bidra til at elevene får en dypere forståelse av matematiske konsepter og ideer som ligger bak. Ut fra oppgaven som gis skal det være mulig for elevene å forstå hvilken generell retning man kan bevege seg for å finne en hensiktsmessig fremgangsmåte. Videre er 'prosedyreoppgaver med sammenhenger' ofte også kjennetegnet ved at de består av flere representasjonsformer, som for eksempel figurer, diagrammer, symboler og at oppgaven er presentert i forbindelse med en spesifikk kontekst, noe som er med på å understøtte at oppgaver innenfor denne kategorien bidrar til å skape dyperegående forståelse hos elevene (Smith & Stein, 1998, s. 348).

Under er et eksempel på en oppgave som Smith og Stein (1998) anser som en 'prosedyreoppgave med sammenhenger'.

Finn 1/6 av ½. Bruk mønsterklosser. Tegn svaret ditt og forklar løsningen din.
(Smith & Stein, 1998, s. 349).

I denne oppgaven blir elevene bedt om å finne en bestemt brøkdel av en annen spesifisert brøk, noe som impliserer at den kan løses ved å følge bestemte prosedyrer. For å gjennomføre dette bes det også om at konkrete hjelpemidler skal tas i bruk, og at svaret som oppgis både skal tegnes og forklares. Ut fra hvordan oppgaven er formulert er det ikke bare implikasjoner om at den kan løses ved å følge konkrete fremgangsmåter, men det er også tydelig at ulike representasjonsformer skal benyttes i arbeidet med oppgaven. Dette er et sentralt kjennetegn på oppgaver som tilhører kategorien ‘prosedyreoppgaver med sammenhenger’. Det at oppgaven eksplisitt legger opp til at forskjellige former for representasjoner skal brukes for å løse den er noe som videre kan bidra til at elevene i større grad blir i stand til å se dypere matematiske sammenhenger som kan ligge bak oppgaven, noe som også er en viktig faktor ved denne kategorien av kognitive krav.

2.3.4. Det å ‘arbeide matematisk’ (Høyere nivå av kognitive krav)

Den fjerde kategorien av kognitive krav som matematikkoppgaver kan ligge innenfor ifølge Smith og Stein (1998), er karakterisert ved at oppgaver som befinner seg her er sammensatte og krever en tenkemåte som ikke er algoritmisk ettersom disse oppgavene ikke tydelig uttrykker hvilken retning man kan gå, eller hva som skal til for å løse den. Oppgaver i denne kategorien krever at elevene derfor må utforske og forstå matematiske konsepter og sammenhenger for å kunne være i stand til å løse dem på en tilfredsstillende måte. Dette stiller dermed høye krav til elevenes bevissthet om eget arbeid underveis. Videre må elevene ta i bruk egne kunnskaper og erfaringer, og selv vurdere hvordan dette kan bidra til å komme frem til en løsning. Disse oppgavene krever også at elevene skal være i stand til å vurdere, ut fra hvordan oppgavene er gitt, hvilke fremgangsmåter som er mest hensiktsmessige for å komme fram til en god løsning (Smith & Stein, 1998, s. 348).

Lag en realistisk situasjon basert på følgende oppgave: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$.

Løs oppgaven du har lagd uten å bruke regelen for å multiplisere brøker, og forklar løsningen din.

(Smith & Stein, 1998, s. 349).

Det er flere forhold ved denne oppgaven som gjør at den er plassert i kategorien ‘det å ‘arbeide matematisk’’. Blant annet ber oppgaven om at elevene skal lage en virkelighetsnær situasjon som baserer seg på multiplikasjon av to bestemte brøker, og det er spesifisert at regelen for å multiplisere brøker ikke skal tas i bruk. Dette er noe som vil kunne føre til at elevene produserer svært varierte svar, for eksempel ut fra forkunnskaper og hvilke kontekster elevene klarer å sette disse brøkene, og multiplikasjonen av dem, i. Ut fra hvordan oppgaven er formulert er det derfor ikke tydelig hvilken retning man skal gå for å løse den, eller at den kan løses ved hjelp av en konkret prosedyre. Ettersom det ikke er tydelig hvilken fremgangsmåte som skal til for å løse oppgaven, er det heller ikke tydelig hva som er ansett som en hensiktsmessig løsning, og det blir derfor opp til elevene selv å vurdere om fremgangsmåten de velger vil gi en tilfredsstillende løsning. Alle de ovennevnte forholdene er årsaker til at dette er et eksempel på en oppgave som tilhører kategorien ‘det å ‘arbeide matematisk’’.

2.3.5. Oppsummering av de fire kategoriene av kognitive krav

Dersom man gradvis sammenligner beskrivelsene av de ulike kategoriene fra de to kategoriene av kognitive krav som befinner se på et lavere nivå opp mot de to som tilhører høyere nivå av kognitive krav, så tilsier beskrivelsene at oppgaver ofte blir mer sammensatte og omfattende desto høyere de kognitive kravene som stilles blir. Blant annet har vi sett at oppgaver som er ansett som å stille høyere kognitive krav til elevene kan uttrykkes og løses ved hjelp av ulike representasjonsformer, samt at de ofte legger opp til at dypere matematisk forståelse skal kunne oppnås ved hjelp av blant annet oppdaging, og ved å se sammenhenger på tvers av områder innenfor matematikken. Dette har noen likhetstrekk med det å arbeide utforskende i matematikkfaget, noe som også er kjennetegnet ved at det legges opp til forskjellige aktivitetstyper når det arbeides med en oppgave og at løsninger i tillegg skal forklares, for å nevne noe. Videre er utforskende arbeid i matematikkfaget blant annet forbundet med det å øke elevers forståelse av matematikk, forbedre deres evne til å tenke kritisk og å gjøre elevene mer autonome og mer robuste også i andre sammenhenger enn kun i forbindelse med matematikk, samt at elevenes nysgjerrighet og kreativitet innenfor faget økes når det arbeides på denne måten, og at de får en større forståelse for rollen matematikk spiller i samfunnsliv og andre sammenhenger (Harlen, W., 2013, s. 18). Dette samsvarer med Kunnskapsdepartementets beskrivelser av det å arbeide utforskende i matematikk, der det påpekes at fremgangsmåter og strategier skal vektlegges for å bidra til å finne mønstre og å oppdage sammenhenger, og at det å arbeide på en utforskende måte vil kunne bidra til å forberede elevene på samfunns- og arbeidslivet ellers (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Metastudier har også vist at det å ta i bruk utforskende arbeidsmåter i forbindelse med undervisningen av matematikk dessuten ikke bare har potensialet til å øke elevers læring innenfor dette faget, men også at det har en påvirkning på både motivasjon og måten elever ser på matematikkfaget på (Pedersen & Haavold, 2023, s. 2).

2.4. Om funksjoner som tema

I dette delkapittelet introduseres funksjonsområdet, og det kommer avklaringer om funksjonsbegrepet, både overordnet sett og i sammenheng med skolematematikken.

Fra midten av 1800-tallet og frem til midten av 1900-tallet ble begrepet 'funksjon' sett på som å ha å gjøre med forandring, eller en variabel som avhenger av en annen variabel, i tillegg til at det kun ble sett på i tilknytning til tall. Fra midten av 1900-tallet derimot, begynte man heller å anse en funksjon som sammenhengen mellom to ulike mengder som er forbundet ved at hvert element i én mengde tilegnes et element i en annen mengde ved hjelp av en spesifisert regel (Markovits et al., 1986, s. 18). Et formål med en funksjonsbegrepet innenfor skolematematikken er dermed å beskrive og å vise sammenhenger mellom to eller flere størrelser.

Når elever først blir introdusert for funksjoner som et eget område av matematikken, er det ofte i sammenheng med begrepene definisjonsområde, verdimengde og forbindelsen mellom disse, og både funksjonsbegrepet og tilhørende definisjoner settes i sammenheng med kontekster fra virkeligheten (Markovits et al., 1986, s. 19).

Det å generalisere, utforske og modellere innebærer å representere situasjoner på ulike måter, og det å være i stand til å ta i bruk forskjellige måter å fremheve det man arbeider med når man jobber med et teoretisk område innenfor matematikk, som for eksempel funksjoner, er viktig for å kunne gi utvidet mening og forståelse. I motsetning til andre vitenskapsområder, som gjerne ofte tar utgangspunkt i virkelighetsnære og fysiske fenomen, så er mange områder av matematikken i utgangspunktet teoretiske og ikke nødvendigvis alltid med en åpenbar forankring i virkeligheten. Dette understøttes av Duval (2006), som påpeker at for å virkelig skape mening og forståelse er man derfor avhengig av ulike representasjonsformer for å gi en relevant kontekst (s. 107). De ovennevnte begrepene definisjonsområde, verdimengde og sammenhengen mellom disse, er det mulig å fremheve på ulike måter, og Markovits et al. (1986) peker på at et videre steg fra å bli introdusert for disse begrepene er å lære om nettopp ulike former for representasjoner som funksjoner kan ha. Disse omfatter måter en funksjon kan uttrykkes verbalt på, hvordan den kan representeres ved hjelp av tabeller, algebraiske uttrykksmåter og måter å fremstille funksjonen grafisk på (s. 19). Desai et al. (2021) viser til et annet utgangspunkt for å se på matematiske representasjoner der de skiller mellom visuelle, symbolske, verbale, kontekstuelle og fysiske representasjonsformer (s. 13).

Forbindelsen mellom matematikken og konkrete områder av virkeligheten er sentralt for funksjonsområdet av matematikkfaget ettersom det ofte kan innebære å representere informasjon fra gitte situasjoner ved hjelp av ulike uttrykksformer, som nevnt over. En hensikt med dette kan være å enten beskrive situasjoner i seg selv, eller for å beskrive noe mer generelt basert på disse situasjonene. Det kan for eksempel være å beskrive konkrete situasjoner med ord og setninger, ved å ta i bruk tegninger og figurer, ved hjelp av tall og tabeller, eller kanskje ved å uttrykke de samme situasjonene ved hjelp av grafer og funksjonsuttrykk. Avhengig av kontekst og kompleksitetsgrad, så kan dette også omfatte bruk av algebraiske uttrykksmåter. Alle disse måtene å representere funksjoner på kan settes i sammenheng med definisjonene som det vises til i artikkelen til både Markovits et al. (1986) og Desai et al. (2021), og arbeid med funksjoner som tema er derfor også noe som bidrar til å utvikle en persons evne til å tenke algebraisk. Kieran et al. (2016) påpeker at det å argumentere algebraisk kan være å beskrive en spesifikk sammenheng ved hjelp av matematikk i klasserommet, men at det i det generelle også er en måte å tenke på som handler om en elevs evne til å komme fram til-, begrunne og uttrykke antagelser om matematiske strukturer og sammenhenger (s. 5).

Nok et steg videre i prosessen med å bli kjent med funksjonsområdet etter at man er blitt introdusert for ulike representasjonsformer, er ofte å lære mer om hvordan man beveger seg mellom disse ulike måtene å representere funksjoner på. Det vil si, hvordan man 'oversetter' mellom de ulike variantene, før man etter hvert begynner å lære om ulike funksjonstyper, som for eksempel lineære funksjoner og andregradsfunksjoner (Markovits et al., 1986, s. 19).

Kjennskap til, og forståelse for de ulike representasjonsformene og hvilke prosesser som skal til for å bevege seg mellom disse på, er dermed et viktig aspekt med tanke på å bli i stand til å se sammenhenger mellom matematikk og sider av virkeligheten, som for eksempel samfunnsliv og arbeidsliv. Det at funksjonstemaet har forbindelser til både sider ved det virkelige liv, men også andre områder av matematikken, som for eksempel algebra, gjøres også tydelig i læreplanen for matematikk for 5. – 10. trinn, der dette temaet er å regne som et eget matematisk kunnskapsområde. Andre kunnskapsområder i denne sammenheng er områdene tall og tallforståelse, algebra, geometri, samt statistikk og sannsynlighet. Videre kommer det tydelig frem i denne læreplanbeskrivelsen at områdene funksjoner og algebra har klare forbindelser da det står at «algebra handler om å utforske strukturer, mønstre og relasjoner og er en viktig forutsetning for at elevene skal kunne generalisere og modellere i matematikk. Funksjoner gir elevene et viktig verktøy for å studere og modellere endring og utvikling» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3). Arbeid innenfor funksjonsområdet innebærer dermed generalisering og utforsking av situasjoner som involverer endring og utvikling, blant annet ved hjelp av ulike måter å modellere situasjoner på.

2.5. Om oppgaver

Begrepet 'oppgave' kan ha ulike betydninger i ulike kontekster, der oppgaver i forbindelse med undervisning er én innfallsvinkel for å tolke dette begrepet. Også i denne sammenhengen kan oppgavebegrepet forstås på forskjellige måter, for eksempel med tanke på hvilket fag det benyttes i. I forbindelse med matematikkundervisning tar Stein et al. (1996) i bruk begrepet 'akademisk oppgave' for videre å kunne gi en definisjon av 'matematisk oppgave'. De viser til at en akademisk oppgave kan sees på som en generell konstruksjon som består av det som er forventet av elever i et bestemt fag, hvilke fremgangsmåter som benyttes for at elevene skal oppfylle disse forventningene og hvilke ressurser elevene har tilgjengelig når de arbeider med å oppfylle disse forventningene. I forbindelse med matematikkfaget, går de videre med å definere en matematisk oppgave som en klasseromsaktivitet der formålet er å rette elevenes oppmerksomhet mot et spesifikt matematisk konsept eller en konkret underliggende tanke (s. 459-460).

I denne masteroppgaven er det oppgaver i lærebøker som er i fokus, men den overordnede definisjonen til Smith et al. (1996), som nevnt over, er likevel beskrivende for intensjonene som ligger bak det å ta i bruk oppgaver, og dermed nyttig å ha med seg i den videre utfoldelsen av denne masteroppgaven.

På hvilken måte elevoppgaver i matematikkbøker blir analysert i arbeidet med denne masteroppgaven beskrives i metodekapittelet, men det er viktig å påpeke at ulike aspekter kan gjøre at måten oppgaver blir tatt i bruk i undervisningen på kan variere, noe som kan være aktuelt i sammenheng med det resultatet som kommer frem av analysen. Det er gjerne hver enkelt lærer som legger føringer for, og påvirker hvordan en lærebok, og dermed også oppgaver, benyttes i undervisningen. Dette understøttes av Stein et al. (1996) som skriver at hvordan en matematisk oppgave gis i undervisningen påvirkes av aspekter som lærerens mål, lærerens kunnskap om matematikkfaget og lærerens kunnskap om elever, og at dette sees på i sammenheng med hvordan oppgaven er utformet og hvilke kognitive krav den stiller til elevene (s. 460). Måter oppgaver blir formulert og presentert for elever på, har dessuten vist seg å ha en svært sterk påvirkning på elevers læring av matematikk (Smith & Stein, 1998, s. 344).

Et annet bakenforliggende aspekt som antagelig har en sterk påvirkning på hvilke oppgaver, og hvordan disse tas i bruk i en undervisningssituasjon på, er i hvor stor grad arbeid med aktuelle oppgaver er med på å imøtekomme ulike elementer i læreplanen til faget. Dette er dermed forbundet med det Valverde (2002) skriver om både den intenderte, implementerte og den 'mottatte' læreplanen (s. 22), som nevnt i delkapittel 2.1.

En konsekvens av at det er hver enkelt lærer som påvirker mange sentrale forhold tilknyttet hvordan oppgaver benyttes i undervisningssammenhenger, kan blant annet være at lærebøker og oppgaver blir brukt på ulike måter på tvers av lærere og klasserom, noe som tilsier at elever som benytter seg av identiske lærebøker ikke nødvendigvis får samme læringsmuligheter eller det samme læringsutbyttet (Lepik et al., 2015, s. 133). Dette impliserer at det er læreren som i stor grad styrer hvordan en klasse og elever i en klasse skal arbeide med oppgaver, uavhengig av hva slags type oppgave det er, hvor sammensatt den er, eller hvilke kognitive krav den stiller til elevene for at den skal kunne løses på en tilfredsstillende måte.

3. Metode

I dette kapittelet følger først en generell introduksjon til hvilken forskningsmetode som er benyttet i arbeidet med denne masteroppgaven, og dette kobles opp mot begrepene kvalitativ og kvantitativ metode.

I delkapittel 3.2 introduseres lærebøkene der oppgavene som er undersøkt i denne analysen befinner seg. Her informeres det blant annet om hvorfor nettopp bøkene Maximum 10 og Matematikk er valgt ut, og mer om hvilke deler av disse to lærebøkene som utgjør grunnlaget for analysen. Videre følger et eget delkapittel om hvordan de oppgavetypene som befinner seg i funksjonskapitlene i disse to lærebøkene fremstår, samt ulike avklaringer omkring dette.

Delkapittel 3.4 tar for seg hvilke tilpasninger om er gjort fra den opprinnelige forskningen til Charalambous et al. (2010) og Smith og Stein (1998) for å kunne ta i bruk analyseverktøy og definisjoner fra disse i bruk i mitt analysearbeid. Til slutt i dette kapittelet følger et delkapittel som knytter begrepene validitet, reliabilitet og forskningsetikk opp mot analysearbeidet som er gjennomført her.

3.1. Forskningsmetode

Fauskanger og Mosvold (2015) kobler begrepet 'innholdsanalyse' opp mot det arbeidet forskere utfører «når de oppsummerer og beskriver betydningen av innholdet i et bestemt datamateriale», og at dette har en sammenheng med det å ta i bruk bestemte teknikker for å analysere skriftlige datamaterialer (s. 79). Det er flere forhold som gjør at den overordnede forskningsmetoden som ligger bak det å undersøke problemstillingen til denne masteroppgaven på den måten som blir gjort her, er en form for innholdsanalyse. Et viktig holdepunkt for dette er at det er spesifikke elementer av lærebøker som undersøkes. Det vil si, oppgaver i funksjonskapitlene i Maximum 10 og Matematikk 10. Videre gjennomføres det en analyseprosess for å avdekke ulike kvaliteter ved elevoppgaver i disse to matematikkbøkene. Denne prosessen vil produsere resultater, og betydningen av disse resultatene som kommer frem vil videre både beskrives og drøftes.

Analysen som gjennomføres i forbindelse med denne masteroppgaven har både kvalitative og kvantitative trekk. For å analysere hver enkelt oppgave er det Smith og Stein (1998) sine beskrivelser av ulike nivåer av kognitive krav som danner utgangspunktet for kodingen som finner sted i denne analysen. Dette overensstemmer med den formen av innholdsanalyse som Fauskanger og Mosvold (2015) omtaler som teoridrevet innholdsanalyse (s. 81). Dette utdypes videre i delkapittel 3.4. Analysen har også kvantitative komponenter da den også inneholder tallmateriale som for eksempel fordeling av oppgaver innenfor ulike kategorier av kognitive krav.

I mitt analysearbeid har jeg valgt å benytte meg av et tilpasset rammeverk med røtter i deler av det overordnede analyseverktøyet til Charalambous et al. (2010) og de fire kategoriene av kognitive krav fra Smith og Stein (1998). En viktig årsak til dette er at det er begrepet kognitive krav som er sentralt i min problemstilling. Selv om dette også er en viktig delkomponent i andre analyseverktøy, som for eksempel rammeverket til Anna Brändström (2005), som også kunne vært aktuelt å ta i bruk for å analysere oppgaver i Maximum 10 og Matematikk 10, så ønsket jeg at kognitive krav skulle være i hovedfokus. Det var derfor tydelig for meg at arbeidet til Charalambous et al. (2010) og Smith og Stein (1998) var et mer passende utgangspunkt til mitt formål. Videre var det ikke aktuelt for meg å se på hele matematikkbøker, men derimot hvordan et lite utvalg av lærebøker legger opp til arbeid med deler av ett enkelt område innenfor skolematematikken; funksjonstemaet. Til tross for dette var det altså flere sider ved rammeverket til Charalambous (2010) som var overførbare til å også kunne benyttes som et overordnet rammeverk til mitt bruk.

Dette er sentrale grunner til at jeg mente at det var mer passende at deler av det overordnede rammeverket til Charalambous et al. (2010), sammen med en hovedvekt på de fire kategoriene av kognitive krav fra Smith og Stein (1998) skulle utgjøre grunnlaget for et analyseverktøy mer tilpasset min problemstilling. Hvordan jeg har tatt utgangspunkt i arbeidet til ovennevnte forskere for å undersøke min problemstilling beskrives i detalj i delkapittel 3.3.

3.2. Lærebøker

Som nevnt i innledningen er kompetansemål som omhandler funksjoner som tema først og fremst eksplisitt med i det som tar for seg kompetansemål og vurdering for 8. trinn og for 10.

trinn i læreplanen. Det nevnes også at jeg avgrenser omfanget til å kun ta utgangspunkt i lærebøker for 10. trinn og videre at datagrunnlaget som brukes for å undersøke problemstillingen er oppgavedelene som hører til funksjonskapitlene i de to matematikklærebøkene for 10. trinn, Maximum 10 fra Gyldendal Norsk Forlag og Matematikk 10 fra Cappelen Damm. Det overordnede målet er å finne svar på hvilke kognitive krav som stilles til elevene av oppgaver som finnes her.

Jeg har identifisert fire forlag som utgir fysiske lærebøker i matematikk for ungdomsskoletrinnene i Norge. Ettersom jeg har valgt å begrense min analyse til to lærebøker, har jeg også valgt å undersøke lærebøker fra forlag som det er rimelig å anta at mange ungdomsskoler i Norge benytter seg av. Gyldendal Norsk Forlag og Cappelen Damm er blant de største forlagene i Norge (Medienorge, u.å.), noe som er med å påvirke hvorfor jeg har valgt å analysere oppgaver i lærebøker i matematikk for 10. trinn fra disse forlagene. Videre har jeg tidligere også undervist i matematikk på ungdomsskoletrinnene på to forskjellige ungdomsskoler før Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 ble iverksatt. Da med grunnlag i lærebøker fra begge disse forlagene. Boken fra Gyldendal Norsk Forlag het også da Maximum, mens Cappelen Damm sin forløper til Matematikk 8-10 het Faktor 8-10. Det at jeg har noe kjennskap til disse lærebøkene fra tidligere av, var også en medvirkende faktor til at jeg har valgt å legge min analyse til oppgaver i lærebøker i matematikk for 10. trinn som nettopp disse to forlagene utgir.

Ved å undersøke spesifikke sider ved oppgavene som finnes innenfor funksjonskapitlene i disse to bøkene, så er et mål å få et inntrykk av hvordan de legger opp til arbeid med funksjoner som tema gjennom oppgavene som de legger opp til at elevene skal arbeide med. En typisk lærebok kan inneholde svært mange temaer og elementer, noe som innebærer at det ville vært for omfattende å belyse alle disse. Denne avhandlingen er derfor ikke bare avgrenset til å ha fokus på temaet funksjoner, men analysen er også kun rettet mot grunnbøkene av Maximum 10 og Matematikk 10, og mer spesifikt med oppgaver i de kapitlene som direkte omhandler dette temaet som analyseenhet.

Som nevnt i innledningen kan funksjonsområdet ha sammenhenger med flere andre områder av matematikken, noe som gjør at det også kunne vært relevant å se på oppgaver fra andre kapitler, det vil si oppgaver som mer indirekte kunne sies å handle om funksjoner. Dette ville økt omfanget av analysen betraktelig, noe som gjør at dette også er en årsak til at det er nødvendig å la datagrunnlaget kun være oppgavedelen av de kapitlene som eksplisitt omhandler funksjoner, med oppgaver som befinner seg her som analyseenhet, for å unngå at omfanget av analysen blir for stort.

At denne masteroppgaven i hovedsak belyser oppgavedelen av funksjonskapittelet i de Maximum 10 og Matematikk 10, menes det helt konkret de delene av disse bøkene som inneholder oppgaver elevene skal jobbe med og som i tillegg er knyttet opp mot funksjoner som tema. Forskjellige aspekter som har å gjøre med hvilke former for oppgaver disse to lærebøkene tilbyr elevene vil derfor bli mer detaljert beskrevet i analysekapittelet.

Selv om det er oppgavedelene av lærebøkene som er fokusområdet for analysen, i tillegg til at det helt konkret er oppgavene i seg selv som er analyseenheten, er det også i noen tilfeller naturlig å nevne hvordan noen deler av presentasjonsdelen av funksjonskapitlene i disse matematikkbøkene fremstår, ettersom dette kan ha betydning for hvordan noen oppgaver blir plassert i de ulike kategoriene av kognitive krav. Dette nevnes videre i delkapittel 4.2. Med presentasjonsdelene av lærebøkene menes her de delene som inneholder elementer som bidrar til å introdusere og å sette temaer i kontekst for elevene. Dette kan blant annet omfatte forklaringer, definisjoner, og eksempler.

I hovedsak er det dermed oppgavedelene av matematikklærebøkene Maximum 10 og Matematikk 10 som analyseres for å danne et inntrykk av hvordan det legges opp til arbeid med funksjoner som tema i disse to lærebøkene. Jeg vil også understreke at i analysen som er gjennomført her er det hver enkelt oppgave i funksjonskapitlene som har vært analyseenheten. Disse oppgavene er forsøkt blitt analysert isolert, men i noen få tilfeller er det oppgaver som legger opp til at eksempler eller definisjoner som er presentert i forkant aktivt skal tas i bruk i oppgaven. I sånne tilfeller kan det ha vært aktuelt å også ta hensyn til dette i analysen. Målet har vært å forsøke å lese hver oppgave isolert sett for å få et inntrykk av hvordan elever kan forstå en oppgave når den leses i matematikkboka for å arbeide med disse på egen hånd. Det er ikke blitt undersøkt andre forhold, som for eksempel hvilke ulike måter det er mulig å ta i bruk oppgaver fra Maximum 10 og Matematikk 10 i en undervisningstime i matematikk.

De neste delkapitlene inneholder korte introduksjoner av disse to lærebøkene og hvordan de legger frem kapitlene som omhandler funksjonstemaet. Videre beskrivelser av bøkene presenteres i kapittelet om analyse og resultat.

3.2.1. Maximum 10

Maximum 10 er utgitt på Gyldendal Norsk Forlag og er skrevet av Grete Normann Tofteberg, Janneke Tangen, Linda Tangen Bråthe og Ingvill Stedøy. Forfatterne viser til at de i arbeidet med å skape læreverket har vært opptatte av utforsking, modellering, problemløsing og kommunikasjon i fellesskap, noe som er sentrale aspekter i læreplanen i matematikk for 1. – 10. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2-3). De påpeker også at kjerneelementene i denne læreplanen er i overensstemmelse med grunntanken som ligger bak dette læreverket. Videre fremhever de at alle elever skal oppleve god læring og at Maximum 10 blant annet skal inneholde «åpne og rike oppgaver med lav inngangsterskel og mulighet for å gå i dybden og se sammenhenger mellom fagområder og tema». (Gyldendal, 2020). Denne beskrivelsen harmonerer for øvrig godt med definisjonen av oppgaver med høye kognitive krav som nevnt tidligere.

Utgaven av Maximum 10 som jeg har sett på er 2. utgave, og er utgitt i 2021 (Tofteberg et al., 2021). Læreverket består av en fysisk grunnbok og en fysisk regelsamling. I tillegg består det av tre digitale ressurser; Maximum bokstøtte, Maximum fagrom og Maximum smart øving.

3.2.2. Matematikk 10

Dette matematikklæreverket er utgitt på forlaget Cappelen Damm og er skrevet av forfatterne Espen Hjardar og Jan-Erik Pedersen. Utgiveren beskriver at denne boken legger til rette for dybdelæring i matematikkfaget med bakgrunn i kjerneelementene i læreplanen for matematikk 1. – 10. trinn, og at den har en struktur som baserer seg på kunnskapsområdene fra denne læreplanen. Videre påpekes det at matematisk refleksjon og matematiske dialoger i klasserommet er sentralt i måten Matematikk 10 er bygd opp på. Det nevnes i tillegg at alle elever skal oppleve mestring og utfordringer, og at dette skal kunne oppnås i dette læreverket ved hjelp av blant annet nivådifferensierte oppgaver (Cappelen Damm, u.å.).

Læreverket Matematikk 10 fra Cappelen Damm, 1. utgave ble først utgitt i 2021 (Hjardar & Pedersen, 2021). Det er satt sammen av en grunnbok, en oppgavebok og lærerens bok, som alle tre er i fysiske formater. I tillegg finnes det en digital lærerressurs som hører til.

3.3. Oppgaver som analyseenhet

I mitt arbeid med analysen, så er det hver enkelt oppgave som er analyseenheten. Disse fremstår på ulike måter i Maximum 10 og Matematikk 10, men måten disse analyseres på er uavhengig av hvilken lærebok de befinner seg i. Mer detaljer om elevoppgaver i de to lærebøkene beskrives mer inngående i de neste avsnittene.

De nummererte oppgavene i Maximum 10 og Matematikk 10 består både av enkeltstående oppgaver, i tillegg til oppgaver som er fordelt på flere deloppgaver. I den vertikale delen av analysen har jeg også inkludert hver enkelt deloppgave når jeg har undersøkt hvilken av de fire kategoriene i rammeverket som passer best til hver enkelt oppgave. Med dette mener jeg at dersom en oppgave har deloppgavene a, b og c, så regner jeg ikke dette som én oppgave, men derimot som tre oppgaver. En viktig grunn til dette er at ulike deloppgaver innenfor en konkret oppgave kan havne i forskjellige kategorier av kognitive krav. Dette kan for eksempel innebære at noen deloppgaver kan være satt til et lavere nivå av kognitive krav selv om de bygger på tidligere deloppgaver som muligens kan ha et høyere nivå av kognitive krav. I disse tilfellene antas det da at de tidligere deloppgavene er løst. Videre er hver oppgave sett på uten å ta hensyn til tidligere oppgaver, dersom det ikke eksplisitt står at oppgaven har en sammenheng med tidligere oppgaver.

For å systematisere de unummererte oppgavene i både Maximum 10 og Matematikk 10, er disse markert med bokstavene UN etterfulgt av et tall i analyseskjemaet (Vedlegg 8.1). Her har UN betydningen 'unummerert' og tallet henviser til en spesifikk side i boka som denne oppgaven befinner seg på. For eksempel betyr henviser UN152 til den unummererte oppgaven på s. 152.

I Maximum 10 finnes det også unummererte oppgaver som både er mindre og større enn de oppgavene som er gitt et nummer. Disse er også med i analysen som er gjort. For eksempel gis det regelmessig definisjoner og forklaringer tilknyttet de forskjellige temaene som blir introdusert. Disse er markert med egne informasjonsbokser. I forbindelse med hver av disse markerte definisjonene er det også en liten tilhørende refleksjonsoppgave som er unummerert.

Videre er det også praktiske aktivitetsoppgaver som er ment å legge opp til at elever skal kunne være kreative sammen mens de utforsker problemstillinger innenfor aktuelle temaer. I tillegg finnes det tverrfaglige oppgaver som er knyttet til temaer som går på tvers av fag. Disse oppgavetypene har forfatterne valgt å kalle henholdsvis 'aktivitet' og 'oppdrag' (Tofteberg et al., 2021, s. 3). Disse oppgavetypene skiller seg tydelig ut ved at de får egne markeringer eller tildelinger i boken. Noen ganger har disse oppgavene et nummer, men det gjelder ikke for alle oppgavene av denne typen. Etter flere gjennomganger av bøkene kan det tyde på at oppgaver av disse typene er unummererte når de dukker opp underveis i kapitlene, mens de er nummererte når de kommer som en del av den delen av avslutningen av hvert kapittel som er omtalt som 'Se sammenhenger'.

I Matematikk 10 består de unummererte oppgavene av korte spørsmål i forbindelse med introduksjonen av hvert tema i funksjonskapittelet. Dette er diskusjonsoppgaver som antagelig er ment for å koble elevenes tanker inn mot det aktuelle temaet som blir introdusert. I tillegg er det noen ganger også unummererte diskusjonsoppgaver etter at undertemaer er blitt introdusert. Disse oppgavene handler direkte om definisjoner, konsepter og eksempler som er blitt gjennomgått i avsnittene rett før, og er knyttet opp mot det som er skrevet i disse avsnittene. Til slutt består funksjonskapittelet i Matematikk 10 av én omfattende, tverrfaglig oppgave som heller ikke følger den vanlige nummereringen av oppgaver som ellers er gjeldende i kapittelet.

De unummererte oppgavene i både Maximum 10 og Matematikk 10 som er av større omfang, som beskrevet over, kan i noen tilfeller inneholde kulepunkter med instrukser til elevene eller som kan anses som deloppgaver som en del av det å komme frem til et større bilde. Disse større unummererte oppgavene har jeg ansett som enkeltstående oppgaver. Det vil si at jeg ikke har regnet hvert enkelt kulepunkt som egne deloppgaver og dermed ikke inkludert disse i analysen på samme måte som deloppgavene i de nummererte oppgavene.

I Matematikk 10 kommer noen av de nummererte oppgavene i flere varianter. Disse oppgavene er markert med prikker, der disse prikkene signaliserer vanskelighetsgrad på oppgaven. Én prikk tilsier lav vanskelighetsgrad, to prikker betyr noe høyere vanskelighetsgrad enn én prikk, mens tre prikker tilsier noe høyere vanskelighetsgrad enn to prikker. For eksempel består oppgave 2.22 på s. 109 i Matematikk 10 av deloppgavene a) og b). Disse deloppgavene kommer i flere utgaver, noe som kommer frem ved at de er gitt fra én til tre prikker. Dette har jeg markert i analyseskjemaet på følgende måte: 2.22.a, 2.22.b, 2.22..a, 2.22..b, 2.22…a og 2.2…c (Vedlegg 8.1). Dermed består denne oppgaven av totalt seks deloppgaver. I disse tilfellene er alle varianter av oppgaven med i analysen. Hvert kapittel i Matematikk 10 inneholder også det lærebokforfatterne har valgt å kalle en 'underveisvurdering'. Denne består av oppgaver som antagelig er ment å oppsummere de forskjellige temaene som er dekket i kapittelet. I analyseskjemaet er disse oppgavene markert med UV etterfulgt av et tall som tilsier hvilken side denne oppgaven befinner seg på (Vedlegg 8.1).

3.4. Tilpasning av rammeverk

Å analysere en lærebok ved hjelp av både en horisontal og en vertikal tilnærmingsmetode som beskrevet i teorikapittelet, vil kunne bidra til å gi et helhetlig bilde av hvordan lærebøker i matematikk er satt sammen. Samtidig vil det også kunne gi mer konkret informasjon om hvordan bøkene behandler bestemte områder eller enkelttemaer av matematikkfaget, for eksempel gjennom hvordan de legger opp til arbeid med elevoppgaver innenfor funksjonsområdet. Det å ta utgangspunkt i en sånn tilnærmingsmetode vil kunne bidra til å danne et solid fundament for å kunne undersøke hvordan lærebøker tar for seg ulike temaer.

I denne masteroppgaven hviler mye av arbeidet på å undersøke oppgavedelen av funksjonskapitlene i matematikklærebøker for 10. trinn. Det har derfor vært nødvendig å tilpasse den overordnede tankegangen om en horisontal og vertikal tilnærming for å imøtekomme problemstillingen som er sentral her. Det har også vært aktuelt å tilpasse Smith og Stein (1998) sine opprinnelige nivåbeskrivelser av kognitive krav til mitt bruk. Det å gjøre tilpasninger på denne måten er i tråd med teoridrevet innholdsanalyse som forskningsmetode, der kategoribeskrivelser som tas i bruk i analyseprosessen defineres ut fra etablert teori før arbeidet settes i gang, men at disse også kan tilpasses underveis (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 81). Dette beskrives nærmere i de neste avsnittene.

3.4.1. Horisontal del av rammeverket

I denne masteroppgaven er formålet å undersøke noen aspekter tilknyttet hvordan to lærebøker for ungdomsskoletrinnene legger opp til arbeid med oppgaver innenfor et konkret tema, nemlig funksjoner. Dersom hensikten med problemstillingen hadde vært å undersøke noe på tvers av et større antall lærebøker, eller ved flere sider av bøkene, så hadde det vært på sin plass å ta i bruk den horisontale delen av rammeverket i større grad, men ettersom det her kun er deler av lærebøkene Maximum 10 og Matematikk 10 som analyseres, har jeg valgt å ikke benytte denne delen av rammeverket i særlig stor grad. Videre er problemstillingen i denne masteroppgaven spisset til å kun handle om oppgaver i de kapitlene som direkte tar for seg funksjonsområdet.

Derfor anser jeg det som mest hensiktsmessig at det er den vertikale analysen som vektlegges mest. Jeg har likevel valgt å ta med noen karakteristikker ved lærebøkene som hører inn under den horisontale delen av rammeverket. Hensikten med dette er at det vil kunne bidra til å skape en strukturert og oversiktlige presentasjon av analysen som er blitt gjennomført, noe som antagelig vil gjøre det lettere for lesere å forstå hvordan analyseprosessen har foregått og hva som ligger i resultatene som legges frem.

3.4.2. 'Kognitive krav' som hovedkomponent i rammeverk

Til tross for at den vertikale delen i det opprinnelige rammeverket til Charalambous et al. (2010) består av tre underkategorier, er det kun én av disse som brukes i analysen som er gjort i arbeidet med denne masteroppgaven. Dette er på grunn av at problemstillingen her er rettet mot å handle om kognitive krav i oppgaver innenfor funksjonstemaet. Derfor er det den underkategorien av den vertikale delen som omhandler krav, og mer spesifikt det som handler om kognitive krav til elevene, som er brukt som rammeverk i denne masteroppgaven. Mer konkret innebærer dette at det er de fire kategoriene til Smith og Stein (1998), som beskrevet i kapittel 2, som danner grunnlaget for et rammeverk som er benyttet i analysedelen av denne masteroppgaven. Som nevnt i kapittel 2 er den andre delen av underkategorien som omhandler krav, det vil si det som tar for seg typer svar, ikke en del av analysen som er gjennomført her.

Videre i dette delkapittelet følger derfor beskrivelser av, og eksempler på hvordan jeg har valgt å kode oppgaver fra funksjonskapitlene i Maximum 10 og Matematikk 10 med utgangspunkt i de fire forskjellige kategoriene av kognitive krav som Smith og Stein (1998) beskriver. Dette innebærer at sammen med korte gjengivelser av beskrivelsene av de fire kategoriene som ble gitt i kapittel 2, er det også beskrevet hvilke tilpasninger jeg har valgt å gjøre for at disse fire kategoriene skulle passe best mulig til mitt formål. Et annet viktig argument for at jeg har valgt å tilpasse disse kategoriene, er at jeg opplevde at mange oppgaver i både Maximum 10 og Matematikk 10 ikke overbevisende kunne kategoriseres ut fra de opprinnelige beskrivelsene. Jeg anså det derfor som nødvendig å gjøre noen endringer sånn at flest mulig elevoppgaver kunne bli kategorisert på en hensiktsmessig måte. Disse beskrivelsene nevnes igjen i delkapittel 4.2 av analysekapittelet, ved at jeg har samlet sentrale kjennetegn ved beskrivelsene av disse tilpassede kategoriene i en tabell for å lettere kunne holde oversikt over kategoriene og for å gjøre det mer praktisk å ta i bruk disse kategoriene på oppgavene i lærebøkene som er blitt analysert.

Et viktig formål med å ta i bruk den vertikale delen på den måten jeg har valgt å benytte meg av den i mitt analysearbeid på, var å kunne gjennomføre en systematisk gjennomgang av alle oppgavene som er tilgjengelige i funksjonskapitlene i grunnbøkene til Maximum 10 og Matematikk 10. Jeg ønsket med dette å bidra til å sikre at analysedelen av masteravhandlingen holdt høy kvalitet. I denne gjennomgangen ble det tilpassede rammeverket brukt som et verktøy for å klassifisere hver enkelt oppgave basert på kategoriene til Smith og Stein (1998, s. 348). Ved å gjennomføre en analyse av disse oppgavene på denne måten er en målsetting å kunne danne et grunnlag som kan bidra til å si noe mer overordnet om hvilke kognitive krav som oppgavene i funksjonskapitlene i disse bøkene stiller til elevene.

'Typer svar' er også en del av den komponenten av den vertikale delen av rammeverket til Charalambous et al. (2010) som omhandler krav til studentene, men dette er ikke eksplisitt behandlet i analysen som er gjort i denne masteroppgaven, selv om det i noen sammenhenger er naturlig å også omtale hvilke svar som forventes av en oppgave ut fra hvordan en oppgave er formulert. En årsak til at 'typer svar' ikke blir mer inngående behandlet her er at det er et mål å se på alle oppgavene innenfor funksjonskapitlene i to lærebøker. Dersom hensikten hadde vært å undersøke sider ved kun én lærebok, ville det kunne vært frigjort mer kapasitet og det kunne vært mer aktuelt å også inkludere 'typer svar' i arbeidet med analysen. Videre er det hvordan oppgavene i grunnbøkene til Maximum 10 og Matematikk 10 fremstår for elevene som undersøkes. I noen tilfeller er det tydelig hvilke typer svar som forventes på en oppgave, men dette er ikke alltid tilfelle, noe som gjør at mange oppgaver kan legge opp til at ulike typer svar kan forventes. Derfor er det ikke tatt hensyn til eventuelle tanker fra forfatternes side om hva slags svar som forventes, noe som kan være beskrevet i lærebøkenes lærerveiledninger.

3.4.3. Oppgaver med lav terskel (Lavere nivå av kognitive krav)

Kategorien memoreringsoppgaver i beskrivelsen til Smith og Stein (1998) handler som nevnt om at elevene skal reprodusere fakta som allerede er innlært eller at de gjengir noe som de har lært utenat. For eksempel kan dette handle om direkte gjengivelse av hvordan regler eller definisjoner er formulert. Det er tydelig ut fra måten oppgaven er formulert på hva som forventes av svar. Videre kreves det av denne typen oppgaver kun at svaret som gis skal være riktig, og de krever derfor ikke at eleven viser dybdeforståelse eller at det forklares hva som ligger bak svaret som ble gitt, for eksempel ved å vise til en bestemt prosedyre eller en logisk tankerekke som ligger bak løsningen som gis (Smith & Stein, 1998, s. 348).

Beskrivelsen av denne kategorien har jeg valgt å endre noe på for å bedre kunne tas i bruk til mitt formål. En viktig årsak til dette er at det i hverken Maximum 10 eller Matematikk 10 er noen oppgaver som jeg ville valgt å kalle 'memoreringsoppgaver' sånn som denne kategorien beskrives av Smith og Stein (1998, s. 348). I mitt tilpassede rammeverk har jeg derfor endret navnet på kategorien til 'oppgaver med lav terskel', der et sentralt kjennetegn for oppgaver innenfor denne kategorien er at de tester grunnleggende forståelse om definisjoner eller temaer som er blitt introdusert rett før selve oppgaven. Oppgaver av denne typen forventer kun korte og riktige svar uten at det gis forklaringer eller at fremgangsmåte vises. Videre har jeg endret fra at det kun er reproduksjon av innlært fakta eller å vise at noe er blitt lært utenat, som forventes av oppgaven, til at det kan også være dette.

3.4.4. Prosedyreoppgaver uten sammenhenger (Lavere nivå av kognitive krav)

Oppgaver av denne typen krever at elevene skal følge en bestemt prosedyre eller et sett med spesifikke instruksjoner for å løse den. For oppgaver innenfor denne kategorien er det svaret som er i fokus, og ikke at det skal skapes en større forståelse for matematikken som ligger bak. Ut fra måten oppgaven er formulert, eller hvor den er plassert, skal det være tydelig for elevene hva som skal gjøres og hvilken fremgangsmåte som er hensiktsmessig for å løse oppgaven. Prosedyren som kreves for å løse en oppgave innenfor denne kategorien kan også være smal, det vil si at den i liten grad kan brukes på andre oppgaver, hvis da ikke andre oppgaver er svært like den opprinnelige oppgaven. Dette, i tillegg til at det ikke legges opp til at man skal vise forståelse for matematikken som ligger bak prosedyren som kreves for å løse oppgaven, bidrar til at oppgaver innenfor denne kategorien ikke stiller krav om dybdeforståelse hos elevene (Smith & Stein, 1998, s. 348).

For å kunne analysere oppgaver innenfor funksjonskapitlene på en hensiktsmessig måte var det også nødvendig å tilpasse denne kategorien for å inkludere flere oppgaver i Maximum 10 og Matematikk 10. Fra å opprinnelig ha et krav om at en konkret prosedyre skal følges for at oppgaven skal løses, har jeg endret dette til at oppgaven kan løses ved hjelp av en bestemt prosedyre eller at det er tydelig ut fra hvordan oppgaven er formulert, eller hvor den er plassert, at svar på oppgaven kan finnes i tidligere relevante deler av kapittelet. Jeg har også lagt til at i svarene som gis, kreves det ikke forklaring av sammenhenger som ligger bak. Denne presiseringen er ment å markere det jeg anser som en viktig forskjell mellom 'prosedyreoppgaver uten sammenhenger' og 'prosedyreoppgaver med sammenhenger', ettersom oppgaver innenfor den sistnevnte ofte krever forklaringer av svarene som gis. Denne forskjellen er derfor også ment å påpeke at oppgaver i den førstnevnte kategorien ikke legger opp til at elevene får vist dyperegående matematisk forståelse, i motsetning til oppgaver i den andre kategorien, der det ofte legges opp til at elevene skal forklare, eller at de på andre måter viser kunnskap om hva som ligger bak prosedyren som er tatt i bruk eller svarene som gis.

3.4.5. Prosedyreoppgaver med sammenhenger (Høyere nivå av kognitive krav)

Oppgaver som er plassert innenfor denne kategorien, er oppgaver som også kan løses ved å følge en bestemt prosedyre eller et sett med instruksjoner. Der en oppgave i kategorien 'prosedyreoppgaver uten sammenhenger' ikke krever dybdeforståelse for å løses ettersom det er tydelig hvilken prosedyre som skal følges for å løse den, så er det ikke like åpenbart hvilken, eller om det finnes en spesifikk prosedyre som eventuelt kan brukes for å løse en oppgave som befinner seg innenfor kategorien 'prosedyreoppgaver med sammenhenger'. I en oppgave av denne typen kan det uttales det eksplisitt eller implisitt hvilke prosedyrer som kan følges for å løse oppgaven, men prosedyrene som kan brukes i disse tilfellene kan være mer anvendelige til også å kunne brukes på andre oppgaver. Eleven kan dermed ikke ukritisk følge en generell prosedyre for å løse en oppgave uten å se forbindelser fra noe mer generelt til den enkelte oppgaven det gjelder og matematikken som ligger bak. En hensikt med oppgaver av denne typen er dermed å bidra til at eleven skal se bakenforliggende matematiske sammenhenger ved at eleven selv i større grad må avgjøre hvordan en generell prosedyre skal brukes på en spesifikk oppgave. Et annet kjennetegn ved oppgaver av denne typen er at de ofte inneholder forskjellige representasjonsformer (Smith & Stein, 1998, s. 348).

I min analyse av Maximum 10 og Matematikk 10 har jeg i stor grad benyttet meg av beskrivelsene av 'prosedyreoppgaver med sammenhenger' sånn som de er formulert i kapittel 2 og i avsnittet over. I tillegg til disse beskrivelsene, så krever oppgaver innenfor denne kategorien ofte at elevene forklarer sammenhenger bak svaret som gis eller prosedyren som er benyttet, noe som kan bidra til å skape en dypere forståelse av matematikken som ligger bak. Det at elevene blir bedt om å svare på hvorfor noe er tilfelle i en oppgave, eller at de skal avgi en forklaring for å supplere svarene sine, i motsetning til bare korte svar eller utregninger, er noe jeg har vektlagt som et viktig kjennemerke på oppgaver som hører til i denne kategorien.

3.4.6. Det å 'arbeide matematisk' (Høyere nivå av kognitive krav)

Smith og Stein (1998) beskriver at oppgaver som befinner seg innenfor kategorien 'det å 'arbeide matematisk'' er komplekse og krever noe mer enn det å duplisere en fremgangsmåte, følge et gitt sett med instruksjoner, eller det å finne fram til en generell prosedyre, for så å tilpasse den til eget bruk for å avgi et svar. Denne kategorien består av oppgaver som krever utforskning av matematiske konsepter og sammenhenger, og en autonomi hos elevene som gjør at de selv, ved hjelp av egne erfaringer og kunnskaper, skal være i stand til å fatte egne avgjørelser om hvordan de på best mulig vis kan komme frem til en løsning på en oppgave (Smith & Stein, 1998, s. 348).

For å tilpasse denne kategorien til mitt analysearbeid har jeg gjort noen endringer i forhold til beskrivelsen over. Oppgaver innen denne kategorien kan ikke løses ved hjelp av én algoritmisk fremgangsmåte ettersom måten oppgaver av denne typen er formulert på ofte ikke tydelig uttrykker hva slags svar som kan forventes. For at oppgaver skal plasseres i denne kategorien må elevene i tillegg ofte innta en aktiv og utforskende rolle i arbeidet med oppgavene. I tillegg til at oppgaver her er sammensatte, så kan de også kreve at det trekkes inn matematikkunnskaper fra flere forskjellige områder for at de skal kunne løses på en hensiktsmessig måte.

3.5. Validitet, reliabilitet og forskningsetikk

I dette delkapittelet vil jeg definere begrepene validitet og reliabilitet, og se på disse i sammenheng med min masteroppgave. I tillegg følger noen forskningsetiske betraktninger knyttet opp mot måten jeg har valgt å gjennomføre mitt forskningsprosjekt på.

3.5.1. Validitet

Validitet kan defineres på flere måter, avhengig av hvilken sammenheng dette begrepet benyttes i. I tidligere utgaver av dette begrepet, så handlet det om hvorvidt gjenfortellingen av det som er blitt undersøkt eller analysert, på en nøyaktig måte beskriver eller forklarer det som er blitt forsket på. Utvidelser av dette har gitt plass til nyere definisjoner av validitetsbegrepet som er mer tilpasset de forskjellige forskningsområder og sammenhenger det gjelder for. Det skilles på kvalitativ og kvantitativ forskning, og innenfor hver av disse hovedområdene så finnes det mange underkategorier av validitet. Cohen et al. (2018) påpeker at forskning aldri kan være fullstendig valid, noe som gjør at det ikke nødvendigvis er aktuelt å uttrykke om noe er valid eller ikke, men heller at det uttrykkes i hvor stor grad noe er valid (Cohen et al., 2018, s. 245).

Fordi det eksisterer mange underkategorier, med ulike definisjoner og bruksområder for validitetsbegrepet, avhengig av hvilken kontekst det skal benyttes i, kommenterer jeg videre i dette delkapittelet noen utvalgte spesifiseringer av dette begrepet som jeg anser som aktuelle i sammenheng med denne masteroppgaven.

I tilknytning til denne masteroppgaven kan man overordnet se på validiteten til arbeidet som er gjort ved å undersøke i hvor stor grad teoretiske begrepsavklaringer, resultater fra tidligere forskning og resultater som kommer frem av analysen av oppgavene i funksjonskapitlene i Maximum 10 og Matematikk 10 er relevant i forbindelse med den tilhørende problemstillingen. Postholm og Jacobsen (2018) omtaler dette som indre gyldighet eller intern validitet. De beskriver at dette er noe som består av to hovedelementer, der det ene handler om hvor sterk forbindelse det er mellom det som det forskes på og det teorigrunnlaget som legges til grunn for å kunne forske på dette. Videre omhandler indre gyldighet også om i hvor stor grad resultatene som fremlegges fra en studie besvarer aktuelle problemstillinger og forskningsspørsmål som studien er forankret i (s. 229).

Innholdsvaliditet er en form for validitet som også er sentral i forbindelse med denne masteroppgaven. Cohen et al. (2018) forklarer at dette innebærer å undersøke om analyseprosessen som er gjennomført i et forskningsprosjekt er hensiktsmessig til å analysere det datamaterialet som er ment å danne grunnlaget for analysen. Det er da aktuelt å stille spørsmål om hvorvidt analyseprosessen dekker det som forskeren påstår at det skal dekke. I denne sammenheng kan det også være nyttig å se på begrepet konstruktvaliditet, noe Cohen et al. (2018) beskriver at kan omfatte hvordan en konstruksjon forklares og tas i bruk i et forskningsprosjekt, og i denne sammenheng er det sentralt å stille spørsmål om en konkret forståelse av en konstruksjon også er sånn andre ville ha forstått den (s. 257).

I analysearbeidet som er gjort i denne masteroppgaven, så er det som forklart tidligere tatt i bruk et rammeverk som er basert på andre rammeverk og begrepsdefinisjoner, med formål om å analysere matematikkoppgaver. Om jeg har tatt i bruk dette rammeverket på en tilfredsstillende måte, og om oppgaver innenfor funksjonstemaet i to matematikkbøker for 10. trinn er tilstrekkelig for å besvare problemstillingen er betimelige spørsmål. Det er derfor aktuelt å se på noen av de ulike typene validitet som er nevnt over i sammenheng med denne masteroppgaven.

Basert på problemstillingens formulering og måten rammeverket og analyseprosessen er definert og gjennomgått på, vil jeg argumentere for at analysen som er gjennomført her har en tilfredsstillende grad av innholdsvaliditet, som altså handler om i hvor stor grad den analyseprosessen som er gjennomført i en studie er egnet til å undersøke studiens problemstilling. Dette er fordi bakgrunn for problemstillingen, og hva som er ønskelig å oppnå ved å besvare den, er forsøkt blitt presentert på en tydelig måte. Det har også blitt lagt frem hvorfor rammeverket til Charalambous et al. (2010) er ansett som å egne seg godt som et utgangspunkt for å lage et analyseverktøy som kan brukes for å undersøke problemstillingen i denne masteroppgaven. Videre er det detaljert beskrevet hvordan dette rammeverket er blitt bearbeidet til å kunne tas i bruk til denne masteroppgavens hensikt. Dersom jeg hadde tatt for meg funksjonskapittelet i nok en lærebok, ville jeg kunne fått et enda større datagrunnlag, noe som ville kunne gitt mer omfattende resultater, som igjen ville kunne gitt et mer solid grunnlag for å besvare problemstillingen, men med tanke på omfanget til denne masteroppgaven, ville dette kunne gått på bekostning av andre viktige deler av avhandlingen. Med utgangspunkt i de rammene som var satt, mener jeg derfor at innholdsvaliditeten til denne analysen er god.

Cohen et al. (2018) fremhever også begrepet deskriptiv validitet. Dette omhandler at det som legges frem i et forskningsprosjekt er faktuelt, noe som blant annet innebærer at teori som presenteres og resultater fra analyser som er gjort ikke er endret på, er selektivt eller på annet vis avviker fra å være objektivt (s. 248). Denne masteroppgaven tar i bruk teori og tidligere forskning innenfor områder som er relevante for problemstillingen, og det henvises til kilder innenfor disse områdene på en måte som er forsøkt å være så nøyaktig som mulig ved å følge aksepterte standarder for kildehenvisning. Jeg vil dermed påstå at dette prosjektet har en høy grad av deskriptiv validitet.

Det er også aktuelt å betrakte prosjektets overførbarhet til andre kontekster, noe som har å gjøre med i hvor stor grad funnene som gjøres kan generaliseres og overføres til andre situasjoner. Cohen et al. (2018) omtaler dette som ekstern validitet (s. 254). Postholm & Jacobsen (2018) tar i bruk begrepene overførbarhet og ytre gyldighet for å definere denne sammenhengen og forklarer dermed at validiteten til et forskningsprosjekt også handler om «i hvilken grad funn fra en kontekst kan overføres – eller generaliseres - til andre kontekster som ikke er studert» (s. 238).

3.5.2. Reliabilitet

Reliabiliteten til en analyse uttrykker noe om hvor konsekvent resultatet som kommer frem av en analyse er. For å kunne si noe om dette kan man stille spørsmål om hvorvidt resultatet ville vært det samme uavhengig av hvem som hadde gjennomført analysen, så lenge det legges til grunn at beskrivelse av teori, analyseverktøy og analyseenheter hadde vært uendret. Cohen et al. (2018) forklarer at et forskningsprosjekt har god reliabilitet dersom det kan vises at dersom det samme prosjektet ble gjennomført på et lignende datamateriale i en lignende sammenheng, så ville det gitt tilsvarende resultater som i det opprinnelige forskningsprosjektet (s. 268). Dette støttes opp av Kvarv (2014), som skriver at «vi har høy grad av reliabilitet dersom uavhengige målinger av samme fenomen gir tilnærmet identiske resultater» (s. 134).

Som et forsøk i å oppnå en høy grad av reliabilitet har jeg blant annet kommet med detaljerte beskrivelser av kategoriene som jeg har tatt i bruk i analyseprosessen, i tillegg til at jeg har vist til eksempeloppgaver fra både Maximum 10 og Matematikk 10 som jeg mener representerer de ulike kategoriene på en god måte. Ved å ta disse grepene ønsker jeg å bidra til at andre vil kunne få et tydelig bilde av hvordan analysen har foregått, og også oppnå en bedre forståelse av hva som ligger bak kodingen av analyseenhetene som er gjort. Dette utelukker likevel ikke at andre vil kunne forstå og ta i bruk kategoriene på andre måter enn meg, men det vil antagelig øke sjansene for at andre vil kunne være i stand til å tolke og å benytte kategoribeskrivelsene på samme måte som meg. Det kan også nevnes at det er mulig at andre ville ha tolket måten oppgavene er presentert på andre måter, noe som ville kunne gitt andre resultater.

Som et ledd i å sikre høy grad av reliabilitet har jeg i forbindelse med dette fått hjelp av en kollega til å foreta en test av analyseverktøyet mitt. Det vil si at jeg ga kategoribeskrivelsene fra det bearbeidede rammeverket, sammen med et lite utvalg av elevoppgaver fra funksjonskapitlene i Maximum 10 og Matematikk 10 til min kollega, sammen med instrukser om å plassere hver enkelt oppgave inn i de ulike kategoriene basert på disse beskrivelsene. Til sammen valgte jeg ut 24 oppgaver som jeg selv på forhånd hadde plassert i alle fire kategoriene, og jeg sørget for at disse oppgavene bestod både av oppgaver der jeg selv hadde opplevd en større sikkerhet knyttet til hvilken plassering som var riktig, men også noen oppgaver der jeg hadde vært noe mer i tvil. Av disse 24 oppgavene hadde min kollega og jeg overensstemmelse på 19 av oppgavene. Det vil si at resultatet her var at plasseringene til 79,2 % av oppgavene som min kollega så på hadde samme plassering som jeg fikk i min analyse. At det ble et avvik kan, som nevnt over, ha å gjøre med mine beskrivelser av kategoriene eller måten oppgavene er formulert og presentert på. Andre grunner til at det oppstod en uoverensstemmelse kan være at mine instruksjoner og forklaringer av prosessen ikke var tydelige nok, at min kollega hadde tanker eller meninger om hvordan jeg ville ha gjort det, og dermed blitt påvirket i sine valg på den måten, eller at det var andre forhold som påvirket objektiviteten til min kollega og avgjørelsene som ble foretatt underveis i prosessen. Det bør likevel nevnes at en overensstemmelse på 79,2 % ikke nødvendigvis er en dårlig grad av overensstemmelse i seg selv. I så tilfelle, kan det i så fall skyldes at instrukser, beskrivelser av kategorier og objektivitet var tilfredsstillende.

Om dette kan sies å være en god eller en mindre god grad av overensstemmelse ville kunne blitt videre oppklart ved for eksempel å intervjue min kollega i etterkant. Hun kunne også fått tilgang på flere oppgaver for å skape et sikrere resultat eller jeg kunne fått andre personer til også å gjennomføre forsøksanalyser for meg.

3.5.3. Forskningsetiske betraktninger

Det å forske på sider ved skole og utdanning kan i mange tilfeller innebære å forske på andre mennesker - både barn og voksne. I slike tilfeller har forskeren et spesielt ansvar om å ta hensyn til både deltakere som inngår i forskningsprosjektet, selve prosjektet og forskeren selv (Postholm & Jacobsen, 2018. s. 246). I tilfeller hvor det forskes på mennesker, og forskningsprosjektet involverer å samle inn personopplysninger, så har forskeren også en plikt om å melde fra om prosjektet, og å søke om godkjenning hos Sikt (tidligere NSD – Norsk senter for forskningsdata AS) før det kan samles inn data om andre mennesker (Sikt, u.å.). I forbindelse med denne masteravhandlingen er det lærebøker som er blitt analysert, og det har ikke på annet vis blitt behandlet informasjon om mennesker. Det har dermed ikke vært nødvendig å innhente personopplysninger.

Selv om dette forskningsprosjektet har dreid seg om analyse av spesifikke sider av lærebøker, uten på noe vis å innhente personopplysninger, så er det likevel noen forskningsetiske betraktninger som det bør tas hensyn til. Postholm og Jacobsen (2018) skriver at «forskning er alltid rettet inn mot å bringe frem ny kunnskap. Ikke nødvendigvis ny og revolusjonerende kunnskap, men kunnskap som i alle fall er ny for noen» (s. 15). Dette er grunntanke som også ligger bak mitt prosjekt. For å kunne undersøke problemstillingen som ligger til grunn for denne masteroppgaven som et ledd i å bringe frem ny kunnskap, har jeg vært avhengig av å basere meg på teori og tidligere forskning som andre har gjort. Dette innebærer at jeg på ærlig og nøyaktig vis henviser til arbeid som andre har gjort der det er aktuelt.

Hovedtyngden av dette prosjektet hviler på analysen som er gjort av data som er samlet inn fra Maximum 10 og Matematikk 10. For at resultatene jeg kommer frem til skal kunne anses som troverdige, så må det antas at dataene som resultatene baserer seg på er hentet inn og analysert på objektivt og ærlig vis. Dette har jeg forsøkt å få frem ved detaljert å forklare hvordan mitt rammeverk for analyse har oppstått og hvordan det er blitt tatt i bruk. Blant annet har jeg henvist til og gjennomgått opprinnelige rammeverk og definisjoner fra Charalambous et al. (2010) og Smith og Stein (1998), og ved å gi innblikk i hvordan prosessen med å tilpasse elementer fra disse til mitt formål har funnet sted.

Når det kommer til selve analyseprosessen, det vil si prosessen med å ta i bruk de fire kategoriene av kognitive krav for å kategorisere oppgaver fra de to lærebøkene, så er dette antagelig en noe sårbar del av dette forskningsprosjektet. Med det menes at selv om jeg har forsøkt å beskrive kategoriene av kognitive krav på grundig vis og så nøyaktig som mulig, samt forsøkt å være objektiv og konsekvent idet jeg gjennomgikk hver enkelt oppgave, så er det en viss fare for at jeg ubevisst har avviket fra dette eller at andre ville ha forstått enten kategoribeskrivelsene eller oppgavetekstene i bøkene på andre måter enn meg, og dermed muligens kunne foretatt andre kategoriplasseringer enn det jeg har gjort. Dette er også kommentert i delkapittelet om reliabilitet.

4. Analyse og resultat

I dette kapittelet presenteres funn fra analysen som er gjort av oppgaver i funksjonskapitlene i lærebøkene Maximum 10 og Matematikk 10. Innledningsvis legges det frem grunnleggende informasjon om lærebøkene og funksjonskapitlene i disse lærebøkene utover den introduksjonen som ble gitt av bøkene i metodekapittelet. Med dette menes informasjon som er en del av den horisontale analysen. Dette omfatter blant annet på hvilken måte lærebøkenes struktur er lagt opp, som videre for eksempel innebefatter hvordan bøkene er inndelt i kapitler, og hvordan kapitlenes videre inndeling er lagt opp. I denne forbindelse er det også aktuelt å si noe om hvor mye plass hver av disse bøkene setter av til de forskjellige kapitlene de inneholder og om hvordan fordelingen av deltemaer innad i funksjonskapitlene i de to bøkene fremstår.

Etter denne informasjonen er blitt lagt frem for både Maximum 10 og Matematikk 10, så følger oversiktstabeller av bøkene der disse aspektene fra den horisontale delen av analysen legges til grunn, før det deretter kommer en presentasjon av funn som er gjort i forbindelse med den vertikale delen av analysen. Dette utgjør den største parten av analysearbeidet for å undersøke problemstillingen i denne masteroppgaven.

4.1. Horisontal analyse

4.1.1. Maximum 10

Maximum 10 består av fire hovedkapitler som er fordelt på 297 sider, ekskludert kildehenvisning. Tre av kapitlene behandler hvert sitt tema; likninger og algebra, funksjoner og økonomi. I tillegg er det et kapittel med tittelen ‘Se flere sammenhenger’ som inneholder oppgaver og aktiviteter som er tverrfaglige, og som ikke nødvendigvis er rettet mot et spesifikt område (Gyldendal, 2021).

Hvert av de tre kapitlene som tar for seg konkrete fagområder, er inndelt i hovedtemaer, og hvert av disse hovedtemaene er igjen delt inn i undertemaer. For eksempel er kapittelet som omhandler funksjoner delt inn i delkapitlene lineære funksjoner, empiriske funksjoner, kvadratiske funksjoner og modeller for vekst og reduksjon. Videre er det delkapittelet som handler om lineære funksjoner delt inn i undertemaene ‘Egenskapene til en lineær funksjon’, 'gjennomsnittsfart og gjennomsnittlig vekstfart' og 'lineære modeller'. På tilsvarende måte er også de andre delkapitlene delt inn i ulike undertemaer.

Av de 297 sidene i Maximum 10, så er kapittelet som omhandler funksjoner tildelt 82 sider, noe som vil si 27,6 % av bokens innhold. Til sammenligning utgjør kapitlene som omhandler likninger og algebra, og økonomi, henholdsvis 22,9 % og 22,2% av grunnboken til Maximum 10, mens det er satt av 21,5 % av boken til kapittel 4 - 'Se flere sammenhenger'. Diverse andre elementer av boken, som for eksempel introduksjonssider, innholdsfortegnelse og ordbibliotek, opptar 5,7 % av bokens sideantall.

Innad i funksjonskapittelet, så består delkapittelet om lineære funksjoner av 12 sider, noe som tilsvarer 14,6 % av alle sidene i kapittelet som omhandler funksjoner. Delkapitlene om empiriske funksjoner, kvadratiske funksjoner og modeller utgjør henholdsvis 17,1 %, 29,3 % og 11,0 % av funksjonskapittelet, mens de resterende sidene av dette kapittelet opptar 28,0 % av sideantallet. Disse sidene består av introduksjonssider og oppsummeringssider som ikke har oppgaver, men de inkluderer også det som er omtalt som 'se sammenhenger', der elevene får mulighet til å jobbe med oppgaver som både går i dybden, og som trekker sammenhenger til andre områder og andre fag (Tofteberg et al., 2021, s. 3).

I grunnboken til Maximum 10 finnes det ulike oppgaveformer som går igjen gjennom hele boken. Den har totalt 490 elevoppgaver. Disse er fordelt på forskjellige oppgavetyper som varierer i både form og omfang. Et fåtall av oppgavene er unummererte. Jeg har valgt å ta med både de nummererte og de unummererte oppgavene i mine analyser. I den vertikale delen av analysen undersøker jeg også hver enkelt deloppgave der en oppgave består av flere deloppgaver. Dette omtales grundigere i forbindelse med den vertikale delen av analysen. Funksjonskapittelet har i alt 128 av oppgavene i boken, noe som tilsvarer en andel på 26,1 %. Av de resterende kapitlene, så har kapittelet om likninger og algebra 26,9 % av oppgavene i boken, kapittelet om økonomi har 28,8 %, mens oppgavene som tilhører 'Se flere sammenhenger' utgjør 18,2 % av det totale antallet oppgaver i Maximum 10.

Av de 128 elevoppgavene i funksjonskapittelet, inneholder delkapittelet om lineære funksjoner 18,8 % av oppgavene. 'Empiriske funksjoner' har 16,4 %, 'kvadratiske funksjoner' har 34,4 % og 'modeller for vekst og reduksjon' har 14,1 % av oppgavene. De resterende 16,4 % av oppgavene befinner seg under den delen av kapittelet som heter 'se sammenhenger'.

En oppsummering av side- og oppgavefordelingen i Maximum 10 generelt, og i funksjonskapittelet spesielt, følger i tabell 4.1 og 4.2.

Maximum 10				
Kapitler	*Sider*		*Oppgaver*	
	Antall	*Prosent*	*Antall*	*Prosent*
Likninger og algebra	68	22,9 %	132	26,1 %
Funksjoner	82	27,6 %	128	26,9 %
Økonomi	66	22,2 %	141	28,8 %
Se flere sammenhenger	64	21,5 %	89	18,2 %
Diverse	17	5,7 %	-	-
SUM	*297*	*99,9 %*	*490*	*100 %*

Tabell 4.1: Sammenfatning av informasjon om side- og oppgavefordeling mellom de forskjellige inndelingene i Maximum 10.

Maximum 10 – «Funksjoner»				
Delkapitler	*Sider*		*Oppgaver*	
	Antall	*Prosent*	*Antall*	*Prosent*
Lineære funksjoner	12	14,6 %	24	18,8 %
Empiriske funksjoner	14	17,1 %	21	16,4 %
Kvadratiske funksjoner	24	29,3 %	44	34,4 %
Modeller for vekst og reduksjon	9	11,0 %	18	14,1 %
Diverse	23	28,0 %	21	16,4 %
SUM	*82*	*100,0 %*	*128*	*100,1 %*

Tabell 4.2: Sammenfatning av informasjon om side- og oppgavefordeling mellom de forskjellige inndelingene i funksjonskapittelet i Maximum 10.

4.1.2. Matematikk 10

Grunnboken til Matematikk 10 har i alt 340 sider, men den har ingen kildehenvisning. Boken er delt inn i fire overordnede kapitler med navnene 'Algebra', 'Funksjoner og grafer', 'Økonomi' og 'Utforskende arbeid'. 'Utforskende arbeid' er et kapittel som legger opp til at elevene skal oppdage sammenhenger i matematikkfaget gjennom fremgangsmåter og strategier de tar i bruk underveis i arbeidet sitt. Det påpekes også at kompetanse fra andre områder innenfor faget, som tall og tallforståelse, algebra, funksjoner, geometri, statistikk og sannsynlighet er sentralt i arbeidet med det som finnes i dette kapittelet (Hjardar & Pedersen, 2021, s. 268).

Hvert kapittel i Matematikk 10 er inndelt i hovedtemaer, som igjen består av mindre undertemaer. Som et eksempel så er kapittelet som tar for seg funksjoner og grafer delt inn temaene i 'Funksjon og graf', 'Lineære funksjoner', 'Brøkfunksjoner', 'Andregradsfunksjoner', 'Eksponentialfunksjoner' og 'Matematiske modeller'. Videre består eksempelvis ‘Andregradsfunksjoner’ av undertemaene ‘Grafen til andregradsfunksjoner’ og ‘Ekstremalpunkt’.

‘Funksjoner og grafer’ har 98 sider av de totalt 340 sidene i Matematikk 10. Dette kapittelet tar dermed opp 28,8 % av det totale antall sider i boken. ‘Algebra’ og ‘Økonomi’ utgjør henholdsvis 24,1 % og 23,5 % av sidene i Matematikk 10, mens ‘Utforskende arbeid’ består av 7,1 % av bokens sideantall. I tillegg har grunnboken til Matematikk 10 noen sider med generell informasjon om boken og bokens oppbygging, innholdsfortegnelse, manual for digitale verktøy, fasit til oppgavene i boken og et stikkordsregister. Dette utgjør til sammen 16,5 % av sidene i boken.

Kapittelet ‘funksjoner og grafer’ er fordelt på delkapitlene som er nevnt over. Av disse, så består delkapittelet ‘funksjon og graf’ av 20 sider, noe som tilsvarer en prosentandel på 20,4 % av sidene i funksjonskapittelet. ‘Lineære funksjoner’, ‘brøkfunksjoner’, ‘andregradsfunksjoner’, ‘eksponentialfunksjoner’ og ‘matematiske modeller’ opptar henholdsvis 12,2 %, 12,2 %, 18,4 %, 10,2 % og 17,3 % av sidene i dette kapittelet. Til slutt i kapittelet er det noen sider som inneholder oppgaver til underveisvurdering og en større tverrfaglig oppgave. I tillegg er det to introduksjonssider i begynnelsen av kapittelet. Disse tre komponentene utgjør til sammen 9,2 % av sidene i funksjonskapittelet.

Det er totalt 309 elevoppgaver i Matematikk 10, og disse tar mange former. I hovedsak er disse nummererte elevoppgaver som er inndelt i tre forskjellige nivåer. I tillegg er det oppgaver som følger en annen nummerering, større tverrfaglige oppgaver, samt unummererte fellesoppgaver som er en del av hvordan forskjellige temaer introduseres underveis i kapitlene. Som med Maximum 10, er både de nummerte og de unummererte oppgavene med i analysene som gjøres her, samt at jeg i den vertikale delen av analysen tar for meg hver enkelt deloppgave der en oppgave har deloppgaver. Kapittelet som omhandler funksjoner og grafer inneholder i alt 99 oppgaver. Dette tilsvarer 32,0 % av alle oppgavene i boken. Til sammenligning utgjør oppgavene i kapitlene ‘Algebra’, ‘Økonomi’ og ‘Utforskende arbeid’ henholdsvis 34,3 %, 30,1 % og 3,6 % av det totale antallet oppgaver som er i Matematikk 10.

Av de 99 elevoppgavene som befinner seg i funksjonskapittelet, så har delkapittelet om ‘funksjon og graf’ 27 av disse, altså en andel på 27,3 %. ‘Lineære funksjoner’ har 11,1 % av oppgavene i kapittelet, ‘brøkfunksjoner’ har 10,1 %, mens ‘andregradsfunksjoner’, ‘eksponentialfunksjoner’ og ‘matematiske modeller’ har henholdsvis 14,1 %, 9,1 % og 15,2 %

av oppgavene i dette kapittelet. Oppgavene som befinner seg under ‘underveisvurdering 2’ og ‘tverrfaglig oppgave 2’ utgjør 13,1 % av alle oppgavene i funksjonskapittelet.

En oversikt over fordelingen av sider og oppgaver i Matematikk 10, samt innad i funksjonskapittelet er samlet i tabell 4.3 og 4.4.

Matematikk 10				
Kapitler	*Sider*		*Oppgaver*	
	Antall	*Prosent*	*Antall*	*Prosent*
Algebra	82	24,1 %	106	34,3 %
Funksjoner og grafer	98	28,8 %	99	32,0 %
Økonomi	80	23,5 %	93	30,1 %
Utforskende arbeid	24	7,1 %	11	3,6 %
Diverse	56	16,5 %	-	-
SUM	*340*	*100,0 %*	*309*	*100 %*

Tabell 4.3: Sammenfatning av informasjon om side- og oppgavefordeling mellom de forskjellige inndelingene i Matematikk 10.

Matematikk 10 – «Funksjoner og grafer»				
Delkapitler	*Sider*		*Oppgaver*	
	Antall	*Prosent*	*Antall*	*Prosent*
Funksjon og graf	20	20,4 %	27	27,3 %
Lineære funksjoner	12	12,2 %	11	11,1 %
Brøkfunksjoner	12	12,2 %	10	10,1 %
Andregradsfunksjoner	18	18,4 %	14	14,1 %
Eksponentialfunksjoner	10	10,2 %	9	9,1 %
Matematiske modeller	17	17,3 %	15	15,2 %
Diverse	9	9,2 %	13	13,1 %
SUM	*98*	*99,9 %*	*99*	*100,0 %*

Tabell 4.4: Sammenfatning av informasjon om side- og oppgavefordeling mellom de forskjellige inndelingene i funksjonskapittelet i Matematikk 10.

4.2. Vertikal analyse

Den praktiske gjennomføringen av den vertikale delen av analysen ble gjort ved at jeg leste gjennom hver enkelt oppgave i kapitlene som tok for seg funksjonsområdet i Maximum 10 og Matematikk 10. Etter hvert som jeg gjennomgikk hver enkelt analyseenhet, forsøkte jeg å plassere den i henhold til beskrivelsene av de fire kategoriene i det bearbeidede analyseverktøyet som igjen har grunnlag i det overordnede rammeverket til Smith & Stein (1998). Beskrivelsene til hver av disse kategoriene er som beskrevet i delkapittel 3.4, men som et forsøk på å lage en mer anvendelig utgave av disse beskrivelsene som jeg på en mer praktisk måte kunne ta i bruk i selve gjennomlesingen og analysen av oppgavene, og som antagelig gjør det enklere for lesere av denne oppgaven å følge det som er skrevet, så valgte jeg å samle de sentrale kjennetegnene fra hver kategori i tabellform. Disse er å finne i tabell 4.5 som vist i delkapittel 4.2.1. Dette bidro til å skape en tydeligere struktur på arbeidet ved at det ble mer praktisk gjennomførbart å holde kontroll på hvilke kjennetegn hver enkelt analyseenhet hadde. Etter hvert som jeg plasserte hver analyseenhet i passende kategorier av kognitive krav, holdt jeg oversikt over hvilken kategori hver enkelt analyseenhet tilhørte ved at jeg noterte dette i et eget analyseskjema. Dette er lagt ved som vedlegg 8.1.

Som nevnt i delkapittel 3.2, så kan enkelte elementer i presentasjonsdelene av funksjonskapitlene ha hatt en påvirkning på hvordan noen oppgaver har blitt plassert i de forskjellige kategoriene av kognitive krav. For eksempel ved at en oppgave tydelig viser til en forklaring eller et eksempel som er blitt gitt rett før selve oppgaven. På grunn av dette er følger en kort beskrivelse av hvordan presentasjonsdelen av funksjonskapitlene fremstår i disse to lærebøkene.

I Maximum 10 begynner funksjonskapittelet med to hele sider som består av et stort bilde og en kort tilhørende spørsmålsformulering som nok er ment å rette elevenes blikk mot noe som er sentralt innenfor funksjonsområdet. Den ene av disse to sidene inneholder også en rekke med relevante ord som er knyttet til funksjonstemaet (Tofteberg et al., 2021, s. 75). Videre introduseres hvert delkapittel ved at tydelig mål for hva elevene skal lære her er oppsummert i egne kulepunkter. Utover dette består dette kapittelet av ulike definisjoner, eksempler og forklaringer som er gitt tydelige markeringer på hver sine måter. Definisjoner og eksempler er gitt egne avgrensede områder i selve hovedteksten, mens det innimellom gis kort forklaringer på aktuelle begreper, samt andre tips i sidemargene underveis. De forskjellige typer oppgaver, som beskrevet i delkapittel 3.3, er å finne gjennom hele kapittelet. Mot slutten av funksjonskapittelet er det en oppsummerende del der hver av målene som er formulert i begynnelsen av hvert delkapittel gjengis sammen med tilhørende eksempler og løsningsforslag til disse eksemplene.

Funksjonskapittelet i Matematikk 10 setter også av de to første sidene til et stort bilde med tydelige assosiasjoner til funksjonsområdet. Videre kan man på disse sidene se to sett med kulepunkter, der det ene består av læringsmål for dette emnet, mens det andre består av relevante begreper (Hjardar & Pedersen, 2021, s. 89). Videre introduseres hvert delkapittel med noen tekstavsnitt for å på ulike måter sette det disse delkapitlene handler om i relevante kontekster. Forklaringer og definisjoner befinner seg i selve hovedteksten som kapittelet består av, mens eksempler, samt noen spesifikke definisjoner, er gitt egne markerte områder underveis. De ulike oppgavetypene er lagt frem i delkapittel 3.3, og disse er å finne gjennom hele hovedteksten i funksjonskapittelet i Matematikk 10.

Eksempler på analyseenheter innenfor hver av kategoriene av kognitive krav er gitt i delkapitlene under, før resultater fra hvert av læreverkene presenteres. Oppsummeringer av dataene fra analysen er samlet i tabeller for å bidra til å skape en tydelig oversikt over analyseresultatene fra begge bøkene.

4.2.1. Eksempeloppgaver fra Maximum 10 og Matematikk 10

I dette delkapittelet presenteres noen eksempeloppgaver som jeg har plassert innenfor hver av kategoriene som er beskrevet i metodekapittelet. Hensikten med dette er å gi eksempler på oppgaver fra begge lærebøkene som jeg mener er representative for de ulike kategoriene, sånn at det kan dannes en tydeligere forståelse for hva som ligger bak de resultatene som presenteres senere i dette kapittelet. Jeg har også valgt å kommentere eksempler på enkelte oppgaver som jeg ikke har vært i stand til å tydelig kunne plassere i en av disse fire kategoriene eller som jeg av andre grunner har utelatt fra analysearbeidet.

Sentrale kjennetegn fra disse kategoriene er samlet i en egen oversiktstabell, som vist under. Denne ble tatt i bruk i selve gjennomføringen av analysen.

OPPGAVER MED LAV TERSKEL (Lavere nivå av kognitive krav)
• Oppgaver som tester grunnleggende forståelse om definisjoner eller temaer som er blitt introdusert rett før selve oppgaven ved at korte og kun riktige svar forventes uten resonnering. • Kan være oppgaver der reproduksjon av innlært fakta (eksempelvis regler eller definisjoner) eller at noe skal læres utenat, er i fokus. • Ikke mulig å følge en bestemt prosedyre for å løse oppgaver av denne typen. • Hva som forventes er tydelig uttalt i oppgaveformuleringen. • Gjennom å løse oppgaver av denne typen får man ikke vist dyperegående matematisk forståelse.
PROSEDYREOPPGAVER UTEN SAMMENHENGER (Lavere nivå av kognitive krav)
• Kan være av algoritmisk karakter ettersom det basert på oppgaveformulering, tidligere erfaringer eller oppgavens plassering, er tydelig at en konkret prosedyre skal følges for å løse den. • Det er ofte tydelig ut fra formuleringen på oppgaver innenfor denne kategorien, eller hvor oppgaven er plassert, at svar på disse kan finnes i tidligere relevante deler av kapittelet. • Anses som å stille lave kognitive krav ettersom det er tydelig hva som skal til for å komme frem til en løsning og at det ikke kreves forklaring av sammenhenger som ligger bak svaret som gis. • Gjennom å løse oppgaver av denne typen får man ikke vist dyperegående matematisk forståelse ettersom det handler om å følge en prosedyre eller ved å finne frem til svar eller fremgangsmåte i tidligere relevante deler av kapittelet, og dermed ikke ved å forklare prosedyren eller på annen måte vise kunnskap om hva som ligger bak denne prosedyren.
PROSEDYREOPPGAVER MED SAMMENHENGER (Høyere nivå av kognitive krav)
• Ut fra oppgaveformuleringen skal det være mulig å forstå hvilken generell retning man skal gå for å komme frem til en løsning. • Legger dermed eksplisitt eller implisitt opp til at oppgaven kan løses ved hjelp av en prosedyre. • Bruk av prosedyren som det legges opp til at disse oppgavene skal følge kan bidra til at dypere matematisk forståelse oppnås blant annet fordi disse prosedyrene også kan brukes på andre typer oppgaver. • Oppgaver innenfor denne kategorien krever ofte at eleven forklarer sammenhenger som ligger bak svaret som gis. • Det er i større grad opp til eleven å avgjøre hvordan en mer generell prosedyre kan tas i bruk på enkelte oppgaver, noe som legger opp til dypere forståelse. • Oppgaver her kan være uttrykt ved hjelp av flere forskjellige representasjonsformer.
DET Å ARBEIDE 'MATEMATISK' (Høyere nivå av kognitive krav)
• Oppgaver her kan ikke løses ved hjelp av én algoritmisk fremgangsmåte ettersom disse oppgavene ofte ikke tydelig uttrykker hva slags svar som forventes. • Oppgaver her krever utforskning og forståelse av matematiske tenkemåter for å kunne løses. Ofte ved at eleven selv må innta en aktiv og utforskende rolle. • Oppgaver innenfor denne kategorien er ofte sammensatte, og kan kreve at det trekkes inn matematikk fra forskjellige områder for å kunne løses. • Elever må selv være bevisst på egne ferdigheter for å kunne ta i bruk relevant kunnskap til å vurdere hva som skal til for å løse oppgaven på en god måte.

Tabell 4.5: Oversikt over sentrale kjennetegn i fire kategorier av kognitive krav. Hentet fra de bearbeidede beskrivelsene av kognitive krav som oppgaver stiller til elevene.

Videre følger eksempler på hvordan jeg har arbeidet, ved å aktivt ta i bruk tabellen over for å plassere oppgaver fra både Maximum 10 og Matematikk 10 i ulike kategorier av kognitive krav.

På s. 76 i Maximum 10 er det et merket område som informerer om lineære funksjoner, etterfulgt av en tilhørende oppgave:

> Lineære funksjoner skrives på formen $f(x) = ax + b$. De kan også fremstilles med en likning på formen $y = ax + b$. Om vi velger å skrive som en funksjon med $f(x) =$ eller som likning med $y =$, kommer an på situasjonen.
>
> Hvilke verdier har a og b i funksjonsuttrykket $f(x) = 6x - 9$?
>
> (Tofteberg et al., 2021, s. 76).

Her spør oppgaven etter noe som har en tydelig sammenheng med noe som nettopp er blitt introdusert. Elevene trenger kun å sammenligne den lineære funksjonen som er gitt i oppgaven med den generelle formen for en lineær funksjon som er gitt bare noen få linjer over selve oppgaven. Oppgaven tester dermed en grunnleggende forståelse om en definisjon eller et tema som er introdusert rett før selve oppgaven. Ut fra hvordan oppgaven er formulert er det tydelig hva som skal til for å finne svar på oppgaven, og i tillegg forventes det kun korte og riktige svar på hvilke verdier som representerer a og b i uttrykket som gis i oppgaven. Dette gjør at jeg anser dette som en oppgave som er på et lavere nivå av kognitive krav, og som gjør at jeg velger å plassere den i kategorien ‘oppgaver med lav terskel’.

På s. 91 i Matematikk 10 blir elevene introdusert for begrepet koordinatsystem, og det presenteres samtidig en del grunnleggende informasjon om dette ved hjelp av både tekst og illustrasjoner. Dette etterfølges av en liten oppgave:

> Hva blir koordinatene til skjæringspunktet mellom den vannrette og den loddrette linjen i koordinatsystemet ovenfor?
>
> (Hjardar & Pedersen, 2021, s. 91).

Plasseringen til denne oppgaven gjør det tydelig at et svar kan finnes i det som er blitt introdusert rett før selve oppgaven, og at den tester om eleven har oppnådd en grunnleggende forståelse av det som er skrevet der. Basert på svaret som forventes, så er det heller ikke mulig for eleven å få vist dyperegående matematisk forståelse ved å løse denne oppgaven, noe som også bidrar til at jeg mener det er riktig å plassere denne oppgaven i kategorien 'oppgaver med lav terskel'.

I oppgave 2.4a på s. 78 i Maximum 10 blir elevene bedt om å finne stigningstallet og skjæringspunktet med y-aksen:

> Vi har gitt linja $y = -3x + 6$.
>
> Finn stigningstallet og skjæringspunktet med y-aksen.
>
> (Tofteberg et al., 2021, s. 78).

På siden rett før denne oppgaven er det et instruksjonsfelt som er kalt 'Slik skriver du det'. Her gis det informasjon om hvilke steg som må tas for å bestemme stigningstallet til en lineær funksjon og skjæringspunkter denne funksjonen har med aksene. For å løse oppgaven som det vises til over bør det derfor være tydelig hvilken prosedyre som skal følges. Dette er dermed et eksempel på en oppgave som jeg velger å plassere i kategorien 'Prosedyreoppgaver uten sammenhenger'.

Et av delkapitlene i funksjonskapittelet i Matematikk 10 tar for seg eksponentialfunksjoner. Eksempler på oppgaver som etter min tolkning faller inn under kategorien 'Prosedyreoppgaver uten sammenhenger', er oppgave 2.48a og 2.48b på s. 156, som er formulert på følgende måte:

> Bruk en graftegner når du løser oppgaven.
>
> a) Tegn grafen $y = 3^x$.
>
> b) Les av på grafen verdien av y når $x = 3$.
>
> (Hjardar & Pedersen, 2021, s. 156).

Denne oppgaven gis også i forbindelse med relevant informasjon som er å finne på de foregående sidene ettersom de to sidene som ligger umiddelbart før denne oppgaven består av eksempler der to eksponentialfunksjoner gis, og det gjennomgås hvordan man kan tegne grafene til disse funksjonene ved hjelp av graftegner. I tillegg beskrives det hvordan man kan lese av en funksjons verdi på grafene når x eller $f(x)$ er gitt. Også i dette tilfellet er det dermed tydelig hvilke steg som det legges opp til at man skal ta for å løse oppgaven på en hensiktsmessig måte. Dersom elevene følger instruksjonene som gis på de foregående sidene, så kreves det ingen dybdeforståelse for å løse oppgaven, og den kan derfor plasseres i kategorien 'Prosedyreoppgaver uten sammenhenger'.

Oppgaveinstruksjonene til oppgave 2.10a på s. 82 i Maximum 10 er som følger:

> Tenk deg at du løper på en tredemølle. Du setter hastigheten til 8 km/h og holder denne farten i 10 minutter. Deretter øker du hastigheten med 0,5 km/h hver 500 m til 11 km/h. Denne farten holdes i 15 minutter før den senkes til 8 km/h de siste 5 minuttene.
>
> a) Bruk dynamisk graftegner og tegn treningsøkta i et fartsdiagram
>
> (Tofteberg et al., 2021, s. 82)

Denne oppgaven er plassert etter en gjennomgang av gjennomsnittsfart og gjennomsnittlig vekstfart, som i Maximum 10 ligger under delkapittelet som omhandler lineære funksjoner. Det innebærer at det frem mot denne oppgaven har vært introduksjoner av disse temaene, blant annet bestående av eksempler som kan brukes som hjelp til å løse denne oppgaven. I disse sidene gis det ikke spesifikke instruksjoner om hvordan man kan ta i bruk dynamisk graftegner for å løse en oppgave av akkurat denne typen, men tidligere oppgaver og eksempler i samme delkapittel inneholder oppgaveinstruksjoner der fartsdiagram er gitt på forhånd. På grunn av dette er elevene som skal jobbe med denne oppgaven antageligvis kjent med hva et fartsdiagram er, og hvordan det kan se ut. Vi observerer at oppgaven gir føringer om generelle fremgangsmåter som kan tas i bruk for å løse den, nemlig at elevene får vite at det skal tas i bruk dynamisk graftegner for å ende opp med et diagram som antagelig ligner på en type diagram de er kjent med, men den krever at eleven selv må finne ut av hvordan de skal ta i bruk dynamisk graftegner for å løse denne spesifikke oppgaven. Disse aspektene gjør at jeg velger å plassere denne oppgaven i kategorien 'prosedyreoppgaver med sammenhenger'.

I den delen av funksjonskapittelet i Matematikk 10 som er kalt 'Underveisvurdering 2', mener jeg at oppgave 5 på s. 181 representerer kategorien 'prosedyreoppgaver med sammenhenger'. Denne oppgaven består av tre deloppgaver der elevene blir gitt tre forskjellige situasjoner, og de blir bedt om å lage funksjonsuttrykk som beskriver disse situasjonene:

Lag et funksjonsuttrykk som beskriver situasjonen.

a) Sebastian planter et tre i hagen. Det er 1,5 m høyt, og det er beregnet at det skal vokse 0,2 m per år.

Lag et funksjonsuttrykk $h(x)$ som viser hvor høyt treet er etter x år.

b) Bestefar skal dele 60 000 kr likt på hvert barnebarn.

Lag et funksjonsuttrykk $P(x)$ som viser hvor mye det blir på hver når det er x barnebarn.

c) Under koronapandemien var det 40 smittede i en kommune. Myndighetene fryktet at det ville bli en eksponentiell vekst av antall smittede personer på 3 % hver uke framover.

Lag et funksjonsuttrykk $S(x)$ som viser hvor mange som er smittet etter x uker.

(Hjardar & Pedersen, 2021, s. 181).

Med utgangspunkt i formuleringen om at elevene skal lage et funksjonsuttrykk til de tre forskjellige situasjonene som er beskrevet i denne oppgaven, er det tydelig hva som skal gjøres. Det er derimot ikke åpenlyst hvilken eventuell prosedyre de kan følge for å kunne lage disse funksjonsuttrykkene. Denne oppgaven er plassert i slutten av funksjonskapittelet, så det kan antas at elevene er kjent med flere funksjonsvarianter når de setter i gang med denne oppgaven. En del av oppgaven er dermed å klare å se forbindelser til hvilken funksjonstype som kan passe til de forskjellige situasjonene som presenteres, noe som bidrar til at jeg velger å plassere denne oppgaven i kategorien 'prosedyreoppgaver med sammenhenger'.

Oppgave 2.92 i Maximum 10 er en samarbeidsoppgave og har følgende beskrivelse:

Areal og omkrets av rektangler

Samarbeid i grupper på to eller tre.

Dere trenger

20 kvadratiske tellebrikker/kvadratiske pappbiter

Digitale verktøy

Fremgangsmåte

1 Lag en slik tabell

Grunnlinje, x											
Areal, A(x)											

2 Legg brikkene som rektangler med ulike grunnlinjer og omkrets 24.

Regn ut arealene og fyll ut tabellen.

3 Tegn punktene i et koordinatsystem.

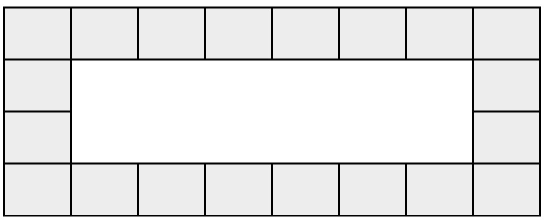
4 Diskuter hva hvert enkelt punkt sier om rektanglet

5 Bestem definisjonsmengden og verdimengden til A.

6 Finn toppunktet til funksjonen. Hva betyr dette i praksis?

7 Utfordring: Kan dere finne funksjonsuttrykket for A(x) på to måter?

Bruk en digital og en analog metode.



(Tofteberg et al., 2021, s. 153)

I denne oppgaven er det flere elementer som legger opp til at elevene skal utforske og reflektere. Elevene blir gitt en rekke instruksjoner som de først må følge for å komme i gang med oppgaven, før de deretter må utforske og reflektere over hvilken sammenheng det er mellom punktene de kommer frem til og rektanglene de lager. Elevene blir også bedt om å komme med egne tolkninger i forbindelse med toppunktet denne sammenhengen. Oppgaveteksten består ikke av noen tydelige spesifikke eller generelle prosedyrer elevene kan følge for å løse denne oppgaven. Den legger derimot opp til at elevene skal oppdage sammenhenger og også klare å finne frem til hensiktsmessige fremgangsmåter på egenhånd. Dette gjør at jeg plasserer oppgaver av denne typen i kategorien ‘det å ‘arbeide matematisk’’.

På s. 178 i Matematikk 10 er det en unummerert oppgave som er formulert som følger:

> Gå sammen i mindre grupper. Dere trenger en ball, et målebånd og en smarttelefon. Slipp ballen fra ulike høyder (x) og finn spretthøyden (y) ved hjelp av målebåndet og videokamera på telefonen. Legg dataene inn i et regneark i GeoGebra, og bruk regresjonsverktøyet til å finne et funksjonsuttrykk for hvordan ballen spretter. La andre grupper låne deres ball og undersøk om de får det samme funksjonsuttrykket.
>
> (Hjardar & Pedersen, 2021, s. 178).

Denne oppgaven krever at elevene inntar en aktiv rolle for å utforske hvordan de skal komme frem til en løsning. Den krever videre at flere forskjellige komponenter skal løses hver for seg, for så og settes sammen for å kunne gi en tilfredsstillende løsning. Disse aspektene bidrar til at jeg velger å sette denne oppgaven i kategorien ‘det å arbeide ‘matematisk’’.

4.2.2. Tvilstilfeller og analyseenheter som er utelatt fra analysen

I både Maximum 10 og Matematikk 10 er det eksempler på oppgaver som har vært mer utfordrende enn andre å plassere i passende kategorier. I de neste avsnittene følger eksempler på dette, sammen med forklaringer av hva som gjorde at jeg ga disse oppgavene sine plasseringer i det jeg har ansett som passende kategorier. Etter disse eksemplene kommer noen generelle betraktninger angående plassering av oppgaver der jeg var i tvil, samt litt om noen type oppgaver som jeg har valgt å utelate fra analysearbeidet.

I Matematikk 10 er det en oppgave som er formulert på denne måten:

> Forklar for en medelev hvilken sammenheng det er mellom funksjon, verditabell og graf. (Hjardar & Pedersen, 2021, s. 96).

I avsnittene som ligger rett før denne oppgaven er det en tekst som detaljert beskriver et eksempel som viser sammenhengen som det spørres etter i oppgaven. Ettersom svarene som forventes er skrevet i sidene som ligger rett foran oppgaven, kan dette bidra til at denne oppgaven sees på som et eksempel på en oppgave med lav terskel. Ettersom denne oppgaven er plassert rett etter den detaljerte beskrivelsen i de foregående sidene, tolker jeg det som at den som skal arbeide med denne oppgaven skal bruke denne beskrivelsen som utgangspunkt for å gi et svar. Etter min mening er det likevel ikke entydig at denne oppgaven er en oppgave med lav terskel ettersom elevene blir bedt om å forklare noe. Selv om det kanskje legges opp til at svaret kan leses direkte ut fra de foregående sidene, så er det ikke klart at det er kun det som står på disse sidene som forventes at skal tas i bruk for å løse oppgaven på en tilfredsstillende måte. Dermed er det ikke utelukket at elevene også velger å ta med andre elementer i sitt arbeid med å finne løsninger på denne oppgaven, noe som gjør at jeg har valgt å plassere den i kategorien 'Prosedyreoppgaver med sammenhenger'.

Oppgavene 2.87e og 2.88d i Maximum 10 er tilfeller der oppgavene baserer seg på grafer som kommer frem som en del av løsninger på tilhørende deloppgaver, og i disse to oppgavene blir elevene bedt om å lage spørsmål knyttet til disse grafene, for så å bytte spørsmål med medelever (Tofteberg et al., 2021, s. 150-151). Oppgaver av denne typen er vanskelig å entydig kategorisere blant annet fordi det ikke er spesifisert hva slags type spørsmål elevene skal lage, eller hvor sammensatte og dyptgående de skal være. Det vil si, hvilket nivå av kognitive krav oppgavene som de selv lager til medelever skal ha. Disse oppgavene som elevene skal lage selv har derfor potensiale til å stille høye kognitive krav til medelevene som skal arbeide med dem, og derfor kan det også kreves høy kognitiv aktivitet for å lage disse oppgavene. Samtidig er det ikke passende å plassere disse i kategorien 'det å arbeide 'matematisk'' ettersom oppgavene som elevene skal lage til hverandre skal være knyttet til konkrete grafer. Derfor velger jeg å plassere disse oppgavene i kategorien 'prosedyreoppgaver med sammenhenger'.

En andel av oppgavene i funksjonskapittelet i Maximum 10 er oppgaver der det legges opp til at de skal løses ved hjelp av programmering. Disse oppgavene er samlet på s. 117-121, i tillegg til oppgave 2.83 på s. 148, samt 2.93a og 2.93b på s. 154 (Tofteberg et al., 2021). Disse oppgavene har et tydelig programmeringspreg da det stort eksplisitt er uttalt i oppgaveteksten at de skal løses ved hjelp av programmering. Jeg tolker det derfor som at formålet med disse i hovedsak er å legge opp til øving av programmeringsferdigheter. Samtidig er det noen av disse oppgavene som ser ut til å ha en noe større tyngde på det som tester forståelse innenfor funksjonsområdet. Det sistnevnte oppleves derimot som noe sporadisk, noe som gjør at jeg har valgt å utelate alle programmeringsoppgavene som det vises til over, fra analysen. Totalt utgjør dette 17 oppgaver i Maximum 10. Hvilke oppgaver dette gjelder er nevnt i vedlegg 8.1. Matematikk 10 ser ikke ut til å ha noen oppgaver i funksjonskapittelet som involverer programmering.

Totalt sett opplevde jeg ikke veldig mange tilfeller der jeg var i tvil om hvilken kategori av kognitive krav som var mest passende for oppgavene som ble analysert. I de få tilfellene utover de som det er vist til over, så var det i hvor stor grad om oppgaven la opp til at det skulle avgis en forklaring eller en form for refleksjon som en del av løsningsforslaget som ble gitt, noe som gjorde at disse oppgavene ble kategorisert som 'prosedyreoppgaver med sammenhenger' i stedet for 'prosedyreoppgaver uten sammenhenger'.

4.2.3. Maximum 10

Tabellen under inneholder en sammenfatning av resultatene fra den vertikale delen av analysen av oppgavene i funksjonskapittelet i Maximum 10.

Maximum 10		
Kategorier av kognitive krav	*Antall oppgaver*	*Prosentandel*
Oppgaver med lav terskel	10	4,0 %
Prosedyreoppgaver uten sammenhenger	100	39,8 %
Prosedyreoppgaver med sammenhenger	129	51,4 %
Det å arbeide 'matematisk'	12	4,8 %
SUM	*251*	*100,0 %*
Oppgaver som er utelatt	17	-
Hovednivåer av kognitive krav	*Antall oppgaver*	*Prosentandel*
Lavere nivå av kognitive krav	*110*	*43,8 %*
Høyere nivå av kognitive krav	*141*	*56,2 %*
SUM	*251*	*100,0 %*

Tabell 4.6: Elevoppgaver i Maximum 10 fordelt på de ulike kategoriene av kognitive krav.

Ut fra tabell 4.6 kan vi se at det er flere aspekter som utpeker seg. For eksempel ser vi at av de fire kategoriene av kognitive krav, så er det to kategorier som inneholder relativt få analyseenheter, mens det er to kategorier som i forhold inneholder svært mange analyseenheter. Analyseenheter som er plassert innenfor 'Oppgaver med lav terskel' utgjør kun 4,0 % av det totale antall elevoppgaver som er undersøkt i Maximum 10, mens 'det å arbeide 'matematisk'' ikke utgjør mer enn 4,8 %. Derimot fremstår det som tydelig at et klart flertall av oppgavene i funksjonskapittelet i Maximum 10 er 'prosedyreoppgaver' da 'prosedyreoppgaver uten sammenhenger' og 'prosedyreoppgaver med sammenhenger' inneholder henholdsvis 39,8 % og 51,4 % av de analyseenhetene som er analysert fra denne læreboken. Dermed er 91,2 % av elevoppgavene i dette analysearbeidet plassert innenfor en av de to kategoriene som er omtalt som 'prosedyreoppgaver'. I alt 17 oppgaver fra Maximum 10 er utelatt fra analysen. Dette er oppgaver som er ansett som 'programmeringsoppgaver', noe som er kommentert tidligere.

Dersom vi ser på fordelingen mellom lavere nivå av kognitive krav, som er satt sammen av den første og den andre kategorien, og høyere nivå av kognitive krav, det vil si den tredje og fjerde kategorien, så finner vi at 43,8 % av oppgavene er kategorisert som oppgaver som stiller lavere nivå av kognitive krav til elevene, mens de resterende 56,2 % av oppgavene stiller høyere nivå av kognitive krav til elevene.

4.2.4. Matematikk 10

I tabellen under følger en oversikt over resultatene fra den vertikale delen av analysen av oppgavene i funksjonskapittelet i Matematikk 10.

Matematikk 10		
Kategorier av kognitive krav	*Antall oppgaver*	*Prosentandel*
Oppgaver med lav terskel	3	0,8 %
Prosedyreoppgaver uten sammenhenger	294	83,1 %
Prosedyreoppgaver med sammenhenger	55	15,5 %
Det å arbeide 'matematisk'	2	0,6 %
SUM	*354*	*100 %*
Oppgaver som er utelatt	0	-
Hovednivåer av kognitive krav	*Antall oppgaver*	*Prosentandel*
Lavere nivå av kognitive krav	*297*	*83,9 %*
Høyere nivå av kognitive krav	*57*	*16,1 %*
SUM	*354*	*100,0 %*

Tabell 4.7: Elevoppgaver i Matematikk 10 fordelt på de ulike kategoriene av kognitive krav.

Av oppgavene som er analysert i Matematikk 10, så ser vi at også her er 'oppgaver med lav terskel' og 'det å arbeide 'matematisk'' de to kategoriene der færrest analyseenheter er plassert, med prosentandeler på henholdsvis 0,8 % og 0,6 %. Dermed er 'prosedyreoppgaver uten sammenhenger' og 'prosedyreoppgaver med sammenhenger' de to kategoriene av kognitive krav der flest elevoppgaver er plassert. Disse utgjør henholdsvis 83,1 % og 15,5 % av alle oppgavene i funksjonskapittelet i Matematikk 10. Av elevoppgavene som er analysert i Matematikk 10, så er dermed 88,6 % av disse 'prosedyreoppgaver' enten 'uten eller med sammenhenger'.

Når vi samler alle analyseenheter som er kategorisert i de to hovednivåene av kognitive krav, så er det til sammen 83,9 % av oppgavene som er undersøkt som stiller lavere nivå av kognitive krav til elevene, mens de som er kategorisert som oppgaver som stiller høyere nivå av kognitive krav utgjør 16,1 %.

4.2.5. Maximum 10 og Matematikk 10 sett under ett

I tabellen under er tallene fra de to forrige delkapitlene samlet i én oversikt.

Maximum 10 og Matematikk sett under ett		
Kategorier av kognitive krav	*Antall oppgaver*	*Prosentandel*
Oppgaver med lav terskel	13	2,1 %
Prosedyreoppgaver uten sammenhenger	394	65,1 %
Prosedyreoppgaver med sammenhenger	184	30,4 %
Det å arbeide 'matematisk'	14	2,3 %
SUM	*605*	*99,9 %*
Oppgaver som er utelatt	17	-
Hovednivåer av kognitive krav	*Antall oppgaver*	*Prosentandel*
Lavere nivå av kognitive krav	*407*	*67,3 %*
Høyere nivå av kognitive krav	*198*	*32,7 %*
SUM	*605*	*100,0 %*

Tabell 4.7: Elevoppgaver fordelt på de ulike kategoriene av kognitive krav i Maximum 10 og Matematikk 10 sett under ett.

Ettersom tallene i denne tabellen er basert på tallene fra analysen av elevoppgavene i funksjonskapitlene i både Maximum 10 og Matematikk 10, og disse er kommentert hver for seg i de foregående delkapitlene, så velger jeg å ikke kommentere noe ytterligere her. Derimot vil denne tabellen vises til i de siste kapitlene av denne avhandlingen.

5. Diskusjon

I dette kapittelet kommenteres funn fra analysen i tilknytning til masteroppgavens problemstilling og det som er presentert av tidligere relevant teori og forskning. I forbindelse med dette er det også aktuelt å vise til hvordan mine resultater kan sees på i sammenheng med andre områder. Henvisninger til resultatene som ble lagt frem i forrige kapittel vil derfor forekomme ofte i denne drøftingsdelen av min masteroppgave.

Først er det nyttig å minne om at min problemstilling handler om å undersøke hvilke kognitive krav som stilles til elevene gjennom oppgaver i kapitler som omhandler funksjoner i lærebøkene Maximum 10 og Matematikk 10. Det er dette som er ankeret i denne masteroppgaven, og som alt dermed har dreid seg om i denne avhandlingen.

Dette kapittelet er videre bygd opp av ulike delkapitler som tar for seg henholdsvis kommentarer i forbindelse med den horisontale delen av analysen, drøfting knyttet til den vertikale delen, det vil si hvilke kognitive krav oppgaver i funksjonskapitlene stiller til elevene, samt noen tanker rundt hvordan min problemstilling og mitt analysearbeid kan sees i sammenheng med andre forskningsområder.

5.1. Funksjonskapitlene i Maximum 10 og Matematikk 10

I tabell 4.1 og 4.3 kommer det frem at funksjonskapitlene er de største kapitlene i begge bøkene dersom vi ser på antall sider som disse opptar. Hvis vi ser på hvor stor andel oppgavene i funksjonskapitlene i hver av bøkene utgjør i forhold til det totale antallet oppgaver i disse bøkene, så er funksjonskapittelet også det største i Maximum 10, mens kapittelet om algebra har en noe større andel i Matematikk 10. Dette er kun basert på andeler sider og oppgaver, og sier derfor ingenting om innholdet i disse kapitlene. Det vil si, kvaliteten på hva som står på disse sidene eller kvaliteten på oppgavene som befinner seg her.

At det blir satt av så mye plass til funksjonsområdet i begge lærebøkene kan tyde på at dette er et område som forlag og lærebokforfattere ønsker å fremheve, noe som samtidig er i tråd med at funksjonstemaet er ansett som et eget kunnskapsområde i læreplanen for 5. – 10. trinn, som videre gjør det sannsynlig at dette er et område som vil bli prioritert i lærebøker for 10. trinn

(Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3). Forlaget bak Matematikk 10 påpeker også at strukturen i boken er lagt opp etter kunnskapsområdene i denne læreplanen (Cappelen Damm, u.å.).

Dersom vi ser på hvordan funksjonskapitlene i Maximum 10 og Matematikk 10 videre er delt inn, så legger man kanskje først merke til at delkapitlene i de to læreverkene har ulike navn, men at det likevel i særs stor grad er de samme temaene som behandles, noe som muligens er forventet ettersom bøkene er rettet inn mot Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 (Gyldendal, 2020; Cappelen Damm, u.å.). Vi kan videre se at de delkapitlene som tar for seg andregradsfunksjoner utgjør store andeler av funksjonskapitlene. Dermed er det rimelig å anta at dette er et tema innenfor funksjonsområdet som er prioritert.

Det er tidligere nevnt at Maximum 10 og Matematikk 10 kun er to av flere matematikklæreverk for 10. trinn, men at det var disse to som av ulike grunner ble brukt i forbindelse med denne masteroppgaven. Dersom andre lærebøker for 10. trinn hadde blitt undersøkt på samme måte ville vi kanskje ha sett andre strukturer og prioriteringer. Ettersom to av de største norske forlagene har valgt å gjøre det på denne måten, kan vi anta at funksjonskapitlene, og de delkapitlene som hører til under disse, også blir gitt like mye plass i andre bøker på tilsvarende vis som i Maximum 10 og Matematikk 10, men dette er kun en antagelse, og derfor noe som kunne blitt undersøkt i andre sammenhenger. Muligens har andre forlag og forfattere valgt å prioritere andre områder av matematikkfaget i større grad.

5.2. Kognitive krav til elevene

Det er ikke et sentralt formål med min problemstilling å legge mye vekt på å gjennomføre en sammenligning av disse to lærebøkene, men med tanke på problemstillingen, samt hvilken type analyse som er gjort her, så er det naturlig at resultatene fra analysen av begge bøkene kommenteres både hver for seg, men også samlet sett. Disse to læreverkene er utgitt av to av de største forlagene i Norge, og det kan derfor antas at disse bøkene er å finne på mange skoler, og er i bruk i mange klasserom i Norge. Disse to lærebøkene samlet sett kan derfor sees på som et uttrykk for hvordan en lærebok i matematikk ser ut for 10. trinns elever i Norge, noe som er en årsak til at det også kan være interessant å kommentere resultatene fra analysen av begge bøkene samlet sett.

I tabell 4.5 kan vi se at mine resultater viser at 43,8 % av oppgavene i funksjonskapittelet i Maximum 10 stiller lavere nivå av kognitive krav til elevene, mens de resterende 56,2 % stiller høyere nivå av kognitive krav. Tilsvarende tall for Matematikk 10 er å finne i tabell 4.6 og viser henholdsvis 83,9 % og 16,1 %. Ut fra min analyse ser det altså ut til at det er en betydelig større andel av oppgavene i funksjonskapittelet i Maximum 10 som stiller høyere kognitive krav til elevene enn det oppgavene i funksjonskapittelet i Matematikk 10 gjør.

Oppgaver som stiller høyere kognitive krav til elevene, er blant annet kjennetegnet ved at de ofte er mer sammensatte enn oppgaver som stiller lavere kognitive krav til elevene, og at de i større grad krever mer autonomi og utforskning for å kunne løses på en hensiktsmessig måte. I tillegg legger de opp til at elever skal oppnå dypere forståelse for den underliggende matematikken som ligger bak det oppgaven spør etter, blant annet ved at de kan uttrykkes og løses ved hjelp av ulike representasjonsformer (Smith & Stein, 1998, s. 348). Det at oppgaver legger opp til utvikling av autonomi og forståelse for underliggende sammenhenger innenfor matematikkfaget hos elevene, er også sentrale tanker bak det å legge til rette for, og å arbeide utforskende i faget. I tillegg til disse likhetstrekkene mellom oppgaver som stiller høyere kognitive krav til elevene og det å arbeide utforskende, så er noen sentrale aspekter ved det sistnevnte at elever skal utvikle sin forståelse, nysgjerrighet og kreativitet for, og innenfor matematikkfaget, samt at de i større grad skal bli i stand til å se viktigheten av matematikk både i forbindelse med andre fag, men også i tilknytning til andre sider ved det virkelige liv (Harlen, W., 2013, s. 18). Nysgjerrighet, kreativitet og forståelse er ofte forbundet med elevers motivasjon på den måten at når en av disse faktorene endres i positiv eller negativ forstand hos elevene, så vil det kunne ha en påvirkning på deres motivasjon. Uavhengig av fag, så er det av ulike årsaker ønskelig å ha motiverte elever, kanskje spesielt fordi det bidrar til å skape et godt læringsmiljø og dermed et bedre grunnlag for mestring, økt læring og forbedrede prestasjoner hos elevene. Med tanke på at det kan være en sammenheng mellom oppgaver som stiller høye kognitive krav, utforskende arbeid i matematikkfaget og elevers motivasjon, samt det at Maximum 10 og Matematikk 10 har en såpass høy andel oppgaver i funksjonskapittelet som stiller høye kognitive krav til elevene, så er det ikke urimelig å anta at det å arbeide med oppgaver i disse bøkene, kanskje spesielt i Maximum 10, der oppgaver som stiller høye kognitive krav ser ut til å være mer vektlagt enn i Matematikk 10, er noe som kan bidra til å øke motivasjonen, og dermed også mestrings- og læringspotensialet hos elevene.

Dersom vi kan akseptere at det kan være visse sammenhenger mellom det å arbeide med oppgaver som stiller høyere kognitive krav til elevene, og det å legge opp til at elever arbeider utforskende i matematikken, så er det at dette kan gi økt motivasjon og økt læringspotensial hos elevene i tråd med Pedersen og Haavold (2023), som peker på at det å arbeide utforskende i matematikken kan bidra til en økt potensial for læring, samt en positiv endring i motivasjon og måte elever anser matematikkfaget (s. 2).

Kanskje har dette vært et bevisst mål som lærebokforfatterne og forlagene har jobbet for å oppnå, men dette er ikke noe som kan slås fast basert på det analysearbeidet som er gjort her. I hvor stor grad skaperne av disse lærebøkene har gjort bevisste valg med tanke på fordelingen mellom oppgaver som stiller høye kognitive krav til elevene og oppgaver som stiller lave kognitive krav til elevene, samt hvilke betraktninger som måtte ligge bak et bevisst valg om en sånn fordeling, er derfor uvisst, og noe som kunne vært et utgangspunkt for videre forskning.

Selv om det ser ut til å være tydelige forskjellige mellom Maximum 10 og Matematikk 10 når det kommer til fordelingene av oppgaver som stiller lavere nivå av kognitive krav til elevene og oppgaver som stiller høyere kognitive krav til elevene, så kan vi, som det er påpekt i resultatkapittelet, se at et tydelig flertall av oppgavene er kategorisert som ‘prosedyreoppgaver’. Med det menes at de enten er plassert i kategorien ‘prosedyreoppgaver uten sammenhenger’ og ‘prosedyreoppgaver med sammenhenger’, som også er å anse som oppgaver som henholdsvis stiller lavere nivå av kognitive krav til elevene og oppgaver som stiller høyere nivå av kognitive krav til elevene. Fra funksjonskapittelet i Matematikk 10 så er en betydelig større andel oppgaver plassert innenfor den første av disse kategoriene, mens fra funksjonskapittelet i Maximum 10, så er det en noe større andel som er kategorisert som ‘prosedyreoppgaver med sammenhenger’. Et likhetstrekk mellom disse to kategoriene er at oppgaver her i større eller mindre grad legger opp til at de kan løses ved hjelp av en bestemt prosedyre eller algoritme. Når det gjelder forskjellene mellom disse to, så er det i metodekapittelet tidligere forklart at for å skille mellom disse to kategoriene i analyseprosessen, så har en avgjørende forskjell på mange analyseenheter som er blitt undersøkt, vært om oppgavene kun ber om korte svar eller utregninger, eller om oppgaveteksten legger opp til at elevene også skal begrunne, eller på andre måter få frem hva som ligger bak det svaret som gis på en oppgave. Dersom oppgaveteksten i mange av oppgavene som er blitt plassert i ‘prosedyreoppgave uten sammenhenger’ hadde blitt endret til å kreve noe mer av elevene, for eksempel at for å løse disse på en tilfredsstillende måte, så skal de i tillegg til å avgi et svar eller en enkel utregning, også forklare fremgangsmåten sin, eller på annen måte vise mer dyptgående forståelse, så kunne dette ha medført at mange av analyseenhetene som er plassert i kategorien 'prosedyreoppgaver uten sammenhenger' heller kunne ha blitt kategorisert som 'prosedyreoppgaver med sammenhenger'. Det kan dermed tyde på at relativt små endringer i hvordan en oppgavetekst er formulert kan gi avgjørende utslag på hvilke kognitive krav oppgaven stiller til elevene. Dette kan knyttes opp mot måten elementer fra læreverk tas i bruk i klasserommet på, som også er et relevant aspekt med tanke på oppgaver i lærebøker.

I teorikapittelet vises det til Stein et al. (1996) og Lepik et al. (2015) når det nevnes at hvordan en lærebok, og dermed også oppgaver fra en lærebok, tas i bruk i undervisningen på, er noe som avhenger av ulike forhold omkring undervisningen. Det vil si at hvilke mål, kunnskap om faget og kunnskap om elevene, en lærer innehar, er avgjørende for hvordan matematikkoppgaver benyttes i undervisningen (Stein et al., 1996, s. 460). Det at læreren har mulighet til å utøve stor grad av kontroll over hvordan oppgaver kan tas i bruk av elever på, kan også innebære at læreren kan tilpasse oppgaver som kanskje isolert sett stiller lavere nivå av kognitive krav til elevene, til å kunne tas i bruk på en måte som stiller høyere nivå av kognitive krav til elevene. I sammenheng med min analyse, så vil dette si at selv om fordelingen av oppgaver som stiller lavere nivå av kognitive krav til elevene, og oppgaver som stiller høyere krav til elevene samlet sett, og spesielt i tilfelle for Matematikk 10 alene, tilsier at flertallet av analyseenhetene kan sies å være innenfor den førstnevnte, så kan læreren tilpasse eller ta i bruk disse på en måte som gjør at elevene blir stilt høyere nivå av kognitive krav til når de jobber med dem. Læreren spiller altså en sentral rolle når det kommer til hvordan oppgaver blir formidlet ut til elevene på, hvordan elevene jobber med disse og dermed hvor kognitivt krevende det er å arbeide med disse oppgavene. Selv om mine resultater kan tyde på at flertallet av oppgavene i funksjonskapittelet i Matematikk 10 og begge bøkene samlet sett, stiller lavere nivå av kognitive krav til elevene, så trenger dette derfor ikke nødvendigvis å være noe negativt ettersom læreren og andre aspekter kan påvirke hvordan oppgavene blir benyttet i undervisningen.

Dette innebærer at selv om det som kjennetegner oppgaver som stiller høyere nivå av kognitive krav til elevene per definisjon er aspekter som oppgaver som stiller lavere nivå av kognitive krav ikke i like stor grad imøtekommer, så har måten oppgaver tas i bruk i klasserommet på også en påvirkning på hvilket utbytte elever får av å arbeide med oppgaver. Det er derfor ikke utenkelig at oppgaver som isolert sett er på et lavere kognitivt nivå, ved hjelp av ulike tiltak kan heves til å oppfylle disse aspektene i større grad. Det kan tenkes at dette også kan være aktuelt i motsatt fall; nemlig at oppgaver som i utgangspunktet er ment som, og ansett som å stille høye kognitive krav kan ende med å aktivisere elevene på et lavere kognitivt nivå. For eksempel kan oppgaveinstruksjoner misforstås, eller at på grunn av at kompleksiteten til oppgaver som stiller høyere kognitive krav kan gjøre at elever velger å bare gjøre de delene av oppgaven som krever mindre eller er lettere å forstå. I slike tilfeller har læreren dermed også en påvirkning på hvor stor grad av kognitiv aktivitet som finner sted hos elevene når de arbeider med oppgaver avhengig av hvordan læreren velger å benytte oppgavene i undervisningen. Det vil for eksempel si, hvordan den gis ut til elevene, hvordan den tilpasses, hvordan den følges opp underveis i arbeidet og etter at elevene er ferdige med å arbeide med den. Dette er derfor i tråd med det som kommer frem i forskning til blant andre Fan et al. (2013), Lepik et al. (2015), Kongelf (2015) og Valverde et al. (2002), som det vises til i teorikapittelet.

For å oppsummere avsnittene over kan vi kanskje påstå at læreren, som generelt sett har et viktig ansvar for å sikre god kvalitet på matematikkundervisningen, også har et spesielt ansvar for at oppgaver som det legges opp til at det skal arbeidet med, blir arbeidet med på en hensiktsmessig måte. Dette er basert på analyse gjort av oppgaver i funksjonskapitlene i Maximum 10 og Matematikk 10, og gjelder derfor spesielt for de som benytter seg av disse oppgavene, men overordnet sett kan det også antas at dette også er aktuelt for oppgaver innenfor andre temaer, eller som er å finne i andre lærebøker. I det minste bør en matematikklærer uansett være bevisst på hvilken påvirkning læreren har når det kommer til hvilket kognitivt utbytte elevene får av å arbeide med oppgaver som læreren antagelig selv har gitt ut til elevene.

Bruk av ulike representasjonsformer er som nevnt et av de sentrale kjennetegnene på oppgaver som befinner seg innenfor høyere nivåer av kognitive krav (Smith & Stein, 1998, s. 348). I teorikapittelet pekes det på at det å ta i bruk forskjellige representasjonsformer overordnet sett er et viktig bidrag for å skape mening og forståelse hos elevene, men at dette kanskje er spesielt aktuelt for arbeid innenfor funksjonsområdet da dette ofte er en sentral del av det å lære om viktige sammenhenger som tilhører denne delen av matematikken (Duval, 2007, s. 107; Markovits et al., 1986, s. 19). Så dersom det blir stilt høye kognitive krav til elevene når de arbeider med oppgaver innenfor funksjonstemaet i Maximum 10 eller Matematikk 10, enten fordi oppgavene isolert sett ligger innenfor kategoriene som stiller høyere kognitive krav til elevene, eller på grunn av at læreren eller andre forhold har vært i stand til å heve oppgaver som i utgangspunktet befinner seg på et lavere nivå, opp til et høyere nivå som en følge av hvordan de er blitt tatt i bruk i undervisningen, så kan dette innebære at de aktuelle oppgavene legger opp til bruk av ulike representasjonsformer. I forbindelse med mine resultater, kan dette antyde at oppgaver innenfor funksjonskapittelet i Maximum 10 i større grad enn oppgaver i det tilsvarende kapittelet i Matematikk 10 legger opp til bruk av ulike representasjonsformer fordi funksjonskapittelet i Maximum 10 har en betydelig større andel oppgaver som stiller høyere nivå av kognitive krav til elevene. Med tanke på forskningen til Duval (2007) og Markovits et al. (1985), så kan det derfor se ut til at oppgavene som befinner seg i funksjonskapittelet i Maximum 10 antagelig har et noe sterkere utgangspunkt når det kommer til det å lære om funksjoner og det å se sammenhenger innenfor dette området, enn det oppgavene i funksjonskapittelet i Matematikk 10 har. Dette er dessuten i tråd med forskning gjort på lærebøker med større andel av oppgaver som stiller høyere krav til forståelse av elever, sammenlignet med lærebøker som har mindre grad av oppgaver som stiller lavere krav til forståelse hos elever, da det kan tyde på at elever som arbeider med bøker av den førstnevnte typen, har et bedre utgangspunkt for å prestere bedre enn elever som arbeider med bøker som ikke har like mange oppgaver som stiller høye krav til forståelse (Hadar, 2017, s. 161).

Som beskrevet i delkapittelet 2.1, så påpeker blant andre Fan et al. (2013), Kongelf (2015) og Pepin et al. (2013) den sentrale rollen som mange lærere ser ut til å gi lærebøker, og dermed implisitt også oppgaver i disse lærebøkene. Det nevnes blant annet at lærebøker ofte er styrende for det innholdet som skal vektlegges i undervisningen og at lærere ofte ser ut til å planlegge undervisningen basert på den pedagogikken som lærebøkene de bruker tar utgangspunkt i. Det vises også til at lærebøker har vært viktige for å overføre innhold fra offentlig vedtatte læreplaner (Fan et al., 2013, s. 635-636; Kongelf, 2015, s. 83; Pepin et al. 2013, s. 696). Dette er til tross for at lærebøker i Norge ikke lenger må godkjennes før utgivelse (Meld. St. 20 (2012-2013), s. 61). Dette kan bety at lærebøker som er utgitt etter denne godkjenningsordningen ble avsluttet ikke imøtekommer læreplaner på tilfredsstillende måter. De ovennevnte forholdene sett i sammenheng med resultatene fra min analyse og det som er nevnt i forrige avsnitt, forteller noe om hvilke hensyn en lærer derfor bør ta når det planlegges for undervisning i matematikk. Det er kanskje spesielt gjeldende når det legges opp til arbeid med oppgaver i lærebøker innenfor et tema som for eksempel funksjoner.

Dersom vi ser på fordelingene av oppgaver som stiller lavere nivå av kognitive krav til elevene og oppgaver som stiller høyere kognitive krav til elevene fra begge lærebøkene samlet sett, kommer det frem av mine analyser at 67,3 % av analyseenhetene er plassert i kategorier for oppgaver som stiller lavere kognitive krav til elevene, mens 32,7 % av oppgavene stiller høyere nivå av kognitive krav til elevene, som vist i tabell 4.7. Dersom det hadde blitt analysert en eller to lærebøker til med samme analyseverktøy, så ville kanskje fått store utslag for fordelingen mellom de ulike kategoriene av kognitive krav.

6. Avslutning

En overordnet hensikt med denne masteroppgaven har vært å undersøke hvilke kognitive krav bestemte elementer i to lærebøker i matematikk for 10. trinn stiller til elevene innenfor et bestemt område av matematikken. Helt konkret har følgende problemstillingen ligget til grunn for analysearbeidet som er gjort: *Hvilke kognitive krav stilles til elever gjennom oppgaver i kapitler som omhandler funksjoner i lærebøkene Maximum 10 og Matematikk 10?* Ved å ta utgangspunkt i et overordnet rammeverk for analyse av hvordan læreverk legger opp til arbeid av et spesifikt område av matematikkfaget, ble flere elementer ved funksjonskapitlene i lærebøkene Maximum 10 fra Gyldendal Norsk Forlag og Matematikk 10 fra Cappelen Damm undersøkt. Hovedfokuset var rettet mot å analysere hvilke kognitive krav elevoppgaver i disse bøkene stiller til elevene, noe som gjorde at det var nødvendig å også ta utgangspunkt i etablerte definisjoner av hva som ligger i 'kognitive krav i matematikkoppgaver'.

Analysearbeidet viste blant annet hvordan oppgavene i disse to lærebøkene fordelte seg mellom fire ulike kategorier av kognitive krav, der to av kategoriene er ansett for å være på et lavere nivå, mens de to andre er på et høyere nivå av kognitive krav. Maximum 10 så ut til å ha en betydelig større andel av oppgaver som stiller høyere kognitive krav til elevene, der litt over halvparten av oppgavene befinner seg her, mens det kan tyde på at Matematikk 10 har en høyere andel av oppgaver som stiller lavere kognitive krav til elevene, der mer enn 80 % av oppgavene befinner seg i dette sjiktet. For begge bøkene samlet sitt vil dette si at ca. én tredjedel av elevoppgavene stiller høyere kognitive krav, mens ca. to tredjedeler stiller lavere kognitive krav til elevene. Ettersom disse to lærebøkene er gitt ut av to av de største norske forlagene, så er de sannsynligvis til stede i mange klasserom i Norge. Med tanke på mine resultater kan dette innebære at elever på tvers av Norge arbeider med oppgaver innenfor funksjonstemaet som i utgangspunktet stiller ulike kognitive krav, og dermed får ulike muligheter for læring dersom vi kun ser på bruk av oppgaver i lærebøker.

Det er blitt påpekt at hvordan oppgaver fremstår i en lærebok, inkludert hvilke kognitive krav de ser ut til å stille til elevene, ikke nødvendigvis er sånn elevene opplever dem. Dette kan i betydelig grad ha å gjøre med hvordan læreren legger opp til bruk av lærebøker og oppgaver i forbindelse med undervisningen ettersom flere forskere viser til at læreren i stor grad påvirker hvordan lærebøker og oppgaver benyttes i klasserommet (Fan et al., 2013; Kongelf, 2015; Lepik et al., 2015). Dette kan derfor innebære at oppgaver som ser ut til å stille lavere kognitive krav til elevene kan tas i bruk i klasserommet på en måte som gjør at de stiller høyere kognitive krav.

I forbindelse med analyseprosessen er det blitt tatt grep for å sikre at analysearbeidet holder høy kvalitet, og i delkapitlene om validitet og reliabilitet er det beskrevet hva som er gjort for å redusere mulige svakheter i forbindelse med analyseprosessen. Eksempelvis viser jeg til at jeg har presentert detaljerte forklaringer av hvordan jeg har bearbeidet teori fra både Charalambous et al. (2010) og Smith og Stein (1998), og benyttet dette som et grunnlag for å konstruere et tilpasset analyseverktøy til mitt bruk. Jeg har videre gitt inngående beskrivelser av de fire kategoriene av kognitive krav i matematikkoppgaver som jeg har tatt i bruk, og forklart hvordan jeg rent konkret har tilpasset og brukt disse for å kategorisere analyseenheter i funksjonskapitlene i Maximum 10 og Matematikk 10. I tillegg har jeg fått bistand av en kollega for å få et inntrykk av hvordan mine resultater stemmer overens med resultater fra andre dersom andre hadde tatt i bruk det samme analyseverktøyet på de samme analyseenhetene som meg.

Det å vite noe om hvordan oppgaver i lærebøker fordeler seg mellom oppgaver som stiller lave kognitive krav til elevene og oppgaver som stiller høye kognitive krav, sett i sammenheng med ulike forhold rundt det å ta i bruk oppgaver og lærebøker i forbindelse med undervisning, er noe som kan være av stor nytte for matematikklærere, og dermed aktuelt å ta med seg inn i sitt arbeid. Kanskje spesielt ettersom dette tilsier at de ikke bør ta i bruk oppgaver som befinner seg i en lærebok isolert sett eller ved å ukritisk følge progresjonen som boken legger opp til, for så å anta at elevene automatisk blir stilt passende kognitive krav til, eller at læreplanen i matematikkfaget er imøtekommet. Dersom lærere derimot er kjent med at en betydelig andel oppgaver i funksjonskapitlene i lærebøker gitt ut av to av de største norske forlagene isolert sett er oppgaver som i utgangspunktet ser ut til å stille lavere nivå av kognitive krav, og samtidig er bevisste på at måten disse benyttes på kan gjøre mange oppgaver til oppgaver som kognitivt er mer krevende, så vil det kanskje ha en påvirkning på hvordan oppgaver fra lærebøker formidles fra lærerne sin side, og videre hvordan de arbeides med av elevene.

I hvor stor grad det stemmer at det er et klart skille i nivåene av hvilke kognitive krav oppgaver som omhandler funksjoner i disse to lærebøkene stiller til elevene, er noe som kan være et utgangspunkt for videre undersøkelser. Kanskje kan mine resultater brukes som inspirasjon til å undersøke beslektete problemstillinger. Dersom flere studier også hadde kommet frem til lignende resultater, så kunne det også være interessant å studere hvorfor disse to læreverkene, og eventuelt andre, har valgt en sånn fordeling av oppgavetyper. Som påpekt tidligere, så viser også mine resultater at et tydelig flertall av oppgavene er kategorisert som 'prosedyreoppgaver', og det kunne derfor også vært interessant å undersøke om hva som kan være årsaker til dette. Aktuelle spørsmål som kan stilles i den forbindelse er for eksempel om dette er en konsekvens av bevisste valg fra forfattere og forlag. Og hva ligger i så fall bak disse valgene? Hvordan er fordelingene av oppgavers kognitive krav innenfor andre områder av matematikken og i andre lærebøker i dette faget? Er det en sammenheng mellom andelen av oppgaver som legger opp til bruk av ulike representasjonsformer og andelen av oppgaver som stiller høyere kognitive krav til elevene?

Det er tidligere blitt nevnt at både Maximum 10 og Matematikk 10 er skrevet for å kunne tas i bruk etter at Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 ble iverksatt, og selv om det ikke har vært et hovedfokus med min oppgave å undersøke i hvor stor grad oppgaver innenfor funksjonskapitlene i disse lærebøkene imøtekommer elementer fra denne læreplanen, er dette også noe som kunne vært interessant å forske på. Et beslektet utgangspunkt for videre forskning kunne vært å sammenligne kognitive krav i oppgaver i funksjonskapitlene i matematikkbøker fra tidligere læreplaner opp mot de to bøkene som er blitt undersøkt her. Tidligere læreplaner vektla antagelig andre aspekter enn dagens læreplan, som kan sies å blant annet ha et større fokus på utforskende arbeid enn tidligere. Kanskje ville et sånt utgangspunkt for forskning ha avdekket forskjeller med tanke på det som er påpekt i både teorikapittelet og metodekapittelet om at det er flere likhetstrekk mellom utforskende arbeid i matematikk og oppgaver som stiller høyere kognitive krav til elevene, og dermed antagelig også en sammenheng mellom disse to. Det kunne dermed vært interessant å undersøke om lærebøker som er skrevet etter Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 har en større andel oppgaver som stiller høyere kognitive krav til elevene enn det lærebøker som er utgitt i tilknytning til tidligere læreplaner.

7. Litteraturliste

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Bloom, B. S. (Red.). (1956). *Taxonomy of educational objectives: Handbook 1: Cognitive domain*. New York: McKay.

Brändström, Anna. (2005). *Differentiated tasks in mathematics textbooks: An analysis of the levels of difficulty* [Lisensiatoppgave]. Luleå University of Technology.

Cappelen Damm (u.å.) *Om utgivelsen*. Hentet 14. desember 2022 fra https://www.cappelendammundervisning.no/verk/matematikk-8-10-fra-cappelen-damm-153429

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, *12*(2), 117-151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8. Utgave). Routledge.

Desai, S., Bush, S. B., Safi F. (2021). Mathematical Representations in the Teaching and Learning of Geometry: A Review of the Literature from the United States. *Electronic Journal for Research in Science & Mathematical Education*. *25*(4), 6-22.

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational studies in mathematics*, *61*(1/2), 103-131. https://www.doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2015). En metodisk studie av innholdsanalyse – med analyser av matematikklæreres undervisningskunnskap som eksempel. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *20*(2), 79–96.

Fan, Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, *45*(5), 633–646. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x

Gyldendal Norsk Forlag (2021, 21. april). *Dette er Maximum: Praktisk, utforskende, og problemløsende matematikk*. https://www.gyldendal.no/artikler/dette-er-maximum/

Gyldendal Norsk Forlag (2020, 27. august). *Med Maximum mot Fagfornyelsen*. https://www.gyldendal.no/artikler/gu-grs-med-maximum-mot-fagfornyelsen/

Wynne Harlen. (2013). Inquiry-based learning in science and mathematics. *Review of Science, Mathematics & ICT Education*, *7*(2), 9–33. https://doi.org/10.26220/rev.2042

Hadar, L. L. (2017). Opportunities to learn: Mathematics textbooks and students' achievements. *Studies in Educational Evaluation*, *55*, 153–166. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2017.10.002

Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2021). *Matematikk 10 fra Cappelen Damm: Grunnbok*. (1. utg.). Cappelen Damm.

Kieran C., Pang J., Schifter D. & Ng S. F. (2016). *Early Algebra: Research into its Nature, its Learning, its Teaching.* Springer Open.

Kongelf, T. R. (2015). Introduksjon av algebra i matematikkbøker for ungdomstrinnet i Norge. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *20*(3-4), 83-109.

Kvarv, S. (2014). *Vitenskapsteori – tradisjoner, posisjoner og diskusjoner*. (2. utg.). Novus forlag.

Lepik, M., Grevholm, B. & Viholainen, A. (2015). Using textbooks in the mathematics classroom – the teachers' view. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *20*(3–4), 129–156.

Lyngsnes, K. M. & Rismark, M. (2020). *Didaktisk arbeid*. (4. utg.). Gyldendal.

Meld. St. 20 (2012-2013). *På rett vei: Kvalitet og mangfold i fellesskolen***.** Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld-st-20-20122013/id717308/

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01–05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/

Markovits, Z., Eylon, B.-S., & Bruckheimer, M. (1986). Functions Today and Yesterday. *For the Learning of Mathematics*, *6*(2), 18–28.

Medienorge. (u.å.). *Største forlagsgrupper i Norge*. Hentet 31. januar 2023 fra https://medienorge.uib.no/statistikk/148

Pedersen, I. F., & Haavold, P. Ø. (2023). Students' mathematical beliefs and motivation in the context of inquiry-based mathematics teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–15. https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2189171

Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2013). Investigating textbooks as crucial interfaces between culture, policy and teacher curricular practice: two contrasted case studies in France and Norway. *ZDM*, *45*(5), 685–698. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0526-2

Postholm, M. B. & Jacobsen D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen.* Cappelen Damm Akademisk.

Sikt. (u.å.). *Meldeskjema for personopplysninger i forskning*. Hentet 3. mars 2023 fra https://sikt.no/fylle-ut-meldeskjema-personopplysninger

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *3*(5), 344-350.

Stein, M. K., Grover B. W. & Henningsen, M. Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *American Educational Research Journal*, *33*(2), 455-488.

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Bråthe, L. T. & Stedøy, I. (2021). *Maximum 10: Matematikk for ungdomstrinnet* (2. utg). Gyldendal.

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). *According to the Book.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0844-0

8. Vedlegg

8.1. Analyseskjema

Oppgaver totalt i Maximum 10: ***268***	*Oppgaver totalt i Matematikk 10:* ***354***

OPPGAVER MED LAV TERSKEL (Lavere nivå av kognitive krav)			
Maximum 10		**Matematikk 10**	
UN76	UN85	UN91	UN102
UN99	UN102	UN135	
UN103	UN106		
UN107	UN108		
UN110	UN128		
Totalt:	***10***	*Totalt:*	***3***

PROSEDYREOPPGAVER UTEN SAMMENHENGER (Lavere nivå av kognitive krav)			
Maximum 10		**Matematikk 10**	
2.2a, 2.2b, 2.2c	2.3a, 2.3b, 2.3c	2.1	2.2a, 2.2b, 2.2c
2.4a, 2.4b, 2.4c	2.5a, 2.5b, 2.5c, 2.5d	2.3	2.4a, 2.4b
2.7	2.8b	2.5	2.6
2.9b	2.10b	2.7	2.8a, 2.8b, 2.8c
2.11	2.12b	2.9.a, 2.9.b	2.9..a, 2.9..b
2.13a	2.20	2.9…a, 2.9…bUN99	
2.22a, 2.22b	2.24b, 2.24c, 2.24d	2.10a, 2.10b, 2.10c	2.10d
2.25b	2.26a	2.11a, 2.11b, 2.11c	2.11d
2.28	2.29c	2.12a, 2.12b, 2.12c	2.12d
2.30b, 2.30c	2.31b, 2.31c	2.13.a, 2.13.b, 2.13.c	2.13..a, 2.13..b
2.32	2.33a, 2.33b	2.13..c, 2.13…a	2.13…b, 2.13…c
2.34b	2.35c	2.14a, 2.14b, 2.14c	2.14d, 2.14e
2.36a, 2.36b	2.37a	2.15a, 2.15b, 2.15c	2.16a, 2.16b, 2.16c
2.38a	2.39a	2.17a, 2.17b, 2.17c	2.17d
2.40a	UN111	2.18a, 2.18b, 2.18c	2.18d
2.42	2.43a, 2.43b	2.19a, 2.19b, 2.19c	2.19d
2.46a	2.48b	2.20a, 2.20b, 2.20c	2.21a, 2.21b, 2.21c
UN122	2.57a, 2.57b, 2.57c	2.22.a, 2.22.b	2.22..a, 2.22..b

2.58a, 2.58b, 2.58c	2.58d	2.23	2.24a, 2.24b
2.59a, 2.59b, 2.59c	2.60c	2.25.a, 2.25.b	2.25..a, 2.25..b
2.62a, 2.62b, 2.62c	2.63	2.25…b	2.26.a, 2.26.b
2.64a, 2.64b	2.65a, 2.65b	2.26..a, 2.26..b2.26…b, 2.26…c	
2.66	2.67a	UN115	2.27
2.68	UN130		
2.70a	2.72a	2.28a, 2.28b, 2.28d	2.29.a, 2.29.b
2.74a, 2.74b, 2.74c	2.74d	2.29..b, 2.29..c2.29…b,2.29…d	
2.75a, 2.75c	2.76a, 2.76b, 2.76c	2.29…e	2.30.a, 2.30.b, 2.30.c
2.76d	2.78a, 2.78b, 2.78c	2.30..b, 2.30..c2.30..d	
2.79b, 2.79c	2.80	2.30…b, 2.30…c	2.30…d, 2.30…e
2.81a, 2.81b	2.82		
2.85a	2.88a, 2.88b, 2.88c	2.31a, 2.31b, 2.31c	2.32., 2.32..
		2.33a, 2.33b, 2.33c	2.33d
		2.34a, 2.34b, 2.34c	2.35.a, 2.35.b
		2.35..a, 2.35..b2.35..c, 2.35..d	
		2.35…a, 2.35…c	2.35…d
		2.36.a, 2.36.b, 2.36.c	2.36..a, 2.36..b
		2.36..c	2.36…b, 2.36…d
		2.36…e	2.37
		2.38	2.39a, 2.39b, 2.39c
		2.40a, 2.40b, 2.40c	2.40d
		2.41., 2.41..	UN141
		2.42.a, 2.42.b	2.42..a, 2.42..b
		2.42…a, 2.42…b	2.42…c
		2.43.a, 2.43.b	2.43..a, 2.43..b
		2.43..c	2.43…a, 2.43…b
		2.44.a, 2.44.b	2.44..a, 2.44..b
		2.44…a, 2.44…b	2.44…c
		2.45a, 2.45b, 2.45c	2.45d
		2.46.a, 2.46.b	2.46..a, 2.46..b
		2.46…a, 2.46…b	2.47.a, 2.47.b
		2.47..a, 2.47..b2.47…a, 2.47…b	
		2.47…c	2.48a, 2.48b
		2.49a, 2.49b, 2.49c	2.50a, 2.50b, 2.50c
		2.51.a, 2.51.b, 2.51.c	2.51..a, 2.51..b
		2.51..c	2.51…a, 2.51…b
		2.51…c	2.52.a, 2.52.b
		2.52..a, 2.52..b2.52..c	
		2.52…a, 2.52…b	2.53.a, 2.53.b
		2.53..a, 2.53..b2.53..c	
		2.53…a, 2.53…b	2.53…c, 2.53…d
		2.54.a, 2.54.b	2.54..a, 2.54..b

		2.54…a, 2.54…b	2.54…c
		2.55a, 2.55b	2.56a, 2.56b
		2.57.a, 2.57.b	2.57..a, 2.57..b
		2.57..c	2.57…a, 2.57…b
		2.57…d	2.58.a, 2.58.b
		2.58..a, 2.58..b2.58..c	
		2.58…a, 2.58…b	2.58…c
		2.59.a, 2.59.b, 2.59.c	2.59..a, 2.59..b
		2.59..c	2.59…a, 2.59…b
		2.60.a, 2.60.b	2.60..a, 2.60..b
		2.60..c	2.60…a, 2.60…b
		2.61.a, 2.61.b	2.61..a, 2.61..b
		2.61…a	2.62.a, 2.62.b
		2.62..a, 2.62..b2.62…a	
		UV1a, UV1b, UV1c	UV2
		UV4a, UV4b, UV4c	UV4d
		UV6a, UV6b	UV7a, UV7b
		UV8a, UV8b	UV9a, UV9c, UV9d
		UV11	UV12a
Totalt:	***100***	*Totalt:*	***294***

PROSEDYREOPPGAVER MED SAMMENHENGER (Høyere nivå av kognitive krav)			
Maximum 10		**Matematikk 10**	
2.1	UN77	UN90	UN96
2.6a, 2.6b, 2.6c	UN79	2.22…a, 2.22…b	UN110
UN81	2.8a	UN111	2.25…a
2.9a, 2.9c	2.10a, 2.10c	2.26…a	2.28c
UN83	2.12a	2.29..a	2.29…a, 2.29…c
2.13b, 2.13c	2.14	2.30..a	2.30…a
2.15	2.16	UN122	UN123
2.17a, 2.17b	2.18	2.32…	UN126
UN88	2.19	UN130	2.35…b
UN89	2.21	2.36…a, 2.36…c	UN134
UN92	2.23	2.41…	2.43…c
2.24a, 2.24e	2.25a	2.46..c	2.46…c, 2.46…d
2.26b	2.27	2.47..c	2.47…d
2.29a, 2.29b	2.30a	UN152	UN157
2.31a	UN104	2.52…c	2.54…d
2.33c	2.34a, 2.34c	UN162	UN163
2.35a, 2.35b, 2.35d	2.36c	UN164	UN166

2.37b, 2.37c	2.38b, 2.38c	2.55c	2.56c
UN109	2.39b, 2.39c	UN168	2.57…c
2.40b, 2.40c	2.41a,2.41b,2.41c	2.58…d	2.59…c
2.41d, 2.41e, 2.41f	2.41g, 2.41h, 2.41i	UN173	2.60…c
2.41j, 2.41k, 2.41l	2.41m, 2.41n, 2.41o	2.61…b	2.62…b
2.41p, 2.41q, 2.41r	2.41s	UV3	UV5a, UV5b, UV5c
2.44a, 2.44b, 2.44c	2.44d	UV9b	UV10
2.45	2.46b, 2.46c	UV12b	
2.47a, 2.47b, 2.47c	2.47d, 2.47e, 2.47f		
2.48a	2.49a, 2.49b		
2.50	2.59d		
2.60a, 2.60b	2.60d		
2.61	2.62d		
UN126	UN127		
2.67b, 2.67c	2.69		
2.70b	UN131		
2.71	2.72b		
2.73	2.75b		
2.78d	2.79a, 2.79d		
2.81c, 2.81d, 2.81e	2.84		
2.85b, 2.85c	2.87a, 2.87b, 2.87c		
2.87d, 2.87e	2.88d		
2.89a, 2.89b	2.94a, 2.94b, 2.94c		
2.94d	2.95		
Totalt:	***129***	*Totalt:*	***55***

DET Å ARBEIDE 'MATEMATISK' (Høyere nivå av kognitive krav)			
Maximum 10		**Matematikk 10**	
UN91	UN94	UN178	UN184
2.25c	UN98		
UN101	UN105		
UN134	2.77		
2.86	2.90		
2.91	2.92		
Totalt:	***12***	*Totalt:*	***2***

OPPGAVER SOM ER UTELATT

Maximum 10		**Matematikk 10**
UN117	2.51	
2.52	UN118	
2.53	2.54a, 2.54b	
2.55a, 2.55b	2.56a, 2.56b, 2.56c	
2.56d, 2.56e	2.83	
2.93a, 2.93b		
Totalt:	***17***	*Totalt:* *0*