Høgskolen i Innlandet
Fakultetet for lærerutdanning og pedagogikk

Forfatter: Kristine Maurdal Lillejordet

Masteroppgave i matematikkdidaktikk

En analyse av lærebøker i praktisk matematikk på yrkesfag i videregående skole

An analysis of textbooks in practical mathematics in vocational subjects in upper secondary school

Master i realfagenes didaktikk

2MROPPG2

2024

Norsk sammendrag

Denne masteroppgaven har hatt som formål å undersøke hva som kjennetegner matematikkoppgaver i lærebøker i praktisk matematikk på yrkesfag (1P-Y) i videregående skole. Matematikkoppgavene har blitt undersøkt med tanke på kognitivt nivå, type svar og om oppgavene har yrkesfaglig kontekst. I denne sammenheng har det blitt gjennomført en kvantitativ innholdsanalyse av tre trykte lærebøker. Det ble analysert ordinære oppgaver, snakkoppgaver og utforskoppgaver innenfor temaene målenheter og formler i yrkesfaget restaurant- og matfag.

For å gjennomføre analysen er en tilpasset versjon av rammeverket til Charalambous et al. (2010) for analyse av lærebøker i matematikk anvendt. Elementer av kognitive krav fra Smith og Stein (1998) har også vært benyttet i analyseprosessen.

Resultatene fra analysen viste at lærebøkene hadde en stor overvekt av ordinære oppgaver på lavt kognitivt nivå og oppgaver som kun krevde et svar. Utforsk- og snakkoppgavene hadde en høyere andel oppgaver på høyt kognitivt nivå sammenliknet med de ordinære oppgavene. For disse oppgavene var kategorien forklaring den mest vanlige. Den yrkesfaglige konteksten i oppgavene varierte stort mellom lærebøkene, fra i underkant av 5 % til i overkant av 30 %.

Med bakgrunn i lærebøkenes rolle i skolen og at samtlige trykte lærebøker er inkludert i denne studien, peker forskningsarbeidet på et behov for at lærere bør tilpasse lærebokoppgavene for å stimulere elevenes muligheter for problemløsning, utforsking, resonnering, forklaring og yrkesfaglig tilknytning. Å omforme oppgaver fra lavt til høyt kognitivt nivå i tillegg til å inkludere yrkesfaglige kontekster kan forbedre elevenes matematiske forståelse og gjøre at elevene opplever matematikken som mer relevant i eget liv.

Engelsk sammendrag (Abstract)

Title: «An analysis of textbooks in practical mathematics in vocational subjects in upper secondary school"

This master thesis aimed to examine the characteristics of mathematics tasks found in textbooks on applied mathematics in vocational subjects (1P-Y) in upper secondary education. The mathematics tasks were examined concerning their cognitive level, response type, and the presence of vocational context. In this study, a quantitative content analysis of three printed textbooks was conducted. It involved analyzing regular tasks, discussion tasks, and exploration tasks within the topics of units of measurement and formulas in the vocational field of restaurant and food studies.

To conduct this analysis, an adapted version of the framework by Charalambous et al. (2010) for the analysis of mathematics textbooks was utilized. Elements of cognitive demands from Smith and Stein (1998) were also used in the analysis process.

The results of the analysis showed that the textbooks had a large majority of ordinary tasks at a low cognitive level and tasks that only required an answer. Exploration and discussion tasks displayed a higher proportion of tasks at a higher cognitive level compared to the regular tasks. For these tasks, the category of explanation was the most common. The vocational context in the tasks varied significantly among the textbooks, ranging from just under 5 % to over 30 %.

Considering the role of textbooks in education and the inclusion of all printed textbooks in this study, the research indicates a need for teachers to adapt textbook tasks to stimulate students' opportunities for problem-solving, exploration, reasoning, explanation, and vocational connection. Transforming tasks from low to high cognitive levels and including vocational contexts can improve students' mathematical understanding and make them experience mathematics as more relevant to their own lives.

Forord

En masterstudie, som var ment å vare i fire år, er nå etter to og et halvt år snart ved veis ende. Det er med stolthet, mer faglig bagasje og lettelse jeg nå opplever å være i sluttfasen av denne prosessen. Det har vært en krevende periode å skulle kombinere studietilværelsen med familieliv og arbeid. Dette hadde ikke vært mulig uten god støtte underveis i prosessen, og i den sammenheng er det flere jeg ønsker og rette en stor takk til.

Først vil jeg takke min veileder, Anita Helseth, for raske, gode og motiverende tilbakemeldinger i arbeidet med denne masteroppgaven. Det var veldig flott at vi fikk til et samarbeid så tidlig som vi gjorde, noe som har lagt et godt grunnlag for at denne studien kan leveres tidligere enn først planlagt. Takk også til min tidligere kollega som har hjulpet til i analysearbeidet og som har bidratt med gode refleksjoner. Jeg vil også rette en takk til Jorryt Van Bommel som hjalp meg i masteroppgavens startprosess.

Jeg har også fått god støtte og tilrettelegging fra arbeidsgiver, Storhamar videregående skole i forbindelse med dette studiet. Dette har vært viktig for å kunne kombinere jobben som matematikklærer i tillegg til å være student.

Til slutt vil jeg også takke familien som har vært støttende og behjelpelige med barnepass, slik at jeg har fått mulighet til å fullført dette studiet. Den største takken går til mannen min, Hans Thorvald, og barna våre Henry og Else Margrethe. Takk for at dere har hatt troen på meg og støttet meg underveis i studieløpet. Dere betyr alt for meg.

Kristine Maurdal Lillejordet, januar 2024.

Innhold

1. Innledning

I dette kapittelet vil jeg gjøre rede for bakgrunnen for valg av temaet i denne masteroppgaven. Problemstilling og forskningsspørsmålene vil bli beskrevet, i tillegg til avgrensning og oppbygging av studien. Avslutningsvis vil den nye læreplanen, Læreplanen for Kunnskapsløftet (heretter kalt LK20) bli presentert, med fokus på kjerneelementer og yrkesretting i videregående skole.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

For første gang i sitt tiårige skoleløp, gis elevene mulighet til å velge sin egen vei og sitt eget utdanningsprogram i valg av videregående skole. I 2022 fikk i overkant av 82 % sitt førsteønske innvilget, der andelen var høyest på studiespesialiserende med 87 %, mot 77 % på yrkesfag (Statistisk sentralbyrå, 2023). Det at man selv kan utdanne seg innenfor noe man motivert for, er grobunn for lærelyst, som igjen er en viktig nøkkel for å kunne lære.

Som matematikklærer på studiespesialisering og i yrkesfag på videregående skole, møter jeg både elever som er ivrige i læringsprosessen, men også elever med liten arbeidsinnsats og lav faglig kunnskap. Hvor elevene er på skalaen varierer veldig, og er avhengig av både arbeidsmetoder og temaene det jobbes med. Min erfaring er at elevene blir engasjerte når de møter på autentiske oppgaver innenfor et område de interesserer seg for, og som er innenfor deres proksimale utviklingssone. Det er dette som har gjort at jeg alltid er på leting etter oppgaver som elevene opplever som meningsfulle og relevante, samtidig som oppgavene utfordrer elevene på riktig nivå. Min oppfatning er at matematiske oppgaver danner grunnlaget for elevenes læring i matematikk. Elevenes tenkning om et fagområde i læreplanen, og deres forståelse av dette, er i stor grad definert av oppgavene som lærerne gir (Doyle, 1988, s. 167). Av denne grunn er det matematiske oppgaver jeg ønsker å undersøke i denne masteroppgaven. Jeg ønsker å undersøke hvilke kognitive nivåkrav, hvilke type svar og hvilken kontekst elever møter i matematikkoppgaver.

Høsten 2020 ble det innført nye læreplaner i Norge. Fagfornyelsen førte til en nedjustering av antall kompetansemål i matematikk, samtidig som kompetansemålene har blitt mer åpne. I tillegg ble det innført kjerneelementer i alle fag, som av Utdanningsdirektoratet (2019) blir beskrevet som det viktigste faglige innholdet som elevene skal arbeide med. I matematikk har de nye læreplanene ført til nye arbeidsmetoder og nytt innhold i undervisningen. Dette har ført til et behov for nye lærebøker, og de store norske forlagene har alle gitt ut sine eksemplarer. I Norge var det tidligere en statlig godkjenningsordning som lærebøkene måtte gjennom før de kunne publiseres, men denne loven ble opphevet i år 2000. Dette har blant annet ført til at forfattere og forlags tolkninger av kompetansemålene og kjerneelementene i fagfornyelsen ikke har vært til statlig revidering. Med nye åpne kompetansemål og innføringen av kjerneelementene, er det aktuelt og interessant å se på hvordan oppgavene i lærebøkene imøtekommer intensjonen til læreplanen.

Den forrige læreplanen, Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006 (heretter kalt LK06), hadde ikke yrkesrettede og yrkesspesifikke kompetansemål i matematikk på yrkesfag. Tidligere hadde alle yrkesfaglige retninger på videregående skole samme kompetansemål i matematikk, innenfor de tre hovedområdene tall og algebra, geometri og økonomi. Det nye læreplanverket, LK20, har et tydeligere søkelys på matematiske metoder og teknikker som kan anvendes i ulike yrkesfaglige situasjoner. I praksis betyr dette at matematikken på yrkesfag skal rettes mer mot anvendelse av matematikk i yrkesfaglige sammenhenger. Med bakgrunn i at nesten 4 av 5 elever i Norge kommer inn på sitt førstevalg i yrkesfag, har elevene en genuin interesse for det fagområde de har tenkt å utdanne seg i. Med nye læreplaner og yrkesrettede og yrkesfagspesifikke kompetansemål i LK20, er det interessant å undersøke i hvilken grad konteksten i matematikkoppgavene er knyttet til elevenes utdanningsområde.

Det kognitive nivået til en oppgave handler om de kognitive prosessene elevene må bruke for å utføre den (Doyle, 1988, s. 180). En oppgave som kan løses ved å bruke hukommelsen eller prosedyrer uten sammenhenger, vil stille lave kognitive krav til elevene. Krever oppgavene mer resonnering, tolkning, evne til å se sammenhenger eller at oppgavene ikke har en gitt fremgangsmåte, kan oppgaven karakteriseres som en oppgave på et høyt kognitivt nivå (Doyle, 1988; Smith & Stein, 1998; Stein & Smith, 1998). Hvilke type svar en matematikkoppgave krever, vil kunne si noe om en elevs mulighet til å vise resonnement og matematisk forståelse. Konteksten i matematikkoppgaver er også viktig, fordi det hjelper elevene til å forstå hvordan matematikk kan anvendes i virkeligheten. I tillegg kan kontekstuelle oppgaver som treffer elevene bidra til å gjøre matematikken mer relevant og meningsfullt for dem.

Å undersøke matematikkoppgavers kognitive krav er viktig for å kunne tilpasse undervisningen og oppgaver til elevenes nivå. I tillegg er det viktig for å se hvilke tankeprosesser elevene må aktivere for å utvikle sin matematiske forståelse. Tidligere forskning viser at lærebøker spesielt i vestlige land i stor grad tilbyr elevene rutineoppgaver, noe som bidrar til å utvikle prosedyrekunnskap og instrumentell forståelse (Charlambous et al., 2010; Jäder et al., 2020). Mangelen på oppgaver som bidrar til å bygge begrepsmessig kunnskap og relasjonell forståelse, kan føre til at elevene ikke utvikler en dyp og helhetlig forståelse av matematikk. Dette kan også føre til at elevene kan miste interessen for faget, fordi de ikke ser relevansen i det de lærer. Forskningsfunn antyder at for at elevene skal oppnå ønskelig læringsutbytte, er det viktig at de engasjeres i aktiviteter der de må «slite» med viktig matematikk i miljøer som utfordrer og støtter dem (Niss, 2007, s. 1304).

Matematikk er et fag som lenge har vært assosiert med lærebøker og læremidler (Remillard, 2005, s. 214). Selv om tilgangen på oppgaver er større enn noen gang, vil jeg i denne studien begrense meg til å undersøke oppgaver i lærebøker. Lærebøker er i de fleste klasserom det fysiske verktøyet som er nærest knyttet til undervisning og læring (Valverde et al., 2002, s. 2). I Norge har lærebøker en veldig sterk stilling i matematikkfaget. I den internasjonale rapporten til TIMMS fra 2011, viser at hele 94 % av norske elever oppgir at lærerne bruker læreboken som grunnlag for undervisning (Mullis et al., 2012, s. 394). I undervisningen er det særlig to måter lærere bruker lærebøkene på i undervisning, og det er som kilde til oppgaver og problemer (Rezat & Strasser, 2014, s. 58).

1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

I denne masteroppgaven ønsker jeg å se nærmere på matematikkoppgaver i lærebøker. I denne sammenheng vil jeg gjennomføre en kvantitativ innholdsanalyse av tre lærebøker i praktisk matematikk på yrkesfag (1P-Y) i videregående skole. Målet er å finne ut hva som kjennetegner matematikkoppgavene som presenteres i lærebøkene, og studiens problemstilling er formulert på følgende måte:

«Hva kjennetegner lærebøkenes matematikkoppgaver i praktisk matematikk på yrkesfag med tanke på yrkesfaglig kontekst, svartype og kognitive krav?».

For å kunne besvare problemstillingen har jeg valgt disse tre forskningsspørsmålene:

1) Hvor kognitivt krevende er oppgavene i lærebøkene?
2) Hvilke type svar krever oppgavene?
3) Har oppgavene kontekst, og er denne knyttet til elevenes valg av yrkesfag?

Begrunnelsen for å bryte ned problemstillingen i forskningsspørsmål er fordi forskningsspørsmålene er med på å klargjøre og avgrense hva som skal undersøkes i denne masteroppgaven. Forskningsspørsmålene har også til hensikt å bidra til å systematisere og strukturere masteroppgaven, og de vil til slutt brukes til å svare på den overordnede problemstillingen.

1.3 Avgrensing av studien

Med bakgrunn i at det i LK20 ble innført ulike kompetansemål på tvers av yrkesfagene, og at dette er en masteroppgave med begrenset omfang, har det vært nødvendig å gjøre noen avgrensninger. For å undersøke konteksten i matematikkoppgavene i de ulike lærebøkene, er det viktig at de ulike lærebøkene retter seg mot den samme elevgruppen. Det er med bakgrunn i dette at det er foretatt et valg om at alle lærebøkene som velges skal ha utdanningsprogrammet restaurant- og matfag som målgruppe. I praktisk matematikk på yrkesfag er det tre fysiske lærebøker tilgjengelige fra tre ulike forlag. På grunn av studiens omfang vil det ikke være mulig å undersøke alle matematiske temaer og alt innhold i samtlige bøker. Av denne grunn har jeg valgt å undersøke alle de tre lærebøkene, men begrenset oppgaven ved å undersøke to matematiske områder; formler og måleenheter. Jeg har valgt disse to områdene fordi de er særlig relevante for elever som studerer restaurant- og matfag. I matlaging er det for eksempel avgjørende at elevene mestrer å anvende ulike målenheter, samtidig som de har kunnskap om matens energi- og næringsinnhold. I tillegg til at målenheter og formler er aktuelle temaer i restaurant- og matfag, vil begge de matematiske områdene kunne overføres til både dagligliv og andre yrkesretninger. I restaurant- og matfag er de to matematiske områdene knyttet opp til tre av de seks kompetansemålene i faget. De tre kompetansemålene er:

1) tolke og bruke formler som gjelder dagligliv og yrkesliv
2) tolke og bruke sammensatte måleenheter i praktiske sammenhenger og velge egnet måleenhet
3) tolke og regne med nærings- og energiinnhold, og regne om mellom ulike sammensatte enheter knyttet til restaurant- og matfag (Kunnskapsdepartementet, 2019a)

Kompetansemål tre, er det eneste kompetansemålet som kun finnes på restaurant- og matfag. De andre kompetansemålene, er kompetansemål som er beskrevet innenfor alle yrkesfagretninger. Kompetansemål én er både knyttet til yrkesliv og dagligliv, mens oppgavene som favner kompetansemål to også kan anvendes i andre yrkesfagretninger. Dette medfører at til tross for at oppgaven avgrenses, så kan den også være interessant og aktuell for andre yrkesfagretninger. To av lærebøkene som er valgt, er også lærebøker som inkluderer flere yrkesfagretninger i samme lærebok. Mer informasjon om valg av lærebøkene gis i metodekapittelet.

Dersom vi ser nærmere på de tre kompetansemålene ovenfor, ser vi at de inneholder verbene, bruke, tolke, velge og regne. For at elevene skal opparbeide seg en matematisk kompetanse innenfor disse områdene, vil oppgavene i lærebøkene ha ulike krav til kognitive nivå og kreve ulike typer svar.

1.4 Oppbygging av studien

For å gi leseren en oversikt over strukturen i denne masteroppgaven, vil jeg nå beskrive oppbygningen av studien. Studien består av seks kapitler, hvor innledningen er inkludert.

Kapittel 1 omhandler formålet med studien, samt dens problemstilling og forskningsspørsmål. I tillegg presenteres læreplanen for LK20, med fokus på kjerneelementer og yrkesretting i videregående skole.

Kapittel 2 tar for seg teoretiske perspektiver og tidligere forskning knyttet til matematisk forståelse og kompetanse, lærebøker og matematiske oppgaver. Her presenteres også rammeverket som oppgaven bygger på.

Kapittel 3 omhandler valg av metode, men også aspekter ved studiens kvalitet, som reliabilitet, validitet og forskningsetikk. Kapittelet inneholder også en oversikt og en begrunnelse for valg av rammeverk, samt en presentasjon av lærebøkene, valg av oppgaver til analyse og hvordan analysen har blitt gjennomført.

Kapittel 4 presenterer resultatene for analysen.

Kapittel 5 diskuterer og drøfter oppgavens resultater i lys av forskning og teori som er belyst i kapittel 2.

Kapittel 6 er en konklusjon av studien, der problemstilling drøftes i lys av hovedfunnene i analysen. Her presenteres også forslag om videre forskning.

1.5 Læreplanen

For å imøtekomme fremtiden i et samfunn som stadig endres, ble det høsten 2020 innført nye læreplaner i Norge, LK20. Ludviksenutvalget startet arbeidet med nye læreplaner så tidlig som i 2013, og prosessen ble kalt fagfornyelsen. LK20 skulle knytte seg tett til elevenes hverdag, og i matematikk ble det innført kompetansemål etter hvert trinn for å tydeliggjøre når elevene skal lære hva (Utdanningsdirektoratet, 2023). For å legge til rette for dybdelæring og utforsking, ble det i tillegg innført færre emner pr. trinn. I læreplanene på yrkesfag i videregående opplæring, ble det utformet yrkesrettede og yrkesfagspesifikke deler i fellesfagene (Kunnskapsdepartementet, 2019b). I matematikk har dette ført til at enkelte kompetansemål ikke lenger er felles for alle yrkesretninger, men er tilpasset det enkelte yrkesfag. Den forrige læreplanen hadde kompetansemål innen de tre hovedområdene tall og algebra, geometri og økonomi, og besto av til sammen tretten kompetansemål (Kunnskapsdepartementet, 2013). I de nye læreplanene ble timeantallet videreført, mens kompetansemålene ble redusert til seks (Kunnskapsdepartementet, 2019a). I LK20 er det ikke videreført matematiske hovedområder slik det ble gjort i LK06. I den nye læreplanen introduserte Ludviksenutvalget de fem matematiske komponentene til Kilpatrick et al., (2001) for å beskrive den matematiske kompetansen til elevene (s. 117). I utviklingen av læreplanen i matematikk så utvalget for seg at samspillet mellom komponentene ville gjelde på tvers av de matematiske hovedområdene, tall og algebra, måling, statistikk og geometri (NOU 2015: 8, s. 57). De fem matematiske komponentene er sentrale i kompetanseutviklingen til elevene, og er sammen med Niss og Jensens (2002) åtte kompetanseområder (s. 45), med på å danne et grunnlag i den fagspesifikke kompetansen man i LK20 har kalt kjerneelementer. I opplæringen er kjerneelementene beskrevet som det viktigste faglige innholdet elevene skal jobbe med (Utdanningsdirektoratet, 2019).

1.5.1 Kjerneelementer

For å kunne mestre å bruke matematikkfaget er det avgjørende at elevene kan kjerneelementene (Utdanningsdirektoratet, 2019). Innholdet i kjerneelementene er tenkemåter, metoder, kunnskapsområder, uttrykksformer og sentrale begreper (Utdanningsdirektoratet, 2019). Kjerneelementene er i stor grad med å bestemme innholdet og progresjonen i læreplanene, og de skal føre til at elevene vil utvikle forståelse og ser sammenhenger i faget over tid (Utdanningsdirektoratet, 2019). I matematikk er det seks kjerneelementer som er beskrevet i læreplanen; *utforsking og problemløsning, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon* og *abstraksjon og generalisering* (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Disse seks kjerneelementene har mange likheter med de åtte kompetansene; tankegangskompetanse, representasjonskompetanse, symbol- og formalismekompetanse, hjelpemiddelkompetanse, kommunikasjonskompetanse, modelleringskompetanse, resonnementskompetanse og problembehandlingskompentanse, som Niss og Jensen (2002) har beskrevet (s. 45). På bakgrunn av oppgavens problemstilling, vil jeg kun fokusere på tre av de seks kjerneelementene. En begrunnelse og utdyping av de tre utvalgte kjerneelementene følger nedenfor.

Utforsking og problemløsning

Dette kjerneelementet handler om at elevene skal ha fokus på fremgangsmåter og strategier fremfor å finne svaret på oppgaven (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Elevene skal kunne finne matematiske sammenhenger, og kunne dele opp problemer i mindre komponenter som de kan løse systematisk (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Det siste elementet er essensielt i problemløsning, som handler om at elevene skal løse et problem de ikke kjenner fra før. Problemløsning handler også om å vurdere gyldigheten til løsningene (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Ifølge Schoenfeld (2016) er det en generell aksept at et av matematikkens hovedmål er å gjøre elevene til gode problemløsere (s. 1). Jäder et al. (2020) angir at det er forskjell på elever som selv konstruerer løsninger, og på elever som imiterer andres løsninger. Sistnevnte anses kun som å fullføre en rutineoppgave, og handler ikke om problemløsning (Jäder et al., 2020, s. 1120). Lester (2013) beskriver problemløsning på en liknende måte, og beskriver problemløsning som en ikke rutinemessig prosess som krever at en person engasjerer seg i en rekke kognitive handlinger (s. 248). Ved å undersøke oppgavenes kognitive nivåer i lærebøkene, vil en kunne få mulighet til å se hvor mye oppgavene krever av elevene. Hva som oppfattes som et problem, og hvor mye en oppgave krever av elevene er individuelt og er avhengig av den enkeltes kompetanse.

Resonnering og argumentasjon

Dette kjerneelementet handler om å kunne vurdere, følge og forstå matematiske tankerekker (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Det handler om at elevene skal kunne begrunne og utforme sine egne resonnementer i matematikken (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Elevene må kunne argumentere for fremgangsmåter, resonnementer og løsninger, og de må overbevise andre om at disse er gyldige (Kunnskapsdepartementet, 2019a). I lærebøker vil en kunne vurdere elevene mulighet til å resonnere og argumentere ved å analysere hvilke type respons oppgavene krever. Stacey og Vincent (2009) understreker at muligheter for å begrunne, forklare og bevise bør være en fremtredende del av det å lære matematikk for elever i alle aldre (s. 271). En begrunnelse eller forklaring på en oppgave vil gi mer innsikt i en elevs matematiske forståelse og kompetanse enn et enkelt svar. Charalambous et al. (2010) understreker at det å skrive matematiske setninger eller å forklare sin egen tenkning, blant annet er viktig for å hjelpe elevene med å finne ut av sine tanke- og løsningsprosesser (s. 144).

Modellering og anvendelser

Kjerneelementet modellering og anvendelser handler om at elevene skal kunne lage, vurdere og anvende matematiske modeller av virkeligheten (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Elevene skal også kunne vurdere modellenes gyldighet, og vurdere om de kan anvendes i andre situasjoner (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Dette kjerneelementet handler også om at elevene skal få innsikt i hvordan de kan bruke kunnskapen i ulike situasjoner, både i og utenfor faget (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Å knytte hverdagslivet til matematikken er en essensiell del av modelleringsprosessen, noe som innebærer å tolke den matematiske løsningen og relatere den tilbake til den opprinnelige konteksten (Berget & Bolstad, 2019, s. 87). I forhold til oppgaver i lærebøker, vil en analyse av om oppgavene har kontekst eller ikke, kunne si noe om elevene vil kunne se en kobling mellom virkeligheten og matematikken. En hverdagskontekst som elevene kan kjenne seg igjen i, kan både hjelpe elevene til å forstå matematisk innhold, men også virke motiverende på elevene (Blum, 2015 s. 81). Rejeki et al. (2021) mener at det bør etterstrebes å løse matematiske problemer som har en virkelig kontekst (s. 1).

1.5.2 Yrkesretting av fellesfag fra Reform 94 frem til i dag

Det er ikke bare innen kjerneelementet modellering og anvendelser at etterstrebelsen til at elevene skal kunne se sammenhenger mellom matematiske problemer og virkelige kontekster er i søkelyset. Allerede ved innføringen av Reform 94 ble begrepet yrkesretting sentralt, noe som innebar at opplæringen i de felles allmenne fagene skulle yrkesrettes både i aktiviteter og innholdsmessig (NOU 2008: 18, s. 80). Tanken bak yrkesrettingen var at fellesfagene skulle bidra til å gjøre opplæringen i yrkeslivet mer relevant og interessant for elevene. (NOU 2008: 18, s. 80). Et mål var og er fortsatt at elevene skal se nytten og relevansen fellesfaget kan gi de i et fremtidig yrke.

Siden Reform 94, har søkelyset på yrkesretting vært vekslende i den videregående skolen. LK06 nedjusterte fokuset på yrkesrettingen ved å fjerne begrepet yrkesretting fra styringsdokumentene, og ved å innføre en felles sentralt gitt eksamen for alle utdanningsprogrammene (NOU 2008: 18, s. 81). Allerede året etter (29. juni 2007) satte regjeringen ned et utvalg (Karlsen-utvalget) som skulle vurdere hvordan yrkes- og fagopplæringen best kunne imøtekomme fremtidens behov. Et av forslagene til utvalget var å gjennomgå læreplanene i fellesfagene med tanke på veiledninger om yrkesretting (NOU 2008: 18, s. 81). Utvalget foreslo også at det for lærerne skulle utvikles fagdidaktiske kurs (NOU 2008: 18, s. 81). I forskrift til Opplæringslova §1-3 ble det i 2010 slått fast at fellesfagene skulle tilpasses det enkelte utdanningsprogram. Resultatene fra Karlsen-utvalgets konklusjoner, og forskriften til Opplæringsloven, ble blant annet resultert i prosjektet FYR, der FYR står for fellesfag, yrkesretting og relevans. Resultatene av erfaringen som har blitt gjort, er i dag også synlige i LK20, blant annet ved fokuset på dybdelæring og tverrfaglighet. Et av de tydeligste sporene på yrkesretting i dagens læreplan er kanskje de nye yrkesrettede kompetansemålene i fellesfagene. I matematikk 1P-Y for restaurant- og matfag er det i alt seks kompetansemål, der målet for opplæringen er at elevene skal kunne:

1) tolke og bruke formler som gjelder dagligliv og yrkesliv
2) tolke og bruke sammensatte måleenheter i praktiske sammenhenger og velge egnet måleenhet
3) tolke og regne med nærings- og energiinnhold, og regne om mellom ulike sammensatte enheter knyttet til restaurant- og matfag
4) innhente data fra praksisfeltet, gjøre overslag og beregninger og lage hensiktsmessige framstillinger av resultatene og presentere disse
5) vurdere valg knyttet til personlig økonomi og reflektere over konsekvenser av å ta opp lån og å bruke kredittkort
6) lese, bruke og lage regneark i arbeidet med budsjett, anbud og kostnadsberegning knyttet til restaurant- og matfag, og vurdere hvordan ulike faktorer påvirker resultatet (Kunnskapsdepartementet, 2019a)

Kompetansemål 2 og 5 er identiske kompetansemål for alle de ti ulike yrkesfaglige retningene som tilbys i Norge. Kompetansemål 1 har også identisk ordlyd i samtlige ti læreplaner, men vil kunne føre til ulikt yrkesrettet innhold, siden formlene skal tolkes og brukes innenfor yrkeslivet. Det samme gjelder kompetansemål 4 og 6, der det skal fokuseres på å innhente data fra praksisfeltet, og yrkesøkonomi innenfor det respektive yrkesfaget. Kompetansemål 4 er gjeldende for åtte yrkesfag, mens kompetansemål 6 er gjeldende for ni av yrkesfagene. Kompetansemål 3 er det eneste kompetansemålet som kun finnes på restaurant- og matfag.

2. Teori og tidligere forskning

Innenfor dette kapittelet vil teori og tidligere forskning bli presentert. Avslutningsvis følger også en beskrivelse av rammeverket som ligger til grunn for analyseprosessen i studien.

2.1 Matematisk forståelse og kompetanse

Målet med all matematikkundervisning er å få elevene til å utvikle en matematisk forståelse. Matematisk forståelse er et begrep som har blitt forsket på i mange år, og som derfor har mange definisjoner. For snart et halvt århundre siden, delte Skemp (2006) begrepet forståelse i instrumentell og relasjonell forståelse. Den instrumentelle forståelsen innebærer at elevene lærer regler og algoritmer, som de kan bruke til å finne oppgavenes løsning (Skemp, 2006 s. 95). En elev med instrumentell forståelse, kan ved hjelp av bestemte instrukser komme seg fra start til mål, men dersom eleven møter på nye momenter, kan dette føre til at eleven står fast i arbeidet med å komme videre. Årsaken ligger i at elevene har lært å anvende en bestemt prosedyre, men eleven vet ikke hvorfor (Skemp, 2006, s. 89). I motsatt tilfellet har Skemp (2006) anvendt begrepet relasjonell forståelse. Dette er en forståelse som innebærer at en elev både forstår hvordan en oppgave skal løses, men også hvorfor. En elev som innehar en relasjonell forståelse, har både evnen til å se sammenhenger, til å bygge strukturer, og eleven er mer selvgående i oppgaveløsningen (Skemp, 2006, s. 89). Skemp tar til orde for at den relasjonelle forståelsen er foretrukket fremfor den instrumentelle, men han argumenterer for at instrumentell forståelse også har sine fordeler. Forfatteren mener at instrumentell matematikk ofte er lettere å forstå, og at elevene i mange tilfeller kan komme fortere frem til løsningen på oppgaven, fordi det er begrenset forståelse involvert. I relasjonell matematikk er du mer tilpasningsdyktig til nye oppgaver, du husker lettere, men det er vanskeligere å lære. Med relasjonell forståelse har man også større potensiale for å se matematiske sammenhenger, siden man ikke ser de ulike emnene i matematikken som separate emner. En elev med denne forståelsen vil derfor ha større mulighet for å løse mer utfordrende oppgaver, og kunne forklare prosessen fra start til mål.

Skemps skille mellom instrumentell og relasjonell forståelse, har mange likheter med Hiebert og Lefevres (1986) begreper, prosedyrekunnskap (prosedural knowledge) og begrepsmessig kunnskap (conseptual knowledge). Deres definisjon av prosedyrekunnskap er at elevene benytter prosedyrer, regler eller algoritmer til å løse matematiske oppgaver. Prosedyrekunnskap handler også om at elevene skal gjenkjenne matematiske symboler og språk (Hiebert & Lefevres, 1986, s. 6). Den begrepsmessige kunnskapen handler om en dypere forståelse for matematikken. I dette tilfellet vil en elev kunne se sammenhenger og bygge kunnskap på eksisterende kunnskap (Hiebert & Lefevres, 1986, s. 4). Elever som har utviklet begrepsmessig kunnskap, vil i likhet med elever med relasjonell forståelse forstå hvordan de skal løse en oppgave, og hvorfor. Hiebert og Lefevres (1986) understreker at forholdet mellom prosedyrekunnskap og begrepsmessig kunnskap er viktig. Dersom én eller begge kunnskapene er mangelfulle, eller at de forblir separate enheter, vil ikke den matematiske kompetansen til elevene være fullkommen. Hvis elever ikke ser sammenhengen mellom konsepter og prosedyrer, kan elevene ha en god intuitiv forståelse for matematikk, men ifølge Hiebert og Lefevres (1986) vil ikke elevene kunne løse problemene. På samme måte vil elevene kunne oppnå et matematisk svar, men forståelsen uteblir (Hiebert & Lefevres, 1986, s. 9).

I løpet av de siste femti år, har både samfunnet og skolegangen endret seg. Det har også synet på matematikken. Fra å ha fokus på innlæring av prosedyrer, strukturer, raske og nøyaktige matematiske beregninger, ble fokuset rettet mot resonnering, kommunikasjon, problemløsning og å koble sammen matematiske ideer (Kilpatrick et al., 2001, s. 115). I lys av utvikling, forskning og matematisk erfaring, introduserte Kilpatrick et al. (2001) en kompetansemodell, Intertwined Strands of Proficiency, som er kjent under navnet trådmodellen på norsk. Denne kompetansemodellen er satt sammen av fem komponenter; begrepsforståelse/konseptuell forståelse (conceptual understanding), resonnering (adaptive reasoning), anvendelse (strategic competence), engasjement (productive disposition) og beregning (procedural fluency).

Komponenten begrepsforståelse/konseptuell forståelse, handler om at elevene kan mer enn fakta og prosedyrer. Har elevene utviklet en konseptuell forståelse, vil elevene forstår hvorfor en matematisk idé er viktig, og i hvilke sammenhenger den er nyttig. Elevene kan utnytte eksisterende kunnskap til å løse nye utfordringer, og de kan representere matematiske situasjoner på ulike måter (Kilpatrick et al., 2001, s. 118-119).

Beregning er en komponent som omhandler å ha kunnskap om prosedyrer. Dette innebærer å kunne regne nøyaktig og effektiv, men også fleksibelt. En velutviklet beregningsforståelse fører til at eleven kan veksle mellom ulike prosedyrer, og at prosedyrene anvendes i de situasjoner der de er mest hensiktsmessige (Kilpatrick et al., 2001, s. 121). Det legges vekt på at prosedyrene ikke bare skal brukes for å finne svaret, men at de skal forstås (Kilpatrick et al., 2001, s. 122).

Kilpatrick et al. (2001) beskriver anvendelse som evnen til å formulere, representere og løse matematiske problemer (s. 124). Dette kan knyttes opp mot problemløsning, der elevene ikke har en innlysende metode for å løse utfordringen. En elev med høy anvendelsesforståelse, vil kunne være fleksibel, oppdage matematiske sammenhenger, og utvikle nye løsningsmetoder ved behov. Det vil også i anvendelse være viktig å vurdere hvilken fremgangsmåte som vil være mest hensiktsmessig å benytte. I løsning av matematiske problemer, vil også resonnering være en viktig egenskap.

Resonnering handler om å tenke logisk, reflektere og argumentere i valg av strategier. Kilpatrick et al. (2001) beskriver at komponenten resonnering er limet som holder alt sammen i matematikken (s. 129).

Forfatterne mener videre at resonneringsforståelsen skal bidra til at elevene kan navigere mellom metoder, at de kan begrunne og forklare sine valg, og at de kan vurdere gyldigheten til løsningene de kommer frem til.

Den siste delkompetansen i kompetansemodellen er engasjement. Denne komponenten består i å oppfatte matematikken som både nyttig og verdifull, og handler om at elevene må være utholdende, og ha troen på at innsats gir læring (Kilpatrick et al., 2001, s. 131).

Kilpatrick et al. (2001) understreker at de fem komponentene i kompetansemodellen ikke skal betraktes isolert (s.116). Dette innebærer at komponentene i fellesskap er sammenvevde, og at de er gjensidige avhengige av hverandre for å kunne utvikle en matematisk forståelse. Det er viktig at komponentene fungerer sammen, og at elevene får mulighet til å utvikle samtlige av de (Kilpatrick et al., 2001, s. 133).

2.2 Lærebøker

I videregående opplæring er det Kunnskapsdepartementet og Utdanningsdirektoratet som fastsetter utdanningsprogrammer, læreplaner og fag- og timefordeling, mens det i fag- og yrkesopplæring også samarbeides tett med partene i arbeidslivet (Kunnskapsdepartementet, 2022). De faglige læreplanene beskriver den forventede kompetansen elevene skal oppnå i de enkelte fagene (Kunnskapsdepartementet, 2022). Valverde et al. (2002) utviklet en tredelt fremstilling av læreplanen som de har kalt The International Association for the Evaluation of Education Achievement (IEA). Denne tredelingen beskriver læreplanens tre ulike stadier, fra den tiltenkte (slik den er ment å være), til den implementerte (hvordan den brukes i klasserommet) og til den oppnådde (kunnskapen som elevene har ervervet) (Valverde et al., 2002, s. 5). En tilsvarende læreplanmodell brukes også i TIMSS (TIMSS Curriculum Model) (Mullis, 2017, s. 4). Som et bindeledd mellom den tiltenkte og implementerte læreplanen, har Valverde et al. (2002) plassert lærebøkene (s. 9). I denne klassifiseringen kan lærebøkene utvikles ut fra den tiltenkte læreplanen. Lærebøkene har på sin side, stort potensial til å påvirke og definere den implementerte læreplanen, som igjen vil påvirke hva elevene lærer (Rezat & Straesser, 2014, s. 54). I rammeverket som brukes i TIMSS nevnes også læreboken som en faktor i den potensielt implementerte læreplanen (Mullis et al., 2009, s. 100). Valverde et al. (2002) beskriver lærebøker som de fysiske verktøyene som er sterkest knyttet til undervisning og læring (s. 2).

2.3 Lærebøkenes oppgaver

Det er mye som tyder på at lærebøker har en sterk innvirkning på det som skjer i klasserommene (Valverde et al., 2002, s. 2). I forskning er det funnet signifikante sammenhenger mellom emner som fremmes i lærebøker, og andel undervisningstid som brukes i klasserommet (Valverde et al., 2002, s. 10). Lærebøkenes oppgaver i matematikk vil også ha betydning for hva de lærer i faget og hvordan de lærer. Oppgaver som elevene engasjerer seg i, danner grunnlaget for elevenes muligheter til å lære hva matematikk innebærer og hvordan man utfører det (Doyle, 1983,1988, referert i Stein, Remillard & Smith, 2007, s. 347). Jäder et al. (2020) mener det er viktig å undersøke lærebøker, siden lærebøkenes oppgavetyper og hva de krever av elevene, kan indikere i hvilken grad en lærebok stemmer overens med dagens kompetanserammer (s. 1124).

Lepik et al. (2007) gjennomførte en studie i Estland, Finland og Norge der de undersøkte bruken av lærebøker i klasserommene fra lærernes perspektiv. I forskningsartikkelen skriver de at matematikkundervisning i klasserommet i mange tilfeller er organisert og levert gjennom de matematiske oppgavene og aktivitetene som finnes i lærebøker (s. 287). Resultatene fra studien viste at i Finland er læreboken den avgjørende ressursen for oppgaver, mens i Estland og Norge bruker lærere andre ressurser i større grad. I Norge ser om lag en tredjedel av norske lærere med jevne mellomrom ut til å bruke tilleggskilder til lærebokoppgaver (Lepik et al., 2007, s. 303).

2.3.1 Kognitive nivå

Walter Doyle (1983) har beskrevet elevers kognitive operasjoner i møte med oppgaver (s. 162). Han klassifiserer oppgavenes kognitive aktiveringer i memory tasks, procedural or routine tasks, comprehension or understanding og opinion tasks (Doyle, 1983, s. 162-163). Oppgaver innen de fire ulike klassifiseringene krever ulike strategier (Doyle, 1983, s. 163). Det er derfor viktig å variere oppgavetyper for å aktivere ulike matematiske ferdigheter. Er ønsket å aktivere elevenes hukommelse, kreves en oppgavetype, mens rutineoppgaver med en gitt fremgangsmåte krever andre oppgavetyper. Palm et al. (2011) skriver at dersom en oppgave er laget for å øve på memorering, vil den generelt være uegnet for å forbedre problemløsningsevner og elevenes konseptuelle forståelse (s. 222). Stein et al. (2009) mener at forskjellige oppgaver gir elevene ulike utfordringer i form av kognitive krav (s. 1). Av denne grunn er det viktig å variere typen oppgaver med bakgrunn i ulike kognitive nivåer.

Oppgaver som klassifiseres på et høyt kognitivt nivå, vil ofte føre til at man får en dypere matematisk forståelse ved at man kan se matematiske sammenhenger. Av denne grunn kan denne typen oppgaver ha flere likhetstrekk med utforskende arbeid i matematikk, som er et av læreplanens kjerneelementer. Det å arbeide utforskende i matematikkfaget handler om å lete etter mønstre, se sammenhenger og fokusere på strategier og fremgangsmåter fremfor svar (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Harlen (2013) mener at en undersøkelsesbasert tilnærming vil forbedre den matematiske forståelsen til elevene, noe som vil engasjere elevene, og føre til en mer robust og funksjonell matematisk kunnskap (s. 18). Hun mener at til forskjell fra de ordinære skoleoppgavene, vil utforsking i matematikk bidra til å utvikle kreativitet og nysgjerrighet, samt at elevene får mulighet for å bli mer autonome ved at de får trent på kritisk refleksjon, resonnement og analyse (Harlen, 2013, s. 18). Pedersen og Haavold (2023) fant gjennom sin studie blant 11-16 åringer at elevene opplevde matematikk som nyttig, kreativt og interessant når de deltok i utforskende aktiviteter i klassen (s. 1649).

2.3.2 Kontekst

Konteksten i matematikkoppgaver er også noe PISA 2022 Mathematics Framework vektlegger (OECD, 2018, s. 29). PISA undersøkelsen som blant annet måler den matematiske kompetansen til 15-åringer, har i flere år brukt virkelighetsnære og relevante matematiske kontekster i sine oppgaver (OECD, 2018, s. 30). I sitt rammeverk fra 2022 definerer de kontekst som en persons aspekt av en verden der man finner plassering av problemene (OECD, 2018, s. 29). Videre påpekes det at den konteksten et problem oppstår i, ofte er essensiell når det gjelder valg av hvilken matematisk representasjon eller strategi som velges. PISA 2022 Mathematics Framework har inndelt kontekstene i fire kategorier de har kalt, personal, societal, scientific og occupational (OECD, 2018, s. 29). I den første kategorien, personal eller oversatt til personlig på norsk, er en kategori som omfavner personlige kontekster som kan knyttes til individet selv, ens jevnaldrende eller ens familie. Noen eksempler på oppgaver innenfor denne kategorien er reise, personlig økonomi og matlaging. Kategorien societal er en kategori der man har plassert oppgaver innenfor en samfunnskontekst. I denne kategorien har man fellesskapet som perspektiv, og man finner eksempelvis oppgaver innenfor temaene offentlig politikk og helse plassert her (OECD, 2018, s. 30). Den tredje kategorien scientific, eller oversatt til vitenskapelig på norsk, er en kategori der man finner problemstillinger og oppgaver innen vitenskap og teknologi. I denne kategorien kan man møte oppgaver innen vær og genetikk (OECD, 2018, s. 30). I noen tilfeller vil ikke oppgavene i PISA undersøkelsen ha noen kontekst, og i slike tilfeller vil oppgavene plasseres i vitenskapskategorien. Den siste kategorien, occupational kan oversettes til yrkeskontekst. Denne kategorien er sentrert til kontekster i arbeidslivet, og eksempler på oppgaver som kan plasseres her, er måling, kostnadsberegning og bestilling av materialer (OECD, 2018, s. 30). Bakgrunnen for at PISA undersøkelsen i sine oppgaver velger å benytte seg av kontekster innenfor disse områdene, er både for å inkludere et bredt matematisk spekter i sin vurdering av matematisk kompetanse, men også for å inkludere elevenes interesser og liv, samt krav elevene vil stilles for i fremtiden (OECD, 2018, s. 30).

Kontekster fra dagliglivet kan også brukes som et didaktisk verktøy for å støtte læring av matematikk (Wijaya et al., 2015, s. 42). Cooper og Harries (2002) forsket på elevers svar når de løste realistiske matematikkproblemer. Resultatene deres viste at dersom oppgavene var tilpasset elevenes nivå, kunne mange elever i større grad være i stand til å komme opp med realistiske svar enn tidligere forskning kunne få oss til å forvente (Cooper & Harries, 2002, s. 1). I PISA er de opptatt av at hver kontekstkategori fylles med oppgaver som har varierende vanskelighet, og som dermed dekker flere kognitive nivåer (OECD, 2018, s. 30).

2.3.3 Type svar og muligheter for resonnement

Matematikk er mer enn å bare bruke algoritmer, og elevenes forståelse kan blant annet uttrykkes ved resonnementer. Palm et al. (2011) definerer resonnement som tankeprosessen som er vedtatt for å komme med påstander og å komme til konklusjoner (s. 224). Argumentasjonen er begrunnelsen, og den delen av resonnementet som tar sikte på å overbevise andre (og seg selv) om at det er et passende resonnement (Palm et al., 2011, s. 224). PISA 2022 Mathematics Framework argumenterer for at matematisk resonnement i tillegg til problemløsning er en nødvendig kompetanse for å møte de matematiske fremtidige utfordringene (OECD, 2018, s. 3). De skriver at å bruke matematisk resonnement innebærer å vurdere matematiske løsninger i forhold til konteksten til problemet, og avgjøre om resultatene virker rimelige og gir mening i situasjonen (OECD, 2018, s. 11). Bergqvist (2007) skiller i sin forskning om typer resonnement mellom svar og løsning i en oppgave (s. 351). Et svar definerer hun som en tilstrekkelig karakterisering av det oppgaven ber om, mens en løsning på en oppgave både vil inneholde et svar, men også argumenter som støtter svarets sannhet (Bergqvist, 2007, s. 351). Et tilsvarende skille mellom svar og løsning har også Lithner (2008) som utdyper at løsningen også vil inneholde en motivasjon for om hvorfor svaret er riktig (s. 257).

Lithner (2008) har delt resonnering inn i imitativ og kreativ resonnering (s. 256). Et imiterende resonnement er et resonnement som imiterer en løsningsprosedyre som en elev husker fra læreboken, og kan enten være et memorert eller et algoritmisk resonnement (Lithner, 2008, s. 258). Ifølge forfatteren vil et resonnement som er imiterende både kunne kreve et svar, men også kunne inneholde forklaringer. Mens imitative resonnement tar utgangspunkt i det eleven kjenner, vil kreative resonnement kreve en kreativ og nytenkende resonnering, men oppgavene trenger ikke være utfordrende (Lithner, 2008, s. 266). Et kreativt resonnement kjennetegnes også ved at det brukes matematisk forankrede argumenter, og at argumentene støtter valg av strategi som kan motivere til hvorfor konklusjonene er sanne (Lithner, 2008, s. 266). Lithner (2008) skriver at de fleste studier som er gjennomført med tanke på å avdekke imitative og kreative resonnementer, er det de imitative resonnementer som er dominerende (s. 267). Hvilke type resonnementer som foretrekkes er avhengige av hva målsettingen med oppgaven er. Hvis målet er at en spesiell oppgave skal løses på en bestemt og vellykket måte, er en oppgave som initierer til imitativ resonnering mest effektiv (Lithner, 2017, s. 945). Er målet at elevene skal utvikle en forståelse for en oppgaveløsning, eller at elevene skal utvikle en matematisk kompetanse, er oppgaver som initierer til kreativ resonnering mer effektive enn imiterende resonnement oppgaver (Lithner, 2017, s. 942, 946).

Lærebøker kan ha innvirkning på elevenes muligheter for resonnement både ved gjennomgang av lærestoff (eksempler) og oppgaver. Dersom lærebøkene viser løsninger, kan de redusere tenkingen til elevene dersom de senere blir introdusert for liknende oppgaver. Lithner (2008) skriver at det er et press på at lærebøkene skal utformes slik at elevene ikke skal trenge å stille så mange spørsmål til læreren, noe som medfører at det gis veiledende eksempler til de fleste øvelsene (s. 271). Elevene kan da bruke lærebøkenes eksempler som algoritmer, med lite tankevirksomhet (Jäder et al., 2020, s. 1123). Dette fant Stacey og Vincent (2009) eksempler på i sin forskning, da de undersøkte australske lærebøker i 8. klasse (s. 284). Dersom lærebøkenes oppgaver kan kobles til eksempler eller annen informasjon i lærebøkene, kan oppgavene løses på en rutinemessig måte uten hensyn til matematiske egenskaper (Brousseau, 1997, referert i Jäder et al., 2020, s. 1124).

2.4 Analyse av lærebøker i matematikk

Forskning på lærebøker i matematikk har ikke en lang historie sammenlignet med hvor lenge lærebøker har eksistert i faget (Fan et al., 2013 s. 633). På grunn av lærebøkenes stilling i matematikkfaget, er det viktig å sette lærebøkene i søkelyset. Pepin og Haggarty (2001), mener at lærebøker bør analyseres både med tanke på innhold og struktur, men også med tanke på prosesskomponenten som de beskriver som bruken i klasserommet (s. 160). I forhold til innhold og struktur, har Pepin og Haggarty (2001) delt inn lærebokanalysen i fire hovedområder; lærebøkers matematiske intensjoner, lærebøkers pedagogiske intensjoner, lærebøkers sosiologiske kontekster, og de kulturelle tradisjonene som er representert i lærebøker (s. 160).

Fan et al. gjennomførte en undersøkelse i 2013 der de systematiserte, analyserte og gjennomgikk relevant forskning med fokus på lærebøker i matematikk. De valgte å klassifisere litteraturen de fant i fire kategorier; lærebøkenes rolle, lærebokanalyse og sammenlikning, lærebokbruk og andre områder. Av de tre siste kategoriene, viste fordelingen at 63 % av tidligere forskning var innenfor lærebokanalyse og sammenlikning av lærebøker (Fan et al., 2013, s. 635). Videre presenterte forfatterne følgende fem aspekter ved lærebokanalyser; (1) matematisk innhold og emner, (2) kognisjon og pedagogikk, (3) kjønn, etnisitet, likestilling, kultur og verdi, (4) sammenligning av forskjellige lærebøker, og (5) konseptualisering og metodiske forhold. Fan et al. (2013) understreker at disse fem aspektene ofte kan identifiseres i én og samme studie (s. 637). Når det gjelder denne studiens problemstilling og forskningsspørsmål, vil tidligere forskning som presenteres være innenfor aspektene 1, 2 og 4.

Charalambous et al. (2010) gjennomførte en undersøkelse i et utvalg lærebøker i Irland, Taiwan og Kypros, der de blant annet så på oppgavenes kognitive krav og svartype innenfor addisjon og subtraksjon av brøk på fjerde og femte trinn. Studien viste at det var flest oppgaver innenfor lavt kognitivt nivå i Irland og Kypros, mens det i Taiwan var et flertall av oppgaver i de høyere kognitive nivåene. Charalambous et al. (2010) fant også forskjeller mellom de vestlige landene og Taiwan da det gjaldt hvilke type svar oppgavene ba om. I Irland og Kypros krevde lærebøkene at elevene kun måtte angi svaret, mens lærebøkene i Taiwan hadde en høyere forventning til elevene. I de taiwanske lærebøkene måtte elevene skrive en matematisk setning knyttet til et problem eller avgi forklaringer. Ingen av lærebøkene i noen av landene krevde at elevene skulle begrunne svarene sine.

Jäder et al. (2020) gjennomførte en studie der de undersøkte et utvalg matematikklærebøker i ungdomskolen fra tolv land på fem kontinenter. Studien så på i hvilken grad lærebøkene kunne være en støtte til en problemløsende tilnærming til læring. De gjennomgikk 5700 oppgaver for å undersøke om oppgavene kunne løses ved å etterlikne tidligere gitt informasjon (rutinemessige oppgaver), eller om oppgavene kunne måtte løses uten veiledning fra læreboken (problemløsningsoppgaver). Funnene deres viste at de fleste oppgavene kunne løses ved å følge en veiledende mal, og at en betydelig lavere andel av oppgavene krevde at elevene selv måtte konstruere (store deler av) løsningen. Deres resultater viste at selv om beskrivelsene i lærebøkene indikerte problemløsningsoppgaver, var det ingen garanti for at oppgavene kunne løses uten støtte fra tilgjengelige maler.

I 2014 gjennomførte Özer og Sezer en komparativ analyse av tyrkiske, singaporske og amerikanske matematikkbøker og arbeidsbøker basert på emnene som ble dekket i matematikkpensumet for 8. klasse i Tyrkia. I denne studien undersøkte de blant annet hvilke typer svar de matematiske oppgavene krevde. De kategoriserte spørsmålene i grupper, der de skilte mellom spørsmål som bare krevde et numerisk svar, spørsmål som bare krevde et numerisk uttrykk, og de spørsmålene som krevde enten en forklaring eller en løsning. I USA ble 2736 oppgaver analysert, og 83 % av oppgavene krevde kun numeriske svar, 17 % krevde en forklaring eller løsning, mens to oppgaver krevde kun et numerisk uttrykk. Av 2669 analyserte oppgaver i singaporske lærebøker var fordelingen nokså lik den i USA, med 81 % av oppgavene på numerisk svar, 19 % på forklaring eller løsning og to oppgaver på sistnevnte kategori. I de tyrkiske lærebøkene var det kun 1367 oppgaver som ble analysert, hvorav 65 % krevde et numerisk svar, 33 % krevde en forklaring eller løsning og 2 % krevde numeriske uttrykk. Til tross for at prosentandelen i Tyrkia var en del høyere enn prosentandelen i de to andre landene, var fokusert i de tyrkiske lærebøkene på forklaring av svarene fremfor forklaring på løsningsmetoden.

Wijayra et al. (2015) gjennomførte en analyse der de undersøkte muligheten tre indonesiske lærebøker ga for å løse kontekstbaserte oppgaver, og om elevenes vanskeligheter med å løse disse oppgavene. Deres analyse viste at rundt 10 % av oppgavene i lærebøkene var kontekstbaserte oppgaver. I studien delte de de kognitive kravene i tre kategorier som de kalte forbindelse, reproduksjon og refleksjon. Av de kontekstbaserte oppgavene var 45 % av oppgavene på det laveste kognitive nivået, mens det kun var 2 % refleksjonsoppgaver i lærebøkene.

Rejeki et al. (2021) undersøkte type kontekst, type informasjon og kognitive krav i lærebøker på to klassetrinn i yrkesfag i Indonesia. De analyserte konteksten i matematikkoppgavene ut fra de tre kategoriene; ingen kontekst, kamuflert kontekst (camouflage context) og relevant kontekst (relevant and essential context). Funnene deres viste at det var stor overvekt av oppgaver uten kontekst (73 % og 56 %), mens det var lite oppgaver med relevant kontekst i lærebøkene (10 % og 30%). I denne studien brukte de samme klassifisering av kognitive krav som Wijayra et al. (2015). Resultatene av denne studien viste at det var flest oppgaver i det laveste kognitive nivået på det ene trinnet (46 %), mens det på det andre trinnet var det mellomste kognitive nivået som dominerte.

Wijers og Jonker (2017) gjorde en studie i Nederland der de blant annet undersøkte i hvilken grad matematikkoppgaver i tre lærebøker hadde sammenheng med yrkesutøvelsen til elevene på ulike yrkesfag (s. 252). Resultatene fra undersøkelsen viste at det knapt fantes en relasjon mellom lærebokoppgavene og yrkesfaget. Forskerne mente forklaringen kunne være at elevene brukte de samme lærebøkene i alle yrkesfag, og at de forberedte seg til samme avsluttende eksamen (s. 259).

2.5 Rammeverk

I denne delen vil jeg presentere det konseptuelle rammeverket som denne studien bygger på, og som er utviklet av Charalambous et al. (2010). Det er problemstillingen og forskningsspørsmålene som legger grunnlag for hvilket rammeverk man skal benytte i masteroppgaven. Rammeverket som Charalambous et al. (2010) utviklet og benyttet i sin studie, ble brukt for å kunne undersøke læringsmulighetene som lærebøkene ga i brøkoppgaver i Kypros, Taiwan og Irland (s. 117). I likhet med deres forskning skal også denne studien undersøke kjennetegn ved oppgaver i trykte lærebøker. Av denne grunn ble rammeverket utarbeidet av Charalambous et. al. (2010) ansett som et passende rammeverk i denne masteroppgaven. Rammeverket til Charalambous et. al (2010) inneholder både en horisontal og vertikal analyse. Begrunnelsen for å inkludere begge dimensjonene var at de mente at verdifull informasjon kunne gå tapt ved bare å analysere én av dimensjonene (Charalambous et al., 2010, s. 120). Ved å analysere lærebøkene i bredden og i dybden, mente forskerne at de kunne dra nytten til styrken av begge dimensjonene (s. 122). På samme måte som i studien til Charalambous et al. (2010) vil det også i denne masteroppgaven gjennomføres en horisontal og vertikal analyse. En dypere begrunnelse for dette gis i metodekapittelet.

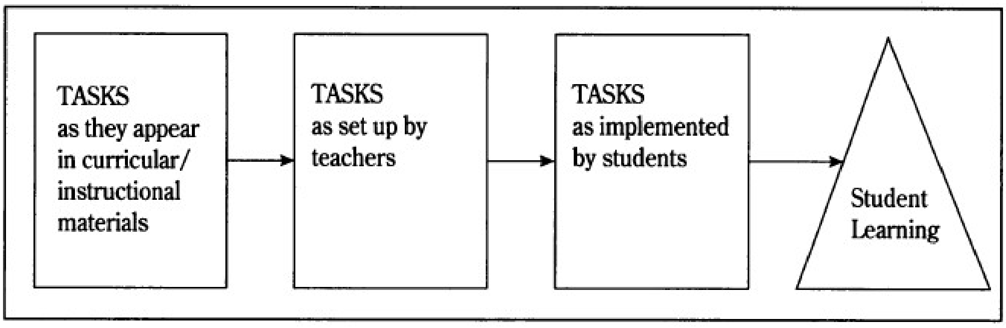
2.5.1 Horisontal og vertikal analyse

Den horisontale analysen undersøker læreboken som en helhet, og det gir brukeren et oversiktsbilde av innholdet i læreboken. Charalambous et al. (2010) valgte å dele den horisontale analysedimensjonen inn i to kategorier; bakgrunnsinformasjon og generell struktur. Den første kategorien skal gi leseren informasjon om for eksempel forfattere, antall utgivelser, forlag og sidetall (Charalambous et al., 2010, s. 122). Den andre kategorien som belyser bokens struktur, skal blant annet informere leseren om bokens kapittel- og temainndeling, antall sider og oppgaver.

En vertikal analyse gir i motsetning til en horisontal analyse muligheten til å gå mer i dybden i det matematiske innholdet. Charalambous et al. (2010) delte den vertikale analysen inn i tre kategorier; (1) kommunisert til elever, (2) kreves av elever og (3) forbindelser (s.122). Innenfor den første kategorien undersøker forskerne hvordan matematikken blir presentert til elevene gjennom regler, eksempler og teori. I den andre kategorien ser man på oppgavenes kognitive nivåer, og hvilke svar som kreves av elevene. I den siste kategorien ser man på koblingene mellom matematiske emner, mellom læreboken og annet klasseromsarbeid, og hvordan matematikken blir knyttet til situasjoner utenfor skolen.

2.5.2 Veiledning for oppgaveanalyse

I arbeidet med å analysere oppgavenes kognitive nivåer, benyttet Charalambous et al. (2010) Task Analysis Guide som er en del av rammeverket The Mathematical Tasks Framework, som ble utarbeidet av Smith og Stein (1998). Dette rammeverket er påvirket av arbeidet til Doyle (1983), der han klassifiserte oppgavenes kognitive aktiveringer. Rammeverket The Mathematical Tasks Framework, som fremgår av figur 1, illustrerer en matematikkoppgaves tre faser i undervisningen. Den første fasen er oppgaven slik den blir presentert i lærebøker eller annet hjelpemateriell. Fase nummer to er hvordan oppgavene blir satt opp, presentert og fremstilt av læreren. Den siste fasen er hvordan oppgavene blir oppfattet, iverksatt og gjennomført av elevene. Alle fasene (og spesielt den siste) blir sett på som viktige påvirkninger på hva elevene faktisk lærer (Smith & Stein, 1998, s. 270). En oppgave kan endre sin form og vanskelighetsgrad når den går fra en fase til en annen. På denne måten trenger ikke oppgavene som elevene gjør å være identiske med oppgavene som er satt opp av læreren, eller slik de er fremstilt i læreboken (Smith & Stein, 1998, s. 270). I arbeidet med å analysere oppgaver i lærebøker på VG1 restaurant- og matfag, er det kun den første fasen i rammeverket som denne studien vil sette søkelys på.



Figur 1: The Mathematical Tasks Framework (Stein & Smith, 1998, s. 270)

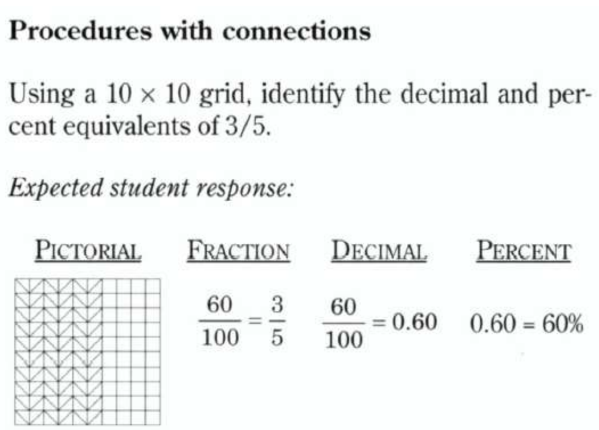
2.5.3 Oppgavenes kognitive nivåer

Alle matematikkoppgaver har som formål å gi elevene læring, og de finnes i alle mulige former og vanskelighetsgrader i lærebøkene. Hvor mye en elev må anstrenge seg for å løse en oppgave, vil både være avhengig av elevens tidligere erfaringer, ferdigheter, men også oppgavens oppbygning. I analysen med å undersøke hvor kognitivt krevende en matematikkoppgave er, vil jeg i likhet med Charalambous m.fl (2010) benytte Smith og Stein (1998) Task Analysis Guide i min analyse. Begrunnelsen for dette valget er at dette rammeverket har lærebøkenes oppgaver i fokus, og gir meg en mulighet til å nivådele oppgavene etter hvor kognitivt krevende de er. Smith og Stein (1998) valgte å dele oppgavenes kognitive krav i fire kategorier; *memorization, procedures without connections, procedures with connections* og *doing mathematics.* De to første kategoriene, heretter kalt hukommelse og prosedyre uten sammenhenger, er kategorisert som oppgaver i lower-level-demands (lavt kognitivt nivå). De to siste kategoriene, heretter kalt prosedyre med sammenhenger og gjøre matematikk, er oppgaver som er kategorisert som higher-level demands (høyt kognitivt nivå). Lærebøkenes oppgavetekst legger grunnlaget for hvilket kognitivt nivå oppgaven plasseres under.

Det laveste kognitive nivået en matematikkoppgave kan ha, er hukommelse. Det som kjennetegner oppgavene på dette nivået er at man reproduserer tidligere sett materiale, som fakta, regler, formler og definisjoner. Slike oppgaver kan ikke løses ved hjelp av prosedyrer, enten fordi det ikke eksisterer, eller for at tidsrammen blir for kort til å bruke en prosedyre. I slike oppgaver er det kun hukommelsen som er avgjørende fordi oppgavene krever verken forståelse eller utregning (Smith & Stein, 1998, s. 348). Et eksempel som Stein og Smith (1998) har brukt for å illustrere en oppgave på dette nivået, er at elevene skal skrive brøkene ½ og ¼ som desimaltall og prosent (s. 269). En slik oppgave vil kreve lite kognitiv tenkning av elevene. Det er nok å huske hvordan man løser en slik oppgave, og ingen utregning er nødvendig.

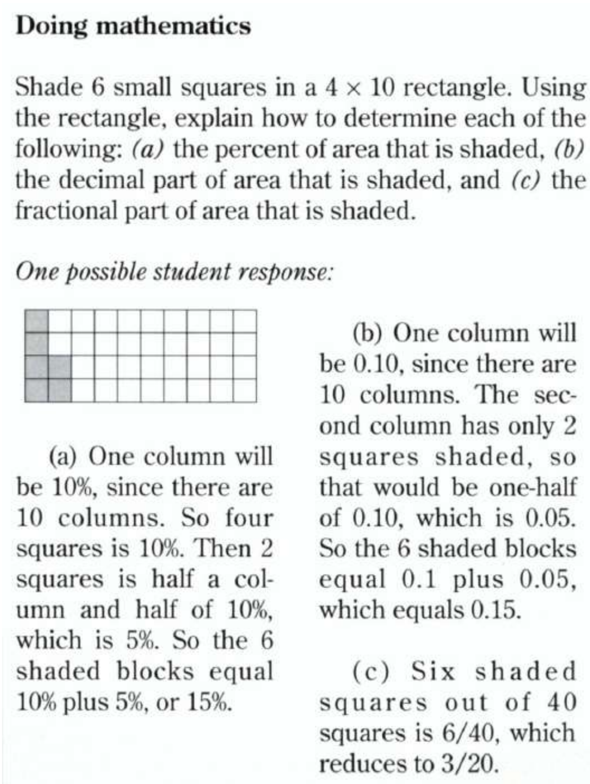
Det neste nivået, prosedyrer uten sammenhenger, er oppgaver som krever noe mer kognitivt av elevene enn nivået hukommelse. Matematikkoppgaver i denne kategorien er gjerne algoritmiske, og prosedyren elevene skal bruke er enten eksplisitt gitt, eller gitt implisitt ved at oppgaven bygger på tidligere erfaringer eller er plassert etter liknende eksempler. Oppgavene på dette nivået har ingen sammenheng med matematikken som ligger bak. Selv om elevene må bruke regneoperasjoner for å løse oppgavene, krever slike oppgaver ingen eller begrensede forklaringer. Fokuset ligger på å produsere riktige svar, heller enn å utvikle matematisk forståelse (Smith & Stein, 1998, s. 348). Dette innebærer at oppgaver på lower-level-demand krever prosedyrekunnskap og en instrumentell forståelse av matematikk. Et eksempel Stein og Smith (1998) har brukt for å illustrere en oppgave innenfor prosedyrer uten sammenhenger, er å gjøre om brøken $\frac{3}{8}$ til desimaltall og prosent (s. 269). Denne oppgaven krever kun at elevene deler teller på nevner, for så å flytte komma to plasser til høyre.

Prosedyrer med sammenhenger, er det første kognitive nivået som Smith og Stein (1998) plasserer innenfor high-level-demand (s. 348). Matematikkoppgaver i denne kategorien kjennetegnes ved at det kreves en viss grad av kognitiv innsats fra elevene. Selv om elevene kan følge generelle prosedyrer, kan de ikke følges tankeløst som oppgavene i kategorien prosedyrer uten sammenheng. Formålet med oppgaver i dette kognitive nivået, er at elevene skal utvikle dypere forståelse av matematiske begreper og ideer. Elevene får trening i å se sammenhenger mellom flere representasjoner, siden oppgavene i denne kategorien ofte er fremstilt på flere måter. Eksempler på dette kan være diagrammer og symboler (Smith & Stein, 1998, s. 348). For å eksemplifisere en oppgave i denne kategorien har Stein og Smith (1998) brukt eksemplet som vist i figur 2. Det som skiller denne oppgaven fra eksempeloppgaven i prosedyrer uten sammenhenger, er 10 x 10 rutenettet som elevene skal bruke for å finne desimaltallet og prosenten til brøken $\frac{3}{5}$. Ved å bruke en illustrasjon som et 10 x 10 rutenett vil elevene kunne se og vise sammenhenger mellom brøk, desimaltall og prosent.



Figur 2: Eksempeloppgave i kategorien prosedyre med sammenhenger. Hentet fra Stein & Smith (1998, s. 269)

Den siste kategorien, gjøre matematikk, er det høyeste kognitive nivået en matematikkoppgave kan plasseres i. Figur 3 er en eksempeloppgave fra Stein og Smith (1998) der elevene blir bedt om å fargelegge 6 av rutene i et 4 x 10 rektangel, for så å forklare hvor stor andel som er fargelagt i prosent, desimaltall og i brøk. Det som kjennetegner oppgaver i denne kategorien, er at oppgavene ikke har gitte fremgangsmåter. Elevene må selv utforske, analysere og bruke tidligere erfaringer, for å oppdage matematiske konsepter eller sammenhenger de kan benytte for å løse oppgaven. Slike oppgaver er kognitivt krevende for elevene, og kan føre til angst på grunn av at prosessen frem til løsningen er uforutsigbar (Smith & Stein, 1998, s. 348). Problemløsningsoppgaver er oppgaver som ofte kommer innenfor denne kategorien.



Doing mathematics

Shade 6 small squares in a 4 × 10 rectangle. Using the rectangle, explain how to determine each of the following: *(a)* the percent of area that is shaded, *(b)* the decimal part of area that is shaded, and *(c)* the fractional part of area that is shaded.

One possible student response:

(a) One column will be 10%, since there are 10 columns. So four squares is 10%. Then 2 squares is half a column and half of 10%, which is 5%. So the 6 shaded blocks equal 10% plus 5%, or 15%.

(b) One column will be 0.10, since there are 10 columns. The second column has only 2 squares shaded, so that would be one-half of 0.10, which is 0.05. So the 6 shaded blocks equal 0.1 plus 0.05, which equals 0.15.

(c) Six shaded squares out of 40 squares is 6/40, which reduces to 3/20.

Figur 3: Eksempeloppgave på gjøre matematikk. Hentet fra Stein & Smith (1998, s. 269)

Hvilke oppgaver man velger ut til sine elever, er avhengig av hvilken elevtenkning man vil søke å oppnå (Stein & Smith, 1998, s. 269). Oppgaver innenfor alle nivåene vil være nyttig, siden oppgaver på høyere kognitivt nivå vil kreve kunnskap og matematisk erfaring på lavere kognitive nivåer.

2.5.4 Type svar

Charalambous et al. (2010) utarbeidet et klassifiseringssystem der de kategoriserte svarene matematikkoppgavene ba om. De benyttet en firedelt inndeling der de inndelte kategoriene i følgende; svar, svar og matematisk uttrykk, forklaring og begrunnelse (s. 130). I kategorien svar plasserte de alle oppgavene der eleven kun skulle gi et numerisk svar eller uttrykk. Dersom oppgaven krevde at elevene forklarte svaret eller prosessen de fulgte for å få svaret, ble oppgaven plassert i kategorien forklaring. Krevde oppgaven at elevene skulle begrunne svarets gyldighet eller prosedyren, hørte oppgaven hjemme i kategorien begrunnelse. Kategorien svar og matematisk uttrykk ble tilført som kategori av Charalambous et al. (2010) etter den første analyserunden, da de oppdaget at tre kategorier ikke var tilstrekkelig til å favne alle lærebøkenes oppgaver. I denne kategorien plasserte de oppgaver som ba elevene både om svar og det matematiske uttrykket som ble brukt for å få dette svaret (s. 129).

2.5.5 Oppgavens kontekst

I rammeverket til Charalambous et al. (2010), har de i den vertikale analysen også sett på konteksten i lærebøkenes eksempler (s. 128). Der valgte de å se på om eksemplene var plassert i en mer abstrakt kontekst, eller om eksemplene kunne knyttes til elevenes daglige erfaringer (Charalambous et al., 2010, s. 128).

3. Metode

I denne delen vil jeg gjøre rede for og begrunne metodene jeg anvendt i arbeidet med å svare på studiens problemstilling. Jeg vil starte med å beskrive valg av metode, før jeg senere i kapittelet vil komme inn på hvordan jeg har tilpasset og anvendt rammeverket, hvordan jeg har valgt ut lærebøker, og hvordan kode-/analyseprosessen har blitt gjennomført. Til slutt vil jeg skrive om validitet, relabilitet og forskningsetikk.

3.1 Valg av metode

Når forskere skal analysere innholdet i et skriftlig materiale, knytter Fauskanger og Mosvold (2015) begrepet innholdsanalyse til den systematiske prosessen forskeren gjennomgår (s. 79). I denne studien har innholdsanalysen bestått av en analyse av 1258 oppgaver i tre lærebøker. I analysen har oppgavene blitt kodet og plassert i kategorier, for å kunne definere oppgavenes kognitive nivå, svartype og hvilken kontekst oppgaven hadde. Selve analysen var teoridrevet, siden kategoriene ble definert fra forhåndsdefinerte kategorier (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 81). Kodene innenfor de ulike kategoriene var i stor grad også forhåndsdefinert, noe som indikerer en deduktiv analysemetode (Gleiss & Sæther, 2021, s. 171). Den eneste koden som ble utvidet til å omfatte flere elementer enn først antatt var koden for matematisk uttrykk/formel i kategorien type svar. Endringen ble gjort etter analysen av formeloppgaver, der flere av oppgavene krevde at elevene skulle lage eller gjøre om på en formel.

I analysearbeidet til denne studien har jeg benyttet meg av elementer fra både kvalitativ og kvantitativ metode. Det å benytte seg av ulike metoder i sin studie, kan medføre at de ulike metodene vil utfylle hverandre (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 110). I denne studien startet analysearbeidet med at jeg utførte en kvalitativ analyse av de ulike lærebøkene. Jeg plasserte oppgavene i ulike kategorier og koder som jeg hentet direkte eller som jeg omarbeidet ut fra eksisterende teori (Charalambous et al., 2010; Smith & Stein, 1998). På tilsvarende måte ble også bøkenes bakgrunnsinformasjon og struktur analysert. Ved endt analyse ble resultatene i den vertikale analysen presentert kvantitativt. Dette ble gjort for å få et mer oversiktlig bilde av lærebøkenes kognitive nivåer, svartype og type kontekst, både enkeltvis, men også samlet.

3.2 Oversikt og begrunnelse for valg av mitt rammeverk

Jeg har valgt å benytte meg av en horisontal og en vertikal analyse for å belyse studiens problemstilling og forskningsspørsmål. Ved å analysere lærebøkene i bredden og i dybden, er muligheten større for å identifisere ulike læreboktrekk som kan være viktige for elevenes læring (Charalambous et al., 2010, s. 143). Når det gjelder å besvare studiens problemstilling som handler om å undersøke matematikkoppgavers kontekst, svartype og kognitive krav, vil en vertikal analyse være den viktigste. Jeg har likevel valgt å inkludere den horisontale analysen i denne masteroppgaven, og årsaken er todelt. For det første er det funnet signifikante sammenhenger mellom andel undervisningstid som brukes i klasserommet, og antall emner som fremmes i lærebøkene (Valverde et al., 2002, s. 10). Dette fører til at antall sider og antall oppgaver innenfor et emne kan ha betydning for hva elevene lærer. Den andre årsaken, og den avgjørende grunnen til at den horisontale analysen er inkludert, er emneoversikten i forhold til kompetansemålene. Lærebøkene som er valgt har både ulik prioritering av emner og forskjellig inndeling av disse, noe som har innvirkning på hvordan man kan bearbeide og presentere det analyserte materiale i ettertid. Ettersom kompetansemålene i LK20 har blitt færre og mer åpne, er det ekstra interessant å kunne sammenligne lærebøkenes prioritering av deltemaer, spesielt siden forfattere og forlag kan ha ulike tolkninger.

Jeg har valgt å dele den horisontale analysen inn i to deler for å få en overordnet oversikt over lærebøkene, og for å få inkludert den mest vesentlige informasjonen. Disse delene har jeg valgt å kalle bakgrunnsinformasjon og struktur. En mer detaljert beskrivelse av innholdet i disse blir presentert i delkapittel 3.5.1 horisontal analyse.

Den vertikale analysen har jeg valgt å dele inn tre, der hver del belyser hvert av studiens forskningsspørsmål. Task Analysis Guide (som jeg har oversatt til veiledning for oppgaveanalyse) har en form for taksonomisk hierarki, som gjør det mulig å klassifisere lærebøkenes oppgaver fra lavere til høyere nivåkrav. Dette rammeverket kan derfor benyttes for å finne ut av hvor kognitivt krevende matematikkoppgavene er (forskningsspørsmål 1). Den andre delen i den vertikale analysen er type svar. Denne delen er inkludert for å kunne klassifisere hva slags type svar lærebøkenes oppgaver krever (forskningsspørsmål 2). Jeg valgte å dele svartype i fire kategorier; svar, matematisk uttrykk/formel, forklaring og begrunnelse. Den andre kategorien i svartype, svar og matematisk uttrykk, har jeg valgt å endre og utvide sammenliknet med rammeverket til Charalambous et al. (2010). Årsaken til dette er at jeg under analyseprosessen oppdaget at flere av oppgavene i lærebøkene handlet om at elevene selv skulle lage uttrykk/formler og gjøre om på formler. Disse oppgavene skiller seg ut fra det å bare regne seg frem til et numerisk svar, og ble derfor plassert i en egen kategori som jeg valgte å navngi matematisk uttrykk/formel. Den tredje delen av den vertikale analysen, har jeg valgt å kalle oppgavens kontekst. Denne delen er egendefinert for å imøtekomme det tredje forskningsspørsmålet; har oppgavene kontekst, og er denne knyttet til elevenes valg av studieretning? I den vertikale analysen har jeg valgt å vurdere oppgavenes kontekst i de tre kategoriene ingen kontekst, yrkesfaglig kontekst og annen kontekst. Begrunnelsen for dette valget er at det i fagfornyelsen understrekes at i den praktiske matematikken på videregående, er kunnskapsområdene knyttet til elevenes hverdag, arbeidsliv og samfunnet (Kunnskapsdepartementet, 2019a). At matematiske oppgaver har en kontekst, kan bidra til at elevene kan se koblinger mellom virkeligheten og matematikken. Elever som har valgt en yrkesretning på videregående skole, vil sannsynligvis ha et interessefelt innenfor den yrkesretningen de har valgt. Matematikkoppgaver som favner denne yrkesretningen vil kunne virke mer motiverende og interessante for elevene, og vil derfor kunne gi engasjement og lærelyst i matematikkfaget. Alle kompetansemålene i matematikk er ikke lenger felles for alle yrkesretningene i de nye læreplanene i matematikk, men er tilpasset det enkelte yrkesfag. Ved å inkludere kategorien yrkesfaglig kontekst i analysen, kan man også få en oversikt over hvor mange oppgaver som kan relateres til elevenes valgte yrkesretning.

Tabellen under viser en oppsummering av det totale rammeverket som jeg har valgt å benytte:

<table>
<tr><th colspan="6">Horisontal analyse</th></tr>
<tr><td colspan="3"><u>Bakgrunnsinformasjon</u>
– Tittel
– Forfattere
– Utgiver og utgivelsesår
– Sidetall</td><td colspan="3"><u>Struktur</u>
– Kapittelinndeling
– Temainndeling
– Antall sider
– Antall oppgaver pr. kapittel og pr. delkapittel/tema</td></tr>
<tr><th colspan="6">Vertikal analyse</th></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Veiledning for oppgaveanalyse</u>
– Hukommelse
– Prosedyre uten sammenheng
– Prosedyre med sammenheng
– Gjøre matematikk</td><td colspan="2"><u>Type svar</u>
– Svar
– Matematisk uttrykk/formel
– Forklaring
– Begrunnelse</td><td colspan="2"><u>Oppgavens kontekst</u>
– Ingen kontekst
– Yrkesfaglig kontekst
– Annen kontekst</td></tr>
</table>

Tabell 1: Rammeverket som er benyttet i denne masteroppgaven

3.3 Utvalg av lærebøker

En masteroppgave må gjennomføres innen et begrenset tidsrom. Med bakgrunn i dette har det vært nødvendig å avgrense studien, slik at den ble gjennomførbar innenfor tidsrammen og de ressursene som var tilgjengelige. Innledningsvis ble studiens problemstilling avgrenset ved hjelp av tre forskningsspørsmål. For å begrense utvalget ytterligere ble studien avgrenset til å gjelde ett yrkesfag; restaurant- og matfag. I tillegg ble omfanget redusert til å undersøke de to matematiske områdene målenheter og formler. I innledningen ble det forklart hvorfor disse avgjørelsene ble tatt. Nedenfor vil jeg gjøre rede for hvordan valget av lærebøker ble gjort.

I praktisk matematikk i yrkesfag på videregående skole finnes det tre trykte lærebøker fra tre forlag; Gyldendals *Mønster*, Cappelen Damms *Sinus* og Aschehougs *Matematikk for yrkesfag P*. I tillegg har

Inkrement AS en elektronisk versjon - Campus, der de tilbyr teorigjennomgang i form av videoer, oppgaver og diskusjon. Alle de trykte læremidlene har også elektroniske ressurser, som for eksempel ulike oppgaver, quizer og teorigjennomgang i form av videoer. Samtlige lærebøker, både de trykte og elektroniske versjoner er basert på den nye læreplanen, og alle ble vurdert i utvalget av lærebøker til denne studien.

I forbindelse med innføringen av LK20 ble det gjennomført en spørreundersøkelse blant skoleledere og skoleeiere om læremidler i skolen høsten 2021 (Bergene et al., 2021). På spørsmål om kjøp av læremidler til den nye læreplanen, svarte 64 % av skolelederne i videregående skole, at de hadde kjøpt inn noen digitale læremidler, men mest trykte. Bare 24 % av skolelederne svarte at det enten bare var digitale læremidler, eller mest digitale læremidler de hadde gått til innkjøp av (Bergene et al., 2021, s. 122). Med bakgrunn i at forskningen skal ha et utvalg som er så representativt som mulig, falt valget på de tre trykte læremidlene Mønster matematikk 1P-Y restaurant- og matfag (heretter kalt Mønster), Sinus 1P-Y HS, RM, SR (heretter kalt Sinus 1P-Y) og Matematikk for yrkesfag P. Det er kun oppgavene i hovedbøkene som blir analysert. Dette medfører at elektronisk materiell og annet tilleggsmateriale til de trykte bøkene faller utenfor denne studien. Hvordan jeg har valgt ut oppgavene som skal analyseres i lærebøkene, presenteres etter en introduksjon av lærebøkene.

3.3.1 Mønster

I Gyldendal har de valgt å lage egne lærebøker til hvert programområde på yrkesfag, med bakgrunn i at det er ulike læreplaner. Av denne grunn er denne læreboken beregnet for elever som går på programområdet restaurant- og matfag. Læreboken er lagt opp i delkapitler, med tilhørende teori og eksempler. For at elevene skal kunne øve på det de nettopp har lært, er det oppgaver etter hvert delkapittel som elevene kan løse. I tillegg har læreboken en oppgavesamling i slutten av kapittelet, der det finnes flere oppgaver til delkapitlene, samt blandede oppgaver og eksamensoppgaver. I læreboken markerer de vanskeligere oppgaver med firkanter, og de har egne markeringer for utforskende oppgaver. I tillegg er oppgaver som krever utforsking eller bruk av problemløsningsstrategi i samarbeid med andre, markert med eget ikon. Læreboken har også test deg selv oppgaver, som er en samling oppgaver fra hele kapittelet. I lærebokens forord presenterer forfatterne at boken blant annet legger vekt på utforsking og problemløsning. Underveis i kapitlene er det blant annet utforsk og tenk gjennom oppgaver. Forfatterne presenterer utforskoppgavene som oppgaver som er ment for å legge til rette for utforskende matematikk, samarbeid og diskusjoner, mens tenk gjennom oppgavene skal legge grunnlag for dybdelæring gjennom å reflektere. Mot slutten av hvert kapittel, presenteres det aktiviteter som forfatterne beskriver som små, åpne yrkesrettede oppgaver som man gjerne kan løse tverrfaglig med programfagene.

3.3.2 Sinus 1P-Y

Denne læreboken er skrevet for utdanningsprogrammene helse- og oppvekstfag, restaurant- og matfag, samt salg, service og reiseliv. I lærebokens forord uttrykker forfatterne at noe av fagstoffet er spesialtilpasset enkelte utdanningsprogram, og at dette stoffet kan utelates av andre. I boken er det ikke spesifisert hva som er knyttet til hvert enkelt utdanningsprogram, så på bakgrunn av dette vil ingen oppgaver ekskluderes på grunn av at de muligens kan være irrelevante til restaurant- og matfag.

Teoridelen er inndelt i delkapitler med tilhørende eksempler. Ifølge bokens forfattere har hver oppgavesekvens i delkapitlene økende vanskelighetsgrad. Til slutt i hvert kapittel er det en kapitteltest. Litt lenger bak i læreboken er det en ekstra oppgavedel. Der er det repetisjonsoppgaver som er inndelt etter delkapitlene i teoridelen, i tillegg til andre varierte oppgaver. Boken har også utforskingsoppgaver og diskusjonsoppgaver underveis i kapittelet. Forfatterne skriver at diskusjonsoppgavene har til hensikt å lære elevene å drøfte og kommunisere ideer og matematiske problemer, strategier og løsninger. Med utforskingsoppgavene er målet å vekke engasjement og nysgjerrighet for matematiske problemstillinger.

3.3.3 Matematikk for yrkesfag P

Denne læreboken er en samlebok laget for alle ti yrkesfaglige utdanningsprogrammene i videregående skole. Boken har digitale ressurser (teori og praktiske oppgaver) som er tilpasset de enkelte utdanningsprogrammene, men innenfor målenheter og formler er det ikke noe tilleggsoppgaver ut over den trykte boken. Denne læreboken er lagt opp med teori og eksempler med innlæringsoppgaver. Etter innlæringsoppgavene har boken differensierte oppgaver, der de røde oppgavene beskrives som en naturlig fortsettelse av innlæringsoppgavene, mens de blå oppgavene er oppgaver med større utfordringer. Avslutningsvis i kapitlene finnes det blandede oppgaver som bokens forfattere beskriver som oppgaver som både skal gi mengdetrening og dybdelæring. I læreboken finnes det også utforsk-oppgaver og snakk-oppgaver. Utforsk-oppgavene blir beskrevet som oppgaver som skal få elevene til å se matematiske sammenhenger. Snakk-oppgavene presenteres som oppgaver som skal gi elevene mulighet til å kommunisere matematikk.

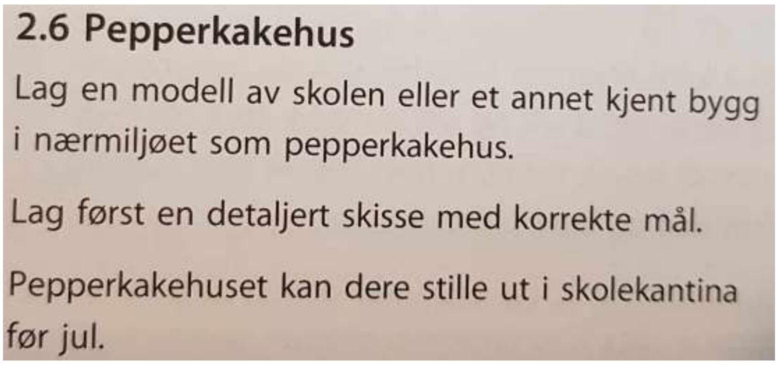
3.4 Oppbygging av lærebøkene og valg av oppgaver til analyse

Da jeg skulle avgjøre hvordan oppgavene skulle analyseres, måtte jeg først få et overblikk over hvordan lærebøkene var organisert, og hvor mange oppgaver som tilhørte de ulike temaene. Jeg laget en oversikt over strukturen og antall oppgaver som er presentert i tabell 2.

Lærebok - Mønster						
	Oppgaver	Utforsk / tenk gjennom	Blandede	Aktiviteter	Test deg selv	SUM
Målenheter	93	4 / 4		11	23	135
Oppgaver på slutten av kapittel	79		19			98
Formler	57	3 / 5		8	22	95
Oppgaver på slutten av kapittel	107		31			138
					Totalt antall oppgaver	**466**
Lærebok – Sinus 1P-Y						
	Oppgaver	Utforsk	Snakk og diskusjons-oppgaver	Kapitteltest (til slutt i ordinært kapittel)		SUM
Formler (målenheter er inkl. i kapittelet)	86	5	9	31		131
Øv mer, etter samtlige kapitler i boka	203					203
					Totalt antall oppgaver	**334**
Lærebok – Matematikk for yrkesfag P						
	Innlærings-oppgaver	Rød + blå	Blandede	Kapitteltest	Snakk-oppgaver /utforskoppgaver	SUM
Målenheter	129	98	63	18	6 / 4	318
Formler	53	43	38	20	5 / 0	159
					Totalt antall oppgaver	**477**

Tabell 2: Oversikt over lærebøkenes oppgavertyper og matematiske områder

I Mønster og Matematikk for yrkesfag P, ble temaene målenheter og formler presentert i to kapitler. I Sinus 1P-Y valgte de å presentere begge temaene i samme kapittel som de kalte «Formler». I alle lærebøkene var det oppgaver i tilknytning til delkapitlene, i tillegg til utforsking- og snakk-/tenk gjennom-oppgaver underveis i kapitlene. Alle lærebøkene hadde i tillegg kapitteltest eller test deg selv på slutten av hvert kapittel, samt blandingsoppgaver som var plassert mot slutten av kapitlene. Sinus 1P-Y og Mønster hadde en samlet oppgavesamling etter alle delkapitlene som var knyttet til delkapitlene foran. Disse oppgavene var tydelig markert med hvilket delkapittel de tilhørte. Mønster skilte seg ut med oppgavene de kalte aktiviteter, som de hadde plassert etter test deg selv, men før den ekstra oppgavesamlingen. Mange av aktivitetene, som eksemplet i figur 4, lot seg ikke kategorisere i nivåkrav eller type svar. Årsaken til dette er at aktivitetsoppgaven legger opp til at elevene skal lage en pepperkakehusskisse med korrekte mål. Hvor detaljrikt og hvor mye matematisk kompetanse eleven vil anvende på pepperkakehuset er umulig å forutsi, fordi det er avhengig av eleven som løser oppgaven. Siden elevene selv kan bestemme hvor avansert de vil utføre oppgaven, er det ikke mulig å kategorisere oppgaven i svartype eller i forhold til kognitivt nivå.



2.6 Pepperkakehus

Lag en modell av skolen eller et annet kjent bygg i nærmiljøet som pepperkakehus.

Lag først en detaljert skisse med korrekte mål.

Pepperkakehuset kan dere stille ut i skolekantina før jul.

Figur 4: Aktivitet 2.6 i Mønster. Eksempel på en oppgave som ikke lot seg kategorisere (Bekkevar et al., 2020, s. 93). Gjengitt med tillatelse.

Med bakgrunn i at flere aktivitetsoppgaver fra Mønster ikke lot seg kategorisere, ble disse oppgavene ekskludert fra analysen. Samtlige av de andre oppgavene i temaene målenheter og formler har blitt analysert i alle de tre lærebøkene. Dette har medført at det har blitt analysert i overkant av 1200 oppgaver. Nedenfor har jeg laget en samlebetegnelse for oppgavene som har blitt analysert. Dette er gjort for å kunne samle, kategorisere og sammenligne de ulike oppgavetypene i lærebøkene.

Samlebegrep	**Mønster**	**Sinus 1P-Y**	**Matematikk for yrkesfag P**
Ordinære oppgaver	Oppgaver både i tilknytning til delkapitler, men også i slutten av kapittelet Test deg selv	Ordinære oppgaver Øv mer Kapitteltest	Innlæringsoppgaver Røde oppgaver Blå oppgaver Blandede oppgaver Kapitteltest
Utforsk	Utforsk	Utforsk	Utforskoppgaver
Snakk	Tenk gjennom	Snakk-/diskusjonsoppgaver	Snakkoppgaver

Tabell 3: Oversikt over samlebegreper i lærebøkene

I analysearbeidet ble det vurdert om utforsk- og snakkoppgavene skulle inkluderes i de øvrige oppgavene, om de skulle behandles hver for seg eller om de skulle ses på samlet. Med bakgrunn i lærebokforfatternes og forlagenes forklaringer til formålet med utforsk- og snakkoppgavene, skilte disse forklaringene seg fra de ordinære oppgavenes formål. Av denne grunn ble tanken om at disse oppgavene skulle inkluderes i de øvrige/ordinære oppgavene forkastet. I vurderingen om utforsk- og snakkoppgavene skulle behandles isolert, ble også antall oppgaver tatt i betraktning. Til tross for at utforsk- og snakkoppgavene hadde ulikt formål, var antall oppgaver veldig lav, og av denne grunn ble det besluttet at disse oppgavene skulle bli betraktet samlet.

Underveis i kodeprosessen ble det gjort en vurdering av om en oppgave med flere deloppgaver skulle betraktes som én oppgave totalt, eller om alle deloppgavene skulle betraktes som én oppgave hver for seg. Etter å ha analysert ordinære oppgaver i temaet målenheter konkluderte jeg med at begge metodene ville fungere. Da jeg gikk videre til å analysere ordinære oppgaver i temaet formler, så jeg et klarere behov for å kategorisere hver deloppgave for seg. Årsaken var at flere av deloppgavene ble kategorisert innenfor ulike kognitive nivå, noe som også var tilfelle i type svar og kontekst. Dette har medført at ordinære oppgaver som ikke har deloppgaver er betraktet som én oppgave, mens ordinære oppgaver som eksempelvis har deloppgave a, b og c er betraktet som tre oppgaver.

Når det gjelder utforsk- og snakkoppgavene ble disse betraktet på en annen måte. Utforskoppgavene var i mange tilfeller store oppgaver, som krevde flere steg eller deloppgaver. Ved å betrakte disse stegene eller deloppgavene som flere oppgaver, ville det lett bli et unaturlig sammenligningsgrunnlag lærebøkene imellom, siden disse utforskoppgavene var få i antall. Antall snakkoppgaver var også lavt sammenliknet med antall ordinære oppgavene i lærebøkene. Inndeling av snakkoppgaver i flere oppgaver ville derfor også kunne gi uheldig sammenligningsgrunnlag lærebøkene mellom. Dersom snakkoppgavene ble analysert som de ordinære oppgavene, kunne det vært «tilfeldigheter» som hvordan oppgavene var formulert som ble avgjørende for hvor mange oppgaver snakkoppgavene ble inndelt i. Av disse grunnene bestemte jeg meg for at utforsk- og snakkoppgavene skulle telle som én oppgave, uavhengig av antall steg og deloppgaver. Mer detaljer om hvordan disse oppgavene ble analysert presenteres mot slutten av delkapittel 3.5.

3.5 Gjennomføring av horisontal og vertikal analyse

I denne delen vil jeg beskrive og begrunne hvordan deler av analysen har blitt gjennomført. Jeg vil også presentere analyseprosessen, analysemalen og eksemplifisere de ulike kategoriene i de tre hoveddelene i den vertikale analysen. Det er også oppgaver som ikke har vært mulig å kategorisere, og eksempler på disse vil også inngå i denne delen. Avslutningsvis vil jeg si noe om valgene som er gjort i forhold til utforsk- og snakkoppgavene.

3.5.1 Horisontal analyse

Med bakgrunn i å besvare studiens problemstilling, vil den horisontale analysen som tidligere beskrevet kun ha et begrenset omfang. Selv om denne delen ikke innehar et hovedfokus, gir den horisontale analysen verdifull informasjon og et helhetsinntrykk av lærebokens omfang, valg av matematiske temaer og oppgavefordeling. Den horisontale analysen i denne masteroppgaven er todelt. I bakgrunnsinformasjonen er det generell informasjon som forfattere, utgiver, utgivelsesår og bokas totale sidetall som presenteres. Denne delen er kun inkludert for å gi et oversiktsbilde av lærebøkene, samt en totaloversikt av lærebokens omfang målt i antall sider. Under delen struktur presenteres kapittelinndeling, temainndeling, antall sider og antall oppgaver for alle kapitlene. I tillegg blir også oppgaver for delkapitlene i målenheter og formler presentert. Begrunnelsen for at sistnevnte inkluderes er at innholdet i delkapitlene er forholdsvis ulikt mellom lærebøkene.

3.5.2 Vertikal analyse

Den vertikale analysen er essensen i å besvare studiens problemstilling. Arbeidet med å analysere lærebøkenes oppgaver, er basert på tankegangen til Vilma Mesa (2004) om hva elevene ville lært dersom de ville løst alle oppgavene i lærebøkene i kronologisk rekkefølge (s. 256). Denne ideen har medført at hvert eksempel, forklaringer, teori og hver oppgave elevene har antas å ha løst, vil bli en tidligere erfaring som elevene har med seg i det videre arbeidet. I praksis har dette medført at oppgaver som er veldig like, kan være kategorisert ulikt, fordi den blir mindre kognitivt krevende for elevene jo mer trening de får i å løse oppgavene.

Analyseprosessen

Etter å ha lest igjennom kategoriseringskriteriene fra Smith og Stein (1998, s. 248) flere ganger, samt funnet andre eksempler på kategoriseringseksempler på kognitivt nivå, bestemte jeg meg for å starte kategoriseringen. Den første kategoriseringsrunden ville jeg bruke for trening (prøvekoding), og for å få et overblikk over hvordan oppgavene i lærebøkene på yrkesfag 1P-Y var. Jeg kategoriserte 686 oppgaver fordelt på samtlige lærebøker, og jeg gikk kronologisk til verks. I kategoriseringen begynte jeg med å vurdere kognitivt nivå. Jeg så på ulike løsningsmetoder av oppgaven og vurderte hvilke algoritmer som kunne anvendes. I tillegg sammenliknet jeg oppgaven med tidligere teori, med tidligere eksempler og med tidligere oppgaver. Deretter vurderte jeg hvilken type svar oppgaven ba om, før jeg til slutt vurderte oppgavens kontekst. For å ikke ha et for ensidig fokus på et matematisk område, valgte jeg å inkludere oppgaver fra både målenheter og formler i prøvekategoriseringen. Oppgavene som var knyttet til temaet målenheter ble løst etter hverandre, før jeg gjorde det samme med formeloppgavene. Jeg valgte å variere hvilken lærebok jeg startet kodingen i. Bakgrunnen for dette valget var at ulike lærebøker kunne ha sin egen stil og unike elementer. Mulige oppgaveforskjeller mellom lærebøkene var noe jeg ønsket å få klarhet i tidlig i analyseprosessen. Årsaken var at jeg ønsket å være konsekvent i kodingen og plassering av oppgaver i ulike kategorier, uavhengig av hvilken lærebok som analysen ble gjort i. Den første kategoriseringen av oppgaver ble gjort i en kladdebok.

I den andre kategoriseringen valgte jeg å begynne med å analysere oppgavene fra prøveanalysen på nytt. Dette ble gjort for å undersøke om jeg var konsekvent i kategoriseringen, eller om det var avvik mellom analysene. For å lette jobben med analysen, laget jeg et Exceldokument der jeg kunne føre inn kodingen. Jeg laget et eget ark for hvert kapittel jeg analyserte i samtlige lærebøker. Arkene hadde samme innhold som eksemplet i figur 5. Kolonne A, B og C anga kapittel, delkapittel og hvilket tema læreboken hadde. Kolonne D ble brukt for å skille ut utforsk- og snakkoppgavene. Oppgavenummer (evnt sidetall for utforsk- og snakkoppgavene) ble lagt til i kolonne E. Kodingen av kognitivt nivå ble lagt til kolonne F, med forenklede koder der H = hukommelse, PU = prosedyre uten sammenheng, PS = prosedyre med sammenheng og M = gjøre matematikk. Den siste kategorien IK, står for ikke kategoriserbar. Denne kategorien ble lagt til underveis i kodingen, da jeg oppdaget at enkelte oppgaver ikke lot seg kategorisere. Mer utfyllende informasjon om denne kategorien blir omtalt senere i dette delkapittelet. I kolonne G anga jeg oppgavens svartype, der S = svar, Q = matematisk uttrykk/formel, F = forklaring og B = begrunnelse. Konteksten ble kodet i kolonne H, der I = Ingen kontekst, A = annen kontekst og Y = yrkesfaglig kontekst. I kolonnene fra J til V brukte jeg formler for å lage en oversikt som oppsummerte kodingen. Oppsummeringen inneholdt både antall ordinære-, snakk- og utforskoppgaver, men også en fordeling som viste hvordan prosentandelen på de ordinære oppgavene fordelte seg innenfor de ulike kategoriene.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1	**Kapittel**	**Delkap**	**Tema**	**Annen oppgave**	**Oppgnr.**	**Kognitivt nivå (H, PU, PM, M, IK)**	**Svartype (S,Q,F,B)**	**Kontekst (I, Y, A)**		**TOTALT**	**334**												
2	FORMLER	3.1	FORMELREGNING	Utforsk	s. 77	M	F	A															
3		3.1	FORMELREGNING	Snakk	s. 78	PS	S	A		Hukommelse	50	15,0 %											
4		3.1	FORMELREGNING	Snakk	s. 79	PS	S	A		PU	262	78,4 %											
5		3.1	FORMELREGNING		3.10A	PU	S	A		PS	17	5,1 %											
6		3.1	FORMELREGNING		3.10B	PU	S	A		Gjøre matematikk	2	0,6 %											
7		3.1	FORMELREGNING		3.11A	PU	S	A		Ikke kategoriserbare	3	0,9 %											
8		3.1	FORMELREGNING		3.11B	PU	S	A		Totalt oppgaver	**334**												
9		3.1	FORMELREGNING		3.12A	PU	S	A															
10		3.1	FORMELREGNING		3.12B	PU	S	A		S	300	89,8 %											
11		3.1	FORMELREGNING		3.12C	PU	S	A		(Q) SVAR OG/ELLER M	17	5,1 %											
12		3.1	FORMELREGNING		3.13A	PU	S	A		F	17	5,1 %											
13		3.1	FORMELREGNING		3.13B	PU	S	A		B	0	0,0 %											
14		3.1	FORMELREGNING	Snakk	s. 80	PS	S	A		**Totalt**	**334**												
15		3.1	FORMELREGNING		3.14A	PU	Q	A															
16		3.1	FORMELREGNING		3.14B	PU	S	A		I	80	24,0 %											
17		3.1	FORMELREGNING		3.15A	PU	Q	A		Y	59	17,7 %											
18		3.1	FORMELREGNING		3.15B	PU	S	A		A	195	58,4 %											
19		3.1	FORMELREGNING		3.15C	PU	S	A		**Totalt**	**334**												
20		3.1	FORMELREGNING		3.16A	PU	Q	A			Totalt op	H	PU	PS	M	IK	S	Q	F	B	I	Y	A
21		3.1	FORMELREGNING		3.16B	PU	S	A		Utforsk	5	0	0	2	2	1	1	0	4	0	1	0	4
22		3.1	FORMELREGNING		3.16C	PU	S	A		Snakk	9	0	2	6	0	1	5	0	4	0	2	0	7
23		3.1	FORMELREGNING	Utforsk	s. 82	PS	S	A															

Figur 5: Utklipp av kategoriseringsverktøyet jeg brukte i Excel

Underveis i andre kategorisering oppdaget jeg at flere av oppgavene i den nye kategoriseringen ble kategorisert opp eller ned på kognitive krav (f.eks. fra PU til PS eller omvendt). Da jeg sammenliknet svartype var sammenlikningen nesten 100 prosent identisk, mens kategoriseringen av kontekst var identisk. Jeg ønsket å være mest mulig konsekvent i analysen av oppgavenes kognitive krav, og bestemte meg for å lage en utvidet analysemal der jeg tydeligere spesifiserte hvordan oppgaver innenfor målenheter og formler skulle klassifiseres. Analysemalene vises fra tabell 4 til og med tabell 7. Analysemalen for kognitive krav er delt i to tabeller, der den ene viser kravene for hukommelse og prosedyrer uten sammenheng, også kalt lavt kognitivt nivå. Den andre tabellen viser kravene for oppgaver på høyt kognitivt nivå, som inneholder prosedyre med sammenhenger og gjøre matematikk. Begge tabellene har hentet elementer fra Smith & Stein, 1998, s. 249.

<table>
<tr><th colspan="2">Oppgaver med lave kognitive krav</th></tr>
<tr><td>Hukommelse (nivå 1)
Slike oppgaver kan kjennetegnes ved at
- de er lite kognitivt krevende
- det er nok å huske hvordan en slik oppgave løses
- ingen utregning er nødvendig
- de går ut på å bruke eller reprodusere fakta, formler, regler eller definisjoner der målet er å automatisere og memorere
- det foreligger liten tvil om hvordan oppgaven skal løses. Oppgavene involverer eksakte gjengivelser av noe elevene har sett (f.eks. tidligere eksempler), eller noe de har arbeidet med tidligere
- det ikke er mulig å anvende prosedyrer, enten fordi det ikke eksisterer noen prosedyre, eller fordi det er for liten tid til å bruke en prosedyre. Oppgaver kan f.eks. kjennetegnes ved at du kan gå direkte fra oppgavetekst til et svar
- oppgavene mangler en tilknytning mellom regler, formler, fakta og definisjoner, og de underliggende sammenhengene som skal læres

Målenheter
- Omgjøring mellom følgende målenheter (uten kontekst):
- Mil ←→ mm
- Kg ←→ mg
- L ←→ ml

Formler
- Figurtall: oppgaven er identisk et eksempel som er vist tidligere</td>
<td>Prosedyrer uten sammenheng (nivå 2)
Slike oppgaver kan kjennetegnes ved at
- de er mer kognitivt krevende enn hukommelse
- de er algoritmiske. Målet kan være å øve på en algoritme.
- fremgangsmåte/prosedyre er eksplisitt gitt ved at oppgavene bygger på tidligere erfaringer, eller implisitt gitt ved at oppgavene er plassert etter liknende eksempler eller rekkefølgen på oppgavene
- oppgavene ikke har sammenheng med matematikken som ligger bak, og det er liten tvil om hva og hvordan elevene skal løse oppgaven
- regneoperasjoner må brukes for å løse oppgaven
- krever ingen eller begrenset forklaring (det vil si at man enkelt beskriver prosedyren som har blitt brukt)
- fokuset er på å produsere riktige svar heller enn å utvikle matematisk forståelse

Målenheter
- Omgjøring mellom arealenheter (uten kontekst)
- Omgjøring mellom kcal og kJ

Formler
- Figurtall: fortsettelse av et mønster ved tegning som krever noe kognitiv innsats
- Elevene kan bruke kjente prosedyrer til å komme frem til en formel. Det er liten tvil om hvordan formelen eller endringen mellom figurtallene kan forklares/uttrykkes. Prosedyren er enkel, og likner på noe elevene har sett før
- Sette inn en tallfestet variabel i en kjent eller ukjent formel
- Sette inn flere tallfestede variabler i en kjent formel</td></tr>
</table>

Tabell 4: Analysemal i lave kognitive krav i måleenheter og formler i 1P-Y. Elementer er hentet fra Smith & Stein, 1998, s. 248

Oppgaver med høye kognitive krav	
Prosedyre med sammenhenger (nivå 3) *Slike oppgaver kan kjennetegnes ved at* - det kreves en viss grad av kognitiv innsats fra elevene - generelle prosedyrer kan følges, men ikke tankeløst som i prosedyrer uten sammenhenger - Oppgavene legger opp til bruk av generelle strategier for å komme frem til en løsning. Disse strategiene kan f.eks. knyttes til et underliggende begrep som areal. - oppgavens formål er å utvikle dypere forståelse av matematiske begreper og ideer. Målet er at elevene skal forstå de underliggende begrepene, se sammenhenger og matematikken i oppgaven. Dette kan oppnås ved hjelp av prosedyrer - elevene får trening i å se sammenhenger mellom flere representasjoner (f.eks. konkreter, diagrammer, tabeller, tekstoppgaver, illustrasjoner og symboler) Formler - Fortsettelse av et mønster ved tegning som krever mer kognitiv innsats enn PU - Endringen mellom figurtallene krever mer tenkning av elevene enn PU. Oppgaven må forklares, og krever at elevene ser sammenhenger	**Gjøre matematikk (nivå 4)** *Slike oppgaver kan kjennetegnes ved at* - det ikke er gitte fremgangsmåter. Det finnes ingen innøvd tilnærming til oppgaven - elevene må selv utforske, analysere og bruke tidligere erfaringer, for å utvikle forståelse og oppdage matematiske konsepter eller sammenhenger de kan benytte for å løse oppgaven - elevene selv må finne ut aktuelle fremgangsmåter. Dette krever regulering av egne kognitive prosesser hos elevene - elevene må begrunne valg og vurdere om løsningen er rimelig. Elevene må også undersøke oppgavens begrensninger, for å vurdere mulige løsninger og løsningsstrategier Formler - Figurtallene likner ikke på noe elevene har blitt presentert for eller som de har løst tidligere

Tabell 5: Analysemal i høye kognitive krav i måleenheter og formler i 1P-Y. Elementer er hentet fra Smith & Stein, 1998, s. 248

Da analysemalen var på plass, løste jeg alle 686 oppgavene på nytt. De oppgavene som sammenliknet med den forrige analysen ble kodet likt lot jeg stå, mens de oppgavene som var ulike eller jeg fortsatt syntes var vanskelig å kategorisere markerte jeg. De markerte oppgavene fikk jeg en tidligere kollega med undervisningserfaring i matematikk til å analysere. Før kollegaen analyserte oppgavene fikk han en gjennomgang av de kognitive nivåene, samt en utskrift av analysemalen. Jeg valgte også å lage en analysemal i type svar (tabell 6) og type kontekst (tabell 7). Disse malene fikk kollegaen også utdelt.

Type svar
- Svar: Oppgaver som enten krever numerisk svar fra elevene, eller oppgaver der elever skal svare på et konkret spørsmål - Matematisk uttrykk/formel: Oppgaver som ber elevene om å lage en formel, et regnestykke eller å gjøre om på en formel. - Forklaring: Elevene skal enten forklare svaret eller prosedyren som de benyttet for å komme frem til svaret. - Begrunnelse: Elevene skal gi en begrunnelse for hvorfor den valgte fremgangsmåten passer godt for den gitte situasjonen. Oppgavene krever at elevene skal begrunne hvorfor svare deres er gyldig eller korrekt.

Tabell 6: Analysemal i type svar

Type kontekst
- Ingen kontekst: oppgaver som kun inneholder tall eller figurer uten tekst som kan relatere seg til en situasjon. - Annen kontekst: situasjoner og problemstillinger som kan knyttes til en sammenheng/kontekst som ikke er yrkesfaglig. - Yrkesfaglig kontekst: situasjoner og problemstillinger i oppgavene som er sentrert til restaurant- og matfag. Yrkesrettet kontekst.

Tabell 7: Analysemal i type kontekst

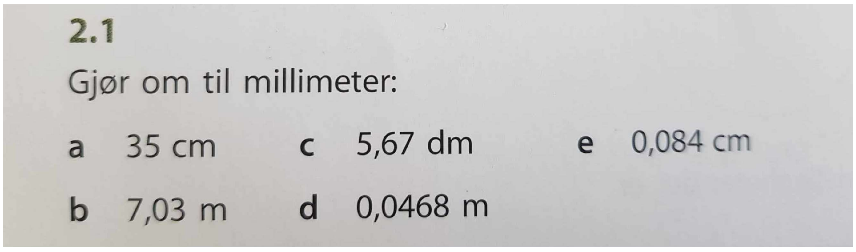
Totalt analyserte kollegaen 122 oppgaver, som er i underkant av 10 prosent av alle oppgavene. Kollegaen analyserte et variert utvalg av både ordinære, snakk- og utforskoppgaver fra temaene målenheter og formler. Etter at kollegaen var ferdig med analysen, sammenlignet vi oppgavene. Noen av oppgavene ble analysert ulikt, men det var enten et nivå opp eller et nivå ned når det gjaldt kognitive nivå. Når det gjaldt type svar var resultatene våre nesten identiske, og på kontekst var det ingen avvik. Etter at resultatene ble sammenlignet, ble Cohens Kappa beregnet. Resultatet ble 0,85 på kognitive nivå, 0,94 på svartype, og 1 på kontekst. Disse resultatene var tilfredsstillende, og jeg fortsatte med analyseprosessen på de resterende oppgavene. Den videre analyseprosessen gjennomførte jeg i størst grad alene. Anslagsvis var det omtrent fem prosent av de resterende oppgavene som var vanskelige å kategorisere. Disse oppgavene valgte jeg å drøfte med kollegaen min, før de ble kategorisert i den kategorien vi mente den hørte til i.

<u>Analyse av kognitive nivå</u>

Som tidligere nevnt oppdaget jeg underveis i analyseprosessen et behov for å lage en mer presis analysemal når det gjaldt kognitive nivåer. Jeg valgte å beholde Smith og Steins (1998) taksonomi med fire kognitive nivåer, i tillegg til forfatternes elementer som er gjengitt i rammeverket i denne studien (s. 348). Disse elementene ble beholdt fordi taksonomien og innholdet ga en eksplisitt og passende ramme til det å analysere oppgavers kognitive nivå. Til tross for dette ble analyseprosessen utfordrende, fordi kravene innenfor de kognitive nivåene var generelle. Av denne grunn valgte jeg å inkludere flere momenter i analysemalen, som ble tilpasset de matematiske temaene jeg analyserte. Dette grepet ble gjort for å tydeliggjøre hvilken type oppgave som kunne plasseres hvor, slik at jeg kunne være mer konsekvent i analyseprosessen. En annen fordel med å lage en tilpasset analysemal, var at det i det opprinnelige rammeverket i stor grad ble eksemplifisert oppgaver fra grunnskolen. Jeg mente det kunne gi et feilaktig bilde å la en elev i videregående skole få samme forventninger som en elev i grunnskolen. I den tilpassede analysemalen ble det derfor forventet mer av en elev i videregående skole. Eksempelvis forutsatte jeg at en elev med fullført grunnskoleutdanning burde ha en inngående kjennskap til de mest grunnleggende målenhetene.

Valget om å lage en tilpasset analysemal ble også gjort av to andre årsaker. En mer detaljert analysemal ville føre til at verifiseringen av kategoriseringen ble mer transparent. Det blir lettere for andre som vil vurdere kategoriseringen, eller andre som vil gjøre noe tilsvarende og forstå hvordan oppgavene i lærebøkene er kategorisert. En annen grunn er at en ytterligere presisering av rammeverket også kan gjøre det enklere å få sammenfalt egen analyse med andres analyse. For å eksemplifisere hvordan analysemalen er anvendt i analyseprosessen, har jeg nedenfor inkludert flere eksempler innenfor de fleste kategoriene av kognitive nivå. Dette er gjort for å vise variasjonen innenfor én kategori, men også for å synliggjøre hvordan kategoriseringen er gjort med bakgrunn i ulike matematiske temaer. Eksemplene som blir presentert er hentet fra alle lærebøkene som er analysert i studien. Dette er for å inkludere det brede spekteret av de analyserte oppgavene. I tillegg til å spesifisere hvilken kategori oppgavene er plassert i, har jeg valgt å beskrive tankegangen bak hver kategorisering.

<u>Eksempeloppgaver hukommelse</u>



2.1

Gjør om til millimeter:

a 35 cm c 5,67 dm e 0,084 cm

b 7,03 m d 0,0468 m

Figur 6: Denne oppgaven er hentet fra delkapitlet målenheter i Mønster (Kapittel 2) (Bækkevar et al., 2020, s. 68). Gjengitt med tillatelse.

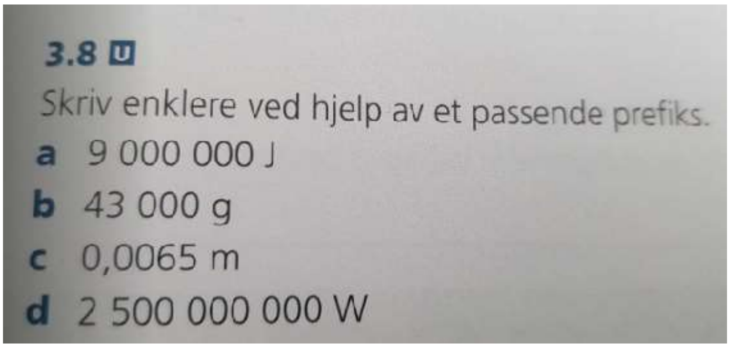
Denne oppgaven er kategorisert som hukommelse. Selv om prosedyrer kan anvendes for å løse oppgaven, er ikke dette nødvendig. I denne oppgaven er det nok å huske hvordan en slik oppgave løses. Det er ikke nødvendig med utregning, og du kan gå direkte fra oppgaveteksten til et svar. Det er tidligere i kapittelet om målenheter vist eksempler på hvordan en slik oppgave kan løses. Det er mulig å anvende prosedyrer for å løse oppgaven, men antall deloppgaver i oppgaven er en indikasjon på at du ikke skal bruke så lang tid på å løse oppgaven, og at oppgavens mål er automatisering og memorering. Med tanke på at måleenheter allerede blir introdusert i kompetansemålene etter 2. trinn, burde man kunne forvente at elever på videregående skole har et solid kjennskap til de mest vanlige og kjente måleenhetene. Dette argumenterer også for at denne oppgaven kan kategoriseres på nivå 1 – hukommelse.

3.5 U
Hvilket prefiks betyr
a 1000 **b** 0,001 **c** 0,01 **d** 0,1

Figur 7: Hentet fra Matematikk for yrkesfag P i delkapitlet prefikser (Kapittel 3) (Engeseth et al., 2020 s. 83). Gjengitt med tillatelse.

Disse spørsmålene handler om fakta og memorering av hva de ulike prefiksene betyr. Elevene kan reprodusere faktaene og ingen utregning er nødvendig. I tillegg har elevene tilgang til en tabell som angir alle prefiksene fra tera til piko ved å bla tilbake tre sider fra der oppgaven står. Dette er grunnene til at oppgaven er kategorisert som hukommelse.

<u>Eksempeloppgaver prosedyrer uten sammenheng</u>



3.8 U
Skriv enklere ved hjelp av et passende prefiks.
a 9 000 000 J
b 43 000 g
c 0,0065 m
d 2 500 000 000 W

Figur 8: Hentet fra Matematikk for yrkesfag P i delkapitlet prefikser (Kapittel 3) (Engeseth et al., 2020 s. 83). Gjengitt med tillatelse.

Til forskjell fra eksemplet i figur 7, må elevene i denne oppgaven (figur 8) finne et passende prefiks, men også bruke en prosedyre for å skrive et enklere svar. Oppgaven er mer kognitivt krevende enn hukommelse, men krever lite kognitiv innsats. Oppgaven er algoritmisk, og prosedyre er eksplisitt gitt ved at oppgavene bygger på tidligere eksempler og oppgaver. Fokuset i oppgaven ligger på å produsere et riktig svar. Dette er årsakene til at denne oppgaven er kategorisert som prosedyre uten sammenheng.

3.202
Eva går på et treningssenter der hun betaler 200 kr per måned i fast avgift. I tillegg betaler hun 20 kr per gang.

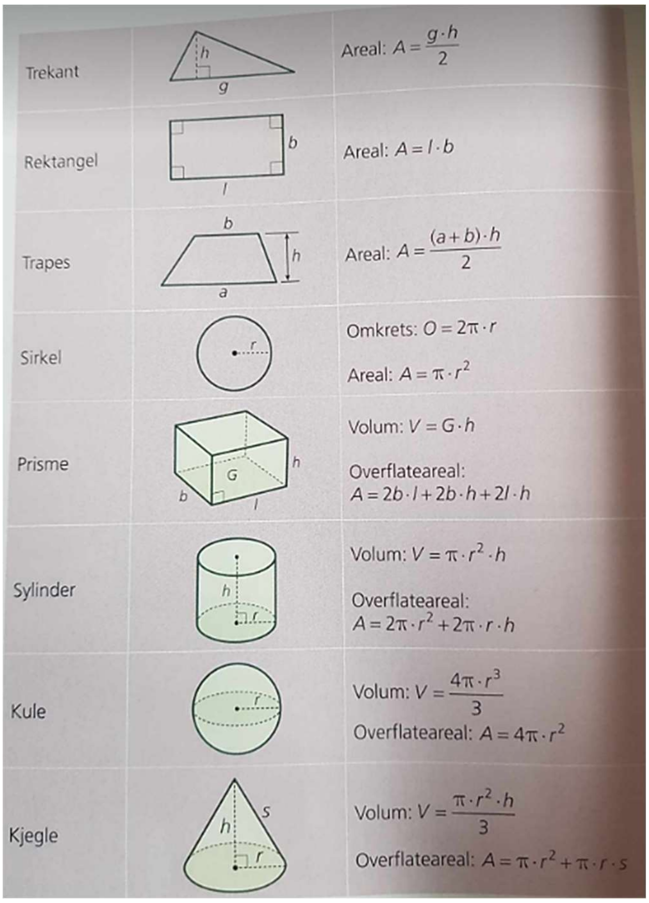
a) En måned trener hun på senteret 10 ganger. Hvor mye må hun betale for denne måneden?

b) Sett opp et uttrykk for kronebeløpet y som hun betaler i alt når hun trener x ganger i måneden.

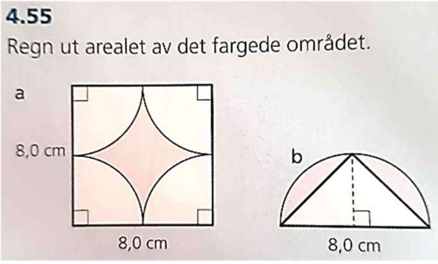
Figur 9: Hentet fra Sinus 1P-Y i øv mer (Gustafsson et al., 2020, s.209). Gjengitt med tillatelse.

I figur 9 er både oppgave a) og b) er kategorisert som prosedyre uten sammenheng. I oppgave a) må regneoperasjoner brukes for å løse oppgaven. Fokuset er på å produsere riktig svar fremfor å utvikle matematisk forståelse. Verken oppgave a) eller oppgave b) krever noen forklaringer. I oppgave b) skal elevene «bare» lage et uttrykk/formel. Begge oppgaver krever mer enn hukommelse, men er lite kognitivt krevende siden oppgavene kommer mot slutten av kapittelet. Dette medfører at elevene har opparbeidet seg erfaringer med liknende oppgaver.

<u>Eksempeloppgaver prosedyrer med sammenheng</u>

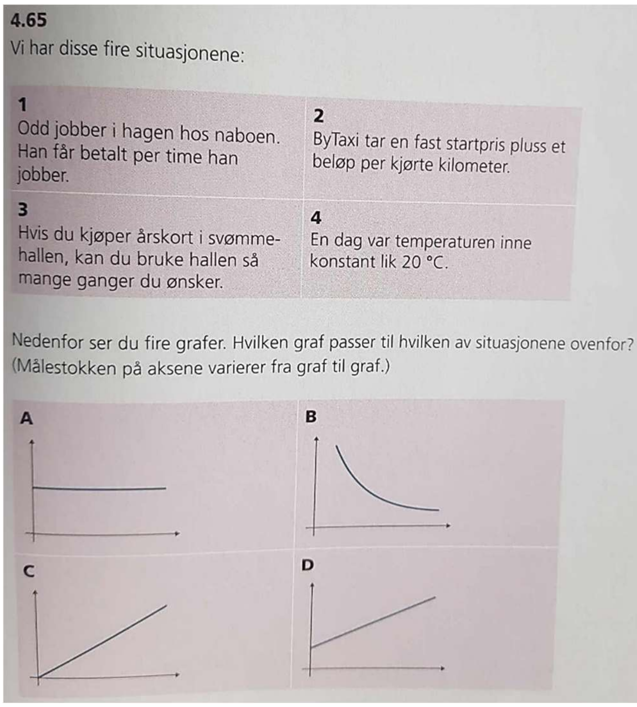


Figur 10: Formler som elevene får oppgitt i introduksjonen av delkapittel "formler fra geometrien" i Matematikk for yrkesfag P (Engeseth et al., 2020 s. 134). Gjengitt med tillatelse.



Figur 11: Hentet fra Matematikk for yrkesfag P i formler fra geometrien (Kapittel 4) (Engeseth et al., 2020 s. 136). Gjengitt med tillatelse.

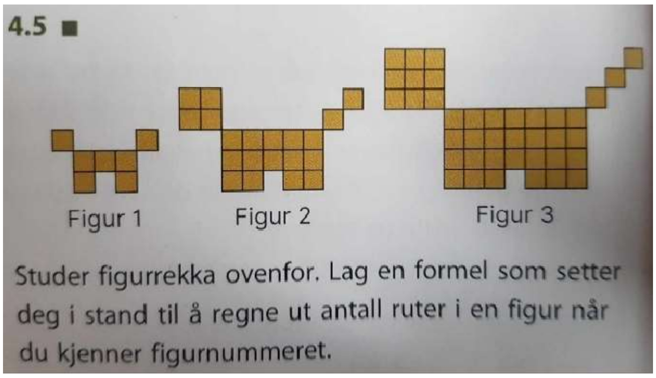
I oppgaven som er gjengitt i figur 11, kan elevene bruke prosedyrer som de har sett i læreboken et par sider foran oppgaven de skal løse (figur 10). Selv om elevene kan følge generelle prosedyrer, kan de ikke følges like tankeløst som i prosedyrer uten sammenhenger. Dette er en oppgave som krever at elevene må se sammenheng mellom en illustrasjon som er sammensatt av flere geometriske figurer, samtidig som de skal kunne beregne av arealet av et begrenset farget område. I denne oppgaven får elevene trening i å kombinere ulike strategier for å finne ut arealet av det fargede området, samtidig som de får sett matematiske sammenhenger mellom flere representasjoner. Oppgaven er laget for at elevene skal utvikle en dypere forståelse av arealbegrepet. I forkant av denne oppgaven presenterer læreboken kun ett eksempel, og det er kun seks oppgaver elevene får forsøkt seg på før de skal forsøke å løse denne oppgaven. Med bakgrunn i disse argumentene, blir oppgaven plassert på høyt kognitivt nivå, og innenfor prosedyre med sammenhenger. Årsaken til at oppgaven ikke når det høyeste kognitive nivået, er at det finnes en delvis innøvd tilnærming til oppgaven, i tillegg til at oppgaven kun ber eleven om å angi et svar.



Figur 12: Hentet fra Matematikk for yrkesfag P i blandede oppgaver (Kapittel 4) (Engeseth et al., 2020 s. 139). Gjengitt med tillatelse.

I kapittelet tolke og bruke formler i Matematikk for yrkesfag P, har elevene blitt presentert for fire grafer i teorigjennomgangen. Videre har de hatt muligheten til å løse tre deloppgaver med grafer før de blir introdusert for oppgaven i figur 12 mot slutten av kapittelet. Alle grafene elevene har sett, har hatt navngitte akser med nummerert inndeling. Teorigjennomgangen og den grafiske fremstillingen har vært knyttet til praktiske situasjoner. Oppgavene elevene har hatt tilgang til i forkant av denne oppgaven, har gått ut på å vurdere proporsjonalitet uten tilknytning til en praktisk situasjon. Elevene har ikke fått i oppgave å skissere eller tegne grafer selv i kapittelet. Med bakgrunn i erfaringene som elevene har hatt mulighet til å opparbeide seg i denne læreboken, har denne oppgaven blitt kategorisert som prosedyre med sammenhenger. Begrunnelsen er at elevene i oppgaven vil få mulighet til å se sammenhenger mellom tekst og grafiske representasjoner. Oppgaven krever at elevene ser forbindelser mellom de praktiske situasjonene og grafene. Det at grafene ikke har navngitte verdier eller akseverdier øker vanskelighetsgraden til oppgaven.

<u>Eksempeloppgave å gjøre matematikk</u>

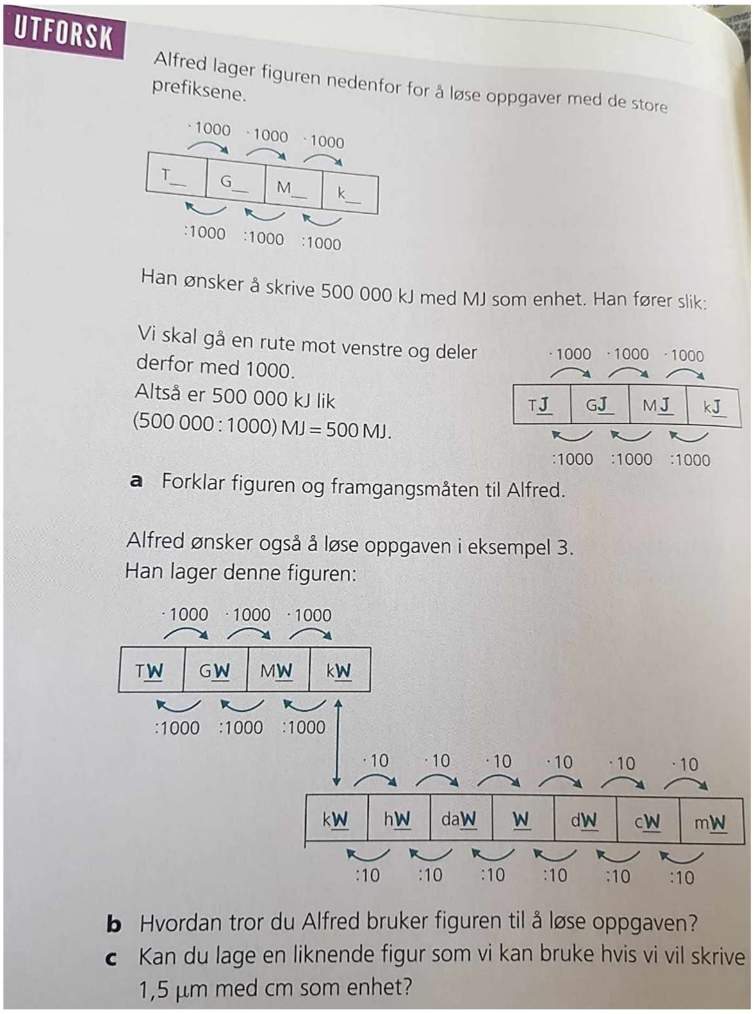


Figur 13: Denne oppgaven er hentet fra delkapitlet ulike uttrykksformer i Mønster (Kapittel 4) (Bækkevar et al., 2020, s. 156). Gjengitt med tillatelse.

I første delkapittel i kapittel 4 i Mønster blir elevene introdusert for ulike mønstre. Elevene får ulike strategier de kan følge for å kunne se mønstrene både med tegning, regnestykker og formler. Oppgaven i figur 13 skiller seg ut fra de andre oppgavene i boken ved at du her må kombinere og utforske mulige strategier, samtidig som du må oppdage sammenhenger for å komme frem til en generell formel. Elevene må selv finne ut aktuelle fremgangsmåter ut fra deres tidligere erfaringer. Oppgaven krever regulering av egne kognitive prosesser hos elevene, og er kategorisert som å gjøre matematikk.

<u>Kognitive nivå utforsk- og snakkoppgaver</u>

Siden utforsk- og snakkoppgavene ble kategorisert som én oppgave uavhengig av antall deloppgaver og steg, ble oppgavene kategorisert som det høyeste mulige nivået oppgaven kunne oppnå. Et eksempel er oppgaven i figur 14.



UTFORSK

Alfred lager figuren nedenfor for å løse oppgaver med de store prefiksene.

T__	G__	M__	k__

·1000 ·1000 ·1000

:1000 :1000 :1000

Han ønsker å skrive 500 000 kJ med MJ som enhet. Han fører slik:

Vi skal gå en rute mot venstre og deler derfor med 1000.
Altså er 500 000 kJ lik
(500 000 : 1000) MJ = 500 MJ.

TJ	GJ	MJ	kJ

·1000 ·1000 ·1000

:1000 :1000 :1000

a Forklar figuren og framgangsmåten til Alfred.

Alfred ønsker også å løse oppgaven i eksempel 3.
Han lager denne figuren:

TW	GW	MW	kW

·1000 ·1000 ·1000

:1000 :1000 :1000

kW	hW	daW	W	dW	cW	mW

·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10

:10 :10 :10 :10 :10 :10

b Hvordan tror du Alfred bruker figuren til å løse oppgaven?

c Kan du lage en liknende figur som vi kan bruke hvis vi vil skrive 1,5 μm med cm som enhet?

Figur 14: Hentet fra Matematikk for yrkesfag P i delkapittelet måleenheter (Kapittel 3) (Engeseth et al., 2020 s. 82). Gjengitt med tillatelse.

I denne utforskoppgaven krever a) og b) at elevene skal forklare figur og fremgangsmåte av en prosedyre som allerede er gitt, og de skal forklare hvordan de tror Alfred vil bruke figuren til å løse oppgaven. I oppgave c) skal elevene lage en lignende figur der de skal kunne gå fra mikrometer til centimeter. Denne utforskoppgaven har både elementer fra prosedyre uten sammenhenger, ved at oppgaven er algoritmisk og at fremgangsmåten er gitt i enkelte deloppgaver. Utforskoppgaven har også elementer fra prosedyrer med sammenheng, siden oppgaven krever at elevene må tenke på sammenhengene mellom prefiksene, i tillegg til at de skal forklare og må vise forståelse for matematiske begreper. Med bakgrunn i at utforsk- og snakkoppgaver skal betraktes som én samlet oppgave, blir kategoriseringen prosedyre med sammenheng, siden det er det potensielt høyeste kognitive nivået elevene kan nå ved å løse oppgaven. Tilsvarende oppgaver har blitt analysert på samme måte.

Oppgaver som ikke er kategoriserbare

UTFORSK - INFUSJON

Hvordan bestemmer vi hvor stor mengde medisin en pasient skal ha, og hvor ofte pasienten skal gis medisin?

Figur 15: Hentet fra Sinus 1P-Y i delkapittelet enheter (Gustafsson et al., 2020, s.96). Gjengitt med tillatelse.

Underveis i analyseprosessen har det også vært oppgaver som ikke har latt seg kategorisere. Oppgaven i figur 15 er et eksempel på dette, siden oppgaven krever at elevene selv skal finne eksempler i forhold til medisiner og infusjon. I slike type oppgaver kan man ikke generalisere svarene elevene gir, siden det er avhengig av hvordan elevene angriper og løser oppgavene. Dette gjelder tilsvarende for kategorisering av type svar og kontekst. Noen oppgaver har det også vært umulig å kategorisere på kognitivt nivå, type svar eller kontekst, på grunn av mangelfulle eller feilaktige opplysninger, som gjorde oppgavene uløselige.

Analyse av type svar

3.22

En vare koster U kroner uten merverdiavgift. Hvis merverdiavgiften er 25 %, er prisen P i kroner med merverdiavgift gitt ved formelen

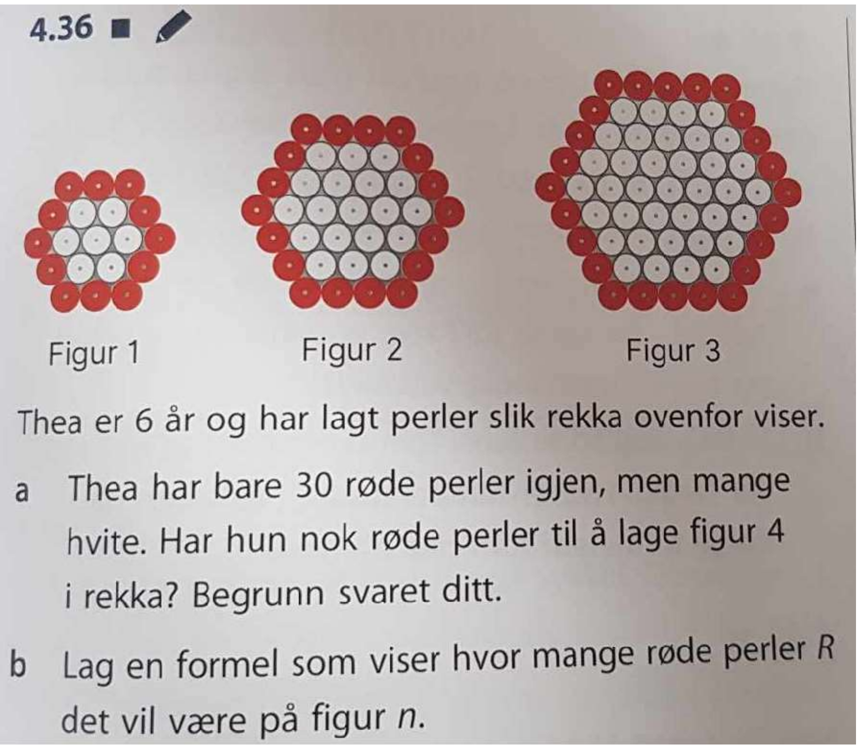
$$P = 1{,}25 \cdot U$$

a) Forklar hvorfor denne formelen er slik.
b) Bruk formelen til å finne prisen med merverdiavgift når prisen uten merverdiavgift er 550 kr.
c) Bruk formelen til å finne prisen uten merverdiavgift når prisen med merverdiavgift er 1062,50 kr.
d) Hvordan ville formelen ha vært hvis merverdiavgiften var på 12 %?

Figur 16: Hentet fra Sinus 1P-Y i delkapittel formler og likninger (Gustafsson et al., 2020, s. 47). Gjengitt med tillatelse.

I eksempeloppgaven i figur 16 er a) kategorisert som forklaring i type svar. Oppgaven krever at eleven skal forklare og vise forståelse på hvorfor formelen er slik den er beskrevet i oppgaven. Oppgave b) og c) er kategorisert som svar, da den ber om et numerisk svar fra elevene ved at de skal svare på et konkret spørsmål. Den siste deloppgaven, d) er kategorisert som matematisk uttrykk/formel, siden oppgaven ber elevene om å lage en formel selv.

Et eksempel på en oppgave som er kategorisert som begrunnelse er oppgave a) i figur 17. I denne oppgaven skal elevene finne ut om Thea har nok røde perler igjen til å lage den fjerde figuren i rekka. Spørsmålet i oppgaven er formulert på en måte som gjør at elevene kan svare ja eller nei, mens siste setning krever at elevene må begrunne svaret sitt. Dette medfører at elevene må argumentere for hvorfor svaret de har kommet frem til er korrekt, og av denne grunn er oppgaven kategorisert som begrunnelse. I oppgave b) skal elevene selv lage en formel, noe som fører til at oppgaven er kategorisert som matematisk uttrykk/formel.



Figur 17: Denne oppgaven er hentet fra delkapitlet ulike uttrykksformer i Mønster (Kapittel 4) (Bækkevar et al., 2020, s. 183). Gjengitt med tillatelse.

<u>Type svar i utforsk- og snakkoppgaver</u>

Siden utforsk- og snakkoppgavene blir betraktet som én oppgave uavhengig av deloppgaver, har disse oppgavene blitt kategorisert i en taksonomi basert på en nivådeling i denne rekkefølgen: svar, matematisk uttrykk/formel, forklaring og begrunnelse. Dersom én deloppgave krever forklaring og resten svar, har utforsk- eller snakkoppgaven blitt kategorisert som forklaring, fordi dette er det høyeste nivået i taksonomien. Figur 14 viser en utforskoppgave som både krever svar og forklaring, og som derfor har blitt kategorisert som forklaring. I utforsk- og snakkoppgavene som inneholdt flere deloppgaver og steg, var det ingen oppgave som ble kategorisert som matematisk uttrykk/formel. Kategorien ble likevel inkludert i taksonomien fordi denne ble fastsatt i forkant av analysearbeidet.

Analyse av kontekst

Nedenfor følger tre eksempler på ulike kategoriseringer i kontekst. I figur 18 er det kun tall og en enkel tekst som forklarer hva elevene skal gjøre i oppgaven. Teksten kan ikke relateres til en situasjon, og skal ifølge analysemalen kategoriseres som ingen kontekst. Figur 19 har en virkelighetsnær kontekst som elevene kan møte på i egen hverdag. Konteksten kan ikke relateres til yrkesfaget restaurant- og matfag og kategoriseres derfor som annen kontekst. Et eksempel på en oppgave med yrkesfaglig kontekst gis i figur 20. Årsaken til at denne oppgaven er kategorisert i den kategorien, er at konteksten er knyttet til kjøttskjærerfaget som er et yrke man kan utdanne seg for innenfor yrkesfaget restaurant- og matfag. Dette medfører at konteksten er yrkesrettet. Alle eksemplene under er eksempler tatt fra ordinære oppgaver. Utforsk- og snakkoppgavene har blitt kategorisert på samme måte som de ordinære oppgavene i boka.

3.122

Løs likningene.

a) $\frac{1}{3}x + 2 = -\frac{1}{2}x + 2$

b) $\frac{1}{4}x - 3 = x + 6$

c) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}x = 7$

d) $\frac{3}{2}x + 7 = \frac{1}{3}x$

Figur 18: Hentet fra Sinus 1P-Y i delkapittel øv mer formler og likninger (Gustafsson et al., 2020, s. 205). Gjengitt med tillatelse.

3.77 U

En hostemikstur inneholder 20 mg/mL av et virkestoff.

a Hva betyr det?

På pakningsvedlegget står det at hver dose skal være 10 mL.

b Hvor mange mg virkestoff tilsvarer det?

Figur 19: Hentet fra Matematikk for yrkesfag P i delkapittelet sammensatte enheter (Kapittel 3) (Engeseth et al., 2020 s. 105). Gjengitt med tillatelse.

2.79

Kjøttskjæring er et fysisk krevende yrke.
Sivert har funnet ut at han forbrenner om lag
1850 kJ/time på jobb.

a Hvor mange kilokalorier er 1850 kJ?

Det er anbefalt å drikke 1 ml vann per kilokalori energi.

b Hvor mye vann bør Sivert drikke i løpet av en arbeidsdag på 7,5 timer?

Figur 20: Denne oppgaven er hentet fra delkapitlet målenheter for energi i Mønster (Kapittel 2) (Bækkevar et al., 2020, s. 183). Gjengitt med tillatelse.

3.6 Aspekter ved studiens kvalitet

I dette delkapittelet vil jeg reflektere over forskningsprosjektets styrker og svakheter. Avslutningsvis vil jeg skrive om studiens forskningsetiske aspekter.

3.6.1 Validitet

Validitet handler om kvaliteten på datamaterialet, studien, tolkninger og konklusjoner som er gjennomført i forskningen (Gleiss & Sæther, 2021, s. 201). I denne sammenheng handler det om den kvalitative metoden og om studiens utvalg er relevant med tanke på å besvare problemstilling og forskningsspørsmål. Denne studien er bygget på et konseptuelt rammeverk som er tilpasset for å kunne besvare studiens problemstilling. De tilpasninger som er gjort i studien er detaljert beskrevet tidligere i dette kapittelet, samtidig som analysemalen og eksempeloppgaver i analyseprosessen er gjengitt. Dette er faktorer som er inkludert for å øke validiteten av studien.

Et annet aspekt er temaene og oppgavene som er valgt ut. Denne studien begrenser seg til å undersøke de to matematiske temaene målenheter og formler. Samtlige oppgaver, med unntak av aktivitetsoppgavene (jf. 3.4 oppbygging av lærebøkene og valg av oppgaver til analyse) er inkludert i analysen. Dette mener jeg styrker studiens validitet, ved at det ikke er gjort et tilfeldig utvalg av de analyserte oppgavene. Til tross for dette skal man være varsom med å generalisere funnene som er gjort. Det å analysere temaer isolert, kan potensielt gi mangelfull informasjon siden matematiske temaer er overlappende og sammenvevde. Av denne grunn kan det ikke utelukkes at oppgaver innenfor målenheter og formler ikke er inkludert i andre matematiske temaer i lærebøkene. Studien har på den annen side avdekket flere likhetstrekk mellom de to temaene som er analysert. På bakgrunn av dette mener jeg at det ikke urimelig å forvente liknende funn i lærebøkenes andre kapitler også. Jeg mener også at resultatene i denne studien kan generaliseres til andre yrkesfaglige programmer.

Årsaken til dette er at samtlige forlag for de trykte lærebøkene i praktisk matematikk på yrkesfag er analysert i studien. Siden to av lærebøkene henvender seg til flere yrkesfag enn restaurant- og matfag, vil studiens resultater også kunne være relevant for flere yrkesfaglige programmer.

I denne studien har validiteten også blitt styrket, ved at jeg har inkludert teori og tidligere forskning som er relevante for studiens problemstilling og forskningsspørsmål. Resultatene i denne studien er både drøftet og sammenliknet med teori og tidligere forskning på feltet. Det er også funnet noe samsvar mellom egen forskning og tidligere forskning. Ifølge Gleiss og Sæther (2021) bidrar dette til at validiteten styrkes til konklusjonene man trekker (s. 205).

3.6.2 Reliabilitet

Kvaliteten på forskningsprosessen, og hvorvidt forskningen kan anses som pålitelig og troverdig, er det reliabiliteten skal handle om. Trykte lærebøker er offentlige tekster som er tilgjengelig for allmennheten, og vil således kunne anses som pålitelige da de ikke vil kunne endres før en ny bok eller utgave blir utgitt. For å sikre en transparent forskning har jeg forsøkt å gjengi forskningsprosessen i sin helhet. Hele analyseprosessen startet med at jeg etablerte koder på forhånd, og for å kvalitetssikre at disse kategoriene var relevante, prøvekodet jeg materiale. Prøvekoding kan være nødvendig for å sannsynliggjøre at kategoriene vil føre frem til aktuelle og interessante funn (Gleiss & Sæther, 2021, s. 139). Både i prøvekodingen men også i den øvrige kodingen ble oppgaver innenfor temaet målenheter og formler løst rett etter hverandre. Dette gjorde jeg for å forsøke å kategorisere på en mest mulig lik måte, noe jeg anså som mest sannsynlig når oppgavene var friskt i minne. Jeg varierte også hvilke lærebøker jeg startet å analysere.

For å styrke studiens troverdighet, lot jeg en tidligere kollega analysere i underkant av ti prosent av studiens oppgaver. I analyseprosessen benyttet vi analysemalene, for å unngå så mye som mulig egen tolkning. Kodingen gjennomførte vi hver for oss, før vi sammenliknet og diskuterte resultatene. Kollegaen bidro også til å medanalysere ca. fem prosent av de resterende oppgavene som jeg synes det var vanskelig å kategorisere. Det var oppgavenes kognitive nivå som ble diskutert i denne sammenheng, da det var dette som var mest utfordrende i analysen.

For å teste inter-rater reliabiliteten mellom kollegaen min og meg, ble Cohen's Kappa beregnet etter den første analysen. Denne koeffisienten måler graden av samstemthet når det er to personer som kategoriserer variabler i flere kategorier (Charalambous et al., 2010, s. 131). Landis og Koch (1977) benytter seg av en seksdelt inndeling når man skal vurdere verdien av Cohen's Kappa (s. 165). De to høyeste nivåene har forfatterne kalt «substantial» og «almost perfect». Verdiene de har knyttet til begrepene er 0.61-0.80 for førstnevnte, og 0.81-1.00 for den sistnevnte.

I forhold til egen forskning, ble som tidligere nevnt Cohen's Kappa beregnet til 0,85 på kognitive nivå, 0,94 på svartype, og 1 på kontekst. Ifølge inndelingen til Landis og Koch (1977) ble samtlige koeffisienter beregnet til det høyeste nivået. Dette grunnlaget førte til at jeg fortsatte analysearbeidet med de resterende oppgavene, men som tidligere nevnt ble kollegaen involvert i de oppgavene det var vanskelig å kategorisere også i denne delen.

Til tross for at min tidligere kollega og jeg hadde en høy samvariasjon, er ikke dette en garanti for at studien er fri for bias på grunnlag av subjektive tolkninger. Det er ingen sikkerhet for at tilsvarende kategoriseringer og resultater ville ha forekommet dersom analysen ble utført av en annen person. Ifølge Gleiss og Sæther (2021) truer ikke ulike fortolkninger av samme tekst forskningens kvalitet (s. 140). De skriver videre at forskjellige tolkninger gir muligheter for diskusjon, og dermed kan bidra til økt kunnskap.

For å ha en mest mulig transparent studie, har jeg også valgt å inkludere eksempler på de ulike kategoriseringene av kognitivt nivå, svartype og type kontekst i studien. Jeg har inkludert eksempler fra både målenheter og formler, samt variert hvilke lærebøker eksemplene er hentet fra.

3.6.3 Forskningsetikk

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH), har i oppgave å utarbeide nasjonale forskningsetiske retningslinjer (NESH, 2023, s. 4). Forskningsetikkens formål er å fremme en forsvarlig forskning, der kvalitet, pålitelighet, åpenhet, etterprøvbarhet og respekt for menneskeverdet er noen viktige prinsipper (NESH, 2023, s. 5).

I forhold til egen masteroppgave har jeg analysert lærebøker som er offentlige dokumenter. I denne forbindelse har ikke forskningen hatt noen intensjon om å fremstille lærebøkene på en bestemt måte, og heller ikke argumentere for at én lærebok er å foretrekke fremfor en annen. Hensikten med studien har vært å undersøke lærebøkenes oppgaver i forhold til deres kognitive nivå, type svar og kontekst. En lærebok er mer enn bare oppgavene, den inneholder eksempelvis også teori og eksempler som faller utenfor denne studiens undersøkelse.

En dokumentanalyse krever ingen direkte kontakt med andre mennesker. På en annen side vil lærebøkenes forfattere bli berørt av studien, som en tredjepart. Det er viktig å anerkjenne andres arbeid, og god henvisningsskikk er derfor avgjørende (NESH, 2023, s. 14). Siden jeg har valgt å bruke bildeeksempler fra oppgaver, diskusjons- og snakkoppgaver i denne studien, har jeg kontaktet samtlige forlag og spurt om tillatelse til å benytte meg av utklipp/bilder av oppgaver fra deres lærebøker. Dette var noe jeg fikk godkjennelse til.

I analysearbeidet og i presentasjon av resultatene har jeg forsøkt å være objektiv ved å kategorisere alle oppgavene etter en analysemal, og ved å eksemplifisere kategoriseringen som har blitt gjort. I tillegg har jeg innenfor temaene som er undersøkt analysert alle oppgavene (med unntak av aktivitetsoppgavene, jf. 3.4), fremfor å analysere et tilfeldig mindre utvalg.

4. Resultater

I denne delen presenteres funnene fra den horisontale og den vertikale analysen. Den horisontale analysen inkluderer lærebøkenes bakgrunnsinformasjon og struktur, mens den vertikale analysen presenterer analyse av lærebokoppgavenes kognitive nivå, type svar og kontekst. I denne delen er det også inkludert noen eksempler på oppgaver som ikke lot seg kategorisere. Analysen er gjennomført for å kunne besvare studiens problemstilling og forskningsspørsmål, som er gjengitt under:

«Hva kjennetegner lærebøkenes matematikkoppgaver i praktisk matematikk på yrkesfag med tanke på yrkesfaglig kontekst, svartype og kognitive krav?».

For å kunne besvare problemstillingen har jeg valgt disse tre forskningsspørsmålene:

1) Hvor kognitivt krevende er oppgavene i lærebøkene?
2) Hvilke type svar krever oppgavene?
3) Har oppgavene kontekst, og er denne knyttet til elevenes valg av yrkesfag?

4.1 Resultater fra horisontal analyse

Nedenfor følger resultatene fra analysen. Resultatene i denne delen presenteres i tabeller, for å bedre illustrere funn som har blitt gjort.

4.1.1 Lærebøkenes bakgrunnsinformasjon

I tabell 8 presenteres lærebøkenes bakgrunnsinformasjon. Som tidligere nevnt er Gyldendals Mønster den eneste læreboken som er direkte knyttet til restaurant- og matfag. Cappelen Damms Sinus 1P-Y er laget for utdanningsprogrammene helse og oppvekst, salg, service og reiseliv i tillegg til restaurant- og matfag. Den siste læreboken, Aschehoug undervisnings matematikk for yrkesfag P er en bok som favner alle utdanningsprogrammene på yrkesfag. Bakgrunnsinformasjonen viser at det er flere forfattere involvert i læreboken til Sinus 1P-Y. I tillegg er det stor variasjon i sideantallet i bøkene, der Mønster har over 50 % flere sider sammenliknet med Matematikk for yrkesfag P.

Lærebok	Forfattere	Sidetall	Utgiver	Årstall
Mønster matematikk 1P-Y (restaurant- og matfag)	Inger Bækkevar Anne-Mari Jensen Christina Bauck Jensen Jens Wilhelm Lindstad Anja Saxebøl	330	Gyldendal	2020
Sinus 1P-Y (HS, RM og SR)	Einar Gustafsson Egil Reidar Osnes Birte Vestergaard Robin Bjørnetun Jacobsen Terje A. Pedersen Tore Oldervoll Otto Svorstøl	262	Cappelen Damm	2020
Matematikk for yrkesfag P	John Engeseth Odd Heir Håvard Moe Tea Toft Norderhaug Sigrid Melander Vie	212	Aschehoug undervisning	2020

Tabell 8: Bakgrunnsinformasjon for alle lærebøkene

4.1.2 Oversikt over lærebøkenes struktur

På de neste sidene følger to tabeller som presenterer lærebøkenes struktur. Tabell 9 viser en oversikt over samtlige kapitler, sidetall og antall oppgaver. Det presiseres at antall oppgaver som er presentert er en samling av ordinære oppgaver, utforsk- og snakkoppgaver. I tillegg vil en oppgave som består av 1a, b og c regnes som én oppgave i denne tabellen.

Tabell 10 viser et mer detaljert bilde av temaene som er analysert i denne masteroppgaven. Her er kapitlene som omhandler temaene målenheter og formler presentert med delkapitler og antall oppgaver. I denne tabellen er ordinære oppgaver, utforsk- og snakkoppgaver presentert hver for seg. I tillegg vil én oppgave som består av eksempelvis 1a og b, regnes som to oppgaver, på samme måte som analysen har blitt gjennomført. Tilsvarende vil én utforsk- og snakkoppgave være én oppgave, slik som i den utførte analysen.

Bok	Kapittel	Antall sider	Antall sider %	Antall oppg	Antall oppg %
Mønster matematikk 1P-Y (restaurant- og matfag)	1. Den matematiske verktøykassa	52	17,9 %	135	21,2 %
	2. Målenheter	40	13,8 %	107	16,8 %
	3. Innsamling og presentasjon av data	50	17,2 %	82	12,9 %
	4. Formler fra dagligliv og yrke	42	14,5 %	90	14,1 %
	5. Personlig økonomi	56	19,3 %	122	19,1 %
	6. Kostnadsberegning og anbud	50	17,2 %	102	16,0 %
Totalt		**290**	**99,9 %**	**638**	**100,1 %**
Sinus 1P-Y (HS, RM og SR)	1. Grunnleggende regning	55	22,9 %	232	31,3 %
	2. Personlig økonomi	51	21,3 %	171	23,1 %
	3. Formler	44	18,3 %	96	13,0 %
	4. Statistikk	53	22,1 %	91	12,3 %
	5. Yrkesøkonomi	37	15,4 %	151	20,4 %
Totalt		**240**	**100 %**	**741**	**100,1 %**
Matematikk for yrkesfag P	1. Verktøykassen	34	17,3 %	94	16,3 %
	2. Forhold og prosent	38	19,4 %	148	25,7 %
	3. Måleenheter	36	18,4 %	129	22,4 %
	4. Tolke og bruke formler	30	15,3 %	83	14,4 %
	5. Økonomi	42	21,4 %	80	13,9 %
	6. Eksamenstrening	16	8,2 %	42	7,3 %
Totalt		**196**	**100 %**	**576**	**100 %**

Tabell 9: Oversikt over lærebøkenes kapitler, side- og oppgaveantall

Ved å sammenlikne tabell 8 og 9, ser vi at antall sider som er presentert avviker. Årsaken til dette er tilleggsinnhold til kapitlene som bruksveiledning, fasit og oppslagsmanualer på Python, GeoGebra og Excel. Dette innholdet er inkludert i tabell 8, men utelatt i tabell 9.

Tabell 9 gir en mer detaljert oversikt over lærebøkenes sider og oppgaver strukturert i kapitler. Tabellen viser at målenheter består av 13,8 % av sideantallet og 16,8 % av oppgavene i Mønster, mens formelkapittelet består av 14,5 % av sideantallet og 14,1 % av oppgavene. Samlet sett består målenheter og formler for 28,3 % av sidene i kapitlene og 30,9 % av bokas oppgaver. I Sinus 1P-Y har de valgt å behandle temaene målenheter og formler samlet i kapittel 3 som de har navngitt Formler. Dette kapittelet består av 18,3 % av kapittelsidene i boka, mens antall oppgaver i kapittelet er 13 % av totalen i læreboken. I Matematikk for yrkesfag P har de valgt samme struktur som Mønster, og behandlet temaene i to kapiteler. Samlet sett inneholder temaene målenheter og formler 33,7 % av kapittelsidene og 36,8 % av oppgavene i denne læreboken. Hvis vi sammenlikner de tre lærebøkene og ser på sideantall og antall oppgaver for de to temaene samlet, er forskjellen nokså stor. I forhold til sidetall, har Matematikk for yrkesfag P valgt å fokusere på målenheter og formler i om lag en tredjedel av sideantallet i læreboken. Dette er i stor kontrast til Sinus 1P-Y hvor forfatterne og forlaget kun har brukt i underkant av en femtedel av lærebokens kapitler til temaene. Mønster ligger i midtsjiktet, men nærmest Matematikk for yrkesfag P, med 28,3 % av kapittelsidene viet til formler og målenheter. Når det kommer til antall oppgaver, er forskjellen enda større mellom lærebøkene. Sinus 1P-Y har lavest andel oppgaver innenfor temaet med 13 %, Mønster har 30,9 %, og Matematikk for yrkesfag P har den høyeste andelen med 36,8 %.

Oversikten i tabell 9 viser at lærebøkene har valgt en ulik kapittelinndeling. Mønster har valgt å dele inn lærestoffet i seks kapitler, mens Sinus 1P-Y og Matematikk for yrkesfag P har fem kapitler, der sistnevnte også har med et eksamenstreningskapittel med varierte oppgaver fra alle kapitler. Alle lærebøkene har valgt å innlede bøkene med et kapittel med grunnleggende regning (også kalt verktøykasse). Innholdet i dette kapittelet er noe ulikt. Mens Mønster og Sinus 1P-Y har valgt å inkludere prosent i innledningskapittelet, har Matematikk for yrkesfag P valgt å behandle dette temaet i eget kapittel. På samme måte har Matematikk for yrkesfag P inkludert temaet grafisk framstilling i kapittelet verktøykassen, mens Mønster og Sinus 1P-Y behandler dette temaet i egne kapitler. Økonomitemaet har Mønster og Sinus 1P-Y valgt å separere i to kapitler, der de behandler personlig økonomi i ett kapittel, og yrkesøkonomi med kostnadsberegning og anbud i et annet kapittel. Matematikk for yrkesfag P valgt å behandle personlig økonomi og yrkesøkonomi i samme kapittel. Temaene målenheter og formler har Mønster og Matematikk for yrkesfag P valgt å separere i to kapitler, mens Sinus 1P-Y har valgt å samle disse temaene i ett kapittel 3. Ut fra denne oversikten ser det ut til at lærebøkene har valgt en ulik profil i deres presentasjon av ulike temaer. På grunn av studiens avgrensing til å analysere temaene målenheter og formler, vil tabell 10 kun fokusere på disse temaene og innholdet i disse som er inndelt i delkapitler. Merk også at antall oppgaver i tabell 9 og 10 avviker. Dette skyldes at oppgavene er regnet på forskjellige måter, jf. det som er skrevet innledningsvis i dette delkapitlet.

Bok	Kapittel og delkapittel	Utforsk	Snakk	Ordinære oppgaver
Mønster matematikk 1P-Y (restaurant- og matfag)	2. Målenheter			
	2.1 Grunnleggende målenheter	1	1	64
	2.2 Målenheter for areal og volum	1	1	51
	2.3 Målenheter for energi	1	-	23
	2.4 Sammensatte målenheter	1	2	34
	Test deg selv og blandede oppg.	-	-	42
	Totalt målenheter	**4**	**4**	**214**
	4. Formler			
	4.1 Ulike uttrykksformer	1	1	46
	4.2 Å forstå og lage formler	1	2	28
	4.3 Å bruke formler	1	1	40
	4.4 Formler fra yrkeslivet	-	1	50
	Test deg selv og blandede oppg.	-	-	53
	Totalt formler	**3**	**5**	**217**
	Totalt målenheter og formler i Mønster	**7**	**9**	**431**
Sinus 1P-Y (HS, RM og SR)	3. Formler			
	3.1 Formelregning	2	3	37
	3.2 Formler og likninger	1	3	47
	3.3 Enheter	2	3	57
	3.4 Regning i energi- og næringsinnhold	-	-	40
	Kapitteltest og oppgaver med/uten hjelpemidler	-	-	139
	Totalt formler i Sinus 1P-Y	**5**	**9**	**320**
Matematikk for yrkesfag P	3. Måleenheter			
	3.1 Prefikser	1	1	29
	3.2 Måleenheter for lengde, masse og volum	-	-	43
	3.3 Arealenheter	-	2	34
	3.4 Flere volumenheter	1	1	39
	3.5 Tidsenheter	-	2	37
	3.6 Sammensatte enheter	2	-	45
	Kapitteltest og blandede oppgaver	-	-	81
	Totalt måleenheter	**4**	**6**	**308**
	4. Tolke og bruke formler			
	4.1 Regning med formler	-	1	47
	4.2 Proporsjonalitet	-	2	17
	4.3 Omvendt proporsjonalitet	-	1	14
	4.4 Formler fra geometrien	-	1	18
	Kapitteltest og blandede oppgaver	-	-	58
	Totalt tolke og bruke formler	**0**	**5**	**154**
	Totalt måleenheter og tolke og bruke formler i matematikk for yrkesfag P	**4**	**11**	**462**
Alle lærebøker	**Totalt antall oppgaver i samtlige lærebøker: 1258**	**16 (1,3 %)**	**29 (2,3 %)**	**1213 (96,4 %)**

Tabell 10: Oversikt over lærebøkenes kapitler og delkapitler, og antall utforsk-, snakk og ordinære oppgaver innenfor delkapitlene

I tabell 10 får vi en mer detaljert oversikt over innholdet i hvert kapittel i lærebøkene. Kapittelet målenheter i Mønster og Matematikk for yrkesfag P har en litt ulik strukturering av delkapitlene. Innholdsmessig er det mye likt i disse kapitlene, men Mønster har i de to siste delkapitlene noe mer yrkesrettede oppgaver. Innenfor temaet formler, har både Mønster og Matematikk for yrkesfag P fokus på å lage og bruke formler. Innholdet ellers er nokså ulikt, med figurtall og mer yrkesrettede oppgaver i Mønster, og geometriske formler i Matematikk for yrkesfag P. Sinus 1P-Y har en motsatt oppbygging enn de andre lærebøkene. De har valgt å samle formler og målenheter i samme kapittel, og starter og avslutter med formler i kapittelet. I Sinus 1P-Y har de i stor grad valgt å presentere målenheter i delkapittel 3.3 Enheter. Målenheter for energi som Mønster behandler i kapittel 2.3, har Sinus 1P-Y tatt med i kapittel 3.4 sammen med energiformelen. I Mønster og Matematikk for yrkesfag P har de valgt å inkludere energiformelen i kapittelet om formler. Det at et delkapittel i Sinus 1P-Y inneholder elementer som er fra to kapitler i de to andre lærebøkene gjør at lærebøkene ikke er direkte sammenlignbare når det kommer til temaer. Det er også en sammenblanding av temaene målenheter og formler i kapitteltesten og i oppgaver med og uten hjelpemidler. Dette innebærer at sammenlikning mellom læreverkene Mønster og Matematikk for yrkesfag P med Sinus 1P-Y isolert i temaene målenheter og formler ikke lar seg gjøre. Av denne grunn blir kapitlene målenheter og formler slått sammen i Mønster og Matematikk for yrkesfag P når lærebøkene skal sammenliknes med Sinus 1P-Y. Når målenheter og formler skal presenteres isolert, er det bare Mønster og Matematikk for yrkesfag P som lar seg sammenlikne.

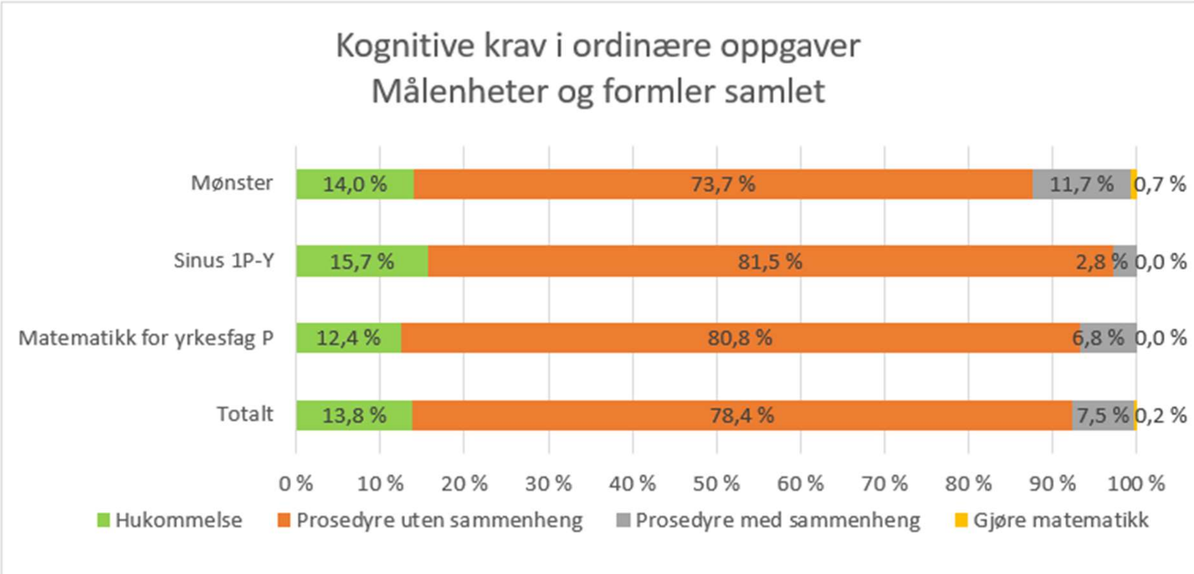
Når én oppgave med flere deloppgaver behandles som flere oppgaver, ser vi at det totalt er analysert 1258 utforsk-, snakk- og ordinære oppgaver i de tre lærebøkene. 35,5 % av samtlige oppgaver er analysert i Mønster, 26,6 % av alle oppgavene er analysert i Sinus 1P-Y, og de resterende 37,9 % er analysert i Matematikk for yrkesfag P. Av den totale andelen er det flest ordinære oppgaver som er analysert med et antall på 1213, noe som utgjør 96,4 % av alle oppgavene. Av disse er 35,5 % analysert i Mønster, 26,4 % i Sinus 1P-Y og 38,1 % analysert i Matematikk for yrkesfag P. Samlet sett er det analysert 45 utforsk- og snakkoppgaver, noe som utgjør 3,6 % av alle 1258 oppgavene. Andelen utforsk- og snakkoppgaver i de tre lærebøkene er 3,6 % i Mønster, 4,2 % i Sinus 1P-Y og 3,1 % i Matematikk for yrkesfag P.

4.2 Resultater fra vertikal analyse

I denne delen presenteres funn fra den vertikale analysen. Resultatene presenteres i tabeller og diagrammer for å få en mer oversiktlig presentasjon av funnene. Innledningsvis vil jeg først presentere de kognitive nivåene på oppgavene, deretter type svar, før jeg avslutningsvis presenterer funn fra oppgavenes kontekst. Strukturen i de tre delene er lik, ved at jeg først presenterer en totaloversikt for formler og målenheter samlet. Dette gjøres for alle lærebøkene isolert, i tillegg til en egen søyle for alle oppgavene samlet. Etter denne presentasjonen følger det to diagrammer med tilhørende tabeller der man kan se de ulike kategoriseringene i Mønster og Matematikk for yrkesfag P i målenheter og formler isolert. Dette oversikten er tatt med slik at man kan sammenlikne de ulike temaene ut fra kategoriseringen som er gjort. I denne oversikten er Sinus 1P-Y utelatt, siden denne læreboken har valgt å presentere temaene i samme kapittel, med en annen struktur. Det nest siste diagrammet og tabellen som blir presentert i hver del er en oversikt over utforsk- og snakkoppgavene. Siden disse oppgavene er så få, presenteres ikke utforsk- og snakkoppgavene for seg. Disse oppgavene inndeles heller ikke i temaene, men blir presentert samlet. Det siste diagrammet som fremstilles er et diagram over samtlige av oppgavene som er analysert i lærebøkene. Denne oversikten er tatt med for å kunne få et helhetsbilde av oppgavene lærebøkene tilbyr i temaene målenheter og formler.

4.2.1 Kognitive krav i oppgavene

I denne studien ønsket jeg å finne ut av hva som kjennetegnet lærebøkenes matematikkoppgaver i praktisk matematikk på yrkesfag, og i den forbindelse ønsket jeg å undersøke hvor kognitivt krevende oppgavene var. Tabellen nedenfor viser en totaloversikt over hvilke kognitive krav det samlet sett var i oppgavene til de to temaene som ble undersøkt i lærebøkene for seg, i tillegg til en totaloversikt.

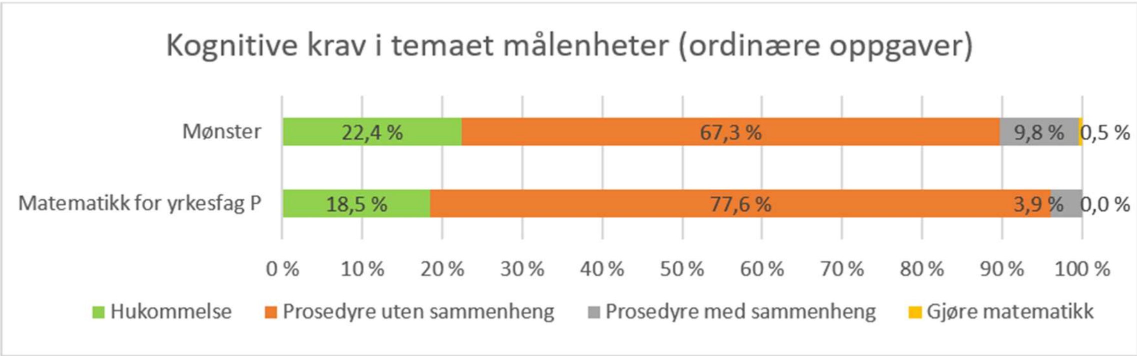


	Totalt	Matematikk for yrkesfag P	Sinus 1P-Y	Mønster
Hukommelse	167	57	50	60
Prosedyre uten sammenheng	946	370	260	316
Prosedyre med sammenheng	90	31	9	50
Gjøre matematikk	3	0	0	3

Figur 21: Diagram og tabell over de kognitive kravene i ordinære oppgaver. Målenheter og formler samlet.

I figur 21 er det utelatt totalt 7 oppgaver med bakgrunn i at disse oppgavene ikke kunne kategoriseres. Årsaken til dette har enten vært manglende matematisk tilnærming, oppgaver der elevene selv skal finne eksempler, eller feilaktige opplysninger i oppgaveteksten (jfr 3.5.2 Vertikal analyse. Oppgaver som ikke er kategoriserbare). I oppgavenes totale oversikt kan vi se at det er noe forskjell mellom lærebøkene. I Mønster er 87,6 % av oppgavene på de to laveste kognitive nivåene. I denne læreboken var i underkant av 1 % av de ordinære oppgavene kategorisert på det høyeste nivået. Det var kun i

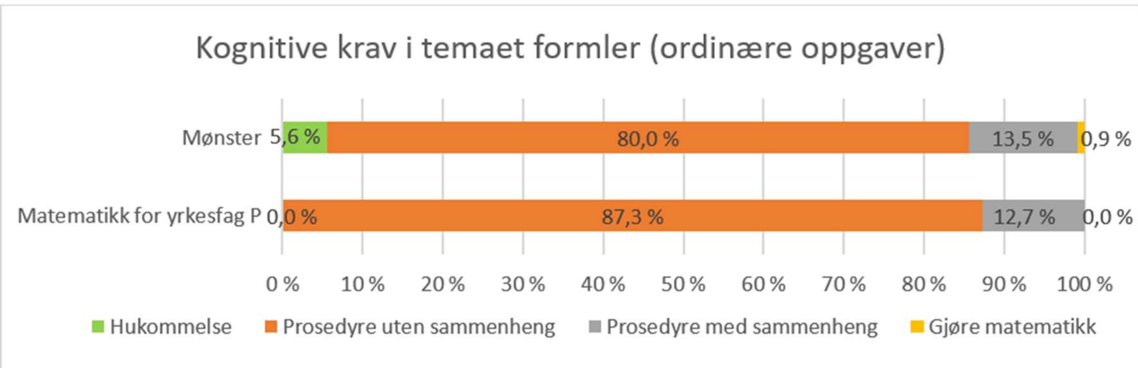
Mønster som hadde ordinære oppgaver som ble kategorisert som gjøre matematikk. Sinus 1P-Y hadde den høyeste andelen av ordinære oppgaver på de to laveste kognitive nivåene, med en andel på 97,2 %. I Matematikk for yrkesfag P var andelen på de to laveste kognitive nivåene på 93,2 %.



	Matematikk for yrkesfag P	Mønster
Hukommelse	57	48
Prosedyre uten sammenheng	239	144
Prosedyre med sammenheng	12	21
Gjøre matematikk	0	1

Figur 22: Diagram og tabell over kognitive krav i temaet målenheter (ordinære oppgaver)

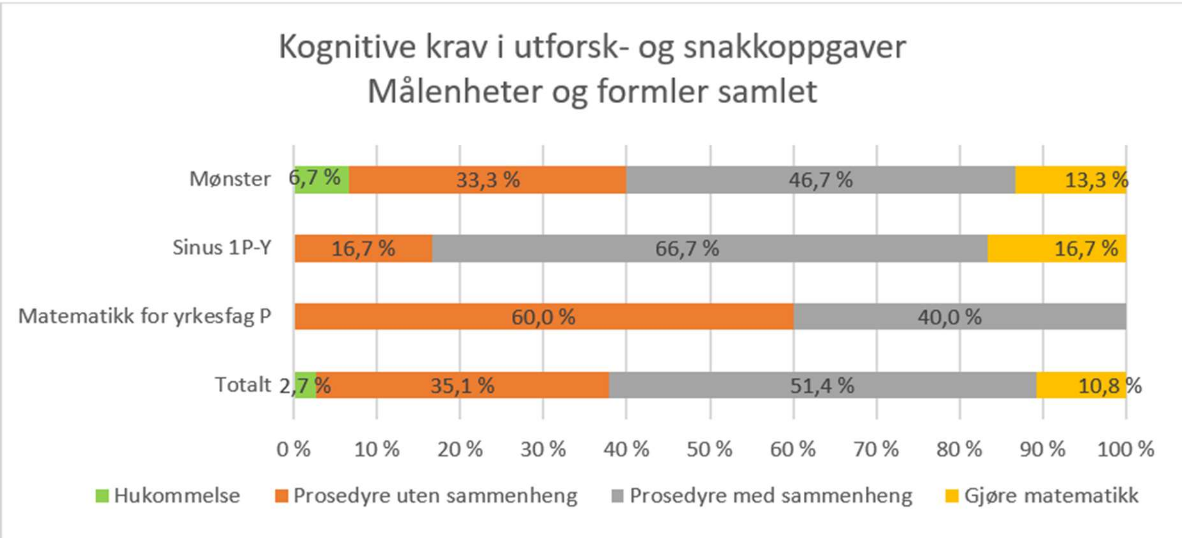
I temaet målenheter er andelen oppgaver som ble plassert i kategorien hukommelse størst med 22,4 %. Totalt var det færrest oppgaver som ble plassert på de to høyeste kognitive nivåene i Matematikk for yrkesfag P, der var andelen på i underkant av 4 %. Til sammenlikning hadde Mønster en andel på over 10 % på de to høyeste kognitive nivåene.



	Matematikk for yrkesfag P	Mønster
Hukommelse	0	12
Prosedyre uten sammenheng	131	172
Prosedyre med sammenheng	19	29
Gjøre matematikk	0	2

Figur 23: Diagram og tabell over kognitive krav i temaet formler (ordinære oppgaver)

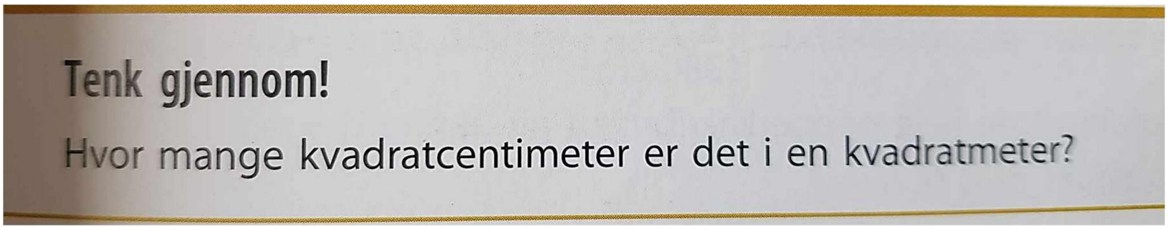
I temaet formler var det fire av de ordinære oppgavene i Matematikk for yrkesfag P og to i Mønster som ikke kunne kategoriseres. Disse er derfor ikke inkludert i figur 23. I dette temaet var det 5,6 % av de ordinære oppgavene som ble plassert på det laveste kognitive nivået i Mønster. Ingen av de ordinære oppgavene ble plassert på dette nivået i Matematikk for yrkesfag P. Til tross for dette er andelen ordinære oppgaver som er plassert på det laveste og høyeste kognitive nivået nokså likt i de to lærebøkene, med i overkant av 85 % på lavt kognitivt nivå, og i underkant av 15 % på det høyeste nivået.



	Totalt	Matematikk for yrkesfag P	Sinus 1P-Y	Mønster
Hukommelse	1	0	0	1
Prosedyre uten sammenheng	13	6	2	5
Prosedyre med sammenheng	19	4	8	7
Gjøre matematikk	4	0	2	2

Figur 24: Diagram og tabell over kognitive krav i utforsk- og snakkoppgaver. Målenheter og formler samlet.

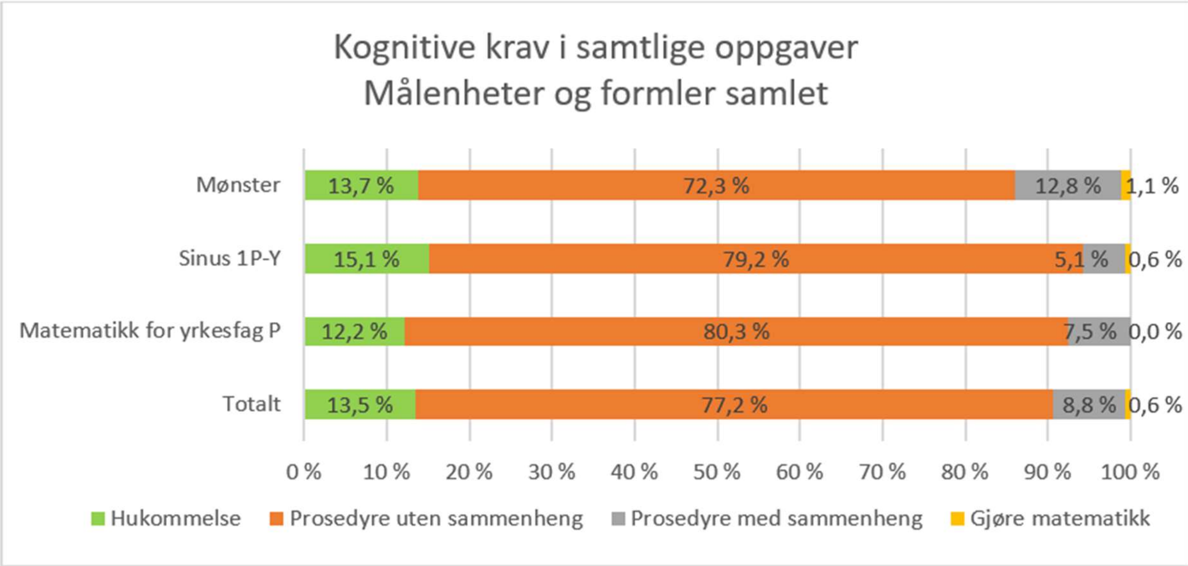
Utforsk- og snakkoppgavene er oppgaver som er plassert varierte steder i kapitlene, både som introduksjon til nytt tema, men også etter eksempler. Totalt var det 45 utforsk- eller snakkoppgaver i temaet målenheter og formler, der fem oppgaver i Matematikk for yrkesfag P, to oppgaver i Sinus 1P-Y og én oppgave i Mønster ikke var kategoriserbare. Disse oppgavene lot seg ikke kategorisere av samme grunn som de ordinære oppgavene. De resterende oppgavene ser vi en oversikt over i figur 24. Når vi ser på de enkelte lærebøkene er Matematikk for yrkesfag P som har høyest andel utforsk- og snakkoppgaver på det nest laveste kognitivt nivå med 60 %. De resterende 40 % er kategorisert under prosedyre med sammenheng. Høyest andel utforsk- og snakkoppgaver analysert i de to høyeste kognitive nivåene var i Sinus 1P-Y med 83,4 %. Heller ikke i Sinus 1P-Y ble noen av utforsk- og snakkoppgavene kategorisert i kategorien hukommelse. I Mønster ble 60 % av utforsk- og snakkoppgavene plassert på de høyeste kognitive nivåene. I totaloversikten kan vi se at det er flere oppgaver i utforsk- og snakkoppgavene som er kategorisert på de to høyeste kognitive nivåene (62,2 %) sammenliknet med de ordinære oppgavene (7,7 %). Det var en forventning om at utforsk- og snakkoppgavene skulle være på et høyere kognitivt nivå enn de ordinære oppgavene. Årsaken til dette var at utforsk- og snakkoppgavene ble presentert som oppgaver som skulle kunne legge til rette for utforsking, se sammenhenger i faget og å reflektere over matematikken i oppgavene (Bækkevar et al., 2020; Engeseth et al., 2020; Gustafsson et al., 2020). Av denne grunn var det overraskende at 40 % av oppgavene i Mønster og 60 % av oppgavene i Matematikk for yrkesfag P ble kategorisert på lavt kognitivt nivå. En snakkoppgave som illustrerer eksempel på en oppgave på lavt kognitivt nivå vises i figur 25.



Figur 25: Snakkoppgave fra delkapitlet målenheter for areal og volum i Mønster (Kapittel 2) (Bækkevar et al., 2020, s. 71). Gjengitt med tillatelse.

Forut for denne snakkoppgaven, blir elevene introdusert for to prosedyrer man kan anvende når man skal regne mellom ulike arealenheter. I denne snakkoppgaven er det nok å huske hvordan oppgaven skal løses, og oppgaven er kun ute etter at elevene skal finne et rett svar. I tillegg involverer oppgaven en nesten eksakt gjengivelse av tidligere eksempler og regler som elevene har sett. Dette er årsaken til at oppgaven ble kategorisert på lavt kognitivt nivå.

Figur 26 er en sammenfatning av figur 21 og figur 24, og viser en oversikt over samtlige oppgaver i de tre lærebøkene og samlet. Som vi ser av figur 26 er andelen oppgaver på lavt kognitivt nivå høyest i Sinus 1P-Y med 94,3 % og lavest i Mønster med 86 %. Samlet sett for alle lærebøkene er det i underkant av 10 % av oppgavene som er på et høyt kognitivt nivå.

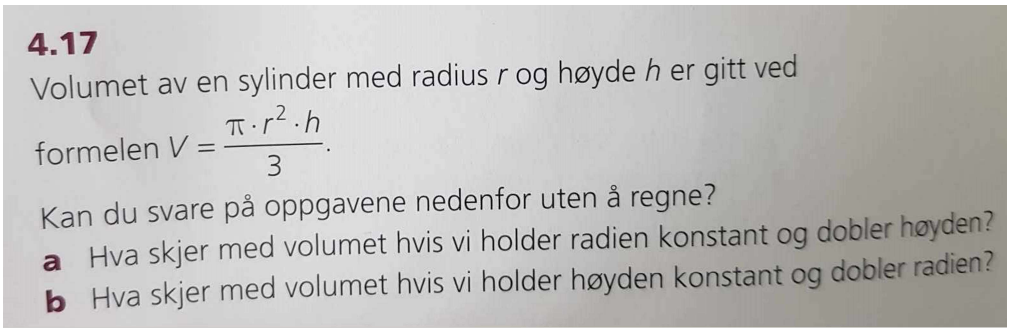


	Totalt	Matematikk for yrkesfag P	Sinus 1P-Y	Mønster
Hukommelse	168	57	50	61
Prosedyre uten sammenheng	959	376	262	321
Prosedyre med sammenheng	109	35	17	57
Gjøre matematikk	7	0	2	5

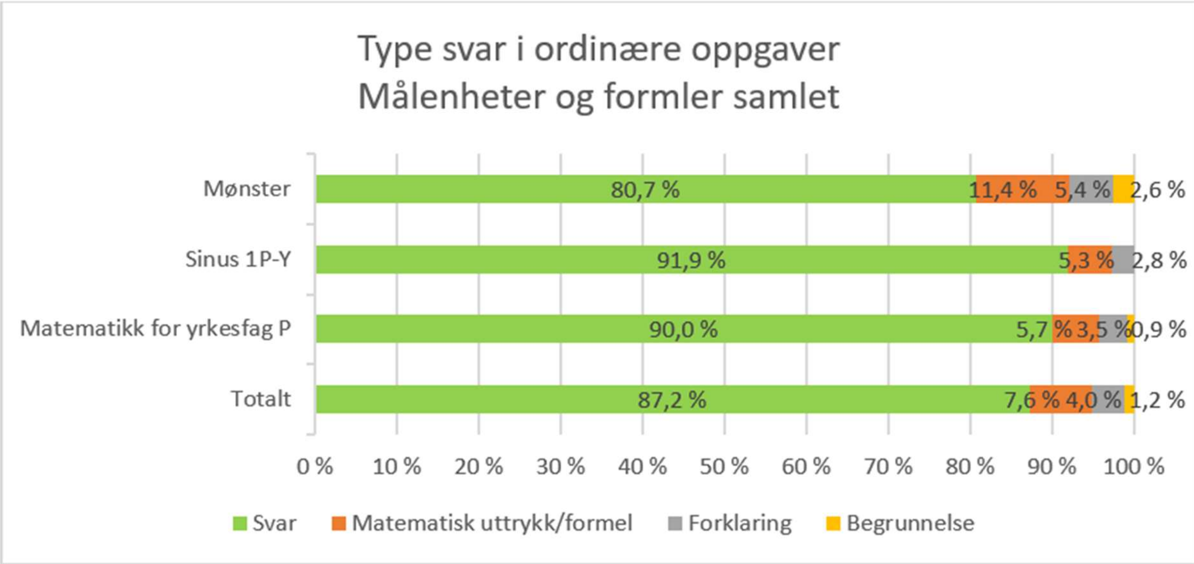
Figur 26: Diagram og tabell over kognitive krav i samtlige oppgaver. Målenheter og formler samlet.

4.2.2 Type svar

I tillegg til å analysere oppgavenes kognitive nivå, ble det også analysert hva slags type svar oppgavene krevde. Det var totalt fire oppgaver som ikke lot seg kategorisere i denne kategorien, der to av oppgavene var i Mønster og to i Matematikk for yrkesfag P. Årsaken til at disse oppgavene ikke ble kategorisert var fordi oppgavene hadde mangelfulle eller feilaktige opplysninger. Figur 27 viser et eksempel på to av oppgavene som ikke ble kategorisert. I denne oppgaven ble elevene bedt om å si noe om volumet av en sylinder, mens formelen i oppgaven angir volumet av en kule.


4.17
Volumet av en sylinder med radius r og høyde h er gitt ved formelen $V = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$.
Kan du svare på oppgavene nedenfor uten å regne?
a Hva skjer med volumet hvis vi holder radien konstant og dobler høyden?
b Hva skjer med volumet hvis vi holder høyden konstant og dobler radien?

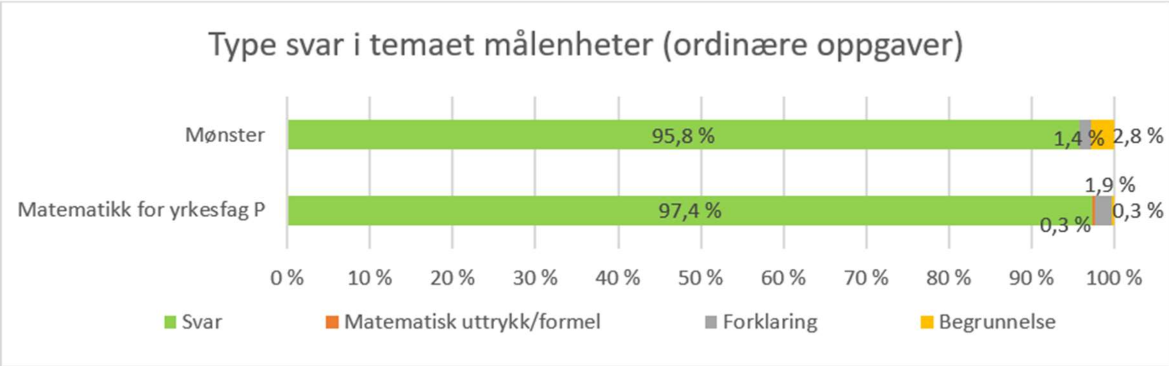
Figur 27: Hentet fra Matematikk for yrkesfag P i delkapittelet regning med formler (Kapittel 4) (Engeseth et al., 2020 s. 123). Gjengitt med tillatelse.



	Totalt	Matematikk for yrkesfag P	Sinus 1P-Y	Mønster
Svar	1054	414	294	346
Matematisk uttrykk/formel	82	26	7	49
Forklaring	48	16	9	23
Begrunnelse	15	4	0	11

Figur 28: Diagram og tabell over type svar i ordinære oppgaver. Målenheter og formler samlet.

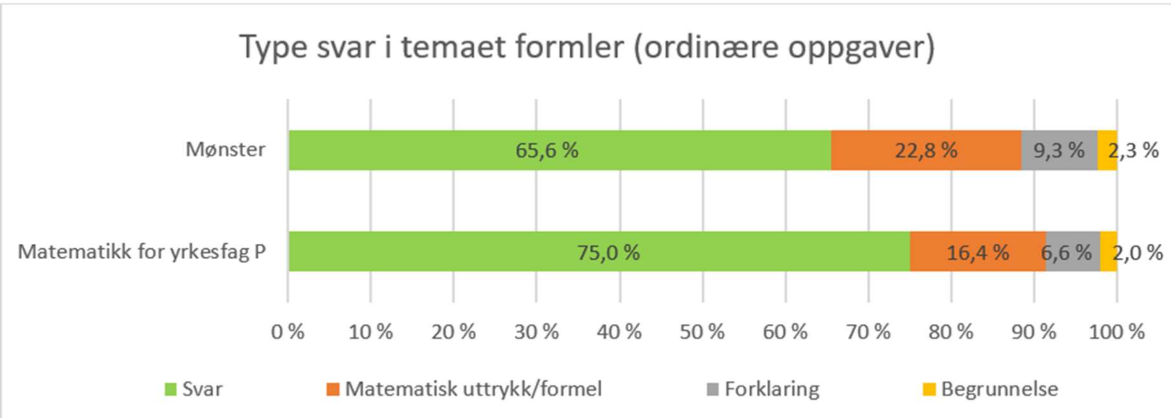
I de ordinære oppgavene var det totalt 1209 oppgaver som ble analysert, og som vi kan se i figur 28 er det en stor overvekt av oppgavene som krever svar i alle lærebøkene. Størst andel er det i Sinus 1P-Y med nesten 92 %. I Sinus 1P-Y var det heller ingen av oppgavene som krevde at elevene skulle begrunne svarene sine. Mønster var den læreboken som hadde lavest andel svar, med i overkant av 80 % av oppgavene. Denne læreboken hadde også høyest andel oppgaver i de andre kategoriene, med 11,4 % på matematisk uttrykk/formel, 5,4 % forklaring og 2,6 % begrunnelse. I matematikk for yrkesfag P var det 90 % av oppgavene i lærebøkene som krevde svar. Andelen på de øvrige kategoriene i denne læreboken var 5,7 % på matematisk uttrykk/formel, 3,5 % forklaring og nesten 1 % begrunnelse.



	Matematikk for yrkesfag P	Mønster
Svar	300	205
Matematisk uttrykk/formel	1	0
Forklaring	6	3
Begrunnelse	1	6

Figur 29: Diagram og tabell over type svar i temaet målenheter (ordinære oppgaver).

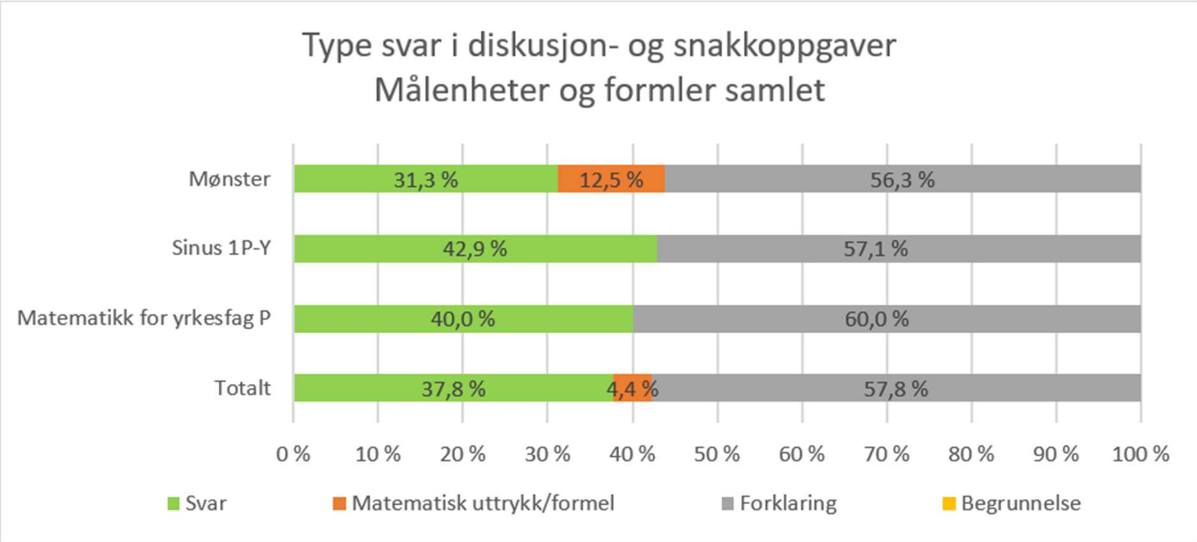
I temaet målenheter var det en relativt lik andel av de ordinære oppgavene som ble kategorisert som svar i begge lærebøker. I Mønster ble ingen av oppgavene kategorisert som matematisk uttrykk/formel, mens 1,4 % og 2,8 % av oppgavene ble kategorisert som forklaring og begrunnelse. I Matematikk for yrkesfag P ble alle kategoriene brukt i kategoriseringen, men det var kun én oppgave som ble kategorisert som matematisk uttrykk/formel og som begrunnelse. 1,9 % av de ordinære oppgavene krevde en forklaring av elevene i Matematikk for yrkesfag P.



	Matematikk for yrkesfag P	Mønster
Svar	114	141
Matematisk uttrykk/formel	25	49
Forklaring	10	20
Begrunnelse	3	5

Figur 30: Diagram og tabell over type svar i temaet formler (ordinære oppgaver).

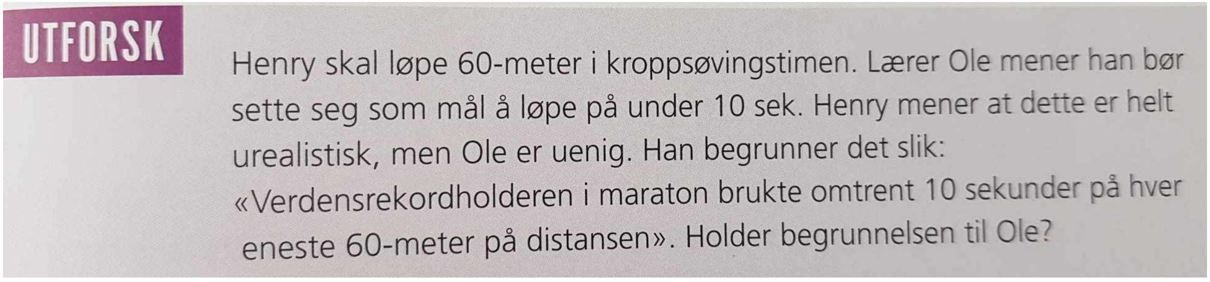
I temaet formler var det en forholdsvis lavere andel som krevde svar sammenliknet med målenheter. Til tross for dette var kategorien svar den dominerende kategorien også i dette temaet, med 65,6 % i Mønster og 75 % i Matematikk for yrkesfag P. I Mønster ble en større andel av oppgavene kategorisert i de øvrige tre kategoriene, sammenliknet med Matematikk for yrkesfag P. I Mønster var det 22,8 % på matematisk uttrykk/formel, 9,3 % forklaring og 2,3 % begrunnelse, mot 16,4 %, 6,6 % og 2,0 % i Matematikk for yrkesfag P.



	Totalt	Matematikk for yrkesfag P	Sinus 1P-Y	Mønster
Svar	17	6	6	5
Matematisk uttrykk/formel	2	0	0	2
Forklaring	26	9	8	9
Begrunnelse	0	0	0	0

Figur 31: Diagram og tabell over type svar i diskusjons- og snakkoppgaver. Målenheter og formler samlet.

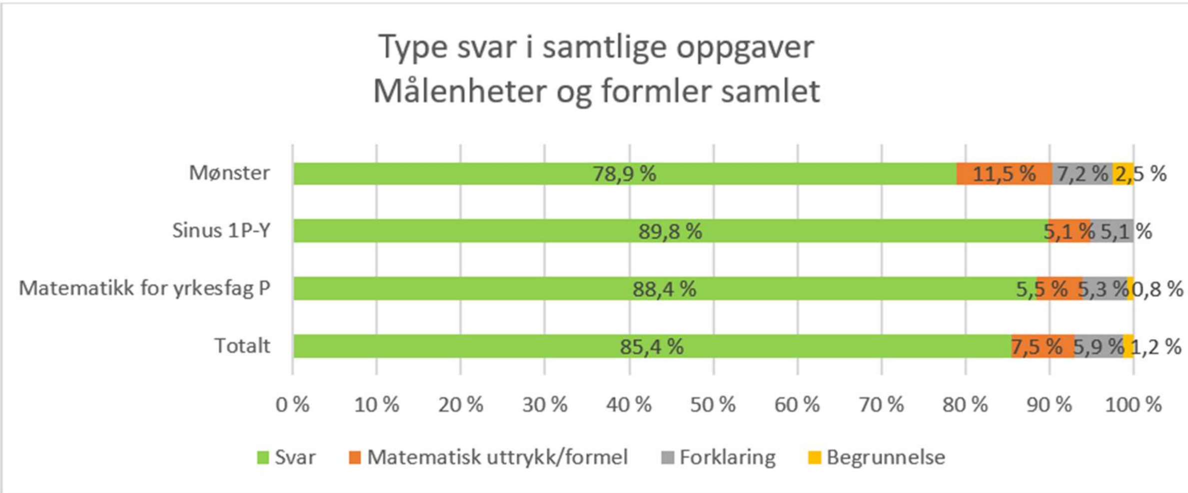
I diskusjons- og snakkoppgavene krevde den største andelen av oppgavene at elevene skulle forklare svarene sine, med mellom 50 og 60 %. Ingen av oppgavene krevde at elevene skulle begrunne sine svar, og det var kun to oppgaver i Mønster som krevde at elevene skulle lage et matematisk uttrykk eller en formel. Den laveste andelen av kategorien svar var i Mønster der andelen var 31,3 %. Det var overraskende at det ikke var noen av oppgavene som krevde begrunnelse, og at det var utforskoppgaver som kun krevde svar. Når spørsmålsstillingen er lukket som i utforskoppgaven i figur 32, er det mulig for elevene å kun svare «ja» eller «nei» på spørsmålet, uten mer utforsking og refleksjon.



UTFORSK

Henry skal løpe 60-meter i kroppsøvingstimen. Lærer Ole mener han bør sette seg som mål å løpe på under 10 sek. Henry mener at dette er helt urealistisk, men Ole er uenig. Han begrunner det slik: «Verdensrekordholderen i maraton brukte omtrent 10 sekunder på hver eneste 60-meter på distansen». Holder begrunnelsen til Ole?

Figur 32: Utforskoppgave fra Matematikk for yrkesfag P i delkapitlet sammensatte enheter (Kapittel 3) (Engeseth et al., 2020 s. 103). Gjengitt med tillatelse.



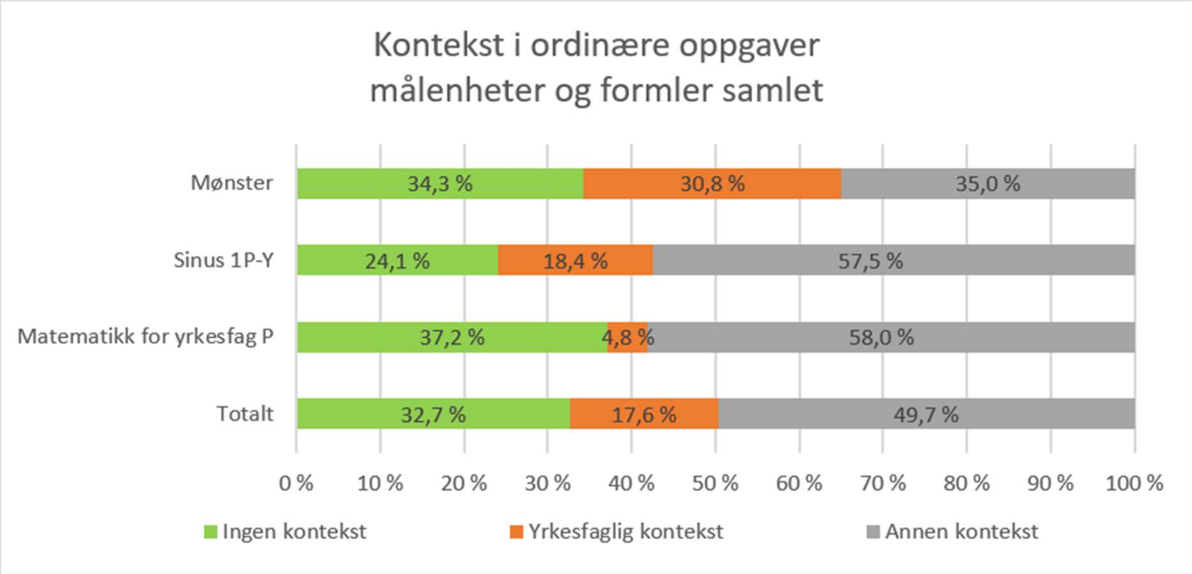
	Totalt	Matematikk for yrkesfag P	Sinus 1P-Y	Mønster
Svar	1071	420	300	351
Matematisk uttrykk/formel	94	26	17	51
Forklaring	74	25	17	32
Begrunnelse	15	4	0	11

Figur 33: Diagram og tabell over type svar i samtlige oppgaver. Målenheter og formler samlet.

Figur 33 viser en sammenfatning av figur 28 og figur 31. Som vi ser av figur 33 er andelen oppgaver kategorisert til svar lavest i Mønster med nesten 79 %, og høyest i Sinus 1P-Y med nesten 90 %. Samlet sett for alle lærebøkene er det i overkant av 85 % av oppgavene som kun krever et svar, det er 7,5 % som krever et matematisk uttrykk/formel, 5,9 % en forklaring og 1,2 % en begrunnelse.

4.2.3 Oppgavens kontekst

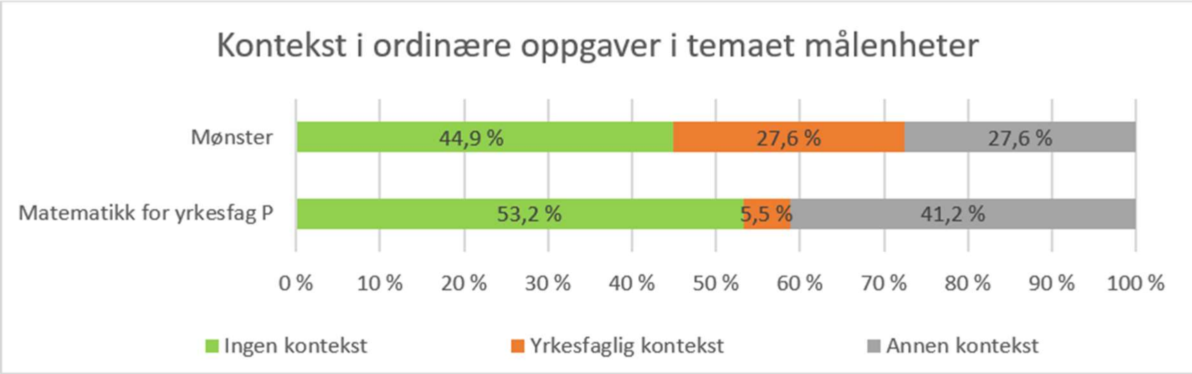
Det siste området som skulle undersøkes da jeg ønsket å finne ut av hva som kjennetegnet matematikkoppgavene i lærebøker i praktisk matematikk på yrkesfag, var oppgavens kontekst. Hvor stor andel i de tre lærebøkene hadde en yrkesfaglig kontekst knyttet til restaurant- og matfag, hvor stor andel hadde en annen kontekst, og hvor stor andel hadde ingen kontekst? Innenfor de ordinære oppgavene var det fire av oppgavene som ikke lot seg kategorisere. Disse oppgavene er de samme oppgavene som ikke lot seg kategorisere i svartype, fordi det var mangelfulle eller feilaktige opplysninger i oppgaveteksten.



	Totalt	Matematikk for yrkesfag P	Sinus 1P-Y	Mønster
Ingen kontekst	395	171	77	147
Yrkesfaglig kontekst	213	22	59	132
Annen kontekst	601	267	184	150

Figur 34: Diagram og tabell over kontekst i ordinære oppgaver. Målenheter og formler samlet.

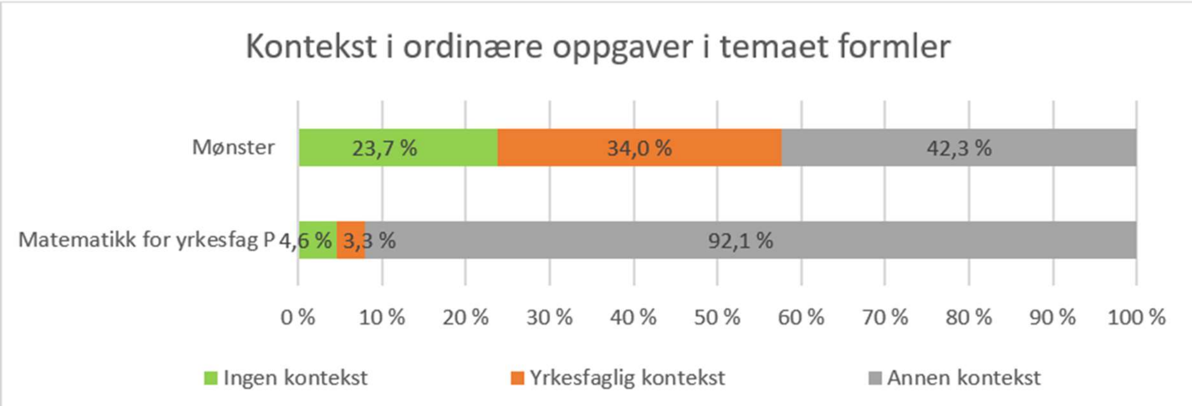
I figur 34 ser vi at de ordinære oppgavenes kontekst har en nokså lik fordeling mellom ingen kontekst, yrkesfaglig kontekst og annen kontekst i Mønster. I Sinus 1P-Y har den høyeste andelen ordinære oppgaver en annen kontekst med 57,5 %, mens 18,4 % av oppgavene har en yrkesfaglig kontekst. I Matematikk for yrkesfag P har 62,8 % av oppgavene en kontekst, men bare i underkant av 5 % har en kontekst innenfor restaurant- og matfag. Dette er den laveste andelen av alle lærebøkene.



	Matematikk for yrkesfag P	Mønster
Ingen kontekst	164	96
Yrkesfaglig kontekst	17	59
Annen kontekst	127	59

Figur 35: Diagram og tabell over kontekst i ordinære oppgaver i temaet målenheter.

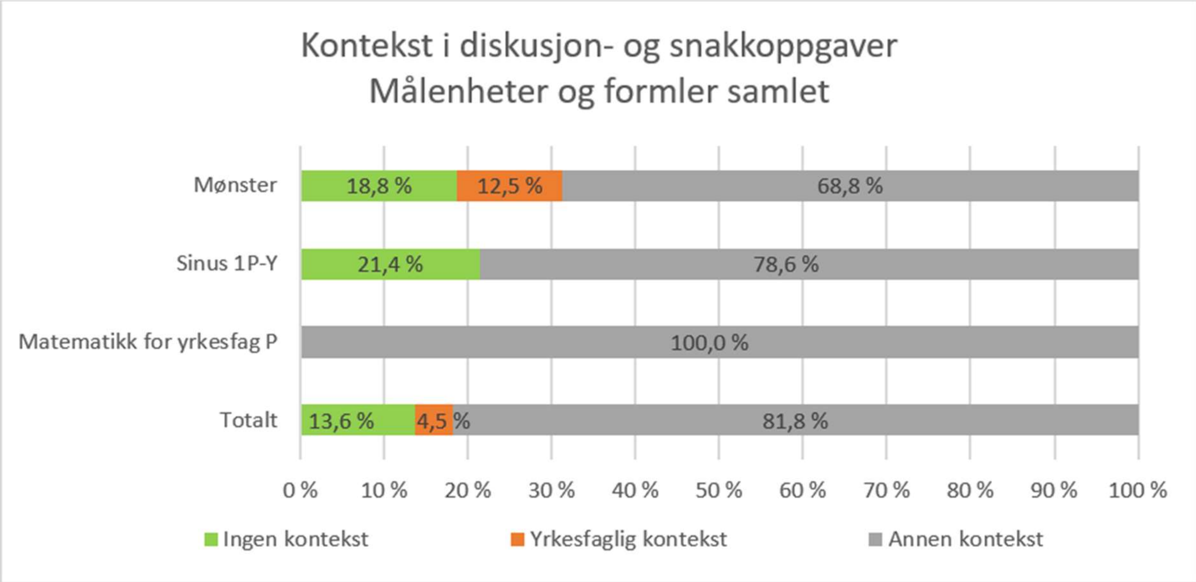
I temaet målenheter er ordinære oppgaver uten kontekst det dominerende i begge lærebøkene med mellom 45 og 55 % av oppgavene. Mønster har en del høyere andel oppgaver innenfor yrkesfaglig kontekst sammenliknet med Matematikk for yrkesfag P, der andelen er 27,6 % mot 5,5 %. I Mønster er andelen oppgaver med yrkesfaglig kontekst og annen kontekst lik.



	Matematikk for yrkesfag P	Mønster
Ingen kontekst	7	51
Yrkesfaglig kontekst	5	73
Annen kontekst	140	91

Figur 36: Diagram og tabell over kontekst i ordinære oppgaver i temaet formler.

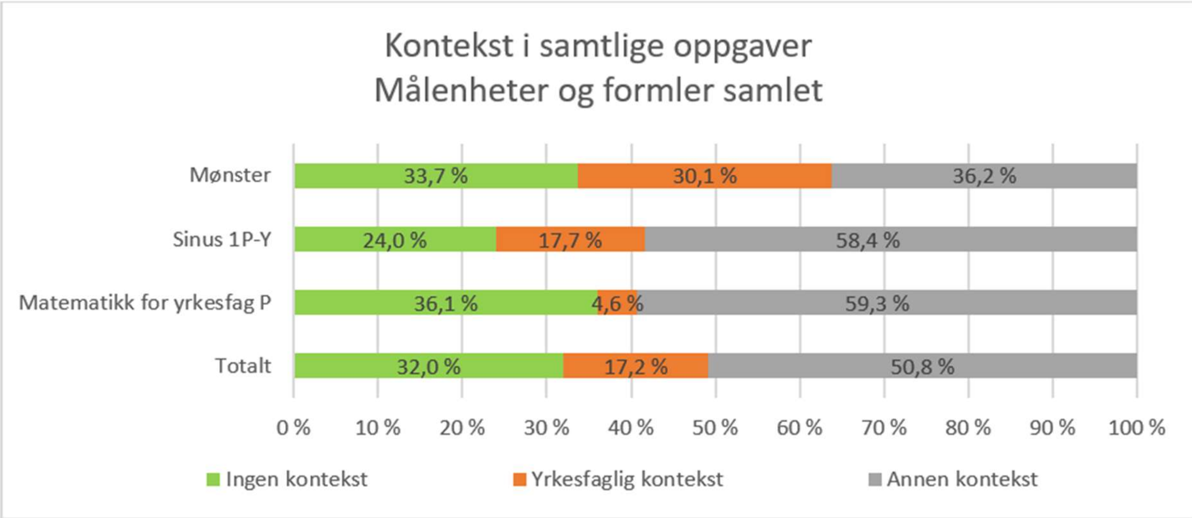
Innenfor temaet formler ser vi i figur 36 at Mønster har 23,7 % kontekstløse oppgaver. Den samme læreboken har 34,0 % oppgaver som har en yrkesfaglig kontekst, mens 42,3 % av de ordinære oppgavene har en annen kontekst. Matematikk for yrkesfag P har en høyere andel oppgaver med kontekst, sammenliknet med Mønster. I denne læreboken har over 95 % av oppgavene en kontekst, men bare 3,3 % av oppgavene har en yrkesfaglig kontekst.



	Totalt	Matematikk for yrkesfag P	Sinus 1P-Y	Mønster
Ingen kontekst	6	0	3	3
Yrkesfaglig kontekst	2	0	0	2
Annen kontekst	36	14	11	11

Figur 37: Diagram og tabell over kontekst i diskusjons- og snakkoppgaver. Målenheter og formler samlet.

I figur 37 er én oppgave utelatt fra oversikten fordi den ikke kunne kategoriseres. Denne snakkoppgaven var i Matematikk for yrkesfag P og krevde at elevene selv skulle finne tre eksempler på proporsjonalitet fra dagliglivet. Denne snakkoppgaven hadde kontekst, men eksemplene som elevene skulle komme med fra dagliglivet lot seg også kombinere med yrkeslivet. Av denne grunn kunne ikke oppgaven kategoriseres, da man ikke kan forutse hvilke eksempler elevene vil trekke frem. I utforsk- og snakkoppgavene er det noe forskjell mellom de tre lærebøkene. Matematikk for yrkesfag P skiller seg ut med bare å ha oppgaver innenfor kategorien annen kontekst. Det samme gjør Mønster som er den eneste læreboken med utforsk- og snakkoppgaver som har yrkesfaglig kontekst. Omkring 20 % av utforsk- og snakkoppgavene i Mønster og Sinus 1P-Y har ingen kontekst.



	Totalt	Matematikk for yrkesfag P	Sinus 1P-Y	Mønster
Ingen kontekst	401	171	80	150
Yrkesfaglig kontekst	215	22	59	134
Annen kontekst	637	281	195	161

Figur 38: Diagram og tabell over kontekst i samtlige oppgaver. Målenheter og formler samlet.

Figur 38 er en sammenfatning av figur 34 og figur 37 som viser hvorvidt oppgavene i lærebøker ikke har kontekst, har yrkesfaglig kontekst, eller har en annen kontekst. Som vi ser av figur 38 er det variasjon mellom de ulike lærebøkene. Andelen oppgaver uten kontekst er på det laveste i Sinus 1P-Y med 24 % og høyest i Matematikk for yrkesfag P med 36,1 %. Størst variasjon mellom lærebøkene finner vi i kategorien yrkesfaglig kontekst. Der er andelen lavest i Matematikk for yrkesfag P med 4,6 % av oppgavene og høyest i Mønster med 30,1 % av oppgavene. Lærebøkene sett under ett tilbyr kontekst i 68 % av sine oppgaver innenfor temaene målenheter og formler, hvorav 17,2 % av oppgavene kan knyttes til yrkesfaget restaurant- og matfag.

5. Drøfting

I denne delen vil jeg drøfte resultatene fra analysen i henhold til studiens problemstilling og det som tidligere er presentert av teori og tidligere forskning. Masteroppgavens problemstilling handler om å finne ut hva som kjennetegner lærebøkenes matematikkoppgaver i praktisk matematikk på yrkesfag, med tanke på kognitive nivå, svartype og yrkesfaglig kontekst. Formålet med min problemstilling har ikke vært å gjennomføre en sammenlikning av lærebøkene som analysen omfatter. Det vil likevel være naturlig at resultatene fra analysen kommenteres enkeltvis spesielt i de tilfellene der det er store forskjeller mellom lærebøkene. Resultatene vil i tillegg bli drøftet samlet. I drøftingen som følger har jeg valgt å dele diskusjonen inn i ulike delkapitler. Først vil jeg se på den horisontale analysen, før jeg vil drøfte den vertikale analysen som er studiens hoveddel. Den vertikale analysen vil inndeles og drøftes i kognitive krav, svartype og type kontekst. Avslutningsvis vil de tre analyserte delene i lærebøkene diskuteres opp mot de fem komponentene til Kilpatrick et al. (2021), som blir sett på som sentrale komponenter i elevenes kompetanseutvikling og i den matematiske forståelsen.

5.1 Den horisontale analysen

Tabell 8 gir en bakgrunnsinformasjon av lærebøkene og viser at det totale sideantallet varierer mye mellom dem. Mønster som er den læreboken med flest sider, har over 50 % flere sider enn den med færrest sider, som er Matematikk for yrkesfag P. I tabell 9, som gir en mer detaljert oversikt over sidenes innhold, kommer det frem at temaene målenheter og formler samlet sett også har en ulik vektlegging i hvor mange sider temaene opptar i lærebøkene. I Mønster opptar temaene 28,3 % av sidene, mens det i Sinus 1P-Y tar 18,3 %, og det i Matematikk for yrkesfag P opptar over en tredjedel av lærebokens sider. Tilsvarende forskjeller ser vi også i tabell 9 når det kommer til antall oppgaver. I Sinus 1P-Y opptar bare temaene 13 % av oppgavene, mens andelen i Mønster og Matematikk for yrkesfag P er henholdsvis 30,9 % og 36,8 %. Forskjellene mellom lærebøkene er også store når tabell 10 tas i betraktning. Oversikten viser at Sinus 1P-Y har lavest andel analyserte oppgaver i målenheter og formler med 26,6 % av alle analyserte oppgavene, mens de to andre lærebøkene har en forholdsvis lik andel på mellom 35 % og 38 %. Tidligere forskning har vist at det er funnet signifikante sammenhenger mellom undervisningstiden som blir brukt i klasserommet og emnene som fremmes i lærebøkene (Valverde et al., 2002, s. 10). De store forskjellene mellom lærebøkene kan føre til at elevene får ulik mengdetrening og læringsmuligheter i de forskjellige læreplanemnene i praktisk matematikk på yrkesfag. I forhold til kompetansemålene i matematikk på restaurant- og matfag, involverer temaene målenheter og formler tre av seks kompetansemål. Av denne grunn er det et overraskende funn at halvparten av kompetansemålene får en mindre fremtredende plass i antall oppgaver og sideantall i samtlige lærebøker. Dette kan ha betydning for elevenes læring i faget, spesielt siden tidligere forskning viser at lærerne i Norge bruker læreboken i stor grad i undervisningen

(Lepik et al., 2007; Mullis et al., 2012). Tidligere forskning indikerer også at læreboken særlig brukes som kilde til oppgaver og aktiviteter i klasserommet (Lepik et al., 2007; Rezat & Strasser, 2014). På den annen side er matematikkens områder komplekse og sammenvevde. På bakgrunn av dette kunne en analyse av samtlige temaer i lærebøkene ha ført til et annet resultat og en annen fordeling. Masteroppgavens snevre fokus åpner opp muligheten for at oppgaver som har flere elementer av ulike temaer ikke er inkludert i analysen. En dypere analyse av innholdet i tabell 10 kan indikere dette, ved at det er store forskjeller på deltemaene innenfor målenheter og formler i de ulike lærebøkene. Matematikk for yrkesfag P har for eksempel valgt å inkludere formler fra geometrien som eget delkapittel, mens Sinus 1P-Y har inkludert oppstilte likninger. Det at kapittelinnholdet i de ulike lærebøkene er forskjellig, kan bidra til at elevene blir presentert for ulike deltemaer og får forskjellige læringsmuligheter i målenheter og formler. Forskjellen på hvilke deltemaer forfattere og forlag har valgt å inkludere, kan henge sammen med den nye læreplanen, LK20. Antall kompetansemål i praktisk matematikk på yrkesfag har blitt redusert fra tretten til seks, med samme timeantall som tidligere (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Dette har ført til mer åpne kompetansemål der man i større grad har mulighet til å trekke inn ulike elementer og deltemaer. En annen forklaring kan også være at lærebøkene er skrevet for ulike målgrupper.

5.2 Den vertikale analysen

5.2.1 Kognitive krav

I figur 21 kan vi se at lærebøkene har en noe forskjellig andel av ordinære oppgaver på lavt og høyt kognitivt nivå. Mønster er den læreboken som har størst andel ordinære oppgaver på høyt kognitivt nivå med 12,4 % av oppgavene, mens Sinus 1P-Y har den laveste andelen med 2,8 %. Samlet sett er det overvekt av ordinære oppgaver på lavt kognitivt nivå, med en andel på 92,2 %. I figur 22 og 23 kan vi se at det i Mønster og Matematikk for yrkesfag P er temaet målenheter som har høyest andel ordinære oppgaver på lavt kognitivt nivå sammenliknet med formler. Når det kommer til andelen kognitive krav i utforsk- og snakkoppgaver er andelen på høyt kognitivt nivå høyere enn de er på de ordinære oppgavene. I lærebøkene er det Sinus 1P-Y som har høyest andel utforsk- og snakkoppgaver på høyt kognitivt nivå med 83,4 %, mens Matematikk for yrkesfag P har den laveste andelen med 40 %. Det at andelen utforsk- og snakkoppgaver var på et høyere kognitivt nivå enn de ordinære oppgavene, var et lite overraskende funn. Oppgaver som skal legge til rette for å se matematiske sammenhenger, utforske og reflektere, krever andre strategier enn å eksempelvis følge en oppgitt prosedyre (Doyle, 1983, s. 163). Det var likevel et uventet funn at så mange som 60 % av oppgavene i Matematikk for yrkesfag P ble kategorisert på lavt kognitivt nivå. Dette funnet sammenfaller med funnene til Jäder et al. (2020) som fant ut at selv om lærebøkene antydet at oppgavene var problemløsningsoppgaver, så kunne deler av oppgavene løses med støtte fra tilgjengelige maler.

Tabell 10 viser at det er en forholdsvis lav andel utforsk- og snakkoppgaver i bøkene, der andelen kun er 3,6 % sammenliknet med de ordinære oppgavene. Dette medfører at det totalt er stor overvekt av oppgaver (både ordinære, utforsk- og snakkoppgaver) med lave kognitive krav i lærebøkene i praktisk matematikk på yrkesfag. Også dette funnet samsvarer med funnene i forskningen til Jäder et al. (2020), men også funnene til Charalambous et al. (2010). Den sistnevnte studien ble gjort i et utvalg lærebøker i to vestlige og et østlig land. Resultatene i min studie hadde i likhet med de vestlige landene en overvekt av oppgaver på lavt kognitivt nivå.

Oppgaver som krever lite eller ingen tenking av elevene er det Skemp (2006) har kategorisert som en instrumentell forståelse. En slik forståelse er i motsetning til den relasjonelle en begrenset forståelse, som gjør at eleven kan komme seg fra start til mål ved hjelp av regler og algoritmer, men medfører at eleven har manglende forståelse for hvorfor prosedyrene blir benyttet (Skemp, 2006, s. 89). Overvekt av oppgaver på lavt kognitivt nivå kan begrense elevenes matematiske forståelse, og kan føre til at elevene ikke ser relevansen i det de lærer og mister interessen for faget. Dette medfører ikke at det bare er negativt at elevene møter på oppgaver med lave kognitive krav, slik som i lærebøkene for praktisk matematikk på yrkesfag. En fordel med instrumentell matematikk er at det både kan være lettere å forstå og det kan føre til at man fortere finner løsningen på oppgaven (Skemp, 2006, s. 92). Hiebert og Lefevres (1986) som i stedet benytter seg av begrepet prosedyrekunnskap når de henviser til oppgaver som krever begrenset forståelse av elevene, mener at prosedyrekunnskapen er en kunnskap som må være til stede, for at matematikken på et høyere kognitivt nivå skal gi mening (s. 9). Likevel kan man sette spørsmålstegn ved om det er hensiktsmessig at en så stor andel av oppgavene i temaene målenheter og formler er på et lavt kognitivt nivå som det er i lærebøkene for praktisk matematikk for yrkesfag. Dersom elevene får en begrenset mulighet til å møte oppgaver på et høyt kognitivt nivå, vil de kunne mangle den relasjonelle forståelsen og den begrepsmessige kunnskapen, som er nødvendig for å se matematiske sammenhenger og opparbeide en matematisk forståelse. Forskning tyder på at elevene må være engasjerte i aktiviteter der de må «slite» for å oppnå en ønskelig læringseffekt (Niss, 2007, s. 1304). Oppgaver som krever begrenset kognitiv tenking, og som kan løses ved hukommelse eller ved å følge kjente algoritmer, kvalifiserer ikke i kategorien av oppgaver der elevene må streve.

Denne masteroppgaven er bygget på tankegangen til Vilma Mesa (2004) om at elevene løser lærebokens oppgaver i kronologisk rekkefølge (s. 256). Dette har ført til at teori, forklaringer og eksempler, i tillegg til alle oppgavene elevene antas å ha løst, vil være en tidligere erfaring for elevene. Av denne grunn kan like oppgaver ha fått ulik kategorisering i analysen, og oppgaver senere i delkapitlene kan ha blitt analysert på lavere kognitivt nivå. Årsaken til dette er at elevene har mer erfaring og trening jo flere oppgaver de løser, og oppgavene vil derfor være mindre kognitivt krevende. Av denne grunn kan plasseringen av oppgavene i lærebøkene forklare noe av årsakene til at oppgavene er kategorisert på lavt kognitivt nivå. I samtlige lærebøker i praktisk yrkesfag på videregående skole, er de ordinære oppgaver enten plassert på slutten i delkapitlene, eller tett etter gjennomgått teori og eksempler. Hvis man legger til grunn at elevene har fulgt boka kronologisk, vil elevene ha tilegnet seg mye fagstoff i form av teori, forklaringer og eksempler som de kan kopiere og anvende i oppgaveløsningen når oppgavene kommer i etterkant. Dersom oppgavetypene er relativt like eksempler og gjennomgått fagstoff, vil det begrense elevenes tankevirksomhet, og oppgavene vil bli mindre kognitivt krevende. Snakk- og utforskoppgavene er i større grad enn de ordinære oppgavene plassert i forkant av faglig gjennomgang og eksempler i lærebøkene. Dette kan være en medvirkende årsak til at disse oppgavene har høyere kognitivt nivå enn ordinære oppgaver. Elevene vil ved oppstart av nytt delemne ha færre erfaringer og mindre holdepunkter å knytte matematikken til, slik at snakk- og utforskoppgavene derfor vil være mer kognitivt krevende å løse.

I lærebøkene for praktisk matematikk for yrkesfag, er det et mindretall av oppgaver der elevene møter oppgaver på det høyeste kognitive nivået. Totalt er det kun 7 av 1258 oppgaver (0,6 %) som er kategorisert i kategorien gjøre matematikk, hvis vi summerer ordinære oppgaver, snakk- og utforskoppgavene (figur 26). Forskning peker på at variasjon av oppgaver er viktig for å utfordre elevene, og aktivere deres ulike matematiske ferdigheter (Doyle, 1983; Stein et al., 2009). Med liten tilgang til oppgaver på høyt kognitivt nivå i lærebøkene, og da spesielt det aller høyeste nivået, vil elevene få begrenset mulighet til å utvikle sin relasjonelle forståelse, noe som også gjør eleven mindre selvgående (Skemp, 2006, s. 89). Oppgaver på et høyt kognitivt nivå kan bidra til at elevene oppnår en dypere matematisk forståelse, og ser matematiske sammenhenger blant annet ved å analysere og utforske. Matematisk utforsking vil forbedre den matematiske forståelsen, og kan også bidra til at matematikken oppfattes som mer interessant og meningsfull for elevene (Harlen, 2013; Pedersen & Haavold, 2023). Utforsking og problemløsning er også noe som er løftet opp i den nye læreplanen, LK20, ved at det er tatt inn som ett av de seks kjerneelementene. Kjerneelementene er beskrevet som avgjørende faktorer for at elevene skulle kunne mestre å anvende matematikkfaget (Utdanningsdirektoratet, 2019). LK20 er et uttrykk for fremtidens behov innen samfunns- og arbeidsliv, og har i den sammenheng en tiltenkt rolle for at norske skoleelever skal erverve ønsket fremtidig kompetanse. Med lærebøker innenfor praktisk matematikk på yrkesfag, kan det virke som den tiltenkte læreplanen ikke er imøtekommet i tilstrekkelig grad når det kommer til kjerneelementet problemløsning og utforsking. Årsaken er at lærebøkene inneholder for få oppgaver som er på et høyt kognitivt nivå.

5.2.2 Svartype

Når det kommer til hvilke type svar matematikkoppgaver krever, handler dette om hvorvidt elevene får anledning til å begrunne, argumentere og utforme sine egne resonnementer (Kunnskapsdepartementet, 2019a). I figur 28 kan vi lese at i de tre lærebøkene som tilbys i praktisk matematikk på yrkesfag var det en svært høy andel av de ordinære oppgavene som kun krevde et numerisk svar, eller et svar på et konkret spørsmål (kategori svar). Den høyeste andelen i kategorien svar var i Sinus 1P-Y med 91,9 % av de ordinære oppgavene, mens den laveste andelen var i Mønster med 80,7 %. I figur 29 ser vi at det er innenfor temaene målenheter at det var høyest andel oppgaver i kategorien svar. Der var det forholdsvis lik fordeling mellom lærebøkene Mønster og Matematikk for yrkesfag P, men sistnevnte hadde den høyeste prosenten med 97,4 %. Konsekvensen av at elevene møter et flertall av oppgaver som kun krever et svar, er at det kan ha innvirkning på elevenes mulighet for å resonnere. Lærebøkene i praktisk matematikk på videregående skole legger opp til en forventning om at elevene skal finne et svar som av Bergquist (2007) defineres som en tilstrekkelig kategorisering av det oppgaven ber om (s. 351). Dette kan føre til at elevene får vist mindre matematisk forståelse, og utfører imiterende resonnement. Et eksempel på et imiterende resonnement kan være at en elev anvender en imitert løsningsprosedyre (Lithner, 2008, s. 258). Et imitert resonnement kan også anvendes i kategorien som krever et matematisk uttrykk/formel eller en forklaring. Dette var tilfelle i forskningen som Özer og Sezer gjorde i 2014. Der fant de ut at flere av spørsmålene i tyrkiske lærebøker krevde forklaringer enn de singaporske og amerikanske lærebøkene, men at forklaringene fokuserte kun på svarets forklaring fremfor løsningsmetodens forklaring. I slike tilfeller vil forklaringer i oppgaver være mindre verdifulle. På en annen side vil forklaringer og/eller å skrive matematiske setninger være viktige bidrag for å hjelpe elevene til å fokusere på egne tanke- og løsningsprosesser (Charalambous et. al, 2010, s. 144). I de ordinære oppgavene som ble analysert, varierer kategorien matematisk uttrykk/formel mye mellom lærebøkene, der den laveste andelen var i Sinus 1P-Y (5,3 %) og den høyeste andelen i Mønster (11,4 %). Det var innenfor temaet formler hvor denne kategorien er størst med henholdsvis 22,8 % i Mønster og 16,4 % i Matematikk for yrkesfag P (figur 30). Dette var et lite overraskende funn, spesielt med tanke på at denne kategorien involverer oppgaver som krever at elevene lager eller endrer formler. Videre var det heller ikke uventet at denne kategorien var svært lite representert i emnet om målenheter, med kun 1,9 % av de ordinære oppgavene i Matematikk for yrkesfag P (figur 29).

Når det kommer til kategorien forklaringer er andelen i denne kategorien lavere enn for matematisk uttrykk/formel. Som vi kan se i figur 28, er det totalt kun 4 % av de ordinære oppgavene som ber elevene om å forklare svaret eller prosedyren som de benyttet for å komme frem til svaret. I figur 31 kan vi se at kravet til forklaring er større på snakk- og utforskoppgavene der andelen er over 50 % for samtlige av lærebøkene. Ser vi i den samme figuren, ser vi også at ingen av snakk- og utforskoppgavene krever at elevene begrunner. Totalt sett er det få av de ordinære oppgavene som krever begrunnelse av elevene. I Sinus 1P-Y er det ingen ordinære oppgaver som krever begrunnelse, mens den høyeste andelen som krever det, er i Mønster med 2,6 %. Konsekvensen av at elevene i liten grad blir bedt om å begrunne, er at de får liten mulighet til å begrunne hvorfor fremgangsmåten de velger passer godt til problemet de møter på. De får også færre muligheter til å argumentere for hvorfor svaret de har kommet frem til er gyldig. Uten begrunnelse forblir svaret bare et svar, og ikke en løsning som vil kreve argumenter som støtter svarets sannhet og/eller en motivasjon for hvorfor svaret er riktig (Bergquist, 2007; Lithner, 2008).

I likhet med funnene i denne masteroppgaven, er det også i andre studier funnet ut at de fleste matematikkoppgavene krever et svar, og de færreste en begrunnelse (Charalambous et. al, 2010; Özer & Sezer, 2014). Sett i lys av den nye læreplanen, LK20, der resonnering og argumentasjon er løftet opp som ett av de seks kjerneelementene, er det et overraskende funn at en så stor andel av oppgavene i lærebøkene i denne studien kun forventer at elevene skal angi et svar på sine matematikkoppgaver. For å imøtekomme fremtidens behov med mer resonnering og argumentering i matematikk, blir det derfor viktig at lærerne er bevisste i sin fremstilling og presentasjon av oppgavene, spesielt når lærebøkene gir begrensede muligheter for å inkludere dette kjerneelementet. Ifølge The Mathematical Tasks Framework, vil både lærebokens presentasjon av oppgavene, lærerens presentasjon og fremstilling av oppgavene, og til sist elevenes oppfattelse, iverksettelse og gjennomføring av oppgavene, være samlede faktorer som påvirker hva elevene faktisk lærer av matematikk (Smith & Stein, 1998, s. 270). For å imøtekomme mer resonnering og argumentasjon, men også oppgaver på høyere kognitivt nivå i matematikken, blir det derfor avgjørende at læreren er bevisst sin mulighet til å påvirke hvilke oppgaver elevene skal arbeide med. En lærer har stor påvirkningsmulighet til å velge ut tilpassede og varierte oppgaver til sin elevgruppe, og læreren har blant annet anledning til å endre oppgavers ordlyd og måten oppgaven skal arbeides med. Av denne grunn kan både oppgaver som krever lite resonnering og er lite kognitivt krevende, endres til å bli oppgaver av høyere kognitivt nivå og til oppgaver som krever mer refleksjon og argumentasjon. Tilsvarende har også læreren mulighet til å gi mer forklaring på oppgaver av høyt kognitivt nivå, og dermed gjøre de mindre kognitivt krevende. Poenget er at en matematikklærer har anledning til å påvirke lærebøkenes oppgaver, og fremstille de på en annen måte enn det som var tiltenkt av lærebøkenes forfattere og forlag. Det er derfor viktig at læreren er bevisst på hvordan oppgavene blir presentert og hvordan elevene arbeider med matematikkoppgavene. Dette vil være av betydning når det kommer til hva elevene lærer i matematikken.

5.2.3 Type kontekst

I lærebøkene for praktisk matematikk i yrkesfag, var det samlet sett om lag en tredjedel av oppgavene som ikke hadde en kontekst i matematikkoppgavene. Den laveste andelen hadde Sinus 1P-Y med i underkant av en fjerdedel kontekstløse oppgaver. Innenfor temaene målenheter og formler var det store forskjeller i om oppgavene hadde en kontekst eller ikke. Innenfor målenheter var det om lag halvparten av oppgavene som manglet kontekst. En mulig årsak til dette, kan være at lærebøkenes forfattere og forlag i større grad har ansett det som viktig at elevene mestrer selve omgjøringen mellom målenhetene, fremfor å fokusere på å knytte oppgaven til en situasjon. I temaet formler var andelen ordinære oppgaver som ikke hadde kontekst lavere, med 23,7 % i Mønster og 4,6 % i Matematikk for yrkesfag P. Ut fra dette resultatet har lærebøkenes forfattere og forlag i stor grad prioritert å knytte temaet formler til kontekster. Den høyere andelen kontekstløse oppgaver i Mønster sammenliknet med Matematikk for yrkesfag P, skyldes i stor grad undertemaet «Ulike uttrykksformer» som i hovedsak lar elevene jobbe med mønstre og figurtall.

Ut fra oppgavens problemstilling, og konkretiseringen i det tredje forskningsspørsmålet: «Har oppgavene kontekst, og er denne knyttet til elevenes valg av yrkesfag», viser figur 34 at det totalt sett er 17,6 % av alle de ordinære oppgavene, som har en kontekst som kan knyttes til yrkesfaget restaurant- og matfag. Figur 34 viser også at variasjonen mellom lærebøkene er stor. Mønster har den høyeste andelen ordinære oppgaver med yrkesfaglig kontekst med 30,8 % av oppgavene, mens Matematikk for yrkesfag P har den laveste andelen med 4,8 % av oppgavene. I figur 37 ser vi også at Mønster er den eneste læreboken som har yrkesfaglig kontekst i snakk- og utforskoppgavene. En av årsakene til at det er store forskjeller mellom lærebøkene, er at det er stor forskjell på hvem de ulike lærebøkene er skrevet for. Matematikk for yrkesfag P er en samlebok som er skrevet for samtlige ti yrkesfaglige utdanningsprogram, Sinus 1P-Y er en samlebok for tre yrkesfaglige utdanningsprogram, mens Mønsters lærebok kun er skrevet for elever på restaurant- og matfag. Tidligere pekte Karlsen-utvalget, som ble satt sammen av regjeringen for å finne ut av hvordan fag- og yrkesopplæringen best kunne møte behovene i fremtiden, at sentralgitt eksamen som var felles for samtlige utdanningsprogram, kunne være et hinder for en yrkesrettet opplæring (NOU 2008: 18, s. 81). Det at elevene ville ha samme eksamen uavhengig av yrkesretning, kunne føre til et fokus mot å mestre eksamenstemaene og eksamensoppgavene, fremfor matematiske problemstillinger som var mer relevante til yrkesretningen de hadde valgt. Etter at LK20 trådde i kraft, er ikke eksamen lenger lik for alle yrkesfagprogrammene, men tilpasset de individuelle kompetansemålene i yrkesfagene. Det kan likevel virke som om samling av flere yrkesfag i samme lærebok, kan føre til mindre yrkesfaglige kontekster på matematikkoppgavene. Dette samsvarer med forskning utført i Nederland av Wijers og Jonker (2017), som kun fant en marginal relasjon mellom lærebokoppgaver og yrkesfaget. Disse forskerne mente at forklaringen kunne være at elevene forberedte seg til samme eksamen, og at de brukte den samme læreboken på samtlige yrkesfag (Wijers & Jonker, 2017, s. 259).

En av konsekvensene av at lærebøkene har lite kontekstoppgaver som elevene kan relatere til sin egen yrkesretting, er at de ser mindre nytte og relevans i matematikkfaget. Målet for yrkesrettingen har vært at matematikk i samsvar med de andre fellesfagene, skulle bidra til å gjøre opplæringen mer interessant og relevant for elevene (NOU 2008: 18, s. 80). Når kompetansemålene i matematikkfaget også har blitt yrkesrettet, vil oppgaver som fokuserer mindre på yrkesfaget kunne avvike fra læreplanens intensjon. På den annen side har samtlige lærebøker i praktisk matematikk for yrkesfag en stor andel kontekstbaserte oppgaver sammenliknet med oppgaver uten kontekst. Dette kan føre til at elevene ser og oppdager en sammenheng mellom matematikken og virkeligheten. I denne sammenheng vil intensjonene til kjerneelementet modellering og anvendelse bli imøtekommet (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Dersom elevene ikke får mulighet til å knytte matematikken til eget yrkesvalg ved å bruke lærebøkene, vil de kunne få anledning til knytte matematikken til eget hverdagsliv. Ifølge Blum (2015) vil en gjenkjennelig hverdagskontekst hjelpe elevene til å forstå innholdet i matematikken, men også virke motiverende (s. 81).

5.3 Lærebøkenes totalinntrykk

Bakteppet for kjerneelementene i LK20, er blant annet de fem komponentene til Kilpatrick et al. (2001). I likhet med Hiebert og Lefevres (1986) som mener at elevenes matematiske kompetanse først er fullkommen når både elevene innehar prosedyrekunnskap og begrepsmessig kunnskap samtidig (s. 9), understreker også Kilpatrick et al. (2001) at den matematiske forståelsen er tett sammenvevd og gjensidig avhengig av alle de fem komponentene (s. 116). De fem komponentene er konseptuell forståelse, beregning, anvendelse, resonnering og engasjement (Kilpatrick et. al, 2001, s. 117). Sett opp mot funnene som har blitt gjort i denne analysen, er det variasjon i hvor godt lærebøkene i praktisk matematikk på yrkesfag imøtekommer de fem komponentene til Kilpatrick et al. (2001). Elever som har en konseptuell forståelse, har gjerne en evne til å kunne løse oppgaver på et høyere kognitivt nivå. Årsaken er at elevene kan mer enn fakta og standardprosedyrer, samtidig som de kan representere matematiske situasjoner på ulike måter. Oppgaver innenfor kategoriene hukommelse og prosedyrer uten sammenheng krever i stor grad bruk av fakta, kjente metoder og prosedyrer som de ikke skal anvende på ulike måter. Av denne grunn vil oppgaver på lavt kognitivt nivå ikke føre til en fullstendig konseptuell forståelse.

Komponenten beregning, som blant annet handler om å kunne regne nøyaktig, effektivt og fleksibelt, er en kategori der oppgaver på lavt kognitivt nivå kan være hensiktsmessig. En av grunnene til dette er at oppgaver med lave kognitive krav kan gi nyttig trening i å regne. Beregningskomponenten til

Kilpatrick et al. (2001) innebærer også evnen til å anvende prosedyrer der de er mest hensiktsmessig, samtidig som de ikke bare skal brukes, men også forstås. Dette siste elementet innebærer at oppgavene er løftet opp på et høyere nivå, og oppgaver som er kategorisert som prosedyrer med sammenhenger vil imøtekomme disse kravene godt. Det som skiller oppgaver som er kategorisert som prosedyrer uten sammenhenger, med oppgaver som er kategorisert som prosedyrer med sammenhenger, er at oppgaver av sistnevnte kategori gir en mer fleksibel bruk av prosedyrer og mer matematisk forståelse ved at elevene kan se sammenhenger i faget. Elevene har også muligheter for å vise forståelse innenfor matematikken ved å forklare eller begrunne løsningene man kommer frem til. I praktisk matematikk for yrkesfag er det få av oppgavene som krever forklaring eller begrunnelse av elevenes løsninger, noe som fører til at elevene får lite trening i å uttrykke sine forklaringer og overbevisninger.

Komponenten anvendelse, er en kompetanse som i stor grad krever at man løser oppgaver med høye kognitive krav. Årsaken til dette er at elever med denne kompetansen vil kunne løse matematiske problemer, noe som fraværende i oppgaver med lave kognitive krav. Elevene kan derimot oppnå en delvis anvendelsesforståelse ved å kunne formulere og representere matematikken. Dette kravet imøtekommer i noe grad oppgaver på lavt kognitivt nivå i temaet formler ved at elevene skal lage matematiske uttrykk selv.

Resonnering som er den fjerde komponenten i kompetansemodellen, handler om at elevene skal tenke logisk, argumentere og reflektere. Sett i forhold til kognitivt nivå, vil logisk tenkning minst kreve at oppgavene er på nivået prosedyrer uten sammenheng, men helst enda høyere. Oppgaver som er kategorisert innenfor hukommelse krever i stor grad reproduksjon av fakta og det er ingen behov for utregninger. Av denne grunn vil ikke elevene trenge å tenke logisk for å kunne løse oppgaver kategorisert på dette kognitive nivået. Når det kommer til resonnering, har Lithner (2008) delt inn i resonnering i to; imitativ og kreativ resonnering (s. 256). Oppgaver som krever et imiterende resonnement har mange likheter med oppgaver på lavt kognitivt nivå, ved at elevene anvender kjente løsningsprosedyrer i resonnementene sine. En elev kan oppnå en viss grad matematisk forståelse dersom eleven benytter seg av et imiterende resonnement, men forståelsen kan også utebli (Lithner, 2017, s. 937). Et kreativt resonnement er på den annen side ikke forenlig med manglende forståelse, siden et slik resonnement kjennetegnes ved at elevene er kreative, løser ukjente problemstillinger, samt at de benytter seg av matematisk forankrede argumenter. En elev som kan utføre et kreativt resonnement kan sies å ha en relasjonell forståelse, blant annet ved at eleven er mer tilpasningsdyktig til nye oppgaver. For at elevene skal kunne argumentere i matematikk, må det legges til rette for at elevene kan få trening i å begrunne og overbevise andre (Palm et al., 2011, s. 224). Lærebøkene i praktisk matematikk på yrkesfag legger i svært liten grad opp til at elevene skal få gjøre dette, ved at det kun er i overkant av 1,2 % av samtlige oppgaver som ber om at elevene skal begrunne sine løsninger.

Mens det i komponentene konseptuell forståelse, beregning, anvendelse og resonnering kan ses tydelige koblinger til oppgavenes kognitive nivå og svartype, vil den siste komponenten engasjement også ha koblinger til oppgavens kontekst. Engasjement handler blant annet om at elevene skal kunne oppfatte matematikken som verdifull og nyttig, og at elevene må være utholdende. Evnen til å holde ut dersom du ikke klarer å løse en oppgave med det samme, vil ikke være en oppgave som er kategorisert på lavt kognitivt nivå. Årsaken til dette vil være at oppgavene med lave kognitive krav ikke vil være krevende nok. Hva en elev oppfatter som nyttig matematikk vil også variere, men det er lite trolig at elever som i stor grad løser enkle rutineoppgaver vil oppfatte dette som nyttig. Dette viste blant annet forskningen til Pedersen og Haavold (2023) som i sin studie fant ut at utforskende aktiviteter gjorde at elevene opplevde matematikken som mer interessant og nyttig. På samme måte som grad av nyttighet, vil også det som elevene opplever som verdifullt være individuelt. Likevel vil elever som har valgt å ta en videregående utdannelse, for første gang ha tatt valg om hvilken retning de ønsker å lære mer innenfor. Elever som har valgt utdanningsprogrammet restaurant- og matfag, vil ha en ekstra interesse innenfor dette yrkesfaget, og vil således kunne oppleve et matematikkfag som mer verdifull og nyttig dersom de kjenner igjen kontekster fra det de ønsker å utdanne seg innenfor. Som tidligere påpekt er det stor forskjell på hvor stor andel av oppgavene i lærebøkene som har en kontekst som kan knyttes til restaurant- og matfag. I programområdet restaurant- og matfag bør det være tydelige koblinger mellom matematikken og yrkesfaget, ved at mange av yrkesretningene innenfor programområde er avhengig av matematikken for å mestres. Det at elevene kan se tydelige sammenhenger mellom yrket og matematikken, kan bidra til at elevene ser nytte og relevansen i matematikkfaget. Det å møte matematiske oppgaver med yrkesrelatert innhold vil derfor kunne bidra positivt til dette. Elevene kan også oppleve engasjement og oppleve matematikken som verdifull og nyttig ved at de kan koble matematikken til sitt eget hverdagsliv. I samtlige lærebøker i praktisk matematikk for yrkesfag er en stor andel av oppgavene kontekstuelle, noe som kan øke sannsynligheten for at elevene kan se koblinger mellom matematikk og virkeligheten.

6. Avslutning

I dette kapittelet vil jeg se tilbake og oppsummere studiens problemstilling, prosess og resultater. Avslutningsvis vil jeg se på hvilke mulige implikasjoner resultatene har for elevene, samt å knytte egen forskning opp mot videre forskning på matematikkfeltet.

6.1 Oppsummering og problemstilling

Denne studien har hatt til hensikt å undersøke matematikkoppgaver i lærebøker i praktisk matematikk på yrkesfag (1P-Y) i videregående skole. I denne sammenheng har det blitt utført en kvantitativ innholdsanalyse av de tre lærebøkene, Mønster, Sinus 1P-Y og Matematikk for yrkesfag P. Dette ble gjort for å svare på studiens problemstilling som var: Hva kjennetegner lærebøkenes matematikkoppgaver i praktisk matematikk på yrkesfag med tanke på yrkesfaglig kontekst, svartype og kognitive krav? Problemstillingen ble brutt ned til følgende tre forskningsspørsmål:

1) Hvor kognitivt krevende er oppgavene i lærebøkene?
2) Hvilke type svar krever oppgavene?
3) Har oppgavene kontekst, og er denne knyttet til elevenes valg av yrkesfag

For å konkretisere og avgrense studien ytterligere ble restaurant- og matfag valgt ut som yrkesfaget det skulle fokuseres på, samtidig som studien ble avgrenset til å undersøke de matematiske temaene målenheter og formler. Det ble totalt analysert 1258 oppgaver, der oppgavene i hovedsak ble analysert ut fra et overordnet rammeverk utarbeidet av Charalambous et al. (2010) og Smith og Stein (1998). De tre elementene det ble fokusert på i oppgaveanalysen var studiens tre forskningsspørsmål. I forkant av og underveis i prøveanalysen ble det utarbeidet en analysemal for å konkretisere hva som skulle definere de ulike kategoriene innen kognitive krav, type svar og kontekst. Dette arbeidet ble gjort med utgangspunkt i etablerte definisjoner, men tilpasset masteroppgavens matematiske temaer, problemstilling og forskningsspørsmål.

6.2 Metode og resultater

For å sikre at analysearbeidet har opprettholdt en høy kvalitet, er det gjort flere tiltak i forkant av og underveis i prosessen med å analysere oppgaver. Opprettelsen av den nevnte analysemalen var et grep som ble gjort for å unngå tilfeldig koding og subjektive tolkninger. I tillegg har analysemalen fått supplementer av eksempeloppgaver og -kodinger for å synliggjøre hvordan oppgavene er tolket og kodet. For å styrke oppgavens troverdighet ytterligere ble i underkant av ti prosent av oppgavene kodet av en kollega. Resultatet viste en høy samvariasjon i henhold til Cohen's Kappas verdier både på kognitive nivå, svartype og kontekst.

Resultatene av analysearbeidet ga både interessante funn i forhold til de tre forskningsspørsmålene, men avdekket også forskjeller mellom de tre lærebøkene. Når det gjelder hvor kognitivt krevende oppgavene var, ble oppgavene kategorisert i fire kategorier, der to av kategoriene tilhørte lavt kognitivt nivå, mens de andre to var på et høyt kognitivt nivå. Av de ordinære oppgavene på høyt kognitivt nivå, varierte andelen ordinære oppgaver fra omkring 3 % i Sinus 1P-Y til ca. 12 % i Mønster. Samlet sett for alle lærebøkene ga dette en overvekt av ordinære oppgaver på lavt kognitivt nivå, med en andel på over 90 %. Utforsk- og snakkoppgavene hadde en høyere andel oppgaver på høyt kognitivt nivå sammenlignet med de ordinære oppgavene. I undersøkelsene om hvilke type svar oppgavene ba om, var det lite forskjeller mellom lærebøkene. Resultatene viste at det i samtlige lærebøker var en stor overvekt av oppgavene som bare krevde et svar. Totalt sett var det bare rundt 7 % av oppgavene som krevde at elevene skulle forklare eller begrunne sine løsninger. Det var også lite forskjeller mellom lærebøkene i undersøkelsene om oppgavene hadde kontekst. Kontekstbaserte oppgaver varierte med en andel på ca. 64 % fra læreboken som hadde færrest, til 76 % på det høyeste. Den største forskjellen mellom lærebøkene var andelen oppgaver som kunne knyttes til yrkesfaget restaurant- og matfag. Mønster hadde den høyeste andelen av oppgaver som kunne knyttes til yrkesfaget med 30,1 % av oppgavene. Dette var i stor kontrast til Matematikk for yrkesfag P, der kun 4,6 % av oppgavene hadde yrkesfaglig kontekst.

6.3 Mulige implikasjoner på elevene

Lærebøkene som er analysert i denne masteroppgaven er de eneste trykte (hoved)lærebøkene som er tilpasset LK20 og som finnes på det norske markedet. Av denne grunn er det veldig sannsynlig at mange elever på yrkesfag i videregående skole har tilgang til og bruker lærebøkene som er analysert i denne studien. Dersom læreren anvender lærebøkenes oppgaver slik de er presentert i lærebøkene, medfører dette at elevene møter en overvekt av oppgaver på lavt kognitivt nivå. Dette kan bidra til en mangel på relasjonell forståelse og begrepsmessig kunnskap, som anses som vesentlig for å opparbeide en matematisk forståelse og å se matematiske sammenhenger. Oppgaver på et lavt kognitivt nivå gir også liten mulighet for utforsking og problemløsning, noe som er fremhevet som ett av de seks kjerneelementene i læreplanen. Tilsvarende resultater viser at oppgaver som skal inkludere kjerneelementet resonnering og argumentasjon i liten grad finnes i de undersøkte temaene i lærebøkene. Mangelen på oppgaver som krever forklaring og begrunnelse, vil føre til at elevene får en begrenset mulighet til å kunne argumentere og utforme egne resonnementer. Dette kan føre til at elevene utfører imiterende resonnement, noe som er delaktig i at elevene får redusert sin mulighet til å vise matematisk forståelse. Til sist vil også valg av lærebok kunne ha betydning for muligheten elevene får til å se sammenhenger mellom sitt eget yrkesfag og matematikkfaget. I de undersøkte lærebøkene var det stor kontrast mellom antall yrkesrettede oppgaver, noe som kan føre til variabel tilgang på gjenkjennelige og relevante oppgaver for elevene med hensyn til deres fremtidige yrke. Tilgang på yrkesrettede oppgaver vil imøtekomme intensjonene til LK20 i forhold til yrkesretting. Kontekstbaserte oppgaver generelt, kan etterkomme intensjonene til kjerneelementet modellering og anvendelse, ved at elevene ser sammenhenger mellom eget liv og matematikken.

Til tross for at lærebøkene i temaene målenheter og formler hadde en lav andel oppgaver som inviterte til utforsking, problemløsning, forklaring og begrunnelse, trenger ikke dette bety at det ideelle hadde vært en betydelig høyere andel. Oppgaver som krever disse egenskapene, er ofte mer tidkrevende enn rutinepregede oppgaver der du skal komme frem til et svar. Av denne grunn trenger ikke antall oppgaver, som denne studien i stor grad har satt søkelys på, tilsvare tidsbruken elevene bruker på de ulike kategoriene. Den avgjørende faktoren i denne sammenhengen er læreren, som har ansvaret for å tilrettelegge og gjennomføre undervisningen for elevene. For en lærer er det viktig å være kjent med oppgavene lærebøkene tilbyr, og utnytte disse på en måte som ivaretar elevenes læring og intensjonene til LK20. En lærer trenger ikke legge opp til at elevene kun skal jobbe med matematikkoppgaver på eksakt samme måte som de er presentert i lærebøkene. Ved å velge ut, omarbeide og presentere lærebokoppgaver, kan dette føre til at elevene opplever og forstår oppgavene på en annen måte enn om de hadde lest den konkrete oppgaven rett fra læreboken. Dette kan føre til at lærebokoppgaver som i utgangspunktet stiller lave kognitive krav, som kun krever et numerisk svar og som er uten matematisk kontekst, kan utvikles til en oppgave med høye kognitive krav, med forklaring eller begrunnelse, og med en yrkesfaglig kontekst. Det er også viktig at lærerne ikke følger lærebøkenes progresjon ukritisk. Ved å introdusere oppgaver før gjennomgått teori, kan oppgavene gå fra å være lavt kognitivt krevende, til å bli en oppgave på et høyt kognitivt nivå. I tillegg til lærerens matematiske kunnskap, vil også lærerens kjennskap til elevenes yrkesfag være av betydning. Det er mange muligheter for å omarbeide eksisterende oppgaver til å inkludere kontekster som elevene vil kjenne igjen i sitt arbeid med mat og hygiene. Samarbeid på tvers av fag, kan også skape en rød tråd for elevene, som kan føre til at elevene ser matematikken som mer relevant i sitt eget yrkesvalg. LK20 legger opp til mange muligheter for læring, blant annet ved fokus på dybdelæring, tverrfaglighet, kjerneelementer og mer åpne kompetansemål.

6.4 Videre forskning

Denne studiens problemstilling og resultater har bidratt til å si noe om hva som kjennetegner matematikkoppgaver innenfor temaene formler og målenheter i tre trykte lærebøker i yrkesfaget restaurant- og matfag på videregående skole. Det er lite forskning som er utført innenfor kognitive krav, type svar og yrkesfaglig kontekst i matematikkoppgaver i lærebøker i videregående skole. Forhåpentligvis kan denne studien bidra til å inspirere nærliggende problemstillinger i fremtiden, og dermed frembringe enda mer kunnskap på området.

Denne studien har begrenset seg til å undersøke to matematiske områder. Ved å inkludere geometri i temaene formler og målenheter, er det maksimalt tre andre matematiske områder elevene vil møte i praktisk matematikk på videregående skole. De øvrige områdene er personlig økonomi, yrkesøkonomi, og datainnhenting og -fremstilling. Hvilket matematisk fokusområde elevene møter er avhengig av hvilket yrkesfag de velger. Med bakgrunn i at denne studien kun har fordypet seg i to av de fem mulige matematiske områder, kunne det vært interessant å undersøke om de øvrige temaene ga liknende resultater som denne studien har kommet frem til. En annen innfallsvinkel kunne vært å undersøke matematikkoppgavene på tilsvarende måte som denne studien, men i stedet fokusert på én av de ni andre yrkesfaglige programområdene. Ved sammenfallende resultater, kunne et beslektet utgangspunkt vært å undersøke om lærebøkenes oppgaver imøtekommer læreplanens kompetansemål og de seks kjerneelementene. Den nye læreplanen kan også være en mulig innfallsvinkel for flere beslektede problemstillinger som denne studien. LK20 er en læreplan som kjennetegnes ved færre kompetansemål og mer utforsking. I denne sammenheng kunne det vært mulig å sammenlikne dagens lærebøker med tidligere lærebøker som er skrevet med bakgrunn i tidligere læreplaner. Virker det til at matematikkfaget og matematikkoppgavene har endret seg? Legger lærebøkene opp til mer utforskende arbeid og oppgaver av høyere kognitivt nivå nå enn tidligere?

Flere undersøkelser har pekt på at lærebøker og læremidler har stått sterkt i matematikkfaget (Mullis et al., 2012; Remillard, 2005; Valverde et al., 2002). En undersøkelse utført av Bergene et al. (2021) har også vist at lærernes tilgang på trykte lærebøker er høy. Likevel trenger ikke dette bety at lærebøkenes stilling er like sterk som før. En interessant problemstilling kan være å undersøke hva som er lærernes inspirasjonskilder til oppgaver og problemer. Har det endret seg etter koronaens innslag og etter innføringen av nye læreplaner? Brukes det flere digitale plattformer nå enn tidligere, og hva kjennetegner disse oppgavene sammenliknet med oppgaver man finner i trykte lærebøker?

Sist, men ikke minst, hadde det vært interessant å undersøke hvordan det yrkesfaglige fokuset gjør seg gjeldende i matematikkfaget i videregående skole. Har matematikklærerne kompetanse innenfor yrkesfaget de underviser i, slik at de anvender relevante yrkesfaglige kontekster for elevene? Hvordan opplever elevene matematikken? Ser elevene nytte og relevans i matematikken de lærer på yrkesfag i forhold til deres fremtidige yrkesvalg? Det er også interessant å undersøke om den yrkesfaglige konteksten er mer fremtredende i andre matematiske temaer, og i andre yrkesfag enn det denne studien har satt søkelyset på.

7. Litteraturliste

Bergene A. C., Vika K. S., Denisova E., Steine F. S. & Vennerød-Diesen F. F. (2021). *Spørsmål til Skole-Norge: Analyser og resultater fra Utdanningsdirektoratets spørreundersøkelse til skoler og skoleeiere høsten 2021*. (NIFU-rapport 2021:25). https://nifu.brage.unit.no/nifu-xmlui/bitstream/handle/11250/2837634/NIFUrapport2021-25.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Berget I. K. L., & Bolstad O. H. (2019). Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyinga. *Nordisk Tidsskrift for Utdanning Og Praksis = Nordic Journal of Education and Practice*, *13*(1), 83–97. https://doi.org/10.23865/up.v13.1882

Bergqvist, E. (2007). Types of reasoning required in university exams in mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior, 26*(4), 348–370. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.11.001

Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What Do We Know, What Can We Do? I S. J. Cho (Red.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*: *Intellectual and attitudinal challenges* (s. 73-96). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3

Bækkevar, I., Jensen, A., Jensen, C. B., Lindstad, J. W. & Saxebøl A-M. (2020). *Mønster matematikk 1P-Y restaurant- og matfag*. Gyldendal

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical thinking and learning, 12*(2), 117-151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Cooper, B., & Harries, T. (2002). Children's Responses to Contrasting 'Realistic' Mathematics Problems: Just How Realistic Are Children Ready to Be? *Educational Studies in Mathematics*, *49*(1), 1–23. https://doi.org/10.1023/A:1016013332659

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH). (2023). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora* (5. utg). De nasjonale forskningsetiske komiteene. Hentet fra: https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora.pdf

Doyle, W. (1983). Academic Work. *Review of Educational Research*, *53*(2), 159–199. https://doi.org/10.3102/00346543053002159

Doyle, W. (1988). Work in Mathematics Classes: The Context of Students' Thinking During Instruction. *Educational Psychologist*, *23*(2), 167–180. https://doi.org/10.1207/s15326985ep2302_6

Engeseth, J., Heir, O., Moe, H., Norderhaug, T. T. & Vie S. M. (2020). *Matematikk for yrkesfag P*. Aschehoug undervisning

Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, *45*(5), 633–646. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2015). En metodisk studie av innholdsanalyse – med analyser av matematikklæreres undervisningskunnskap som eksempel. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *20*(2), 79–96. https://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/20_2_079096_fauskanger.pdf

Gleiss, M. S. & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter*. Cappelen Damm akademisk

Gustafsson, E., Osnes, E. R., Vestergaard, B., Jacobsen, R. B., Pedersen, T. A., Oldervoll, T. & Svorstøl, O. (2020). *Sinus 1P-Y (HS, RM og SR).* Cappelen Damm

Harlen, W. (2013). Inquiry-based learning in science and mathematics. *Review of Science, Mathematics & ICT Education, 7*(2), 9–33. https://doi.org/10.26220/rev.2042

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27). Routledge.

Jäder, J., Lithner, J., & Sidenvall, J. (2020). Mathematical problem solving in textbooks from twelve countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *51*(7), 1120–1136. https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1656826

Kilpatrick, J., Findell, B. & Swafford, J. (Red.), (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* National Academy Press. https://doi.org/10.17226/9822

Kunnskapsdepartementet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for kunnskapsløftet 2006. https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-1p-y-%E2%80%93-vg1-yrkesfaglege-utdanningsprogram#

Kunnskapsdepartementet. (2019a). *Læreplan i matematikk fellesfag vg1 praktisk (matematikk P) (MAT08-01)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat08-01?lang=nob

Kunnskapsdepartementet. (2019b, 18. november). *Nye læreplaner skal gi elevene tid til mer fordypning*. (259-19). https://www.regjeringen.no/no/dokumentarkiv/regjeringen-solberg/aktuelt-regjeringen-solberg/kd/pressemeldinger/2019/nye-lareplaner-skal-gi-elevene-tid-til-mer-fordypning/id2678138/?expand=factbox2678140

Kunnskapsdepartementet. (2022, 19. oktober). *Fag og læreplaner.* https://www.regjeringen.no/no/tema/utdanning/grunnopplaring/artikler/innhold-vurdering-og-struktur/id2356931/?expand=factbox2615777

Landis, J. R., & Koch, G. G. (1977). The Measurement of Observer Agreement for Categorical Data. *Biometrics*, *33*(1), 159–174. https://doi.org/10.2307/2529310

Lepik, M., Grevholm, B., & Viholainen, A. (2017). Using textbooks in the mathematics classroom – the teachers view. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influences* (s. 287-313). Cappelen Damm Akademisk.

Lester, F. K. Jr. (2013). Thoughts About Research On Mathematical Problem- Solving Instruction. *The Mathematics Enthusiast*, *10*(1-2), 245–278. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1267

Lithner, J. (2008). A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(3), 255–276. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2

Lithner, J. (2017). Principles for designing mathematical tasks that enhance imitative and creative reasoning. *ZDM*, *49*(6), 937–949. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0867-3

Mesa, V. (2004). Characterizing Practices Associated with Functions in Middle School Textbooks: An Empirical Approach. *Educational Studies in Mathematics*, *56*(2/3), 255–286. https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000040409.63571.56

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O'Sullivan C. Y. & Preuschoff, C. (2009). *TIMSS 2011 Assessment frameworks*. TIMSS & PIRLS International Study Center. https://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/TIMSS2011_Frameworks.pdf

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. TIMSS & PIRLS International Study Center. https://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/T11_IR_Mathematics_FullBook.pdf

Mullis, I. V. S. (2017). Introduction. I I. V. S. Mullis & M. O. Martin (Red.). *TIMSS 2019 Assessment frameworks* (s. 1-10). TIMSS & PIRLS International Study Center. https://eric.ed.gov/?id=ED596167

Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematikklæring: Ideer og inspirasjon til udvikling af matematikundervisning i Danmark.* (Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie, nr 18 - 2002). København: Undervisningsministeriet.

Niss, M. (2007). Reflections on the state of and trends in research on mathematics teaching and learning. From here to Utopia. I F.K., & National Council of Teachers of Mathematics (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: Vol. 2.* (s. 1293–1312). Information Age.

NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole – Fornyelse av fag og kompetanser.* Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/?ch=1

NOU 2018: 18. (2008). *Fagopplæring for framtida.* Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2008-18/id531933/

OECD (2018). *PISA 2022 Mathematics Framework (Draft)* [Under utarbeidelse]. https://pisa2022-maths.oecd.org/files/PISA%202022%20Mathematics%20Framework%20Draft.pdf

Palm, T., Boesen, J., & Lithner J. (2011). Mathematical Reasoning Requirements in Swedish Upper Secondary Level Assessments, *Mathematical Thinking and Learning, 13*(3), 221-246. https://doi.org/10.1080/10986065.2011.564994

Pedersen, I. F., & Haavold, P. Øystein. (2023). Students' mathematical beliefs and motivation in the context of inquiry-based mathematics teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *54*(8), 1649–1663. https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2189171

Pepin, B. & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik, 33*(5), 158-175.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.

Rejeki, S., Meidina, R. A., Hapsari, M. P., Setyaningsih, R., & Azura, R. N. F. (2021). Context-based tasks in mathematics textbooks for vocational high school students. *Journal of Physics. Conference Series*, *1776*(1), 1-8. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1776/1/012030

Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research, 75*(2), 211–246. https://doi.org/10.3102/00346543075002211

Rezat. S., & Strässer, R (2014). Mathematics textbooks and how they are used. I P. Andrews, & T. Rowland (Red.), *Master class in mathematics education: International perspectives on teaching and learning* (s. 51-62). Bloomsbury Academic.

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprinted from Handbook of Research Mathematics Teaching and Learning, 1992). *Journal of Education, 196*(2), 1–38. https://doi.org/10.1177/002205741619600202

Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School, 12*(2), 88-95.

Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998). Reflections on Practice: Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(5), 344-350.

Stacey, K., & Vincent, J. (2009). Modes of Reasoning in Explanations in Australian Eighth-Grade Mathematics Textbooks. *Educational Studies in Mathematics, 72*(3), 271–288. https://doi.org/10.1007/s10649-009-9193-1

Statistisk sentralbyrå (2023). Videregående opplæring og annen videregående utdanning. https://www.ssb.no/utdanning/videregaende-utdanning/statistikk/videregaende-opplaering-og-annen-videregaende-utdanning

Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. (2007). How curriculum influences students learning. I F.K. Lester Jr. (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, s. 319-369). Information Age Publishing.

Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(4), 268-275.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development* (2.). National Council of Teachers of Mathematics Teachers College Press.

Utdanningsdirektoratet (2019, 18. november). *Hva er kjerneelementer?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet (2023, 9. juni). *Hva er nytt i matematikk?* Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-i-fagene/hva-er-nytt-i-matematikk/

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). *According to the book. Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Kluwer Academic Publishers. https://books.google.no/books?hl=no&lr=&id=e48FwrR8IAQC&oi=fnd&pg=PP9&dq=According+to+the+book.+Using+TIMSS+to+investigate+the+translation+of+policy+into+practice+through+the+world+of+textbooks&ots=P69Xaae-DO&sig=Pa-9Qk1go8TuY-mQBXryuaMAEtU&redir_esc=y#v=onepage&q=According%20to%20the%20book.%20Using%20TIMSS%20to%20investigate%20the%20translation%20of%20policy%20into%20practice%20through%20the%20world%20of%20textbooks&f=false

Wijaya, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Doorman, M. (2015). Opportunity-to-learn context-based tasks provided by mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, *89*(1), 41–65. https://doi.org/10.1007/s10649-015-9595-1

Wijers, M. & Jonker, V. (2017). Authentic contexts in mathematics textbooks in secondary pre-vocational education (VMBO). I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influences* (s. 245-267). Cappelen Damm Akademisk.

Özer, E., & Sezer, R. (2014). A Comparative Analysis of Questions in American, Singaporean, and Turkish Mathematics Textbooks Based on the Topics Covered in 8th Grade in Turkey. *Educational Sciences: Theory & Practice, 14*(1), 411-421. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1038783.pdf

Vedlegg

Oversikt over figurer

Oversikt over tabeller