

**Høgskolen
i Innlandet**

Fakultet for lærerutdanning og pedagogikk

Nora Juvhaugen Rønsen

Masteroppgave

**Statistisk resonnering på barneskolen:
en kvalitativ studie av 4.klassingers
statistiske resonnering**

Statistical Reasoning in Primary School:
A Qualitative Study of 4th Graders'
Statistical Reasoning

Grunnskolelærerutdanning trinn 1-7

2MASTER17

2024

Forord

Endelig har tiden kommet for å levere masteroppgaven som markerer enden på min tid som lærerstudent. Det har vært fem fantastisk fine år, og jeg har virkelig elsket studenttilværelsen her på Hamar. Å skrive masteroppgave har vært intenst, mye mer intenst enn jeg hadde forestilt meg før jeg begynte. Å arbeide med den samme oppgaven over så lang tid har vært utfordrende, men det har også vært en lærerik erfaring, og jeg er ordentlig stolt av sluttproduktet.

Jeg vil benytte anledningen til å takke alle som har gjort det mulig å skrive denne masteroppgaven. Først ønsker jeg å rette en stor takk til min engasjerte veileder Kjærland Iversen, for konstruktive tilbakemeldinger, faglige diskusjoner og gode tips. Takk for at du har vært så behjelpelig og støttende i alle faser av dette prosjektet.

Jeg ønsker videre å takke læreren og elevene som ønsket å delta i studien min. Jeg er svært glad for at det var nettopp dere jeg fikk gleden av å observere i forbindelse med denne masteroppgaven.

Jeg vil også takke den fine familien min for støtte og hjelp i forbindelse med masteroppgaven, og for at dere alltid stiller opp og heier på meg i alt jeg gjør.

Til slutt vil jeg takke alle de fantastiske venne mine som har gjort masterskrivingen og studietiden komplett. Takk for alle lunsjpauser i kantina, soldager på Koigen, lørdagskvelder på dansegulvet, timer på biblioteket og alt imellom. Jeg hadde ikke trodd jeg skulle bli emosjonell av å skrive forord, men her sitter jeg en søndagskveld i mai og blir helt rørt av å tenke på alle de fine vennskapene og opplevelsene årene på Hamar har gitt meg.

Hamar, mai 2024

Nora Rønsen

Sammendrag

Denne masteroppgaven i matematikk omhandler temaet statistikk og tar sikte på å besvare problemstillingen: *Hva karakteriserer 4.klassingers statistiske resonnering?* Formålet med studien er å identifisere hvilke kjennetegn som gjør seg gjeldende når elever som ikke har lært formelle statistiske utregningsprosedyrer, resonnerer med utgangspunkt i statistisk data. Denne kvalitative studien anvender observasjon med lydopptak som datainnsamlingsmetode. Det er gjennomført en observasjon av 23 elever på 4.trinn, og undervisningsopplegget som er benyttet under datainnsamlingen i denne studien er hentet fra *All about sharks: Data Representation and Analysis* av Gravemeijer et al. (2018).

Induktiv tematisk analyse er benyttet for å analysere datamaterialet. Gjennom en drøfting av funnene fra datainnsamlingen i lys av teori og tidligere forskning, presenterer oppgaven karakteristiske trekk ved elevenes statistiske resonnering. Studiens funn viser at elevene anvender ulike metoder for å finne sentrum av dataen på eget initiativ. De bruker også sin kunnskap om konteksten dataen er hentet fra, noe som resulterer i en resonnering preget av et samspill mellom statistisk og kontekstuell kunnskap. I sine resonnementer benytter elevene et nyansert språk for å uttrykke graden av sikkerhet rundt antagelsene sine, og noen utfordrer også arbeidet ved å gi uttrykk for kritiske holdninger.

Abstract

This master's thesis in mathematics addresses the topic of statistics and aims to answer the research question: What characterizes the statistical reasoning of 4th graders? The purpose of the study is to identify the characteristics that emerge when students who have not yet learned formal statistical calculation procedures reason based on statistical data. This qualitative study uses observation with audio recordings as the data collection method. An observation of 23 4th-grade students has been conducted, and the instructional material used during the data collection in this study is taken from the unit *All about sharks: Data Representation and Analysis* by Gravemeijer et al. (2018).

The data is analysed through an inductive thematic analysis. Through a discussion of the findings in light of theory and previous research, the thesis presents the characteristic features of the students' statistical reasoning. The study's findings show that the students use various methods to find the centre of the data on their own initiative. They also apply their knowledge of the context from which the data is derived, resulting in reasoning characterized by an interplay between statistical and contextual knowledge. In their reasoning, the students use nuanced language to express the degree of certainty in their assumptions, and some also challenge the task by expressing critical attitudes.

Innholdsfortegnelse

Forord	i
Sammendrag	ii
Abstract	iii
1 Introduksjon	7
1.1 Bakgrunn for valg av tema.....	7
1.2 Problemstilling	11
1.3 Oppgavens oppbygning	12
2 Teori	13
2.1 Uformelle statistiske slutninger	13
2.2 Typetall, median og gjennomsnitt.....	14
2.3 Kontekstens rolle i statistikk.....	15
2.4 Kritisk tenkning	16
3 Tidligere forskning	18
3.1 Uformelle statistiske slutninger på barneskolen	18
3.2 Klynger, typetall og median.....	19
3.2.1 Klynger og utliggere	19
3.2.2 Typetall i lærebøker	20
3.2.3 Elevers oppfatning av median.....	21
3.3 Introduksjon av statistiske konsepter	22
3.4 Kontekstens rolle i arbeidet med statistiske slutninger i skolen	24
3.4.1 Elevers kontekstuelle forventninger i dataanalyse.....	24
3.5 Statistikk og sannsynlighet	25
3.5.1 Probabilistisk språk.....	26
3.5.2 Probabilistisk språk i uformelle statistiske slutninger	27
4 Metode	28
4.1 Vitenskapsteoretisk grunnlag.....	28
4.2 Forskningsdesign og metode.....	29
4.2.1 Deltakende observasjon	29
4.2.2 Datainnsamlingsverktøy	30
4.2.3 Utvalg.....	31
4.3 Datainnsamling	32
4.4 Undervisningsopplegget «All about sharks»	33
4.5 Dataanalyse	35
4.5.1 Tematisk analyse.....	35

4.6 Kvalitet i forskning	40
4.7 Forskningsetiske betraktninger	42
5 Resultater	44
5.1 Elevløsninger	44
5.1.1 Statistisk data	44
5.1.2 Kontekstuell kunnskap	49
5.1.3 Finne tall som passer	51
5.2 Sikkerhet og usikkerhet	52
5.3 Kritiske holdninger	56
6 Drøfting	60
6.1 Elevløsninger	60
6.1.1 «Flertallet bestemmer»	60
6.1.2 Å finne «midten»	62
6.1.3 Klynger	64
6.1.4 Elevenes bruk av kontekstuell kunnskap	65
6.1.5 Finne tall som passer	68
6.2 Sikkerhet og usikkerhet	69
6.3 Kritiske holdninger	72
6.3.1 Kritisk til løsning	72
6.3.2 Kritisk til datakilde	73
6.3.3 Kritisk til oppgave	74
6.3.4 Kritisk til metode	75
7 Avslutning	77
7.1 Forslag til videre forskning	77
7.2 Avsluttende refleksjoner	78
Litteraturliste	80
Vedlegg	87
Vedlegg 1	87
Vedlegg 2	88
Vedlegg 3	92
Vedlegg 4	93

1 Introduksjon

Denne masteroppgaven i matematikk tar for seg temaet statistikk med fokus på elevens statistiske resonnering. Innledningsvis vil jeg presentere bakgrunnen for mitt valg av tema med utgangspunkt i samfunnsmessig og faglig relevans, samt min personlige motivasjon. Jeg vil videre presentere oppgavens problemstilling og komme med nødvendige presiseringer tilknyttet denne. Avslutningsvis i dette introduksjonskapittelet vil jeg gi en oversikt over oppgavens oppbygning.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

I dag er omfattende mengder data om viktige samfunnstemaer som migrasjon, kriminalitet, klima og helse, stadig mer tilgjengelige for allmennheten og enkeltpersoner. Forståelse av disse temaene er essensielt for engasjement i dagens samfunn, og i den sammenheng er det å kunne lese, tolke og bruke statistisk data en vesentlig ferdighet i det 21. århundre (Engel, 2017, s. 45). I 2016 ble «post-truth» valgt som årets nyord av Oxford Dictionary. Ordet betegner omstendigheter der objektive fakta har mindre innflytelse på formingen av offentlig mening enn appeller til følelser og personlig tro (Oxford University Press, 2024). Valget av «post-truth» som årets nyord ble begrunnet med ordets økte popularitet og relevans i forbindelse med Brexit-avstemningen i Storbritannia og presidentvalget i USA i 2016. «Post-truth» er et eksempel på at det er utfordrende å orientere seg i den omfattende mengden informasjon vi møter daglig. I denne sammenhengen er statistisk kunnskap vesentlig for å navigere gjennom informasjonsflommen og ta stilling til det vi leser og hører.

I artikkelen *Statistical literacy for active citizenship: a call for data science education* skriver forsker og professor Joachim Engel (2017) følgende om hvorfor et statistisk kunnskapsgrunnlag er avgjørende i dagens samfunn:

If we expect our students to become active citizens who can understand the statistics published in the public sphere (by the media, official statistics producers, etc.) and fact-check on their own, they need a sound knowledge base that includes context knowledge, basic mathematics, familiarity with (at least) elementary statistics and familiarity with appropriate graphical and numerical tools for data representation, along with a capacity for critical thinking and a disposition to engage with evidence. (Engel, 2017, s. 47)

Evnen til å forstå statistikk og å kunne utforske, resonnerer og kritisere med utgangspunkt i data er med på å utgjøre en persons statistiske kompetanse. Statistisk kompetanse blir i faglitteraturen omtalt som *statistical literacy*. Iddo Gal (2002) definerer *statistical literacy* som «people's ability to interpret and critically evaluate statistical information, data-related arguments, or stochastic phenomena, which they may encounter in diverse contexts» (Gal, 2002, s. 2). Som voksne er vi i stor grad konsumenter av statistikk fremfor produsenter, og vi må trekke flere konklusjoner i vårt daglige liv basert på statistisk informasjon som blir presentert for oss i ulike sammenhenger (Gal, 2002, s. 3). For å kunne ta stilling til den omfattende mengden av statistisk informasjon som vi presenteres for, er det viktig med statistisk kompetanse, samt kunnskap om hvordan denne kan benyttes på en hensiktsmessig måte. I denne sammenhengen er skolen en sentral arena.

I gjeldende læreplanverk er det utarbeidet tverrfaglige temaer med utgangspunkt i aktuelle samfunnsutfordringer, som elevene skal få innsikt i på tvers av fag. I læreplanen for matematikk er statistikk et sentralt tema i redegjørelsen for de tverrfaglige temaene *Folkehelse og livsmestring* og *Demokrati og medborgerskap*. Jeg ønsker derfor å presentere hva læreplanen sier om de to tverrfaglige temaene i matematikkfaget.

I matematikk handler det tverrfaglige temaet folkehelse og livsmestring om å gi elevene kompetanse i problemløsning, i statistikk og i personlig økonomi. Gjennom faget skal elevene få utvikle forståelse for teknologi, statistikk og matematiske representasjoner og modeller som kan hjelpe dem til å gjøre ansvarlige livsvalg.

I matematikk handler det tverrfaglige temaet demokrati og medborgerskap om å gi elevene kompetanse i å utforske og analysere funn fra reelle datasett og tallmaterialer fra natur, samfunn, arbeidsliv og hverdagsliv. Videre handler det om at elevene lærer å vurdere hvor gyldige slike funn er. Slik kompetanse er viktig å for å kunne formulere egne argumenter og delta i samfunnsdebatten. Faget skal gjøre elevene bevisste på forutsetninger og premisser for matematiske modeller som ligger til grunn for beslutninger i deres eget liv og i samfunnet.

(Kunnskapsdepartementet, 2019)

I tillegg til å være sentralt i de tverrfaglige temaene, er statistikk, sammen med tall og tallforståelse, algebra, funksjoner, geometri og sannsynlighet, listet opp som matematisk kunnskapsområde under matematikkfagets kjerneelementer. Videre utdypes det at «Kunnskap om statistikk og sannsynlighet gir elevene et godt grunnlag når de skal gjøre valg

i sitt eget liv, i samfunnet og i arbeidslivet» (Kunnskapsdepartementet, 2019). I læreplanen definerer et fags kjerneelementer det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen, og hva elevene må lære for å kunne mestre og anvende faget (Utdanningsdirektoratet, 2019). Med utgangspunkt i et fags kjerneelementer, samt andre innledende tekster til læreplanen, er det definert kompetansemål for hvert fag som beskriver hva elevene skal kunne etter ulike trinn. I kompetansemålene for 7. trinn finner vi følgende kompetansemål knyttet til temaet statistikk:

- utforske og bruke hensiktsmessige sentralmål i egne og andres statistiske undersøkelser
- logge, sortere, presentere og lese data i tabeller og diagrammer og begrunne valget av framstilling
- bruke programmering til å utforske data i tabeller og datasett (Kunnskapsdepartementet, 2019)

Førstnevnte kompetansemål er eneste kompetansemål som nevner statistikk eksplisitt i læreplanen for matematikk for 1. – 7. trinn. Ettersom det påpekes i læreplanen at kunnskap om statistikk og sannsynlighet gir elevene et godt grunnlag for å ta valg i egne liv, er det også verdt å nevne at det eneste kompetansemålet som sier noe om sannsynlighet i læreplanen for matematikk for 1. – 7. trinn, er et kompetansemål etter 5. trinn som sier at eleven skal kunne «diskutere tilfeldighet og sannsynlighet i spill og praktiske situasjoner og knytte det til brøk» (Kunnskapsdepartementet, 2019).

I læreplanen for matematikk trekkes statistikk fram i matematikkfagets kompetansemål, tverrfaglige temaer og kjerneelementer. I fagets kjerneelementer presenteres også *resonnering* som et sentralt begrep. I *Det Norske Akademis Ordbok* er det å resonnerer definert som «tenke ; reflektere ; overveie ; tenke logisk ; dra fornufts slutninger» (Det Norske Akademis ordbok, u.å.). Under kjerneelementet *Resonnering og argumentasjon* i læreplanen for matematikk står det at resonnering i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker, og at elevene skal utforme egne resonnementer både for å forstå og for å løse problemer (Kunnskapsdepartementet, 2019). Å resonnerer er ikke noe som bare er forbeholdt statistikkundervisningen i matematikk, men ettersom jeg i denne masteroppgaven er interessert i å se på temaet statistikk, er det statistisk resonnering jeg kommer til å fokusere på. Statistisk resonnering kan defineres som måten folk resonnerer med statistiske ideer på og tolker statistisk informasjon (Garfield & Ben-Zvi, 2007, s. 381).

For at elevene skal få erfaring med statistisk resonnering på en måte som styrker deres forståelse og anvendelse av statistiske prinsipper, er det hensiktsmessig å se på hvordan statistikk undervises i skolen. Tradisjonell matematikkundervisning kjennetegnes ofte av en undervisningsform med fokus på framgangsmåte, styrt av læreren (Alseth, 2009, s. 109). Læreren introduserer et tema for elevene og demonstrerer prosedyrer og eksempler på tavlen, slik at elevene deretter kan gjengi de lærte prosedyrene og øve på dem ved å løse oppgaver fra læreboken. En slik tilnærming til konseptinnlæring legger gjerne stor vekt på å demonstrere hvordan man finner det korrekte svaret, mens det ofte vies mindre oppmerksomhet til forståelsen for hvorfor konseptene brukes og hvordan de inngår i en større sammenheng (Nosrati & Wæge, 2015). I et statistikkperspektiv kan tradisjonell statistikkundervisning sies å være undervisning som vektlegger innlæringen av prosedyrer tilknyttet statistiske konsepter fremfor statistisk resonnering og fleksibel anvendelse av de statistiske konseptene. En slik tilnærming, preget innlæring av prosedyrer isolert fra hverandre, leder til en snever forståelse av statistikk som vanskelig lar seg anvende i nye situasjoner eller knytte til relaterte emner som sannsynlighet (Schou et al., 2013, s. 12).

Som et alternativ til denne tilnærmingen til konseptinnlæring ønsker jeg å presentere arbeidet til filosof Robert Brandom. Robert Brandom (2000) er en av flere filosofer som står bak den filosofiske tilnærmingen inferensialism¹. I sin karakteristikk av inferensialisme, viser Brandom til skillet mellom atomisme og holisme. En atomistisk tilnærming til konseptinnlæring tar for seg et og et konsept, og isolerer forståelsen for et konsept fra annen kunnskap. En holistisk tilnærming derimot, bygger på at et konsept kun kan forstås i sammenheng med andre konsepter (Brandom, 2000, s. 15). Inferensialisme baserer seg på en holistisk konseptforståelse, og for å forstå et konsept må man, ifølge Brandom, også forstå dets relasjoner til andre konsepter. «Kognitivt sett er forståelse for bare ett konsept lyden av én hånd som klapper» (Brandom, 2000, s. 49). Tradisjonell statistikkundervisning kan sies å være atomistisk i den forstand at den gjerne baserer seg på at læreren introduserer et og et statistisk konsept for elevene, og at elevene gjør oppgaver knyttet til de aktuelle konseptene uten å nødvendigvis fokusere på sammenhengen mellom dem.

¹ I mangel på en bedre oversettelse av inferentialism vil jeg videre i oppgaven bruke ordet inferensialisme når jeg snakker om denne tilnærmingen.

Å kunne forstå og benytte statistisk data i hverdagen er en vesentlig ferdighet i dagens samfunn. Derfor må elevene få mulighet til å øve seg på dette på skolen på måter som ligner de som de vil møte senere i livet. Ettersom jeg om kort tid selv skal være ansvarlig for elevers læring, er jeg interessert i å utforske og lære mer om elevers forståelse for og anvendelse av statistikk. Basert på hva forskning sier om tradisjonell undervisning i statistikk og hva den sier om hvilken kompetanse elevene har bruk for i eget liv, er jeg er interessert i å se hvordan elevene forholder seg til statistisk data før de har blitt introdusert for formelle prosedyrer tilknyttet statistiske konsepter. Jeg ønsker å undersøke hvordan elevene forstår statistikken de blir presentert for og hvordan de er i stand til å resonnerer med utgangspunkt i statistisk data.

1.2 Problemstilling

Problemstillingen denne masterstudien tar sikte på å adressere er som følger:

Hva karakteriserer 4.klassingers statistiske resonnering?

Formålet med denne studien er å identifisere hvilke kjennetegn som gjør seg gjeldende når elever resonnerer med utgangspunkt i statistisk data. Selv om det ikke inngår i problemstillingens ordlyd, er det viktig å presisere at jeg i denne studien ønsker å observere hva som kjennetegner elevers statistiske resonnering *før* de har lært formelle utregningsprosedyrer. På grunn av dette har jeg valgt å gjennomføre forskningen min på 4.trinn. Formelle utregningsprosedyrer viser til prosedyrer for å finne sentralmål og spredningsmål i arbeidet med statistisk data. Dette kan for eksempel være å regne seg frem til gjennomsnitt eller variasjonsbredde i et datasett. For å besvare problemstillingen er det ikke formulert ytterligere forskningsspørsmål da tilnærmingen min i denne studien har vært induktiv. Induksjon vil si å trekke generelle konklusjoner på grunnlag av enkeltstående observasjoner, med andre ord å gå fra det enkelte til det generelle (Kvarv, 2021, s. 25). Dersom man benytter seg av en induktiv tilnærming, samler man inn data uten å gjøre seg opp en formening om hva som er viktig og mindre viktig i forkant av datainnsamlingen. Det er altså ikke et teoretisk rammeverk som har vært styrende for hvordan jeg har hentet inn og analysert dataen min, men heller den observerte dataen som har satt rammer for hvilken teori og tidligere forskning som har vært aktuell å presentere i oppgaven for å svare på problemstillingen.

1.3 Oppgavens oppbygning

Inkludert dette første introduksjonskapittelet består oppgaven av totalt sju kapitler. I kapittel 2 vil jeg gjøre rede for teori som benyttes for å kunne drøfte funn fra egen forskning.

Ettersom oppgaven som nevnt ikke tar utgangspunkt i et teoretisk rammeverk, vil kapittelet i hovedsak presentere begreper og konsepter som jeg anser som nødvendige å definere for å kunne bruke dette videre i oppgaven.

I tillegg til å presentere teori gjennom begrepsavklaringer i kapittel 2, vil jeg i kapittel 3 presentere tidligere forskning. Forskningen er tilknyttet ulike aspekter av statistikk og statistikkundervisning, og jeg har forsøkt å inkludere forskning fra et bredt spekter av forskere. Også i dette kapittelet er hensikten å presentere litteratur som kan være med på å belyse oppgavens problemstilling og drøfte egne funn. I kapittel 2 og 3 har jeg valgt å gjengi direkte sitater på originalspråket for å sikre at sitatenes innhold ikke endres i oversettelsesprosessen. Fagbegreper som det ikke finnes noen entydig eller velkjent norsk oversettelse på, men som jeg likevel har valgt å oversette, forklares fortløpende i teksten eller i en fotnote.

Kapittel 4 vil redegjøre for forskningsmetoden jeg har benyttet i studien min. I kapittelet presenteres vitenskapsteoretisk grunnlag, forskningsdesign og metode, undervisningsopplegget som ble benyttet under forskningens datainnsamling, refleksjoner rund forskningens kvalitet og forskningsetiske betraktninger. I tillegg vil jeg i dette kapittelet også presentere fremgangsmåten for analysen jeg gjennomførte av datamaterialet mitt.

Resultatene fra forskningen min vil presenteres i kapittel 5, og i kapittel 6 vil resultatene drøftes i lys av litteraturen fra kapittel 2 og 3. Til slutt vil jeg i kapittel 7 trekke frem hovedpunkter fra drøftingskapittelet og forsøke å svare på oppgavens problemstilling. Jeg vil runde av kapittelet og oppgaven med noen ideer til videre forskning samt noen avsluttende refleksjoner.

2 Teori

I dette kapittelet vil jeg presentere teori, og jeg vil i hovedsak bruke kapittelet til å redegjøre for begreper og konsepter som er relevante for å kunne drøfte funnene fra datainnsamlingen min senere i oppgaven. De fire hovedtemaene som presenteres i kapittelet er uformelle statistiske slutninger, sentralmålene typetall, median og gjennomsnitt, kontekstens rolle i statistikk og kritisk tenkning.

2.1 Uformelle statistiske slutninger

Å resonnerer kan defineres som det å dra fornuftsslutninger (Det Norske Akademis ordbok, u.å.). Innen statistikk handler det å trekke statistiske slutninger om å trekke konklusjoner eller lage forutsigelser basert på data. Wild et al. (2011) sammenligner det å trekke statistiske slutninger med å se verden gjennom et vindu med riper i glasset. «What I see in my data is not quite the way it really is back in the population that they come from» (Wild et al., 2011, s. 255). Formelle statistiske slutninger følger standardiserte statistiske prosedyrer for å lage slutningsutsagn eller formelt teste hypoteser (Makar & Rubin, 2009, s. 85). Å arbeide med formelle statistiske slutninger er utfordrende, og selv om elever kan være i stand til å utføre beregninger knyttet til statistisk data, kan de likevel ha flere misoppfatninger når det kommer til tolkningen av statistiske resultater (Castro Sotos et al., 2007, s. 108). En mer uformell prosess som også brukes for å lage eller teste generaliseringer fra data, er prosessen med å trekke uformelle statistiske slutninger. Selv om uformelle statistiske slutninger også kan ta i bruk statistiske metoder, åpner denne prosessen opp for å vurdere statistiske slutninger utenfor formelle prosedyrer (Makar & Rubin, 2009, s. 85).

Makar og Rubin presenterer følgende tre nøkkelprinsipper for uformelle statistiske slutninger:

- (1) *generalization*, including predictions, parameter estimates, and conclusions, that extend beyond describing the given data;
- (2) *the use of data as evidence* for those generalizations;
- (3) employment of *probabilistic language* in describing the generalization, including informal reference to levels of certainty about the conclusions drawn. (Makar & Rubin, 2009, s. 85)

Å generalisere utover den tilgjengelige dataen er en grunnleggende forskjell mellom beskrivende og inferensiell statistikk. Beskrivende statistikk oppsummerer og beskriver den tilgjengelige dataen, mens inferensiell statistikk tar sikte på å trekke konklusjoner eller forutsi egenskaper for en større populasjon basert på data fra et utvalg. Statistiske generaliseringer

trekkes på bakgrunn av empirisk² data fra observerte tilfeller for å komme med utsagn som gjelder et bredere sett av tilfeller (Makar & Rubin, 2009, s. 86). I arbeidet med å trekke uformelle slutninger, benyttes data som bevis og utgangspunkt for generalisering. Dataen kan ha ulike former og uttrykk, men for at den skal kunne brukes som utgangspunkt for generaliseringer, må den aksepteres som tilstrekkelig bevis innenfor de rammene den presenteres i (Makar & Rubin, 2009, s. 86). Fordi uformelle statistiske slutninger inneholder elementer av usikkerhet, må slutningene inneholde et probabilistisk språk. Det vil si et sannsynlighetsspråk som antyder nivå av sikkerhet eller usikkerhet i en prediksjon for å antyde at den bare er et estimat, og at konklusjonen ikke nødvendigvis gjelder for alle tilfeller (Makar & Rubin, 2009, s. 87).

2.2 Typetall, median og gjennomsnitt

Som nevnt i kapittel 1.1, er det et kompetansemål i læreplanen som sier at elever etter 7.trinn skal kunne utforske og bruke hensiktsmessige sentralmål i eget og andres arbeid.

Sentralmålene som elever på barneskolen skal kjenne til er typetall, median og gjennomsnitt.

De tre prosedyrene for å regne ut henholdsvis typetall, median og gjennomsnitt øker i kompleksitet med hensyn til deres bruk av informasjon i et datasett. Watson (2014, s. 38–39) presenterer denne utviklingen i kompleksitet ved å rangere de tre prosedyrene etter antall steg:

- Typetall utgjør den mest typiske eller hyppige verdien/forekomsten i et datasett, og kan identifiseres visuelt i ett steg ved å se hvilken verdi/forekomst det er mest av.
- Medianen utgjør midten i et datasett der verdiene er sortert i stigende rekkefølge. Å finne medianen krever to steg: Sortere verdiene i rekkefølge og telle seg frem til den midterste verdien.
- Gjennomsnittet utgjør middelverdien av alle verdiene i datasettet. Utrekning av gjennomsnitt består av tre steg: registrere verdier, legge verdier sammen og dele totalen på antallet verdier.

² Empiri betyr erfaring. Empirisk forskning er forskning basert erfaring, og empirisk data er resultater hentet fra slik forskning.

Typetall er det eneste sentralmålet som kan benyttes i arbeidet med både kategorisk og numerisk data³. Det er ikke mulig å finne median og gjennomsnitt i et kategorisk datasett ettersom kategorisk data ikke kan sorteres i stigende rekkefølge eller benyttes i utregning (Watson, 2014, s. 35). Numerisk data derimot legger til rette for bruk av alle de tre formene for sentralmål.

2.3 Kontekstens rolle i statistikk

Statistikk skiller seg fra andre matematiske disipliner ved å være en form for matematikk der dataen som behandles ikke bare er tall, men tall i kontekst (Cobb & Moore, 1997, s. 801). Selv om man i matematikken gjerne benytter seg av kontekst som en kilde til motivasjon og utforskning, er fokuset i matematisk tenkning å finne mønster, strukturer og mening i tall uavhengig av kontekst (Cobb & Moore, 1997, s. 803). Statistikere benytter seg også av abstrakt, matematisk logikk og søker mønster i tall, men for å gi mønstrene mening og verdi er konteksten uunnværlig (Cobb, 2007, s. 338). I matematikk kan konteksten skjule den matematiske strukturen, mens i dataanalyse er det konteksten som gir tallene mening (Cobb & Moore, 1997, s. 803). Wild og Pfannkuch (1999) argumenterer for at samspillet mellom kontekstuell og statistisk kunnskap er selve grunnlaget for statistisk tenkning, og beskriver samspillet som en konstant, vekslende syklus der tenkeren skifter mellom de to for å forstå den statistiske dataen. Eksempler i statistikkundervisningen som ikke bygger på virkelige kontekster, hindrer elever i å engasjere seg i statistisk tenkning. Den engasjerende og rike tenkningen skjer først når elevene får muligheten til å ta med seg all sin relevante kunnskap inn i statistikkarbeidet, for så å gjøre oppdagelser med utgangspunkt i dette (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 228). Også Gal (2002) argumenterer for kontekstens essensielle rolle i prosessen med å forstå statistikk. Voksnes tolkning av statistisk data avhenger av deres evne til å plassere informasjonen i en sammenheng, og kontekstuell kunnskap er avgjørende for at mottakeren av statistisk informasjon skal være i stand til å ta stilling til variasjon, avvik eller feil i dataen (Gal, 2002, s. 15). Kontekstens rolle i statistikk har også konsekvenser for lærerens undervisningspraksis. For å undervise i statistikk på en god måte er det ikke tilstrekkelig å bare kunne formidle den matematiske teorien. Som lærer må man i tillegg

³ Kategorisk data (også kalt kvalitativ data) er informasjon som kan kategoriseres i ulike grupper eller kategorier, for eksempel sivilstatus eller favorittsport. Numerisk data (også kalt kvantitativ data) består av tall, for eksempel salgstall eller temperaturer. Numerisk data kan benyttes i matematiske utregninger.

kunne benytte seg av virkelige eksempler og vite hvordan man skal bruke dem for å gi et autentisk samspill mellom mønster og kontekst, og engasjere studenter i utviklingen av deres kritiske vurderingsevne (Cobb & Moore, 1997, s. 803).

2.4 Kritisk tenkning

Å tenke ikke er noe vi lærer oss, men noe som skjer naturlig. Det vi *kan* lære oss er ulike *måter* å tenke på (Dewey, 1998, s. 3). Den beste måten å tenke på er, ifølge utdanningsfilosof John Dewey, refleksiv tenkning. Refleksiv tenkning defineres av Dewey som «the kind of thinking that consists in turning a subject over in the mind and giving it serious and consecutive consideration» (Dewey, 1998, s. 3). Dewey trekker frem vanen med å reflektere, som en uunnværlig del av å tenke godt. I den forbindelse presenterer han skolen som en essensiell arena for å lære dette (Dewey, 1998, s. 35). Deweys refleksive tenkning kan knyttes til konseptet kritisk tenkning. Til tross for å være et hyppig brukt begrep, er kritisk tenkning et utfordrende begrep å definere. Halonen (1995) kombinerer flere definisjoner og definerer kritisk tenkning som «the propensity and skills to engage in activity with reflective skepticism focused on deciding what to believe or do» (Halonen, 1995, s. 76). Definisjonen vektlegger både hvilke egenskaper tenkeren besitter, og hva som er tenkningens formål. Dette er én mulig måte å definere kritisk tenkning på, men som Halonen påpeker, er det i forskningsfeltet ikke etablert en entydig definisjon for begrepet kritisk tenkning. Hun eksemplifiserer dette ved å si at dersom man hadde bedt tolv medlemmer fra psykologisk fakultet om å definere kritisk tenkning, hadde man trolig endt opp med tolv overlappende, men likevel unike svar (Halonen, 1995, s. 75). Denne oppgaven vil videre bruke Halonens definisjon av kritisk tenkning, og for å knytte begrepet til oppgavens tema, vil neste del av dette delkapittelet fokusere på forholdet mellom kritisk tenkning og statistikk.

Kritisk tenkning kan kobles til flere elementer i Wild og Pfannkuch (1999) sitt firedimensjonale rammeverk for statistisk tenkning. Tredje dimensjon i rammeverket, *The Interrogative Cycle*, er en generisk tankeprosess som ifølge Wild og Pfannkuch (1999, s. 231) alltid er i bruk når man arbeider med statistisk problemløsning. Syklusen består av de fem stegene *generate*, *seek*, *interpret*, *criticise* og *judge*. Fjerde steg i prosessen, *criticise*, går ut på å sjekke funn opp mot referansepunkter. Med utgangspunkt i både kontekstuell og statistisk kunnskap spør tenkeren seg selv om funnene gir mening. Man kan også sjekke funn opp mot eksterne sjekkpunkter som litteratur, lignende datasett eller andre kilder. I denne fasen kan man kontrollere tenkningen sin opp mot tenkningens hensikt, egne overbevisninger og emosjonelle tilknytninger, med andre ord ta et steg tilbake for å overvåke egen tenkning.

Det utøves dermed en form for metakognisjon for å forsøke å regulere egne tankebaner. Wild og Pfannkuch (1999) påpeker at mange gjerne hopper over denne kritiseringsfasen i arbeidet med statistisk analyse. Tenkeren går da rett fra å tolke et svar til å bedømme hva som danner grunnlaget for ny overbevisning, uten å stoppe opp og stille spørsmål ved funnene (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 232).

I rammeverket til Wild og Pfannkuch (1999), tar fjerde dimensjon, *dispositions*, for seg personlige kvaliteter som påvirker tenkeren. Selv om det er generiske kvaliteter som trekkes frem, diskuteres de i en statistisk kontekst ettersom det inngår i et rammeverk for statistisk tenkning. Nysgjerrighet og bevissthet, engasjement, fantasi, skepsis, logisk sans, åpenhet, standhaftighet og tilbøyelighet til å søke dypere mening er kvalitetene som forfatterne har valgt å inkludere i rammeverket (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 233–234). Å utøve skepsis i arbeidet med statistisk data, kan referere til det å «innta en kritisk holdning». Det vil si at man er på utkikk etter logiske eller faktuelle brister i prosessen med å utforske statistisk data. Det påpekes også at man er mindre tilbøyelig til å være skeptisk når man kommer frem til konklusjoner som passer ens egen forforståelse (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 234). En persons personlige kvaliteter i arbeidet med statistisk problemløsning er problemavhengige. Det vil si at de endres i henhold til i hvilken grad en person engasjeres av problemet han eller hun arbeider med (Wild & Pfannkuch, 1999, s. 235).

Gal (2002) presenterer *critical skills* som et sentralt element i statistisk litterasitet. Som konsument av statistisk data, presenteres man kontinuerlig for statistikk fra en rekke kilder med ulik agenda. Journalister, politikere og markedsførere har alle ulike hensikter med å publisere statistikk, og dataen de presenterer kan skreddersys for å oppnå det de ønsker. For å kunne undersøke kilders pålitelighet, presenterer Gal en liste med ti «worry questions» man kan stille seg i møtet med statistisk data. Blant disse er spørsmål som «Hvor kommer denne dataen fra?», «Er det nok troverdige data til å rettfærdiggjøre påstandene som presenteres?» og «Finnes det alternative måter å tolke disse funnene på?» (Gal, 2002, s. 16). Svarene man får av å stille seg disse spørsmålene kan støtte prosessen med å kritisk evaluere statistiske budskap, og kan lede til mer informerte tolkninger av statistisk data (Gal, 2002, s. 17).

3 Tidligere forskning

I dette kapittelet vil jeg presentere tidligere forskning som er relevant for å belyse oppgavens problemstilling og som vil gi et grunnlag for å drøfte funn fra egen forskning. Forskningen som presenteres i kapittelet er at den fokuserer på ulike aspekter ved statistikk i en skole- og læringssammenheng.

3.1 Uformelle statistiske slutninger på barneskolen

English og Watson (2013, s. 280) hevder at introduksjonen av formell statistikk senere i skoleløpet kan oppleves meningsløs for elevene hvis de ikke har blitt introdusert for statistikk gjennom uformelle slutningsprosesser først. De begrunner dette med at elevene, gjennom å arbeide med statistikk på en uformell måte, utvikler en essensiell forståelse for hva den statistiske dataen formidler utover tall og verdier. Makar (2016) argumenterer for at selv elever på småskolen, med liten til ingen erfaring med statistisk data, er i stand til å arbeide med nøkkelementer innen uformelle statistiske slutninger. Hun har forsket på hvilke erfaringer i småskolen som kan støtte fremveksten av uformell slutningsresonnering⁴ hos barn (5-6 år), og trekker frem følgende grunnleggende ferdigheter:

Grunnleggende ferdigheter (Makar, 2016)	Egen oversettelse
Articulating or predicting from their observations	Artikulere eller forutsi på bakgrunn av egne observasjoner
Recording data	Registrere data
Organizing data	Organisere data
Invented methods	Finne opp metoder
Working with aggregates	Jobbe med helhet
Variability	Erfare variabilitet

Tabell 1 Grunnleggende ferdigheter som støtter fremveksten av uformell slutningsresonnering.

⁴ Makar (2016) benytter uttrykket «informal inferential reasoning». Jeg har valgt å oversette dette med «uformell slutningsresonnering», og vil benytte dette oversatte uttrykket de stedene hvor litteraturen i dette kapittelet benytter «informal inferential reasoning».

Formålet med studien var ikke å forsøke å lære elever formelle metoder tidligere i skoleløpet, men å se hvordan arbeid med prediksjoner i småskolen kunne gi elevene et utgangspunkt for å knytte kommende statistisk arbeid til kjente erfaringer (Makar, 2016, s. 20).

Som nevnt i kapittel 2.1, har Makar og Rubin (2009) identifisert tre karakteristikk som kjennetegner uformelle statistiske slutninger. For å bedre forstå hvilke resonneringsprosesser som leder til uformelle statistiske slutninger, har Makar et al. (2011) forsøkt å identifisere elementer som støtter og fremmer elevers evne til å trekke slike slutninger.

Artikkelforfatterne viser til et egenutviklet rammeverk for elementer som støtter uformell slutningsresonnering, og analyserer resonneringsprosessen til tre elever på 6. trinn (12 år) for å illustrere elementenes rolle. Elevene i forskningsprosjektet arbeidet med resultater i lengdehopp for elever på 6. og 7. trinn på skolen de selv gikk på. Makar et al. (2011) argumenterer for at elevers uformelle statistiske resonnering drives av statistisk og kontekstuell kunnskap i samspill med elevenes underliggende overbevisninger. Rammene for resonneringen settes av normer og vaner som er utviklet over tid i et undersøkelsesbasert læringsmiljø (Makar et al., 2011, s. 171). Hvilke underliggende overbevisninger elevene hadde om konteksten som dataen de jobbet med var hentet fra, la grunnlaget for hvilke spørsmål de stilte og hva de oppfattet som interessant eller overraskende. Forskjellene mellom det elevene forventet og det dataen viste, drev elevenes arbeid fremover i søken etter forklaringer (Makar et al., 2011, s. 169).

3.2 Klynger, typetall og median

3.2.1 Klynger og utliggere

Dette avsnittet vil presentere forskning som tar for seg begrepene «modal clumps» og «outliers». I sin oversettelse av Fosnot et al. (2019/2023), har Heggem og Iversen valgt å oversette disse begrepene til henholdsvis «klynger» og «utliggere». Oppgaven vil derfor benytte seg av samme oversettelse.

Hverdagslige situasjoner krever ofte at vi oppsummerer fenomener hvor resultatene varierer og hvor vi verken trenger eller klarer å være presise (Konold et al., 2002, s. 1). Konold et al. (2002) har forsket på hvordan unge skoleelever resonnerer rundt variabel data før de har lært formelle utregningsprosedyrer. De har særlig forsket på hvordan elever formidler ideer om senter og variasjon i datasett, og i dette forskningsprosjektet brukte deltakerne klynger til dette formålet. Klynger er en gruppe verdier som ligger i hjertet av en fordeling av dataverdier (Konold et al., 2002, s. 1). Konold et al. (2002) argumenterer for at bruken av

klynger kan være et nyttig utgangspunkt for å lære elever å oppsummere variabel data. Ved å ta i bruk konseptet klynger kunne deltakerne i forskningsprosjektet formidle forestillinger om senter og spredning uten formelle utregninger. Konold et al. (2002) er ikke alene om å ha forsket på bruken av klynger i statistikkundervisningen, og flere empiriske studier viser hvordan bruk av konseptet klynger støtter unge elever i arbeidet med å beskrive og tolke distribusjoner, sentrum og spredning (Fielding-Wells, 2018; Frischemeier, 2019; Frischemeier & Schnell, 2023).

I tillegg til at et datasett kan inneholde klynger av sentrert data, kan det også inneholde utliggere som skiller seg fra resten av dataen. I forskningen på 4.klassingers (10-11 år) bruk av klynger i utforskingen av datasett, har Frischemeier (2019) også observert hvordan elever forholder seg til utliggere i sammenligningen av to datasett. Ett av datasettene elevene utforsket hadde to utliggere som tydelig skilte seg fra resten av dataen, men elevene så ikke ut til å vektlegge disse i særlig stor grad. Elevene la merke til at de var en del av datasettet, men ettersom de tydelig skilte seg fra de andre resultatene, påvirket de i liten grad elevens konklusjoner i sammenligningen av de to datasettene (Frischemeier, 2019, s. 502). Også Fielding-Wells (2018) har forsket på hvordan elever i 10-11 års alderen resonnerer rundt distribusjon, sentrum og variasjon. I den forbindelse spurte hun elever hvordan de oppfattet utliggere i datasettene de arbeidet med. Svarene hun fikk var blant annet at utliggere var «enheter borte fra hovedklyngen», «isolerte resultater», «feil» eller «ekstremverdier som kan være korrekte». Selv om elevenes svar varierte, viste elevenes utsagn en forståelse for at utliggere kan inneholde interessant informasjon selv om de skiller seg fra øvrige resultater (Fielding-Wells, 2018, s. 1131).

3.2.2 Typetall i lærebøker

Landtblom (2018) har analysert sju svenske matematikkbøker for 4.-6. trinn, og sett på hvordan de gjennom oppgaver og definisjoner presenterer temaet typetall. Dataen ble kategorisert etter hvorvidt den var kvalitativ eller kvantitativ⁵, og om oppgavene fremkalte prosedyremessig eller konseptuell kunnskap. Prosedyremessig kunnskap er kunnskap om hvordan algoritmer og regler brukes for å løse oppgaver etter en gitt prosedyre, mens konseptuell kunnskap omhandler en mer helhetlig sammensatt forståelse for bruken av og

⁵ Her er kvalitativ og kvantitativ data det samme som henholdsvis kategorisk og numerisk data.

egenskapene til et konsept (Landt blom, 2018, s. 1). Resultatene fra forskningen viste at 75% av oppgavene omhandlet kvantitativ data og at 81.9% av oppgavene kunne anses å være prosedyreorienterte. Elever som i hovedsak bygger sin forståelse av konsepter på hva lærebøkene sier, vil med utgangspunkt i disse resultatene kunne ende opp med en forståelse av typetall som i stor grad baserer seg på prosedyreorientert kunnskap knyttet til kvantitativ data (Landt blom, 2018, s. 3). I tillegg til å se på hvordan oppgavetyperne kan ha konsekvenser for elevenes konseptforståelse, problematiserer også Landt blom bøkens definisjoner. Forskningsartikkelen er på engelsk, og forfatteren understreker at man på svensk bruker ordet *typvärde* for det engelske ordet *mode* (typetall på norsk). Bruken av *värde* (verdi), kan signalisere at konseptet kun gjelder for kvantitativ data, og bare én av bøkene i forskningen inneholdt en eksplisitt definisjon av hva en verdi kunne være i forbindelse med typetall. Én av bøkene definerte også typetall som «the most frequent number». Dersom elever kun møter definisjoner slik de forekommer i bøker, for eksempel at typetall er «the most frequent number», vil dette kunne begrense elevenes konseptualisering av typetall, spesielt ettersom forekomsten av oppgaver med typetall tilknyttet kvalitativ data viste seg å være lav (Landt blom, 2018, s. 4).

3.2.3 Elevers oppfatning av median

Å kunne beskrive sentrum av data er et nøkkelkonsept innen statistikk, og én måte å beskrive sentrum på er å finne medianen i et datasett. I den forbindelse har Schnell og Frischemeier (2019) forsket på hvilke oppfatninger av median som kommer til uttrykk hos elever på småtrinnet, og hvilke visuelle referansepunkter elevene bruker i sitt arbeid med median. Studien bygger på en datainnsamling gjennomført i Tyskland med elever i 3. klasse (9 år). Elevene jobbet med virkelige, visuelle datasett i et diagram og skulle undersøke om det var elever i 3. eller 4.klasse som hadde mest spill på smarttelefonen sin. I løpet av arbeidet ble elevene spurt om å forklare hva medianen var, og funnene gjorde det mulig for forskerne å identifisere flere oppfatninger av medianen som baserte seg på ulike referanser i datasettet. Følgende oppfatninger ble presentert:

- median as middle of the range
- median as middle of the modal hill
- median as the middle of two halves
- median as the middle of modal clump or column
- median as unspecified middle

(Schnell & Frischemeier, 2019, s. 1081).

Definisjonene på elevenes oppfatning av median er basert på Mokros og Russell (1995) sin karakteristikkk av elever som forstår gjennomsnittet⁶ i et datasett som midtpunkt: «Students with this predominant approach [...] look for a «middle» to represent a set of data; this middle is alternately defined as the median, the middle of the X axis, or the middle of the range» (Mokros & Russell, 1995, s. 26). Selv om elevenes oppfatninger ikke var i tråd med den konvensjonelle definisjonen og oppfatningen av median, argumenterer Schnell og Frischemeier (2019) for at elevenes oppfatninger er gode utgangspunkt for utviklingen av mer formell konseptforståelse av median.

3.3 Introduksjon av statistiske konsepter

Under en observasjon av statikkundervisning i en amerikansk 5.klasse, erfarte Bakker (2004) at elever som hadde lært formelle prosedyrer for typetall, median og gjennomsnitt, ikke klarte å anvende konseptene på en fornuftig måte. Da læreren stilte elevene et spørsmål som kunne høres statistisk ut, men som ikke krevde bruk av sentralmål, mumlet en elev «meanmedianmode» som om de tre konseptene var ett ord og ett konsept. «Students generally lack the necessary conceptual understanding for analysing data with the statistical techniques they have learned» (Bakker, 2004, s. 64).

Makar (2014) forsøker å adressere denne utfordringen ved å se på hvordan elevens forhold til sentralmål kan utvikles ved å utforske statistisk data gjennom uformell slutningsresonnering. Hun viser til at formell utregningsprosedyre for gjennomsnitt får for mye plass i undervisningen, og at dette gjerne introduseres før elevene har opparbeidet seg en fleksibel forståelse for konseptet sentralmål. Forskningen til Makar (2014) indikerer at unge elever kan utvikle en rikere forståelse for sentralmål ved å bruke uformell slutningsresonnering tidlig i arbeidet med statistisk data. Dette kan hjelpe elevene med å danne et godt grunnlag for å kunne arbeide med mer formelle prosedyrer senere i skoleløpet (Makar, 2014, s. 75). Også Mokros og Russell (1995) argumenterer for at en variert og sammensatt tilnærming til statistiske konsepter bedrer elevenes forståelse. «Through constructing and working with a variety of examples and counterexamples in different contexts, definitions are formed,

⁶ I Mokros og Russel (1995, s. 26) heter det «Average as midpoint». Jeg har oversatt «average» til «gjennomsnitt» her, men er klar over at begrepet også brukes på andre måter i faglitteraturen for å representere sentrale tendenser i et datasett.

challenged, and revised. In this process, definitions gain clarity and precision» (Mokros & Russell, 1995, s. 36).

Både Makar (2014) og Mokros og Russell (1995) foreslår en tilnærming til konseptinnlæring som er i tråd med inferensialismens holistiske tilnærming til konsepter. Bakker og Derry (2011) ser på hvordan statistikkundervisning, nærmere bestemt undervisningen tilknyttet uformelle statistiske slutninger, kan kobles til inferensialisme, og hevder at inferensialisme kan bidra til å utforske forholdet mellom statistiske slutninger, konsepter og kontekst.

Bakker og Derry presenterer tre utfordringer knyttet til statistikkundervisning;

1. The challenge to avoid inert knowledge—knowledge students have learned to reproduce but cannot use effectively.
2. The challenge to avoid atomistic approaches found in many textbooks and to foster coherence from a student perspective.
3. The challenge of sequencing topics in alternative approaches which aim for coherence from a student perspective.

(Bakker & Derry, 2011, s. 6)

Med utgangspunkt i inferensialisme forsøker Bakker og Derry å adressere disse utfordringene gjennom å vise til empiriske eksempler fra statistikkundervisning i skolen. Her ser de på hvordan elever lærer å trekke statistiske slutninger samtidig som de utvikler forståelse for statistiske nøkkelbegreper som fordeling, sentrum, variasjon og utvalg (Bakker & Derry, 2011, s. 14). Elevene i studien fikk mulighet til å gjøre egne oppdagelser av statistiske trekk i datasett og grafer. Disse trekkene, blant annet klynger og variasjon, ble verktøy elevene kunne bruke videre i sin statistiske resonnering, og elevene utviklet en type bevissthet rundt datasett som i artikkelforfatternes erfaring gjerne ignoreres når statistikkundervisningen baseres på en atomistisk tilnærming (Bakker & Derry, 2011, s. 22). Selv om elevenes forestillinger om sentrum, spredning og utvalg fortsatt var implisitt, var deres evne til å koble sammen statistiske og ikke-statistiske faktorer likevel tilstrekkelig for å trekke statistiske slutninger (Bakker & Derry, 2011, s. 23) Statistikk er ikke noe vi kan referere til som noe fastsatt, men snarere et felt der konsepter knyttes til hverandre i kraft av hvordan de brukes. Derfor er det viktig å ta hensyn til elevenes bakgrunnskunnskap og iboende konseptforståelse i statistikkundervisningen, hvis ikke vil noe gå tapt i arbeidet med å fostre engasjerte elever (Bakker & Derry, 2011, s. 24).

3.4 Kontekstens rolle i arbeidet med statistiske slutninger i skolen

I prosessen med å forstå hva som danner grunnlaget for statistiske slutninger, må kontekstens rolle tas til etterretning. «After all, the purpose of making statistical inferences is to understand our world» (Makar et al., 2011, s. 155). Forskning viser at kontekstuell kunnskap spiller en betydelig rolle i elevers arbeid med å trekke statistiske slutninger (Frischemeier & Schnell, 2023; Makar et al., 2011; Pfannkuch, 2011). For at elevene skal kunne dra nytte av kontekstuell kunnskap i arbeidet med statistikk, må den statistiske dataen de arbeider med hentes fra kjente kontekster. Wild og Pfannkuch (1999) beskriver som nevnt i delkapittel 2.3 samspillet mellom kontekst og statistisk data som en konstant vekslende syklus, og for at elever skal klare å knytte dataen de observerer til tidligere erfaring, må de lære å koordinere kontekstuell og statistisk kunnskap (Makar et al., 2011, s. 156). Kontekstuell kunnskap er avgjørende for elevenes forståelse for den statistiske dataen de arbeider med, men det er også viktig å være bevisst på hvordan personlige erfaringer og overbevisninger kan overskygge databevis (Konold et al., 1997).

3.4.1 Elevers kontekstuelle forventninger i dataanalyse

Frischemeier og Schnell (2023) har studert hvordan unge elever håndterer empirisk data som ikke samsvarer med deres opprinnelige kontekstuelle forventninger. Denne forskningen, som var del av et større pågående forskningsprosjekt, bygger på datainnsamlingen beskrevet i seksjon 3.2.3, der de samme forskerne undersøkte hvilke oppfatninger av median som ble uttrykt av elever på småtrinnet (Schnell & Frischemeier, 2019). Deltakerne i studien (3.klasse, alder 9-10 år) ble bedt om å svare på om elever i 3.klasse har flere eller færre spill på smarttelefonen sin enn elever i 4.klasse. Først skulle elevene komme med sine egne instinktive antagelser rundt hvordan dataen fordelte seg, og presentere antatt fordeling visuelt i et diagram. Deretter utforsket de et datasett der 236 3.klassinger og 225 4.klassinger hadde svart på hvor mange spill de hadde på telefonen sin, og sammenlignet deretter dette med deres opprinnelige antagelser. Den grafiske fremstillingen av svarene viste ikke et tydelig svar, og krevde at elevene sammenlignet ulike elementer. Til informasjon viste dataen at svarene for 4.klasse inneholdt den høyeste maksimumsverdien, men ettersom 3.klasse hadde høyest median og gjennomsnittsverdi, tydet svarene på at 3.klassinger har flest spill på telefonen.

Artikkelen presenterer funn fra tre elevpar. Alle parene valgte først å anta at 4.klassinger hadde flest spill på telefonen sin ettersom 4.klassinger er eldre, har hatt telefon lenger, og får lov til å gjøre mer (Frischemeier & Schnell, 2023, s. 226). Disse antagelsene var basert på

elevenes kontekstuelle kunnskap om elever på deres egen alder, men graden av selvtillit de ulike gruppene uttrykte rundt antagelsene sine varierte. Etter å ha blitt presentert for det reelle datasettet, hadde de tre gruppene ulik tilnærming til den empiriske dataen. Gruppen som hadde uttrykt størst selvtillit rundt antagelsene sine, valgte å lete etter svar i datasettet som stemte overens med det de selv hadde antatt. De viste til at svarene for 4.klasse inneholdt den høyeste maksimumsverdien, og konkluderte derfor med at datasettet svarte overens med deres opprinnelige antagelser basert på hva de visste fra før. En annen gruppe, som også viste stor grad av sikkerhet i sin opprinnelige antagelse, fokuserte mer på hva datasettet fortalte med hensyn til de statistiske konseptene median og klynger. De så at både medianen og klyngene i datasettet viste at 3.klassinger hadde flest spill, og denne gruppen endret derfor svaret sitt. I konklusjonen sin valgte denne gruppen å se helt bort fra sine opprinnelige antagelser, og baserte seg kun på det de kunne tolke ut fra datasettet. Tredje og siste gruppe var mer nyanserte i tolkingen sin av datasettet enn de to andre, og diskuterte hvordan dataen kunne tolkes ulikt ut ifra hvilke komponenter man tok utgangspunkt i. I konstruksjonen av argumenter integrerte de både statistisk og kontekstuell informasjon, og fant flere måter å tolke dataen på alt etter hvilken konklusjon de forsøkte å rettferdiggjøre.

Forskningen på hvordan elevene forholdt seg til empirisk data som ikke stemte overens med opprinnelige antagelser viste tre ulike tilnærminger:

1. skreddersy informasjonen fra dataen til egne opprinnelige antagelser
2. ignorere egne antagelser ved å stole fullt ut på informasjon fra dataen
3. integrere egne antagelser og informasjon fra data

(Frischemeier & Schnell, 2023, s. 238)

Studien indikerer at unge elever har svært forskjellige tilnærminger til hvordan å håndtere en opplevd forskjell mellom kontekstuell forankrede antagelser og resultatet fra empirisk data. Egne antagelser kan ikke bare påvirke hvordan elever forventer at data skal se ut, men også hvordan de tolker resultater (Frischemeier & Schnell, 2023, s. 239).

3.5 Statistikk og sannsynlighet

Statistikk og sannsynlighet er to emner som gjerne undervises hver for seg i skolen.

Oppdelingen mellom undervisning i sannsynlighet med fokus på kombinatorikk og statistikkundervisning som primært fokuserer på deskriptiv statistikk, resulterer i forvirring og manglende forståelse av sammenhengen mellom disse to emnene blant elevene (Schou et al., 2013, s. 12). Forskning viser at det å arbeide med de to emnene samtidig, og fokusere på

sammenhengen mellom dem, derfor kan være hensiktsmessig. English og Watson (2016) har forsket på fjerdeklassingers forståelse av overgangen fra eksperimentell til teoretisk sannsynlighet med fokus på de statistiske konseptene variasjon og forventning. Forskningen indikerer at man ved å introdusere statistiske konsepter gjennom sannsynlighetsaktiviteter, levendegjør sammenhengen mellom sannsynlighet og statistikk for elevene (English & Watson, 2016, s. 58)

3.5.1 Probabilistisk språk

Hvordan elever forholder seg til sannsynlighet gjennom språk er temaet i forskningen til Nacarato og Grando (2014). Gjennom å undersøke utviklingen av probabilistisk språk og tenkning hos elever i alderen 10-12 år, har forskerne identifisert hvilke forestillinger knyttet til sannsynlighet elevene var i stand til å uttrykke intuitivt, og hvilke som ble uttrykt upresist eller ukorrekt. Elevene i forskningen ble blant annet bedt om å gjøre rede for begrepene *umulig*, *mulig*, *like mulig*, *mindre mulig*, *svært mulig*, *sannsynlighet*, *sjanse* og *sikkerhet*, og for å forklare begrepene benyttet elevene seg av hverdagslige situasjoner og kjente kontekster. Med dette demonstrerte elevene deres subjektive konseptforståelse for sannsynlighet, altså deres personlige overbevisninger og oppfatninger basert på erfaring og egen kunnskap (Nacarato & Grando, 2014, s. 99). Mangelen på et egnet språk i arbeidet med sannsynlighet, er ofte utgangspunktet for elevers misforståelser og vanskeligheter med temaet (Nacarato & Grando, 2014, s. 95). Et eksempel som trekkes frem i artikkelen er bruken av og forståelsen for begrepene «50-50» og «like sannsynlig». For å uttrykke at en spesifikk hendelse *kan* inntreffe eller ikke inntreffe, bruker elever ofte uttrykket «50-50 sjanse», selv i situasjoner der utfallene av en hendelse ikke har like stor sjanse for å inntreffe. I forklaringen av begrepet «like sannsynlig» brukte elevene i forskningen til Nacarato og Grando (2014) eksempler som «A virus has spread around the world», «In an exam all students have the possibility to get the same grade» og «I might get rich and my friend too» (Nacarato & Grando, 2014, s. 98). Ettersom elevene viste ulik subjektiv forståelse for begrepene og konseptene de representerte, var interaksjon mellom elever og lærere nødvendig for å avklare begrepens betydning. Ved å tydeliggjøre ulike subjektive forestillinger om sannsynlighet, viste forskningen at samtaler rundt disse kunne lede til at mer teoretiske forestillinger oppstod i klasserommet (Nacarato & Grando, 2014, s. 102).

3.5.2 Probabilistisk språk i uformelle statistiske slutninger

Med utgangspunkt i at statistikkundervisning skal hjelpe elever med å utforske mellomsjiktet mellom å vite alt og å ikke vite noe, har Ben-Zvi et al. (2012) forsket på hvordan femteklassinger (10-11 år) gir uttrykk for usikkerhet i arbeidet med å trekke uformelle statistiske slutninger. I forskningen benyttet de seg av «growing samples», en tilnærming som går ut på å gradvis introdusere større utvalgsstørrelser hentet fra den samme populasjonen. For hvert utvalg ble elevene bedt om å trekke uformelle slutninger rundt dataen de ble presentert for, samt å komme med antagelser om hva som ville være likt og hva som ville endre seg i det påfølgende større utvalget (Ben-Zvi et al., 2012, s. 916). Elevene arbeidet med fire utvalg med økende utvalgsstørrelse som var henholdsvis 8, 27, 81 og 270. Forskningen viste at elevene i utgangspunktet hadde en tendens til å uttrykke ekstrem tillit til antagelsene sine, enten ved å uttrykke sikkerhet om at noe var sant, eller ved å fastslå at det var umulig å konkludere. Etter hvert som elevene utforsket større utvalg, samlet de en økende mengde bevis for eller mot ulike antagelser. Elevene utviklet gradvis et mer probabilistisk språk for å uttrykke det de kunne vite i mellomsjiktet mellom «alt» og «ingenting» (Ben-Zvi et al., 2012, s. 924).

4 Metode

I dette kapittelet vil jeg gjøre rede for forskningsmetoden jeg har benyttet i studien min. Først i kapittelet presenteres vitenskapsteoretisk grunnlag for oppgaven samt forskningsdesign og metode. Videre vil jeg forklare hva undervisningsopplegget som ble benyttet under forskningens datainnsamling gikk ut på, før jeg redegjør for fremgangsmåten for analysen som ble gjort av datamaterialet. Til slutt i kapittelet presenteres refleksjoner rund forskningens kvalitet og forskningsetiske betraktninger.

4.1 Vitenskapsteoretisk grunnlag

Forskning har et mål om å frembringe kunnskap om virkeligheten, og ulike syn på hvordan vi kan oppnå sann og sikker kunnskap har dannet grunnlag for ulike vitenskapelige tilnæringer (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 45). Fenomenologi er læren om «det som viser seg», det vil si læren om begivenheter slik de fremstår for oss (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 99). Fenomenologisk forskning tar sikte på å beskrive trekk som er felles ved de erfaringer knyttet til et fenomen som deltakere i et prosjekt gir uttrykk for (Thagaard, 2018, s. 36). Fenomenet jeg har ønsket å studere i mitt eget forskningsprosjekt er elevers statistiske resonnering. Jeg har observert elevenes arbeid slik det fremkom i klasserommet, men har ikke bedt elevene sette ord på *deres erfaringer* utover det jeg har observert. Etersom jeg, i tillegg til å gjengi hva jeg observert, også har forsøkt å analysere og tolke elevenes utsagn og handlinger, blir det ikke korrekt å kalle forskningen min en ren fenomenologisk studie. Tolkningene av elevens handlinger er mine egne, og jeg vil derfor karakterisere denne studien som *fenomenologisk hermeneutisk*, en tilnærming til forskning og analyse som kombinerer prinsippene fra fenomenologi og hermeneutikk. Hermeneutikken fremhever betydningen av å fortolke folks handlinger, og legger vekt på at fenomener kan tolkes på flere nivåer (Thagaard, 2018, s. 37). Tolkningsprosessen kan ses på som en dialog mellom forsker og tekst, og i hermeneutisk sammenheng refererer begrepet «tekst» til enhver form for symbolsk uttrykk eller fenomen som kan tolkes og forstås. Ingen prosess begynner uten forutsetninger, og forskerens forforståelse påvirker tolkningene som oppstår underveis i tolkningsprosessen (Kvarv, 2021, s. 83). Jeg har forsøkt å være oppmerksom på hvordan min forforståelse påvirker min evne til å karakterisere elevenes resonnering, og hermeneutikken har dermed fungert som en fortolkningsramme for å forstå funnene underveis i analysearbeidet. I denne studien opererer både fenomenologi og hermeneutikk som det vitenskapsteoretiske fundamentet, ettersom disse to retningene komplementerer hverandre.

Fenomenologi er *studien* av fenomener, og hermeneutikk er *fortolkningen* av dem. De to metodene tilbyr til sammen en helhetlig tilnærming til å utforske og forstå de observerte fenomenene i studien.

4.2 Forskningsdesign og metode

Valg av metode og undersøkelsesteknikker tas med utgangspunkt i problemstillingens karakter og hensikten med forskningen (Kvarv, 2021, s. 50). Kvalitative metoder innhenter informasjon om virkeligheten gjennom ord og språk fremfor tallmessige størrelser og statistiske analyser, som er utgangspunktet for kvantitativ forskning (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 89). Kvalitativ forskning har som mål å studere og karakterisere det unike og spesielle (Thagaard, 2018, s. 154), og ettersom jeg i denne studien har vært interessert i å karakterisere nettopp det unike og spesielle ved elevers arbeid med statistiske slutninger, har det vært hensiktsmessig å benytte kvalitativ metode for datainnsamling. Det finnes flere måter å samle inn kvalitativ data på, og i dette forskningsprosjektet har metoden for innsamling av data i hovedsak vært observasjon. Observasjon er en hensiktsmessig metode når man ønsker tilgang til naturlige settinger, og kan benyttes for å besvare forskningsspørsmål som omhandler det vi fysisk kan observere (Dalland et al., 2021, s. 127). Observasjon som forskningsmetode kan inkludere flere teknikker og tilnærminger, og i de neste avsnittene vil jeg redegjøre for hvilke valg som er gjort med hensyn til observatørrolle, datainnsamlingsverktøy og utvalg.

4.2.1 Deltakende observasjon

Da jeg i denne studien ønsket å observere elevenes arbeid med statistikk, valgte jeg å gå for deltakende observasjon. Deltakende observasjon innebærer at forskeren i en viss tid følger menneskene han eller hun observerer, og deltar sammen med dem på deres arenaer (Fangen, 2010, s. 9). Et overordnet formål med deltakende observasjon er å kunne beskrive hva folk sier og gjør i sammenhenger som ikke er strukturert av forskeren, og begrepet brukes ofte synonymt med feltarbeid (Fangen, 2010, s. 12). Som deltakende observatør kan man innta flere ulike observatørroller. Selv var jeg til stede i klasserommet hvor datainnsamlingen fant sted, men jeg deltok ikke i aktiviteten som ble observert. Postholm og Jacobsen (2018, s. 115) kaller denne observatørrollen «observatør som deltaker», Dalland et al. (2021, s. 137) omtaler rollen som «delvis deltakende observatør». Under datainnsamlingen min har det vært viktig å forsøke å redusere forskningseffekten så langt det har latt seg gjøre. Forskningseffekt betegner virkningen observasjonen har hatt på de som har blitt observert (Tjora, 2021, s. 85). Med hensyn til forskningsetiske betraktninger, har observasjonen likevel vært åpen ettersom

deltakerne i studien var kjent med min rolle som observatør, og kjente til formålet med min tilstedeværelse. Selv om jeg var til stede i klasserommet under datainnsamlingen, ble elevene bedt om å henvende seg til lærer dersom de hadde spørsmål som hadde med undervisningen å gjøre.

4.2.2 Datainnsamlingsverktøy

Observasjonene under datainnsamlingen ble dokumentert ved hjelp av feltnotater og lydopptak. Gjennom å skrive feltnotater overføres erfaringer til tekst som forskeren kan studere, analysere og reflektere over i etterkant av datainnsamlingen (Thagaard, 2018, s. 84). Det finnes mange måter å skrive feltnotater på i forbindelse med en observasjon. Jeg har i denne studien arbeidet ut fra en relativt åpen problemstilling, og det var derfor naturlig å gå inn i observasjonen med en åpen tilnærming der jeg skrev ned det jeg oppfattet som interessant der og da. En slik tilnærming, der forskeren ikke har *ett* spesielt fokus og planlegger i detalj hva som skal observeres, kalles ustrukturert observasjon (Dalland et al., 2021, s. 125). Under observasjonen kan det være utfordrende å få notert ned alt som foregår som er av interesse. Hvis jeg utelukkende skulle basert min datainnsamling på egne notater fra observasjonen, hadde jeg mest sannsynlig endt med å observere én og én gruppe om gangen, og selv ikke da ville jeg hatt kapasitet til å dokumentere alt elevene sa. Det at man sitter ved siden av elevene og noterer iherdig, kan også forstyrre elevenes arbeid og føre til at elevene blir mer opptatt av hva forskeren noterer enn å jobbe med det de skal (Dalland et al., 2021, s. 137).

For å få tilgang til flere elevs samtaler, og for å mer nøyaktig kunne gjengi dialoger, valgte jeg derfor å benytte meg av lydopptak som supplerende datainnsamlingsverktøy. I deltakende observasjonsstudier er det ikke uvanlig å benytte lydopptak for å kunne gjengi lengre sekvenser med prating (Fangen, 2010, s. 96). Lydopptak fra situasjoner der forskeren selv har deltatt, kan bidra til å skape mer nyanserte minner fra observasjonen når forskeren senere skal benytte seg av dataen i en analyse (Tjora, 2021, s. 115–116). Bruk av lydopptak under observasjon førte også til at jeg som forsker kunne observere og skrive feltnotater på en annen måte enn hva jeg hadde kunnet dersom egne notater var eneste datakilde. Jeg kunne bevege meg mer rundt i klasserommet, i tillegg til at jeg i større grad kunne konsentrere meg om nonverbale uttrykk. Lydopptakene ble gjort med tre mobiltelefoner utstyrt med applikasjonen *Nettskjema Diktafon* for sikker lagring av lydopptakene. Forskningsetiske betraktninger rundt bruk av lydopptak under datainnsamling presenteres i delkapittel 4.7. I tillegg til å benytte feltnotater og lydopptak som datainnsamlingsverktøy, samlet jeg også inn

skriftlige kilder i form av plakater elevene laget i undervisningen. Disse ble brukt som støtte til lydopptakene, for å bedre kunne forstå hva elevene snakker om i samtalene seg imellom. Det er vanlig å kombinere observasjonsarbeid med én eller flere former for skriftlige kilder, og analysen av slikt materiale kan variere, alt fra å bruke det rent deskriptivt til å bruke det i en mer inngående analyse (Fangen, 2010, s. 185). Etersom elevenes skriftlige arbeid bare ble brukt som støtte til lydopptakene, ble det ikke foretatt noen ytterligere analyse av dette.

4.2.3 Utvalg

Kvalitative studier kjennetegnes gjerne ved at de har et begrenset antall personer eller enheter som utgjør utvalget. Når utvalget er lite, er det viktig å velge personer eller enheter som har de kvalifikasjonene som er strategisk i forhold til problemstillingen (Thagaard, 2018, s. 54). Oppgavens omfang og tidsperspektiv setter også rammer for utvalgsprosessen. Etersom jeg i denne studien var har vært interessert i å observere elever som enda ikke har lært formelle utregningsprosedyrer i statistikk, ønsket jeg å gjennomføre datainnsamlingen min hos de eldste elevene på småtrinnet. For å sikre meg et utvalg som ville være villige til å stille opp som deltakere, valgte jeg å observere en 4.klasse jeg tidligere hadde vært i praksis hos som del av den obligatoriske praksisen i lærerutdanningen. Rekrutteringsmetoden min kan derfor karakteriseres som et tilgjengelighetsutvalg. I et tilgjengelighetsutvalg er rekrutteringen av deltakere både basert på at deltakerne representerer egenskaper som er relevante for problemstillingen, og at de er tilgjengelige for forskeren (Thagaard, 2018, s. 56). Alle på trinnet fikk mulighet til å delta, og datainnsamlingen ble gjennomført med 23 deltakere, 14 gutter og 9 jenter.

I prosessen med å velge ut en klasse å gjennomføre datainnsamling i, var også klassens lærer et sentralt element å ta hensyn til. Etersom jeg ikke skulle lede undervisningsøkten selv, var jeg avhengig av å gjennomføre forskningen i en klasse der en lærer kunne utføre undervisningsopplegget jeg hadde valgt ut. Jeg visste fra før at læreren i denne klassen kjente til den kontekstbaserte metodikken til Catherine Fosnot som undervisningsopplegget tar utgangspunkt i, noe som gjorde det lettere for meg å overlate gjennomføringen av undervisningsopplegget til læreren. At klassens matematikklærer stod for undervisningen, var også med på å gjøre rammene for datainnsamlingen så naturlige som mulig. En presentasjon av undervisningsopplegget til Gravemeijer et al. (2018) som ble benyttet under datainnsamlingen kommer i delkapittel 4.4.

At jeg gjennomførte forskningen i en gruppe jeg kjente fra før var ikke bare motivert av å gjøre rekrutteringsprosessen smidig. Jeg valgte å gjennomføre observasjonen i en gruppe som kjente meg fra før for å gjøre min tilstedeværelse minst mulig distraherende for deltakerne, igjen for å legge til rette for en naturlig setting for datainnsamlingen. For å styrke verdien av deltakende observasjon, vil det i flere tilfeller være metodisk ønskelig med en innledende være-til-stede-periode, slik at observatøren gradvis aksepteres som en del av konteksten (Befring, 2015, s. 72). Ettersom deltakerne hadde opplevd å ha meg med i undervisningssituasjoner tidligere, ble jeg sammen med lærer enig om at en tilvenningsperiode i forkant av datainnsamlingen ikke var nødvendig. Jeg har også forsøkt å være bevisst på at min kjennskap til deltakerne vil kunne få konsekvenser for min tolkning og analyse av dataen, og jeg vil utdype dette ytterligere i kapittel 4.6 som tar for seg kvalitet i forskning.

4.3 Datainnsamling

Dette forskningsprosjektet involverte behandling av personopplysninger i forbindelse med observasjonen. Av den grunn var det nødvendig å få godkjenning fra Sikt før datainnsamlingen kunne gjennomføres (vedlegg 1). Prosjektet involverte også barn som ikke kunne gi et selvstendig informert samtykke til å delta i prosjektet. I forkant av datainnsamlingen ble det derfor delt ut et samtykkeskjema til foresatte som de måtte signere på vegne av sitt barn (vedlegg 2). I skrivet ble det informert om hva forskningsprosjektet gikk ut på, hvordan personopplysninger ble behandlet og hvilke rettigheter deltakere og foresatte hadde. Halvannen uke før datainnsamlingen hadde jeg et møte med læreren for å gå gjennom undervisningsopplegget. Lærer hadde fått tilsendt opplegget i forkant av møtet, og måtte også signere et eget samtykkeskjema før datainnsamlingen.

Datainnsamlingen foregikk over to dager, hvor det hver dag ble holdt to like matematikktimer som begge varte i omtrent én klokke. Læreren hadde i forkant av første økt delt inn deltakerne i to grupper og satt elevene sammen i arbeidspar. Ettersom det var 23 elever som hadde samtykket til å delta i prosjektet, gjennomførte jeg datainnsamling i begge grupper begge dager. Elever som foresatte hadde reservert mot deltakelse, samt elever som ikke hadde levert signert samtykkeskjema, gjennomførte opplegget i et annet klasserom med egen lærer.

Gruppe 1 bestod av fem elevpar som jeg navnga med bokstavene A-E, og gruppe 2 bestod av fem elevpar og en gruppe på tre navngitt med bokstavene A-F. Dag 1 ble det plassert ut

mobiltelefoner for lydopptak på pultene til elevpar B, D og E i gruppe 1, og elevpar A, D og F i gruppe 2. Dag 2 ble det plassert ut mobiltelefoner på pultene til elevpar A, D, E i gruppe 1 og elevpar A, B, C i gruppe 2. Før oppstart dag 1, tipset læreren meg om to-tre grupper det kunne være interessant å ta lydopptak på, men utover dette var de andre plasseringene av mobiltelefonene dag 1 tilfeldig. Dag 2 valgte jeg å beholde lydopptak på noen av de samme gruppene som dag 1, men jeg gjorde også noen bytter. Disse byttene ble gjort noe spontant dag 2, men ble gjennomført på bakgrunn av erfaringer fra dag 1. Jeg brukte også en av mobiltelefonene til å ta lydopptak av oppstarten og plenumsdiskusjonene begge dager. Som tidligere nevnt tok jeg feltnotater underveis i observasjonen. Ettersom det var noen elevpar det ikke ble tatt lydopptak av, passet jeg på å få skrevet ned mer detaljerte notater fra disse parene. Jeg forsøkte også å følge med på hva elevene det ble tatt lydopptak av holdt på med, slik at jeg skulle kunne forstå hva elevene gjorde da jeg hørte på lydopptakene i etterkant. Etter hver økt samlet jeg inn plakatene og diagrammene elevene hadde arbeidet med for å kunne bruke dette som støtte i den kommende analysen av elevenes arbeid.

4.4 Undervisningsopplegget «All about sharks»

Undervisningsopplegget som ble benyttet under datainnsamlingen i denne studien er hentet fra *All About Sharks: Data Representation and Analysis* skrevet av Gravemeijer, van Galen og Fosnot (2018). Undervisningsopplegget strekker seg i utgangspunktet over ti dager, og i datainnsamlingen min ble opplegget for de to første dagene tatt i bruk.

Undervisningsopplegget er designet for å utvide elevenes begynnende ideer og strategier tilknyttet datarepresentasjoner og analyse (Gravemeijer et al., 2018, s. 2). Jeg har valgt å dele inn den videre presentasjonen av undervisningsopplegget i *DAG 1* og *DAG 2*. Alle aktivitetene som presenteres er hentet fra side 12 til 25 i Gravemeijer et al. (2018).

DAG 1

Undervisningsopplegget er knyttet til en konkret kontekst for å levendegjøre datamaterialet for elevene, og i oppstarten av undervisningen dag 1, fortalte læreren følgende til elevene:

Utenfor en liten kystby, der haier aldri hadde vært observert før, ble en hai nylig observert av en gjeng turister på båttur. Haien sirklet rundt båten en stund, slik at turistene fikk sett godt på den. Etter de kom i land, fortalte én av turistene til en journalist at haien var 5¾ meter lang.

For å finne ut hvor lang denne turisten mente haien var, foreslo læreren for elevene at de skulle måle opp $5\frac{3}{4}$ meter i klasserommet. Brøk var ikke noe elevene hadde mye erfaring med fra tidligere, så derfor ble det brukt god tid på dette i introduksjonen. Elevene kom med ulike forslag til hvordan de kunne måle $\frac{3}{4}$ meter, og sammen med læreren målte de opp haiens lengde. Etter de hadde gjort dette fortsatte læreren historien:

Journalisten intervjuet alle turistene som så haien på nært hold, og ba dem anslå hvor lang de mente haien var. Svarene til turistene varierte. Noen sa 5 meter, andre sa 6 meter, og én sa til og med at haien var $7\frac{3}{4}$ meter. Journalisten så på alle svarene turistene hadde gitt, og lurte på hvor lang han skulle rapportere at haien hadde vært.

Læreren viste elevene alle turistsvarene slik de er presentert i undervisningsopplegget (vedlegg 3). Videre fortalte læreren at elevene nå skulle analysere svarene og forsøke å svare på følgende spørsmål: «Hva tror dere haiens lengde mest sannsynlig var?». Hvert elevpar fikk utdelt oppklippede eksemplarer av turistsvarene (vedlegg 3) bestående av 19 lapper, samt blyant, viskelær og et blankt ark i størrelsen A3. Etter elevene hadde begynt å utforske dataen, informerte læreren elevene om at de skulle bruke A3 arket til å vise tankegangen og antagelsen sin. Læreren vandret mellom elevparene, stilte dem spørsmål om hva de tenkte og gjorde, og svarte på eventuelle henvendelser og spørsmål fra elevene. Da alle elevene hadde laget ferdig plakatene sine, ble to og to elevpar satt sammen for å diskutere hva de hadde kommet frem til. Avslutningsvis dag 1, ledet læreren en felles oppsummering der elevene fortalte hva de hadde kommet frem til og hvorfor.

DAG 2

Dag 2 startet læreren økten med å presentere noen av plakatene elevene hadde laget forrige økt. Elevene så på de ulike måtene de hadde valgt å fremstille dataen, og diskuterte styrker og eventuelle utfordringer ved de ulike representasjonene. Videre fortalte læreren at journalisten valgte å fremstille dataen i et «line plot», en form for frekvensdiagram hvor den ene akse viser kategorier eller verdier, og den andre viser frekvenser. I Fosnot et al. (2019/2023) omtaler Heggem og Iversen denne formen for frekvensdiagram som «stabeldiagram», og videre i oppgaven vil jeg selv benytte dette begrepet for å omtale diagrammet elevene arbeidet med dag 2. Læreren viste frem det tomme diagrammet journalisten hadde benyttet seg av (vedlegg 4), og modellerte med *ett kryss*, hvordan journalisten hadde fylt inn turistenes svar. Diagrammets x-akse bestod av en tallinje fra 0-8 som var markert for hver $\frac{1}{4}$ meter. Det var ingen markert y-akse. Læreren fortalte elevene at journalisten, etter å ha fylt ut alle

svarene i stabeldiagrammet, hadde valgt å rapportere at haien mest sannsynlig var 6 meter lang. Elevene ble bedt om å fylle ut diagrammet på samme måte som journalisten, og diskutere hvorfor journalisten valgte å rapportere at haiens lengde mest sannsynlig var 6 meter. I tillegg til blyant og viskelær, fikk elevparene utdelt hvert sitt eksemplar av stabeldiagrammet (vedlegg 4), og ble bedt om å vise tankegangen sin på arket. Dersom et elevpar kom frem til en mulig forklaring på hvorfor journalisten gjorde som han gjorde, ble de utfordret av læreren til å se om de også kunne finne andre mulige forklaringer. Mot slutten av økten, samlet læreren elevene foran tavla og presenterte diagrammene til to-tre elevpar. Dette førte til en plenumsdiskusjon hvor elevene kunne diskutere de ulike forklaringene de hadde kommet frem til.

4.5 Dataanalyse

Analysen i observasjonsstudier er i gang fra datainnsamlingens første sekund, og omfatter alle nivåer av fortolking og bearbeiding av materialet (Fangen, 2010, s. 208). Jeg vil i dette delkapittelet ta for meg den delen av analysen som fant sted etter datainnsamlingen var avsluttet. Ettersom hensikten med denne studien har vært å finne frem til generelle mønstre ved å observere enkelttilfeller, har jeg samlet inn data uten et teoretisk utgangspunkt, for så å knytte empiriske funn til teori i etterkant av datainnsamlingen. En slik tilnærming, fra empiri til teori, betegnes som induktiv (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 27). Datagrunnlaget mitt i denne analysen har vært lydopptakene og feltnotatene mine fra observasjonen. Som nevnt i seksjon 4.2.2 ble også elevenes skriftlige arbeid benyttet som støtte til lydopptakene, for å bedre forstå hva elevene snakket om. Datamaterialet ble analysert etter prinsippene for tematisk analyse som jeg vil gjøre rede for i delkapittelet som følger.

4.5.1 Tematisk analyse

I tematisk analyse ser forskeren etter *tema* i datamaterialet. Disse temaene er grupperinger av data med viktige fellestrekk, og målet med en slik analyse er å bruke temaene til å svare på den aktuelle problemstillingen (Johannessen et al., 2018, s. 279). Ettersom jeg i min forskning har arbeidet ut ifra en relativt åpen problemstilling, falt valget på tematisk analyse da det er en fleksibel tilnærming til kvalitativ analyse. I mitt arbeid med tematisk analyse har jeg tatt utgangspunkt i den stegvise analysemodellen til Johannessen et al. (2018) som igjen baserer seg på Braun & Clarke (2006) sin presentasjon av tematisk analyse. Analysen består av fire steg: forberedelse, koding, kategorisering og rapportering.

STEG 1: FORBEREDELSE

Første steg av en tematisk analyse går ut på å skaffe seg oversikt over dataen man skal arbeide med (Johannessen et al., 2018, s. 283). Det er lettest å følge fremgangsmåten til en tematisk analyse hvis materialet man arbeider med er i skriftform, så det første steget gikk i hovedsak ut på å transkribere lydopptakene fra datainnsamlingen. Samtidig så jeg over feltnotater og elevarbeid mens jeg lyttet til lydfilene. Lydopptakene av elevenes samtaler varierte i varighet og hadde en lengde på mellom 10 og 30 minutter. På lydopptakene snakket elevene både om innholdet i oppgaven og hvordan de skulle løse den, samt hvordan de skulle sortere, dokumentere og presentere funnene sine. I tillegg til å diskutere oppgaven de arbeidet med, hendte det også at elevene mistet fokus eller snakket om andre ting enn oppgaven, og var såkalt *off-task*. Off-task interaksjoner er ikke-faglige interaksjoner og oppførsel som ikke involverer læringsaktiviteten. Off-task interaksjoner i undervisningsøkten trenger ikke stå i veien for læring (Gargroetzi et al., 2019; Langer-Osuna, 2018), men i denne oppgaven var det ikke disse interaksjonene jeg var ute etter å analysere. Jeg lyttet gjennom alle lydopptakene fra datainnsamlingen, og skrev ned tidskoder for når elevene diskuterte og arbeidet med oppgaven. Lydopptakene ble derfor transkribert i flere deler istedenfor å transkriberes i sin helhet fra start til slutt. I transkriberingen ble pseudonymer benyttet for å anonymisere deltakerne i studien. Etersom elevparene allerede var navngitt med bokstaver (A-F), valgte jeg å benytte pseudonymer for hver elev med samme forbokstav som elevparet han eller hun var del av. Dette ble gjort for å gjøre transkriberingen og presentasjonen av resultater mer leservennlig. Elevparene og elevene som trekkes frem i denne oppgaven er navngitt på følgende vis:

ELEVPAR	FIKTIVE NAVN
1A	Ask og Aida
1B	Benjamin og Bine
1D	Dina og Daniel
1E	Emma og Emil
2A	Anna og Adrian
2C	Cato og Carla
2D	Dora og Didrik
2F	Frikk og Felix

Tabell 2 Pseudonymer benyttet i oppgaven

Det elevene sa på lydopptakene er transkribert ordrett, og jeg har ikke gjort endringer i elevenes uttalelser dersom setningene har vært usammenhengende eller ufullstendige. Ettersom elevene ofte pekte på lapper, tegnet på ark og kommuniserte på flere måter samtidig som de snakket til hverandre, var det deler av transkripsjonen som ikke var fullstendig informativ uten tilleggsinformasjon. Informasjon som ikke var del av elevenes tale, men som jeg anså som nødvendig å inkludere for å tydeliggjøre hva elevene snakket om, markerte jeg med hakeparenteser. Det samme gjaldt informasjon om hva elevene gjorde der det var behov for å forklare hva elevene holdt på med samtidig som de snakket. Alle tall og lengder som elevene uttrykte har jeg transkribert som tekst. Størrelser som inngår i en hakeparentes, er skrevet med tall. Under presenteres et utdrag for å vise hvordan transkripsjonen så ut:

DORA OG DIDRIK

[Undersøker de ulike svarene turistene har kommet med]

Dora: Jeg tenker kanskje den med seks meter. Men det var nitten ... på båten. Men ingen vet hvilken som er riktig.

Dora: Altså jeg tenker at det er kanskje seks meter da.

Didrik: Men haien kan jo også være seks og en ...

Dora: Seks og en halv.

Didrik: Ja.

Figur 1 Eksempel på transkribering av lydopptak fra datainnsamling.

For å vise at to uttalelser ikke kom direkte etter hverandre på lydopptakene, har jeg benyttet følgende tegn: ---. Markeringen indikerer at det mellom to transkriberte uttalelser foregikk annen prat eller andre hendelser som ikke ble inkludert i transkripsjonen. Etter lydopptakene var ferdig transkribert, hadde jeg et godt grunnlag for å sette i gang med neste steg, koding.

STEG 2: KODING

Koding handler om å fremheve viktige poenger i dataen, generere ny og dypere innsikt og tilrettelegge dataen for videre kategorisering (Johannessen et al., 2018, s. 284). Jeg analyserte den transkriberte dataen og markerte det jeg opplevde som viktige elementer. I tillegg til å gjøre markeringer i teksten, skrev jeg også stikkordsoppsummeringer i marginen fortløpende som sa noe om hvorfor jeg hadde valgt å fremheve disse aspektene. Jeg forsøkte å stikkordsoppsummere dataen på en datanær måte ved å bruke stikkord som i stor grad

gjenspeilet innholdet i dataen jeg analyserte. Ved å oppsummere dataen på denne måten får man enklere øye på nyanser og distinksjoner i dataen, samtidig som man legger godt til rette for neste steg i analyseprosessen (Johannessen et al., 2018, s. 290).

FINNE LAVESTE OG HØYESTE VERDI	Frikk: Okey, okey, okey ... <i>Her er fem, det er det laveste. Også prøver jeg bare å finne det høyeste tallet.</i> Felix: Høyeste tallet er sju.
FINNE MIDTEN	Frikk: Ja, der har vi det høyeste og det laveste, hva er halv ... halv ... <i>hva er midt imellom der da?</i>

Figur 2 Eksempel på koding og stikkordsoppsummering

STEG 3: KATEGORISERING

Etter koding er neste steg i analysen kategorisering. I motsetning til Braun og Clark (2006) som har delt inn tematisk analyse i totalt seks steg, har Johannessen et al. (2018) samlet de tre stegene *searching for themes*, *reviewing themes* og *defining and naming themes* til ett steg. I denne fasen sorteres dataen i mer overordnede kategorier, også kalt temaer, for å se hvordan dataen kan settes sammen til en større helhet (Johannessen et al., 2018, s. 294). Dataen kan ofte kategoriseres på flere ulike måter, noe som kan gjøre denne fasen utfordrende.

Johannessen et al. (2018) skriver at man kan tenke på kategoriene som bokser, der hver boks gis en merkelapp for å definere hva dataen i samme boks har til felles. I arbeidet med å kategorisere dataen og navngi boksene, spiller ofte forskningsspørsmålene en avgjørende rolle da disse beskriver hva vi ønsker svar på i forskningsarbeidet (Johannessen et al., 2018, s. 296). Etersom jeg ikke har andre forskningsspørsmål i denne oppgaven enn oppgavens problemstilling, har jeg bare sett på fellestrekk i den analyserte dataen for å lage kategorier. Dette ga meg mulighet til å fokusere på hva den empiriske dataen fortalte, fremfor å lete etter bevis på allerede definert teori eller teoretiske rammeverk i dataen. Denne måten å kategorisere dataen på er i tråd med induktiv metode.

Første gang jeg kategoriserte det kodede datamaterialet, endte jeg opp med fire hovedkategorier: *Elevløsninger*, *sikkerhet og usikkerhet*, *kritiske holdninger* og *regning*. Etter denne inndelingen analyserte jeg kategoriene mine, og kom frem til at kategorien «regning» var noe ustrukturert og vag i forhold til de andre kategoriene. Jeg gjennomførte derfor en ny analyse av den kodede dataen, og vurderte det mer hensiktsmessig å plassere innholdet fra denne fjerde kategorien inn i de tre andre kategoriene.

Etter denne endringen ble gjort, syntes jeg kategoriene ble tydeligere og mer solide, og jeg endte derfor på tre hovedkategorier. Jeg vil videre gjøre rede for hva jeg la til grunn for å plassere dataen i de ulike kategoriene.

I kategorien «elevløsninger» plasserte jeg alle elevutsagn og samtaler som dreide seg om hva elevene brukte som utgangspunkt for sine resonnement for å løse haioppgavene. Etter jeg hadde laget meg en oversikt over alle deler av transkripsjonen som passet inn i denne kategorien oppdaget jeg at funnene igjen kunne deles inn i to underkategorier; statistisk data og kontekstuell kunnskap. I underkategorien «statistisk kunnskap» plasserte jeg resonnement knyttet til elevløsninger som baserte seg på datamaterialet elevene hadde tilgjengelig. Det vil si utsagn som dreide seg om verdiene i datasettet, hvilken rolle de spilte i forhold til hverandre og hvordan denne informasjonen kunne benyttes i arbeid med oppgavene.

Underkategorien «kontekstuell kunnskap» omhandler de delene av elevenes resonnement som tok utgangspunkt i hai-konteksten som oppgavene baserte seg på. Det kan diskuteres om all den kontekstuelle informasjonen elevene benyttet seg av kan klassifiseres som *kunnskap* ettersom mye av det var antagelser og forestillinger elevene kom opp med for å styrke eller bygge argumentasjon. Det varierte hvorvidt denne tilleggsinformasjonen var basert på faktainformasjon eller fantasi, men jeg velger likevel å behandle det som kontekstuell kunnskap ettersom det for elevene var antagelser som opplevdes sanne nok til å bygge argumentasjon og løsninger på. Det var også noen elevløsninger jeg ikke syntes det var naturlig å plassere under verken «statistisk data» eller «kontekstuell kunnskap», men som jeg likevel ønsket å plassere i kategorien «elevløsninger». Til disse laget jeg en egen underkategori med tittelen «finne tall som passer». Her plasserte jeg to episoder, hvor elevene lette etter sammenhenger i datamaterialet uten å se på hvilken rolle disse tallene spilte i datasettets helhet eller hvor i konteksten tallene var hentet fra. Hovedkategorien «sikkerhet og usikkerhet» rommer elevutsagn og resonnement, som i ulik grad uttrykte elevenes sikkerhet eller usikkerhet rundt det de sa. Jeg fant det ikke like naturlig å dele denne kategorien inn i tydelige underkategorier, men sorterte likevel utsagn som liknet hverandre sammen for å få en oversikt over variasjonen av utsagn. Denne sorteringen hjalp meg å finne ut hvordan jeg kunne presentere funnene i neste steg på en oversiktlig måte. Også i hovedkategorien «kritiske holdninger» ble funnene sortert for å legge til rette for at de i neste steg kunne rapporteres og presenteres som resultater. I denne kategorien plasserte jeg situasjoner hvor elevene på forskjellige måter uttrykte kritiske holdninger til arbeidet de holdt på med.

STEG 4: RAPPORTERING

Rapportering innebærer å skrive frem analysens funn i oppgavens resultatdel (Johannessen et al., 2018, s. 301). Resultatdelen baseres på temaene som er identifisert i løpet av analysearbeidet, og skal presentere funn som igjen kan gi svar på problemstillingen man har arbeidet ut fra. At analysens funn skal presenteres betyr ikke nødvendigvis at *all* data skal gjengis. Det innebærer derimot at utdrag som støtter viktige poenger, blir presentert for leseren (Johannessen et al., 2018, s. 303). I rapporteringsfasen har jeg derfor gjort et utvalg av funn basert på hva jeg ønsker å trekke frem for å svare på oppgavens problemstilling. Resultatene består både av situasjonsbeskrivelser og utdrag fra transkripsjonen som jeg har valgt å kalle *Eleveksempler*. Jeg har forsøkt å strukturere resultatkapittelet systematisk ved å presentere funnene for én og én kategori av gangen. Noen av elevenes utsagn passet inn i mer enn én hovedkategori, da de inneholdt flere karakteristiske elementer. Kategoriene har derfor en viss grad av overlapp, noe jeg anser som naturlig siden de belyser ulike aspekter ved de samme hendelsene. Til tross for dette har jeg valgt å kun presentere hvert elevksempel under én kategori for å sikre en oversiktlig presentasjon av resultatene. I introduksjonen til resultatkapittelet vil det bli gitt en mer detaljert beskrivelse av hvordan resultatene er presentert.

4.6 Kvalitet i forskning

Forskningens kvalitet kan ikke utelukkende knyttes til resultatet forskeren kommer frem til, da et forskningsresultat kan bli utfordret gjennom bruk av andre perspektiver og metoder eller ny kunnskap. Forskningens kvalitet må derfor i all hovedsak bestemmes ut fra hvordan kunnskapen er produsert (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 219). Gyldighet (validitet), pålitelighet (reliabilitet), og generaliserbarhet benyttes ofte som tre indikatorer på kvalitet i forskning (Tjora, 2021, s. 259). I dette delkapittel vil jeg se på de tre indikatorene i lys av min egen forskning og diskutere deres relevans.

Gyldighet omhandler hvorvidt svarene man finner i egen forskning faktisk er svar på spørsmålene man forsøker å stille (Tjora, 2021, s. 260). Gyldigheten kan styrkes gjennom å tydeliggjøre hvordan forskningen er praktisert ut fra spørsmålene som er stilt, og ved å redegjøre for valg som er tatt hva gjelder datagenereringsmetoder og analyse (Tjora, 2021, s. 262). Jeg har i dette metodekapittelet forsøkt å gjøre rede for hvordan forskningen min er gjennomført på en ryddig, åpen og oversiktlig måte, og jeg er ikke av den oppfatning at en annen metode ville gitt bedre forutsetninger for å svare på oppgavens problemstilling. I denne studien har jeg vært interessert i elevenes resonnering, og jeg synes observasjon har vært en

egnet metode for å få innsikt i dette. Ettersom deltakerne i studien min er elever på småtrinnet, er jeg usikker på om jeg ville fått bedre innsikt i temaet ved å kombinere observasjonene mine med intervju. Jeg har vært interessert å finne ut at hva elevene gjør, ikke hva de hevder at de gjør. Det er også usikkert om elevene hadde vært i stand til å snakke om og reflektere over sin egen resonnering på et nivå som hadde bidratt til å gi meg dypere innsikt rundt temaet. En annen mulighet hadde vært å intervju læreren. Selv om dette kunne gitt interessante synspunkter og vinklinger, ville et lærerintervju vært med på å rette oppgavens fokus mot læreren fremfor elevene, og det er ikke hva jeg har vært interessert i å forske på i denne studien. En studies gyldighet kan også styrkes gjennom å vise et bevisst forhold til aktuelle teorier og perspektiver samt tidligere forskning som er gjennomført innenfor samme felt som egen forskning (Tjora, 2021, s. 262). I oppgavens drøftingskapittel har jeg forsøkt å sammenstille funn fra egen datainnsamling med funn fra forskning på relaterte felt for å aktualisere egne forskningsresultater.

Tradisjonelt har pålitelighet i forskning omhandlet hvorvidt resultatene kan reproduseres av andre. Ettersom møtet mellom forskeren og forskningsfeltet vil fortone seg forskjellig fra én studie til en annen, vil en kvalitativ studie, i motsetning til en kvantitativ, være vanskelig å reprodusere (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223). En annen måte å gjøre rede for pålitelighet i forskning er ved å knytte den til nøyaktigheten av forskningens data; hvilken data som brukes, hvordan den er samlet inn og hvordan den bearbeides (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 23). Ved å gjøre dette synliggjør forskeren forskningsprosessen slik at andre kan reflektere over den og ta stilling til forskningens kvalitet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 224). Datagrunnlaget for denne studien er i hovedsak primærdata i form av lydopptak. Primærdata er data som i den grad det er mulig, er adskilt fra forskerens fortolkninger (Thagaard, 2018, s. 188). I stedet for å basere funnene mine på feltnotater, preget av mine egne gjengivelser av utsagn og hendelser, er de i hovedsak basert på lydopptak som gir tilgang til elevenes samtaler eksakt slik de slik de foregikk. Feltnotater og elevens arbeid ble brukt som supplerende datakilder. Et særlig sårbart forhold i kvalitative studier gjelder utvelgelse og presentasjon av funn, og hva funnene som er presentert i studien presenterer i forhold til funnene som ikke er lagt frem (Tjora, 2021, s. 263). I prosessen med å velge ut hvilke funn som skulle presenteres i oppgaven, forsøkte jeg å sette sammen funn som til sammen presenterte variasjonen i elevens arbeid med statistikk. I tillegg til å vektlegge variasjonen i elevens arbeid, har målet vært å gi et helhetlig bilde av hva som ble observert i løpet av datainnsamlingen. Observasjonsstudier preges av relasjoner mellom forsker og

forskningsdeltakere, og i en slik relasjon vil mennesker tilpasse sin atferd til hverandre (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 225). Som jeg påpekte tidligere i metodekapittelet har jeg forsøkt å være bevisst det faktum at min kjennskap til deltakerne har kunnet påvirke min tolkning og analyse av dataen. Selv om jeg har prøvd å være objektiv i min tolkning av deltakernes handlinger og utsagn, er jeg klar over at min forforståelse påvirker hvordan jeg har oppfattet og behandlet datamaterialet mitt. For å redusere forskningseffekten så langt det har latt seg gjøre, har jeg forsøkt å gjennomføre datainnsamlingen i en så naturlig setting som mulig for deltakerne. Likevel er jeg klar over at min tilstedeværelse under observasjonen kan ha påvirket deltakernes atferd og dermed påvirket resultatene mine.

I hvilken grad funn fra én kontekst kan overføres til en annen sier noe om en studies generaliserbarhet. De fleste forskningsprosjekter har, enten implisitt eller eksplisitt, en intensjon om å være generaliserbare og gyldige utover akkurat det som er studert (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 238). I denne kvalitative studien har jeg arbeidet induktivt ut fra en relativt åpen problemstilling, uten å benytte ytterligere forskningsspørsmål. Det er derfor lite sannsynlig at andre ville oppnå nøyaktig samme resultater ved å ta utgangspunkt i samme problemstilling. Dette fordi det er opp til forskeren å avgjøre hvordan dataen kategoriseres og forstås med utgangspunkt i hva som er observert. Som tidligere nevnt kjennetegnes kvalitative studier ved unike møter mellom forsker og forskningsfelt. Derfor vil generaliserbarhet i en kvalitativ kontekst gjerne være knyttet til hvorvidt studien er gjenkjennbar (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 238). For at studien skal kunne være gjenkjennbar, har jeg forsøkt å redegjøre for min egen forskning og forskningsprosess på en måte som gjør det mulig å se en sammenheng mellom studiens funn og andre lignende situasjoner.

4.7 Forskningsetiske betraktninger

For å bidra til at forskningsprosessen gjennomføres på en verdig og forsvarlig måte, skal forskning forankres i anerkjente etiske prinsipper (Befring, 2015, s. 28). Jeg vil i dette delkapittelet gjøre rede for de etiske betraktningene jeg opplever som mest relevante for studien jeg har gjennomført.

«Et av forskningsetikkens grunnleggende prinsipper består i at all deltakelse skal bygge på samtykke, og at dette samtykket skal være gitt på et fritt, informert og forstått grunnlag» (Befring, 2015, s. 31). I forkant av datainnsamlingen fikk alle foresatte utlevert et informasjonsskriv med informasjon om prosjektet samt et samtykkeskjema for å godkjenne

barnets deltakelse. Både foresatte og barn har når som helst, uten å oppgi grunn, hatt mulighet til å trekke seg fra prosjektet. Som det også fremkommer i samtykkeskjemaet (vedlegg 2), har alle personopplysninger blitt håndtert konfidensielt i samsvar med personvernregelverket. I forkant av datainnsamlingen var alle aktører kjent med forskningens formål og rammer. Selv om åpen observasjon påvirker forskningseffekten i større grad enn skjult observasjon, der studieobjektene ikke kjenner til formålet med forskningen, har åpen observasjon færre etiske betenkeligheter (Kvarv, 2021, s. 173). I samtykkeskjemaet ble det informert om at forskningens formål var å undersøke hva som karakteriserer elevenes arbeid med statistikk. Under oppstarten av undervisningen den første dagen med datainnsamling, presenterte jeg meg for klassen og gjentok formålet med min tilstedeværelse. Alle elevene virket å være innforstått med hvorfor jeg var til stede. «Et viktig etisk aspekt er knyttet til hvordan man håndterer data som genereres, spesielt dersom man benytter opptak av lyd og/eller bilde/video» (Tjora, 2021, s. 96). Lydopptak ble gjort ved hjelp av mobiltelefon og applikasjonen *Nettskjema Diktafon*. Lydfilen ble sendt i kryptert form direkte til sikker server for *Nettskjema* ved Universitetet i Oslo som Høgskolen i Innlandet har databehandleravtale med (Høgskolen i Innlandet, u.å.). Et annet prinsipp for etisk forsvarlig forskning er kravet om konfidensialitet. Personlige opplysninger skal anonymiseres og pseudonymer eller kodennummer skal anvendes i transkripsjon av innsamlet data (Thagaard, 2018, s. 24). Lydopptakene fra datainnsamlingen ble transkribert kort tid etter datainnsamlingens slutt, og det var det transkriberte datamaterialet som ble benyttet i analysearbeidet. I transkripsjonen ble deltakernes navn erstattet med en kode lagret på en egen navneliste adskilt fra øvrige data, og alle navn i oppgaven er pseudonymer.

5 Resultater

Dette kapitlet vil presentere funn fra analysen som er gjennomført med utgangspunkt i datamaterialet fra datainnsamlingen. Resultatkapitlet vil presentere hovedfunn og utdrag som støtter viktige poenger i prosessen med å skulle svare på oppgavens problemstilling: *Hva karakteriserer 4.klassingers statistiske resonnering?* Drøfting av funnene vil foregå i kapittel 6. Kapitlet er strukturert etter hovedkategoriene som kom frem av analysen, og vil ta for seg følgende tre hovedkategorier:



Figur 3 Hovedkategorier fra analysen

I kapitlet vil det presenteres konkrete elevksempler fra totalt åtte elevpar. Oversikt over hvilke navn som hører til hvilket elevpar finnes i *Tabell 2* i delkapittel 4.5.

5.1 Elevløsninger

Både da elevene selv skulle finne ut hvor lang de mente haien var og da de skulle finne svar på hvorfor journalisten valgte å rapportere at haien var 6 meter, varierte det hvorvidt elevene valgte å begrunne resonnementene sine i statistisk data eller ikke. Dette delkapitlet er derfor delt inn i to underkategorier; statistisk data og kontekstuell kunnskap. Funnene i disse to underkategoriene er videre delt inn i *dag 1* og *dag 2*. Mot slutten av kapitlet presenteres også en tredje underkategori med tittelen «finne tall som passer».

5.1.1 Statistisk data

DAG 1

I arbeidet med hai-oppgaven, brukte elevene i varierende grad den statistiske dataen de hadde tilgjengelig for å trekke slutninger. Dag 1 var den statistiske dataen elevene hadde tilgang på lappene med turistenes svar (vedlegg 3). Da elevene skulle finne ut hva de mente var den mest sannsynlige lengden på haien dag 1, endte samtlige elevpar opp med å svare at haien mest sannsynlig var $6\frac{1}{4}$ meter lang. Alle elevparene valgte å begrunne svaret sitt med at det var den lengden flest turister hadde svart, og elevpar 1E var et av parene som tidlig i arbeidet med å bestemme lengden på haien, valgte å se på hva flertallet hadde svart.

EMMA OG EMIL

[Teller opp hvor mange som har svart de ulike lengdene]

Emil: Det er sikkert seks en fire.

Emma: Ja, mhm. Siden det er ...

Emil: For det er mest som trodde det.

Emma: Ja.

Emil: Flertallet bestemmer.

Emma: Vent se nå ... vent litt ... Vi samler de opp også lager vi en liten sånn tallinje på en måte.

[Lager en tabell med oversikt over hvor mange som har svart de ulike lengdene]

Emil: Den var det flest. [6 ¼]

Emma: Det var det vi trodde. Ja, så det var flest personer, hvis du ser så er det flest personer som har tatt seks en slash fire.

Eleveksempel 1

Elevpar 2A sorterte lappene med haiens antatte lengde fra kortest til lengst i en rekke på pulten, og la de lengdene det var flere av etter hverandre i rekken.

ANNA OG ADRIAN

Adrian: Den som er mest av tror jeg faktisk er riktig, høres ikke det riktig ut?

Anna: Ja ... Oi, det er fem sånne her. [6 ¼]

Adrian: Det her var en ganske god måte vi lagde ...

Anna: Ja! Vi er smarte.

Eleveksempel 2

Som nevnt, var det ikke bare elevparene 1D og 2A som valgte å estimere haiens lengde basert på flertallets svar. Alle elevparene konkluderte med at 6¼ meter var den mest sannsynlige lengden på haien, da dette var det svaret som flertallet av turistene hadde gitt. Elevene brukte også annen informasjonen de kunne hente ut fra datamaterialet for å avvise at haien kunne ha andre lengder. Elevpar 1D bestemte seg tidlig for at haien ikke kunne ha vært 7 meter lang,

og brukte også tallmaterialet til å definere innenfor hvilket område haiens lengde måtte befinne seg.

DINA OG DANIEL

Dina: Siden det laveste er fem og høyeste er sju, så mest sannsynlig er det noe mellom fem og sju. Siden alle har enten svart noe med fem eller noe med seks eller noe med sju.

Daniel: Det er bare én sjuer da.

Dina: Ja, det er det. Så mest sannsynlig er det ikke sju siden det er nesten ingen som har svart sju bortsett fra én.

Daniel: Da kan vi ta bort sju.

Dina: Ja, da vet vi at det er ikke sju siden det er veldig rart hvis alle andre har svart det og så er det én som har svart sju, så er det mest sannsynligvis noe her [snakker om de andre lappene].

Daniel: Da kan vi jo ta å telle de andre da.

[Begynner å telle opp hvor mange som har svart de ulike lengdene]

Eleveksempel 3

I tillegg til å finne ut hva flest og færrest hadde svart, brukte tre elevpar datamaterialet til å anslå hvilken størrelse som lå i midten av alle verdiene. Elevparene som gjorde dette hadde funnet ut at $6\frac{1}{4}$ meter var det flest turister hadde svart, men brukte det å finne midten som en supplerende metode for å anslå haiens lengde. Ett av elevparene som gjorde dette var 2F.

FRIKK OG FELIX

Frikk: Okey, okey, okey ... Her er fem, det er det laveste. Også prøver jeg bare å finne det høyeste tallet.

Felix: Høyeste tallet er sju.

Frikk: Ja, der har vi det høyeste og det laveste, hva er halv ... halv ... hva er midt imellom der da?

Frikk: Jeg tipper ... for det første er det er flest som har det [$6\frac{1}{4}$], pluss at det er i midten.

Frikk: Seks er i midten av fem og syv, men siden det er det [$7\frac{3}{4}$], må det være litt mer, og ja, tjuefem centimeter mer.

Eleveksempel 4

Hos de to andre parene som også snakket om at $6\frac{1}{4}$ var i midten kom utsagnene «*Den er midt mellom den og den [5 og $7\frac{3}{4}$], den er minste, den er høyeste, den er midt imellom*» og «*Vi valgte det, fordi det er midt mellom alle svarene, sånn cirka midt imellom*». Ingen av de tre parene viste noen utregning eller annen fremgangsmåte for å finne midten utover det som kommer frem av utsagnene over.

DAG 2

Dag 2 var det også flere eksempler på at elevene benyttet seg av den statistiske dataen de hadde tilgjengelig for å trekke slutninger, men denne dagen var det større variasjon i hvordan de brukte dataen. Elevene fikk utdelt et tomt stabeldiagram der det var inkludert en nummerert x-akse, men ikke tegnet inn noen y-akse (vedlegg 4). Elevene skulle overføre dataen for haiens lengde til stabeldiagrammet, og sette kryss for hvert svar turistene hadde gitt. I tillegg skulle de diskutere hvorfor journalisten valgte å si at haien var 6 meter og ikke $6\frac{1}{4}$ meter som flest turister hadde svart.

Elevpar 1E, som dag 1 hadde sett at flest svarte $6\frac{1}{4}$, valgte å utvide fokuset sitt og se på hva *nest flest* turister hadde svart. Ved å studere den grafiske fremstillingen, innså de at $5\frac{3}{4}$ og 6 meter var de lengdene som nest flest turister hadde svart, og de diskuterte om journalisten kunne ha valgt 6 meter fordi det var lengden som hadde de to mest svarte lengdene ved siden av seg. Til informasjon hadde elevpar 1E telt både $5\frac{3}{4}$ og 6 én gang for mye da de skulle sette kryss i stabeldiagrammet, og endte derfor opp med at disse verdiene hadde fire kryss hver. Selv om begge verdiene i utgangspunktet skulle hatt tre kryss hver dersom opptellingen hadde vært korrekt, ville $5\frac{3}{4}$ og 6 fortsatt vært verdiene med nest flest svar, og elevene ville kunne brukt samme resonnement.

EMMA OG EMIL

Emil: Den [6] er omringet av fire [kryss] her, som er en av de største, og fem [kryss] her, som er den største. Og da er det her den i midten, og det er mest sannsynlig for den, fordi det er de to største som er nærmest den. Så derfor tror han [journalisten] at det er den.

Eleveksempel 5

For å forsøke å finne ut hvorfor journalisten endte på 6 meter, valgte elevpar 1D å sette inn alle svarene i en tabell. De rundet av alle lengder til nærmeste hele tall for å se hvilken kolonne flest svar havnet innenfor. Størrelser som inneholdt $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{2}$ ble rundet ned til nærmeste heltall, og $\frac{3}{4}$ ble rundet opp. Etter elevpar 1D hadde laget tabellen sin og

konkludert med at flest svar havnet i kolonnen med 6 meter, kom læreren bort og spurte hvor lang *de* trodde haien var nå som de hadde sortert tallverdiene på en annen måte enn det de gjorde dag 1.

DINA OG DANIEL

Dina: Vi tror det er seks meter eller seks og en kvart meter, vi klarte ikke helt å bestemme oss. Men vi er veldig sikre på at det må være noe med seks.

Lærer: Ja, ikke sant. Og hvorfor det?

Dina: Fordi at det er flest ...

Daniel: Flertallet har stemt ...

Dina: ... stemt på noe med seks.

Daniel: Nærmest seks.

Eleveksempel 6

Da elevene fikk se dataen presentert i et diagram var det også flere par som kommenterte at $7\frac{3}{4}$ skilte seg fra de andre størrelsene. Flere hadde allerede kommentert dag 1 at $7\frac{3}{4}$ meter var en usannsynlig lengde på haien ettersom det bare var én som hadde svart det. Da elevene så alle svarene i stabeldiagrammet, ble det tydelig for dem at $7\frac{3}{4}$ ikke bare skilte seg ut fordi det var få som svarte denne lengden, men også fordi det var en verdi som tydelig skilte seg fra de andre i avstand på tallinjen.

EMMA OG EMIL

Emil: Jeg føler at den der er så ensom. [$7\frac{3}{4}$]

Emma: Ja, den er jo ikke akkurat med de andre så ...

Eleveksempel 7

FRIKK OG FELIX

Lærer: Jeg hørte dere sa at «den der er så irriterende», hva var irriterende?

Frikk: Den. [Krysset til $7\frac{3}{4}$]

Lærer: Ja, den som er sju og trekvart?

Frikk: Ja, fordi den var så langt unna, tre kryss unna de andre.

Eleveksempel 8

Det nederste eksempelet hvor Frikk forklarte hvorfor han syntes at $7\frac{3}{4}$ var irriterende, kom fra Frikk og Felix sin oppdagelse av at alle de andre verdiene lå sammen i det guttene selv valgte å omtale som en klynge. De to guttene brukte ordet klynge for å definere alle verdiene med kryss som lå sammen på tallinja, og var eneste elevpar som brukte et eget ord for å definere dette. Med «*tre kryss unna*» henviste Frikk til at det var tre verdier på tallinja uten kryss som skilte klyngen og $7\frac{3}{4}$. Disse tre verdiene var henholdsvis 7, $7\frac{1}{4}$ og $7\frac{1}{2}$. Forklaringen guttene kom frem til var at journalisten kanskje valgte å se bort fra $7\frac{3}{4}$ fordi den var så langt unna, og da ble 6 mer i midten av klyngen enn $6\frac{1}{4}$.

To grupper kommenterte at det var rart at tallinja gikk fra 0 - 8 meter når de bare hadde satt kryss ved lengder fra 5 - $7\frac{3}{4}$ meter i utfyllingen stabeldiagrammet, men ingen av elevparene brukte disse oppdagelsene videre i utforskningen sin. Én gruppe forsøkte også å dele tallinja inn i to halve, og deretter fire kvarte, og svarte at journalisten sikkert rapporterte at haien var 6 meter fordi det lå på en av strekene som delte inn tallinja i fire.

5.1.2 Kontekstuell kunnskap

I tillegg til å bruke den statistiske dataen de hadde tilgjengelig, valgte elevene også å benytte seg av kontekstuell kunnskap eller kontekstuelle antagelser i sine svar. Hva denne kontekstuelle kunnskapen bunnet i varierte, og kunne dreie seg om hva de kunne om haier fra før, hvordan de oppfattet konteksten med turistbåten eller hva de trodde journalisten tenkte.

DAG 1

I *Eleveksempel 1* ble elevene i elevpar 1E enig om at haien mest sannsynlig var $6\frac{1}{4}$ meter da det var den lengden flest turister hadde svart. I etterkant av dette oppsto det likevel en diskusjon mellom elevene om hvorvidt haien kunne være lengre enn det de trodde.

EMMA OG EMIL

Emil: Kanskje alle andre hadde feil også var det sju?

Emma: Jeg tror ikke det.

Emil: Hvordan vet du det?

Emma: Det var én som stemte på sju, og det er veldig langt. Så du hvor langt fem meter er? [Henviser til da lærer målte opp $5\frac{3}{4}$ i klasserommet]

Emil: Ja jeg vet, det var ganske langt, så det kan hende det var den [$6\frac{1}{4}$] for jeg tror ikke haien var noe mye større enn det.

Emma: Det kommer an på hvilket land det var i.

[Elevene spør læreren hvilket land haien ble sett i, og får til svar at det var i USA]

Emil: Så hvis det var i USA ... I USA vet jeg at det ikke er så veldig store haier tror jeg.

Emma: Og da kan det umulig være sju meter.

Emil: Jeg tror ikke det er så store haier i USA, ikke sju.

Eleveksempel 9

At 7 meter var for langt for en hai var et argument som ble brukt av flere grupper for å avvise at $7\frac{3}{4}$ kunne være korrekt lengde på haien. Et elevpar ble også enig om at 5 meter kunne være en «babyhai», $7\frac{3}{4}$ meter kunne være en «voksenhai», og at det var lite sannsynlig at turistene så en «babyhai» eller en «voksenhai». Derfor kunne de utelukke at haien kunne ha hatt disse lengdene.

DAG 2

Dag 2 var det også eksempler på at elevene lente seg på kontekstuell kunnskap eller kontekstuelle antagelser. I motsetning til dag 1, ble ikke konteksten bare brukt for å avvise andre muligheter, men også for å danne utgangspunkt for elevens svar. Denne dagen var det enkelte elevpar som nesten utelukkende tok utgangspunkt i konteksten da de skulle diskutere hvorfor journalisten valgte å si at haien mest sannsynlig var 6 meter.

Elevpar 2C var et av parene som i hovedsak lente seg på konteksten. De var opptatt av at journalisten kanskje visste noe om haitypen som turistene hadde sett, og at dette påvirket journalistens valg.

CATO OG CARLA

Carla: Kanskje han [journalisten] tenker at ofte så pleier haiene å være seks, cirka seks meter.

Cato: Han tenkte kanskje sånn at liksom hvilken hai var vanlig sånn størrelse.

Carla: Ja, fordi det er ofte at haiene er seks meter, og det kan hende at ... Vi kan si at det er vanlig at haier er det.

Carla: Journalisten tror kanskje at det er seks meter, mens vi alle tror jo seks og en kvart her. Men seks og en kvart, går det kanskje ikke an for en hai? Så kanskje han tror at ... ikke at det kan bli akkurat sånn seks og en kvart akkurat.

Cato: Så da kan vi skrive kanskje han tenker likt med de som stemte for seks meter?

Eleveksempel 10

Også elevpar 1B diskuterte om journalisten kunne ha bestemt seg for å ikke bruke kvarte og halve størrelser, og kom med følgende forslag i samtale med læreren:

BENJAMIN OG BINE

Benjamin: Kanskje turistene regnet med finnene og ... med finnene som han [haien] har på ryggen. Og da ble det kanskje en kvart. Og at journalisten, liksom, han sa sånn cirka seks for han kanskje ikke hadde lyst til å regne kvarte og en halv.

Lærer: At han ville regne med hele tall?

Benjamin: Ja.

Eleveksempel 11

5.1.3 Finne tall som passer

Da elevene dag 2 skulle diskutere hvorfor journalisten valgte å rapportere at haien var 6 meter, forsøkte noen elever å se etter tall i stabeldiagrammet som passet til svaret de ønsket å finne. I motsetning til elevene som så på hvilken rolle verdiene spilte i datasettet eller hva i konteksten som kunne være årsaken til journalistens valg, valgte disse elevene å benytte egne tallsammenhenger som utgangspunkt for sine resonnement. At tre turister hadde svart at haien var 6 meter, og at dette igjen førte til at det ble satt tre kryss på 6 metersmerket på tallinja, var noe elevpar 1A la merke til og arbeidet ut fra.

ASK OG AIDA

Aida: Jeg tror, eller ... det her kan kanskje være svaret, men jeg vet ikke helt, men. Fordi seks, hvis man tar vekk tre, så blir det tre, og det er tre som har stemt på seks! Og det dobbelte av tre er seks.

Aida: Jeg tror at han valgte seks, fordi det er tre personer som stemte på seks, og det dobbelte av tre er seks.

Eleveksempel 12

Også Dora og Didrik i elevpar 2D var opptatt av denne sammenhengen, og tegnet en hai som var 6 meter lang på tallinja. Ved siden av tegningen skrev de «*Vi tror at han delte den i 2 like deler fordi han sier at det er 6 meter og at halvparten av 6 er 3*». I forklaringen refererte ordet *han* til journalisten.

5.2 Sikkerhet og usikkerhet

I arbeidet med å trekke uformelle slutninger, varierte elevenes utsagn med hensyn til hvilken grad av sikkerhet og usikkerhet de uttrykte. Hva elevene uttrykte at de *visste* var ofte knyttet til faktainformasjon elevene hadde tilgjengelig i datamaterialet, og som de brukte i arbeidet med å trekke slutninger. Et eksempel på dette var elevpar 1D som i diskusjonen rundt hvordan de skulle få oversikt over turistenes svar, etablerte at de *visste* hvor mange svar det var totalt.

DINA OG DANIEL

Dina: Skal vi sortere de?

Daniel: Nei, telle de.

Dina. Ja, men vi vet jo at det er atten svar. Vi sjekker hvor mange som har gjort hva.

Eleveksempel 13

Til informasjon var det totalt 19 svar, selv om Dina sa at det var 18, for elevene hadde mistet en lapp på gulvet som ikke ble med i den første tellingen. Andre utsagn som gikk igjen blant flere elevpar knyttet til hva de *visste* var: «*Vi vet at flest turister svarte seks og en kvart*» og «*Vi vet at det minste svaret er fem*».

Det var også et tilfelle hvor en elev utfordret samarbeidspartnerens påståelighet knyttet til hvilke lengder de *visste* at haien ikke kunne ha hatt.

EMMA OG EMIL

Emil: Vi vet at det ikke kan være den, ikke den, i hvert fall ikke den, ikke den, ikke den.

[Viser til lengder som få turister har svart]

Emma: Åssen vet du det?

Emil: Godt spørsmål.

Emma: Haha, nettopp.

Eleveksempel 14

Eksemplene over viser utsagn knyttet til hva elevene mente de visste, men de fleste av elevenes utsagn i løpet av de to dagene var mer nyanserte og baserte seg som regel på en grad av sannsynlighet. Ordet *sannsynlig* gikk igjen i resonnementene til mange elevparene, og ble brukt til å uttrykke både hva som var mest og minst sannsynlig.

DINA OG DANIEL

Dina: Det er mest sannsynligvis dette [6 ¼], siden hvis det er flere som har sett det her, så er det jo mest sannsynligvis det. Så skal vi gå for den?

Eleveksempel 15

Flere elever viste også en bevisst holdning til at konteksten gjorde det vanskelig å vite med sikkerhet hva som var riktig svar. De visste at turistenes svar var basert på hva de hadde sett fra båten da haien sirklet rundt dem.

ANNA OG ADRIAN

Anna: Kanskje vi har fått riktig svar, men ingen vet jo egentlig det ordentlige svaret. Ingen i hele verden vet det.

Eleveksempel 16

DORA OG DIDRIK

[Lærer kommer bort og spør hva elevene tenker]

Dora: Jeg tror det kan være det her [6 ¼], men jeg er ikke helt sikker, fordi ingen målte heller, men de bare tror.

Lærer: Det betyr jo at dere kan bare tro dere og.

Dora: Ja, sånn at det kan være sånn femti-femti hvis man vet det.

Eleveksempel 17

I tillegg til å si til læreren at svaret var «50-50», valgte elevpar 2D også å skrive dette som del av svaret sitt på plakaten de laget dag 1. Til informasjon er sitatet som følger gjengitt ordrett slik elevene skrev det på plakaten. «Vi tror at det er 6¼ fordi at flest tror at det er svare og at de er ikke helt sikker fordi ingen har målt den så vi er ikke helt sikker sån 50-50». Selv om Dora og Didrik brukte uttrykket "50-50" både skriftlig og muntlig, ble det ikke ført noen ytterligere samtale om betydningen av "50-50" utover det som ble vist i eksemplene ovenfor.

Elevpar 2A forsøkte å benytte seg av prosent da de skulle bestemme seg for hva svaret kunne være. I eksempelet under ga elevene de ulike lengdene en prosent basert på hvor mange lapper det var av hver enkelt lengde, altså hvor mange turister som hadde svart det samme. Én lapp tilsvarte ifølge elevene ti prosent, to lapper tjue prosent osv.

ANNA OG ADRIAN

Adrian: Hvis det er flest som tror det er seks en fir ... seks ... en, en fjerdedel ... glem det jeg sa ehm, jeg tror det kanskje er den her?

Anna: På grunn av den har flest?

Adrian: Ja, for liksom, hvis det er flest som tror det, da er det jo ...

Anna: ... da er det flest mest sjans.

Adrian: Nettopp! Da er det femti prosent. Den har femti, for den har fem sånne [fem lapper].

Anna: Og for eksempel denne har én, ti prosent.

Adrian: Den her har én prosent.

Anna: Nei! Fordi hvis, da har den her fem. Jammen, nei, ti prosent, ti prosent, ehh, tjue prosent, tretti prosent, tretti prosent ... tjue prosent, femti prosent, ti prosent, ti prosent. Så ... da må det være den med femti prosent.

Adrian: Da tar vi den her.

Eleveksempel 18

Ved to tilfeller uttalte to grupper at enkelte oppdagelser *forsterket teorien* deres. Gruppene hadde ikke snakket sammen, og det var formuleringer som kom fra elevene selv. Gruppe 1D hadde som sagt mistet en lapp på gulvet da de skulle telle opp alle lappene i starten av arbeidet sitt dag 1. Etter de hadde kommet frem til slutningen om at $6\frac{1}{4}$ var haiens mest sannsynlige lengde, oppdaget de den siste lappen på gulvet.

DINA OG DANIEL

[Elevene legger merke en lapp på gulvet som de har glemt å telle med. På lappen står det $6\frac{1}{4}$]

Dina: Oi, det er faktisk fem! Oi, vi la ikke merke til det. Vi har oversett en lapp, det forsterker jo bare teorien vår da. Så det er bra.

Daniel: Vi trodde først at det var fire, men så fant vi ut at vi hadde ...

Dina: ... hadde oversett én, så det bare forsterket teorien vår. Så vi tror det er den [$6\frac{1}{4}$], fordi at det er jo flest som har sagt det.

Eleveksempel 19

Også gruppe 1E benyttet seg av formuleringen om at noe forsterket teorien deres da de skulle forklare svaret sitt til læreren dag 1.

EMMA OG EMIL

Lærer: Kan dere forklare meg hvordan dere har tenkt eller?

Emma: Vi tror det er seks en fire, fordi vi tok sammen alle også telte dem opp også er det flest på den. Det er sannsynlighet at det er det da, siden det er flere personer som har sett det. Da forsterker det teorien.

Eleveksempel 20

5.3 Kritiske holdninger

Flere elever kom med innspill og spørsmål underveis i øktene, som på ulike vis utfordret arbeidet de holdt på med. I *Eleveksempel 9* stilte Emil følgende spørsmål etter han og Emma hadde funnet ut at flest turister svarte at haien var $6\frac{1}{4}$ meter: «Kanskje alle andre hadde feil også var det sju?». Han utfordret svaret som elevparet hadde kommet frem til ved å foreslå en annen mulig løsning. På et annet tidspunkt i samme økt kom samme elev med enda et forslag til mulig svar.

EMMA OG EMIL

Emil: Det kan være elleve? Hvis du tar de to sammen [De som har svart $5\frac{3}{4}$ og de som har svart 6] så blir det 11. Nei, da blir det seks. Elleve meter.

Eleveksempel 21

Tre turister hadde svart $5\frac{3}{4}$ meter og tre hadde svart 6. Emil så at hvis man slo sammen de to lengdene, ble det til sammen seks som svarte dette, altså én mer enn de som hadde svart $6\frac{1}{4}$. Han blandet antall meter og antall stemmer de to lengdene utgjorde til sammen i starten av uttalelsen sin, men merket dette selv og rettet opp i det han sa. Emma ble ikke med på Emil sin tankegang og mente fortsatt at $6\frac{1}{4}$ var det flest hadde svart. Likevel stilte også hun spørsmål ved hvorvidt de hadde kommet frem til riktig svar.

EMMA OG EMIL

Emma: Men spørsmålet er, er det faktisk riktig? Mest sannsynlig.

Emil: Hvordan skal vi vite det da?

Emma: Jeg vet ikke.

Emil: Men, vi må prøve å finne ut av det.

Eleveksempel 22

Det var ikke bare elevpar 1E som stilte kritiske spørsmål til sin egen konklusjon, også elevpar 2A lurte på om det kunne være et annet svar enn de de hadde kommet frem til.

ANNA OG ADRIAN

Adrian: Okey så nå vet vi ... nå tror vi det er den der [6 ¼], men hva om det ikke er den?

Anna: Da må vi bare gjette en.

Adrian: Vi kan ikke gjette.

Eleveksempel 23

Som det ble påpekt i kapittel 5.2, var elevene bevisst det faktum at konteksten gjorde det vanskelig å vite med sikkerhet hva som var riktig svar, ettersom turistenes svar bare var subjektive antagelser. Noen elever valgte å ytterligere utfordre datakildens, altså turistenes, troverdighet ved å utfordre informasjonen de hadde fått rundt konteksten.

EMMA OG EMIL

Emil: Det er ikke sikkert de var i samme båt da? Det sa læreren aldri noe om ... Men det var de sikkert.

Emma: Ja, siden åssen kunne alle ha sett én hai ... Det må nok være seks en fire.

Emil: Ja jeg tror det er seks en fire ...

Eleveksempel 24

Et elevpar snakket om at det kanskje var første gang alle turistene så en ekte hai, og at det derfor kunne være vanskelig for turistene å anslå riktig lengde på haien. Elevpar 2C, som dag 2 var mer interessert i kontekstuelle faktorer enn dataen de hadde tilgjengelig, luftet ideen om

at journalisten kunne ha stilt turistene et tilleggsspørsmål som var med på å avgjøre hvorfor han valgte å rapportere at haien var 6 meter.

CATO OG CARLA

Carla: Kanskje han [journalisten] ... kanskje han ikke tok det mest folk tenkte, det kan hende at de folkene som sa seks og en kvart kanskje var usikre, mens de som sa seks meter var sikre. Kanskje det var seks meter. Så kanskje journalisten tenkte at han spurte dem «er du helt sikker?».

Eleveksempel 25

I tillegg til å utfordre konteksten som dataen var hentet fra, var det også en elev som stilte spørsmål ved hvorvidt hele oppgaven var reell eller ikke.

EMMA OG EMIL

Emil: Kanskje lærerne lyver, hvem vet? Kanskje det er et lurespørsmål? For det finnes ikke haier i USA ... Jo, det gjør det sikkert, jeg vet ikke, det gjør sikkert det.

Emma: Det finnes iallfall ikke haier i Norge.

Eleveksempel 26

Som man kunne se i *Eleveksempel 23*, mente ikke Adrian i elevpar 2A at det var tilstrekkelig å bare «gjette». Han uttrykte et behov for å regne seg frem til et sikrere svar enn det å bare anta noe på bakgrunn av data. Eksempellet under er hentet fra da elevene skulle anslå hva som var haiens lengde dag 1.

ANNA OG ADRIAN

Anna: Det er egentlig ikke matte, vi trenger jo bare å se hvem som har flest. Vi hakke regna noe.

Adrian: Ok, vi må egentlig, vi må egentlig regne da ... Vi må egentlig regne.

Anna: Det er ikke regning.

Adrian: Vi må regne faktisk, så vi må gjøre noe med det her.

Eleveksempel 27

Elevparet fortsatte å lete etter måter å regne seg frem til et svar på, men kom stadig tilbake til at $6\frac{1}{4}$ måtte være riktig lengde ettersom det var det flest hadde svart.

ANNA OG ADRIAN

Lærer: Har dere funnet fram til hva dere tror om hvor lang haien er?

Adrian: Tror det er den. [6 ¼]

Lærer: Hvorfor?

Adrian: Den har flest stemmer ... men, vi har ikke brukt den matematiske metoden.

Anna: Nei, det har vi ikke.

Adrian: Så derfor ...

Lærer: Hva er den matematiske metoden da?

Adrian: Sånn, at vi regner ... vi liksom bare gjetter på liksom sånn vi tror, liksom det er den her [6 ¼] bare fordi den har flest stemmer. Jeg føler ikke at det liksom er så matematisk.

Eleveksempel 28

6 Drøfting

I dette kapittelet vil funn fra datainnsamlingen drøftes i lys av teori (kapittel 2) og tidligere forskning (kapittel 3). Drøftingen vil ha som formål å besvare oppgavens problemstilling: *Hva karakteriserer 4.klassingers statistiske resonnering?* Kapittelet er organisert etter de samme tre kategoriene som resultatkapittelet for å presentere drøftingen på en oversiktlig måte. Likevel bør det bemerkes at enkelte delkapitler refererer til eksempler i resultatene som er oppført under en annen kategori enn den som drøftes. Dette gjøres fordi jeg ønsker å behandle resultatene som en helhet, og drøfte de ulike episodene i lys av hverandre til tross for at de er organisert i ulike kategorier.

6.1 Elevløsninger

Elevene som deltok i denne studien, hadde ingen tidligere erfaring med å arbeide med statistikk i matematikkundervisningen. Makar (2016) påpeker at erfaring med statistiske data ikke er en nødvendig forutsetning for å kunne arbeide med elementer som angår uformelle statistiske slutninger. Som resultatene fra datainnsamlingen viste, varierte det hvorvidt elevene valgte å begrunne resonnementene sine i statistisk data eller ikke. At elevenes resonnement bestod av et samspill mellom statistiske og kontekstuelle resonnementer, er kanskje ikke overraskende ettersom denne vekslingen er noe Wild og Pfannkuch (1999) trekker frem som selve grunnlaget for statistisk tenkning. Det er likevel interessant å se på hvilken informasjon de hentet ut fra dataen de hadde tilgjengelig, og hva som preget de ulike elevløsningene dag 1 og dag 2. Jeg vil først drøfte de delene av elevenes resonnement som tok utgangspunkt i den statistiske dataen, før jeg videre vil drøfte resonnementene som bygget på elevenes kontekstuelle kunnskap. Til slutt i dette delkapittelet vil jeg drøfte episodene der elevene i hovedsak fokuserte på å finne tall som passet svaret de ønsket å komme frem til.

6.1.1 «Flertallet bestemmer»

Dag 1 svarte alle elevpar at haien mest sannsynlig var $6\frac{1}{4}$ meter lang. Som grunnlag for denne antagelsen uttalte samtlige elevpar at det var mest sannsynlig ettersom det var det flest turister hadde svart, og som Emil uttrykte i *Eleveksempel 1 «Flertallet bestemmer»*. Flere elever virket å dele denne oppfatningen, ikke fordi de hadde lært at det å finne den mest typiske verdien i et datasett utgjorde et sentralmål, men fordi det å se på flertallet var et kjent resonnement. Ettersom elevene ikke hadde lært om statistiske sentralmål enda, var det ingen av elevene som brukte begrepet typetall selv om det var dette konseptet alle benyttet seg av

dag 1. Som Watson (2014) påpeker, er typetall det minst komplekse sentralmålet å anvende da det kan identifiseres i ett visuelt steg. Det er derfor kanskje ikke så overraskende at dette var et sentralmål alle elevene benyttet seg av i arbeidet sitt, selv om de ikke var klar over at det var det de gjorde.

I prosessen med å kartlegge datamaterialet, la ikke elevene bare merke til hva flest turister har svart, de merket seg også hvilke svar som var lavest og høyest i verdi, og hvilke som forekom sjeldent. I *Eleveksempel 3* definerte Dina innenfor hvilket område haiens lengde måtte befinne seg basert på turistenes svar. I tillegg konkluderte hun og Daniel med at haien mest sannsynlig ikke var 7 meter ettersom det bare var én turist som hadde svart den lengden. Elevene analyserte og tolket dataen for å forstå den fremfor å bare gjennomføre en innlært prosedyre. Resultatene av forskningen til Landtblom (2018) indikerer at elever i hovedsak møter prosedyreorienterte typetalloppgaver i lærebøker. Ved å arbeide slik elevene gjorde i møtet med haioppgaven, blir konseptet typetall et konsept elevene selv ser nytten av i møtet med et ukjent datasett, fremfor at elevene spesifikt blir bedt om å bruke prosedyren for typetall for å finne svaret. Forskningen til Landtblom (2018) viser også at lærebøker i stor grad benytter typetall i en kvantitativ sammenheng med numeriske verdier. Selv om haioppgaven brukte numerisk data, tror jeg arbeidet med oppgaven også på sikt bidrar til en mer fleksibel forståelse for typetall tilknyttet kvalitativ og kategorisk data, nettopp fordi elevene selv arbeider med ideene som ligger til grunn for konseptet typetall og ikke bare den etablerte prosedyren.

Det er likevel verdt å merke seg at ikke alle elevene uten videre godtok «flertallet bestemmer» som tilstrekkelig resonnement. Selv om alle elevparene endte opp med å svare at haien var $6\frac{1}{4}$ meter dag 1, viste *Eleveksempel 27 og 28* at elevpar 2A (Anna og Adrian) ikke helt klarte å slå seg til ro med fremgangsmåten sin. De opplevde ikke det å «bare» se på hva flest turister hadde svart som matematisk ettersom det ikke innebar regning, og var dermed kritiske til å bruke denne fremgangsmåten i matematikkundervisningen. Jeg mener dette er et godt eksempel på hvordan en uformell tilnærming til statistiske konsepter kan bidra til å videre utvikle en rikere konseptforståelse (Makar, 2014; Mokros & Russell, 1995). Dersom elevene først hadde lært om konseptet typetall, og deretter skulle arbeidet med haioppgaven, kan det hende de samme elevene hadde «godtatt» konseptet som matematisk uten å ofre fremgangsmåten noen ytterligere tanke. Ved at elevene utfordrer og stiller spørsmål til fremgangsmåter, utvikler elevene bevissthet rundt datasett og sentralmål som ifølge Bakker

og Derry (2011) gjerne ignoreres når statistikkundervisningen benytter en atomistisk tilnærming der forståelsen for et konsept isoleres fra annen kunnskap.

6.1.2 Å finne «midten»

I tillegg til å se på hva flest turister hadde svart, så tre av elevparene på hvilken lengde som befant seg i midten for å styrke sine antagelser dag 1. Hva elevene oppfattet som «midten» varierte, og kan ses i sammenheng med funnene til Schnell og Frischemeier (2019). Det må understrekes at elevene i forskningen til Schnell og Frischemeier eksplisitt ble bedt om å forklare hva de mente «medianen» var, og ikke «midten», så rammene for elevenes utsagn var ikke helt de samme som for elevene i min egen datainnsamling. Likevel er det mulig å indentifisere likhetstrekk mellom elevenes oppfatninger i de to forskningsprosjektene.

I *Eleveksempel 4* sa Frikk først at han fant midten ved å ta midten av den høyeste og laveste verdien, altså 5 og $7\frac{3}{4}$, og at det var $6\frac{1}{4}$. Videre utdypet han tankegangen sin ved å si «*Seks er i midten av fem og syv, men siden det er det [$7\frac{3}{4}$], må det være litt mer, og ja, tjuefem centimeter mer*». Frikk viste med dette at han gjorde et bevisst valg rundt å velge $6\frac{1}{4}$ som midten istedenfor 6, utover det å se at $6\frac{1}{4}$ også var det flest turister hadde svart. Dersom man hadde regnet ut den eksakte verdien i midten av 5 og $7\frac{3}{4}$, hadde man fått 6,375 til svar, en verdi som ligger midt mellom $6\frac{1}{4}$ og $6\frac{1}{2}$. Til informasjon hadde man ved å regne ut median etter formell prosedyre, fått som svar at medianen i datasettet var 6. Selv om Frikk sitt utsagn om at det måtte være «*tjuefem centimeter mer*» ikke er matematisk korrekt, viser det likevel en bevisst holdning til hvordan den minste og høyeste verdien påvirker hvilken verdi som havner i midten. Dette kan ses i likhet med Schnell og Frischemeiers (2019) kategori «middle of range», altså hva som er i midten av verdienes rekkevidde.

Også et annet elevpar argumenterte for at $6\frac{1}{4}$ var midt mellom den høyeste og laveste verdien, men dette elevparet viste ingen ytterligere utregning eller forklaring på for hvorfor de mente det de mente. Ettersom denne oppdagelsen fant sted etter elevene hadde sett at flest turister svarte $6\frac{1}{4}$, er det grunn til å tro at elevene så at den hyppigste verdien lå omtrent i midten av verdiene, og konkluderte på bakgrunn av det. Den siste av de tre gruppene som snakket om midtverdi, uttalte at «*Vi valgte det, fordi det er midt mellom alle svarene, sånn cirka midt imellom*». Igjen gir elevenes utsagn uttrykk for at det er gjort et uformelt estimat av hva som er omtrent i midten. Selv om dette elevparet, til forskjell fra det forrige, uttrykte at $6\frac{1}{4}$ var midten av *alle* svarene istedenfor å være midt mellom den høyeste og laveste

verdien, tyder ikke observasjonene på at de to gruppene har arbeidet ulikt i prosessen med å finne midten.

Selv om oppfatningen til elevene i forskningen deres ikke var i tråd med den konvensjonelle definisjonen og oppfatningen av median, argumenterer Schnell og Frischemeier for at elevenes oppfatninger er gode utgangspunkt for utviklingen av mer formell konseptforståelse for median. På samme vis vil jeg argumentere for at forståelsen elevene i min egen forskning viste også er gode utgangspunkt for videre læring. Å finne medianen er, som Watson (2014) påpeker, en mer kompleks prosess enn å finne typetall. Den krever først at alle verdier sorteres i rekkefølge, og at man deretter finner dem midterste verdien i det sorterte datamaterialet. Selv om de ikke var klar over det, var elevpar 2A (Anna og Adrian) på god vei til å benytte prosedyren for median da de sorterte lappene med haiens antatte lengde fra kortest til lengst i en rekke på pulten, og la de lengdene det var flere av etter hverandre i rekken (*Eleveksempel 2*). Etter de hadde gjort dette brukte de bare rekken til å bestemme hva flest turister hadde svart, så det var bare første del av elevenes handlinger som lignet det å finne medianen. Det er mindre tenkelig at fremgangsmåten for median er en prosedyre elever på barneskolen vil komme opp med på egenhånd på samme måte som de på eget initiativ benytter seg av konseptet typetall. Likevel viser resultatene fra arbeidet med haioppgaven at elever ser på midten av dataen som en meningsbærende indikator, og at det er noe flere undersøger på eget initiativ.

Elevenes uformelle og intuitive arbeid med sentralmål, og erfaringene de gjør seg underveis, legger grunnlaget for videre forståelse for både uformell og formell statistikk. Bakker (2004) trekker frem elevers mangel på konseptuell forståelse for de statistiske teknikkene de anvender som en utfordring i statistikkundervisningen, og illustrerer elevers holdninger til statistiske konsepter med uttrykket «meanmedianmode». Elevenes arbeid med å trekke uformelle statistiske slutninger i forbindelse med haioppgaven karakteriseres av en utforskende holdning til statistisk data, og kan ses i sammenheng med den holistiske anvendelsen av uformelle prosedyrer som presenteres i Bakker og Derry (2011).

Det er likevel interessant å merke seg at dersom elevene *hadde* benyttet seg av formelle utregningsprosedyrer, hadde de fått følgende resultat:

Typetall = $6\frac{1}{4}$	Median = 6	Gjennomsnitt $\approx 6,05$
---------------------------	------------	-----------------------------

Tabell 3 Sentralmål fra dataen i haioppgaven

Ettersom de tre sentralmålene gir tre ulike svar, hadde elevene likevel vært nødt til å avgjøre i hvilken grad de ulike sentralmålene skulle vektlegges i prosessen med å bestemme haiens lengde. Et interessant forskningsprosjekt hadde vært å se om elevene i en slik setting hadde benyttet seg av kontekstuell kunnskap i sine statistiske resonnementer, selv om de benyttet seg av formelle utregningsprosedyrer. Videre drøfting av elevenes bruk av kontekstuell kunnskap presenteres i seksjon 6.1.4.

6.1.3 Klynger

Da elevene så den grafiske fremstillingen av turistenes svar i et stabeldiagram dag 2, oppstod det nye ideer hos elevene rundt hvordan de kunne tolke datamaterialet. Etter å ha fylt ut stabeldiagrammet med kryss, så elevpar 1E (Emma og Emil) at kryssene for lengdene $5\frac{3}{4}$, 6 og $6\frac{1}{4}$ utgjorde området med flest kryss. Som nevnt hadde elevpar 1E telt både $5\frac{3}{4}$ og 6 én gang for mye, noe som gjorde at disse verdiene skilte seg enda mer fra de øvrige verdiene enn hva de hadde gjort dersom de bare hadde blitt telt tre ganger hver. Likevel er det interessant å se hvordan Emma og Emil brukte den grafiske fremstillingen av dataen til å utvide fokuset sitt. Dag 1 så de bare på hvilken lengde som hadde flest svar, mens de dag 2 også så på hvilken lengde som hadde de to mest svarte lengdene ved siden av seg. Ettersom $5\frac{3}{4}$ og 6 hadde fire kryss hver og $6\frac{1}{4}$ hadde fem kryss, landet elevene på at 6 var lengden som var omgitt av flest kryss på hver side. I *Eleveksempel 5* brukte Emma og Emil dette som begrunnelse for at journalisten kunne ha tenkt det samme da han rapporterte at haien var 6 meter lang. Selv om de ikke satte noe eget ord på fenomenet, valgte elevpar 1E å ikke bare se på enkeltverdier dag 2, men også hvordan de ulike verdiene var plassert i forhold til hverandre. Elevene tok altså hensyn til den grafiske fordelingen av data. For å forklare en gruppe verdier som ligger i hjertet av en fordeling av dataverdier introduserte Konold et al. (2002) begrepet «modal clumps» som jeg i denne oppgaven har oversatt til klynger. Selv om elevpar 1E ikke eksplisitt brukte ordet «klynge» i arbeidet sitt, vil jeg hevde at de på eget initiativ begynte å utforske konseptet. Da de gransket den grafiske fremstillingen av resultater i stabeldiagrammet oppdaget de hvilken gruppe av verdier som skilte seg ut i datasettet, noe som videre satte i gang refleksjoner rundt hvorvidt denne fremstillingen av data kunne ha påvirket journalistens valg. Som forskning viser, kan bruk av konseptet klynger støtte unge elever i arbeidet med å beskrive og tolke distribusjoner, sentrum og spredning før de har lært formelle prosedyrer og tilegnet seg et mer teoretisk språk (Fielding-Wells, 2018; Frischemeier, 2019; Frischemeier & Schnell, 2023).

Noen som enda tydeligere benyttet seg av konseptet klynger, var Frikk og Felix som dag 2 eksplisitt brukte ordet «klynge» for å sette ord på alle kryssene som lå ved siden av hverandre på tallinja. I motsetning til elevpar 1E som bare så på grupperingen av verdiene $5\frac{3}{4}$, 6 og $6\frac{1}{4}$, anså elevpar 1F hele området fra 5 til $6\frac{3}{4}$ som én klynge. Da de to guttene skulle forsøke å finne ut hva journalisten kunne ha tenkt, forsøkte de å finne midten av klyngen. De mente at dersom man så bort ifra utliggeren $7\frac{3}{4}$, ble det mer korrekt å si at 6 var i midten av klyngen istedenfor $6\frac{1}{4}$. I *Eleveksempel 8* satt Frikk ord på hva som etter hans mening gjorde $7\frac{3}{4}$ til en utligger. Han sa at den lå «tre kryss unna de andre» og henviste til det tomme området mellom $6\frac{3}{4}$ og $7\frac{3}{4}$ på tallinja ettersom det ikke var noen turister som svarte at haien var verken 7, $7\frac{1}{4}$ eller $7\frac{1}{2}$ meter lang. Også elevpar 1E som så på den grafiske fordelingen av dataen, kommenterte i *Eleveksempel 7* at $7\frac{3}{4}$ skilte seg ut, og omtalte den som «ensom».

Forskningen til Frischemeier (2019) og Fielding-Wells (2018) viser hvordan elever, jevnaldrende med de i min egen forskning, forholder seg til utliggere på ulikt vis. Mens Frischemeier (2019) konkluderte med at elever i liten grad vektla utliggere i arbeidet sitt, viser forskningen til Fielding-Wells (2018) at elevene i ulik grad opplever utliggere som betydningsfulle deler av datasettet. I min egen datainnsamling var Elevpar 2F (Frikk og Felix) det eneste paret av elever som kommenterte på hvordan inkluderingen eller ekskluderingen av $7\frac{3}{4}$ kunne påvirke tolkningen av datasettet. De øvrige elevene observerte også $7\frac{3}{4}$ i den grafiske fremstillingen, men ingen av dem uttrykte noen dypere refleksjon rundt hvordan denne utliggeren kunne påvirke hvordan man oppfattet dataen. Selv om det var interessant å observere hvordan elevpar 1E og 2F tolket den grafiske fremstillingen av dataen, vil jeg ikke hevde at «bruk av grafisk fremstilling» er noe som karakteriserer elevens statistiske resonnering. I motsetning til hvordan elevene intuitivt og ubevisst benyttet seg av konseptet typetall dag 1, hadde ikke den grafiske fremstillingen av dataen som elevene fikk utforske på dag 2 en tydelig innvirkning på hvordan flertallet av elevene oppfattet og arbeidet med dataen.

6.1.4 Elevenes bruk av kontekstuell kunnskap

I dataanalyse er det konteksten som gir tallene mening (Cobb & Moore, 1997). Det er derfor nødvendig å ikke bare se på hvordan eleven forholdt seg til tallmaterialet de hadde tilgjengelig, men også hvordan de forsto tallene i sammenheng med konteksten de tilhørte. Som Wild og Pfannkuch (1999) sier, er samspillet mellom kontekstuell og statistisk kunnskap selve grunnlaget for statistisk tenkning.

Det er ingen fasitsvar på hvordan dette samspillet utfolder seg, og i dette delkapittelet ønsker jeg å utforske de ulike måtene elevene benyttet sin kontekstuelle kunnskap i sine statistiske resonnement.

I forskningsprosjektet til Frischemeier og Schnell (2023) ble elevene først bedt om å komme med egne antagelser tilknyttet en kjent kontekst før de utforsket et datasett. Dette førte til at elevene forholdt seg ulikt til den statistiske dataen, som viste seg å ikke stemme overens med deres opprinnelige antagelser. Elevene i min egen datainnsamling ble presentert for konteksten og den statistiske dataen i samme segment, og fikk derfor ingen anledning til å komme med egne antagelser før de fikk innsikt i den statistiske dataen. Dette førte til at elevene måtte balansere kontekstuell og statistisk kunnskap om hverandre i sin resonnering, og elevenes kontekstuelle kunnskap endte opp med å tjene ulike formål de to dagene de arbeidet med haioppgaven. Dag 1 ble elevenes kontekstuelle kunnskap i hovedsak benyttet for å forsterke de antagelsene de allerede hadde dannet seg ut fra datasettet. Etter at elevparene hadde konkludert med at haiens lengde mest sannsynlig var $6\frac{1}{4}$ meter, basert på at dette var den lengden flest turister hadde svart, diskuterte flere elevpar om haien kunne ha hatt en annen lengde. Elevene bestemte seg for at haien ikke kunne være lengre enn $6\frac{1}{4}$, og flere begrunnet dette ut fra deres egen kunnskap om lengden på haier. Alle elevene hadde en formening om hvor langt $5\frac{3}{4}$ meter var, da det var denne lengden læreren målte opp i klasserommet under oppstarten dag 1. I *Eleveksempel 9* luftet Emil ideen om at haien kunne ha vært 7 meter lang, men Emma var raskt ute med å avfeie forslaget. I tillegg til å vise til at bare én turist svarte at haien var $7\frac{3}{4}$ meter, brukte hun som argument at 7 meter er veldig langt og henviste samtidig til oppmålingen læreren gjorde tidligere. Selv om $6\frac{1}{4}$ også er lengre enn det læreren målte opp i klasserommet, virket det som at Emil godtok Emmas argument. Videre i den samme samtalen fortsatte de to elevene å diskutere om det faktisk fantes haier som var så lange som 7 meter i området hvor haien ble observert. Da de fant ut at haien ble observert i USA, ble de enige om at haien umulig kunne være 7 meter lang ettersom det, ifølge Emil, ikke finnes så store haier i USA. Flere elevpar kom med påstanden om at «7 meter er for langt for en hai» i sin argumentasjon. Elevenes uttalelser ga ingen indikasjoner på at disse påstandene var noe annet enn forestillinger de fremsatte for å forsterke deres opprinnelige antagelser om at haien var $6\frac{1}{4}$ meter.

Dag 2 fikk elevene ny informasjon om konteksten som utfordret deres opprinnelige antagelser. De fikk vite at journalisten valgte å rapportere at haien var 6 meter lang, noe som brøt med det samtlige elevpar antok dag 1. De ble også presentert for en ny måte å fremstille

dataen på i form av et stabeldiagram, men utover dette fikk de ingen *ny* statistisk data å arbeide med enn den de brukte dag 1. Da elevene skulle diskutere journalistens valg dag 2, ble konteksten brukt som utgangspunkt for resonneringen til flere elevpar. Elevpar 2C (Cato og Carla) var et av parene som i hovedsak baserte resonneringen sin på kontekstuelle faktorer denne dagen. I *Eleveksempel 10* ble det fremstilt flere hypoteser som alle stammet fra deres refleksjoner rundt hva journalisten muligens kunne ha visst om haier. Disse bygde ikke på informasjon de visste var sann, men heller på antagelser som elevene dannet for at den nye informasjonen skulle gi mening.

Jeg syntes det var interessant å observere denne endringen i betydningen av kontekstuell kunnskap i elevenes arbeid fra den ene dagen til den andre. Dag 1 var elevenes tilnærming preget av et samspill mellom statistisk og kontekstuell kunnskap, der kontekstuelle elementer ble anvendt til å styrke elevenes slutninger. Denne prosessen reflekterer samspillet mellom kontekstuell og statistisk kunnskap som Wild og Pfannkuch (1999) omtaler. Da elevenes antagelser ble utfordret dag 2, var det ikke lenger mulig å identifisere dette samspillet like tydelig. Studien til Frischemeier og Schnell (2023) indikerer at unge elever har svært forskjellige tilnærminger til hvordan de håndterer en opplevd forskjell mellom kontekstuell forankrede antagelser og resultatet av empirisk data. Min egen studie viser også at elevene håndterte en slik forskjell på ulikt vis. I møtet med ny informasjon som ikke harmonerte med deres første antagelser, la elevene *enten* til ny informasjon for å justere konteksten og få den til å stemme overens med den nye informasjonen, *eller* så valgte de å omfortolke datasettet på en annen måte enn de hadde gjort tidligere. Et eksempel på et elevpar som ikke diskuterte kontekstuelle faktorer dag 2 var elevpar 1D (Dina og Daniel). De så verken på kontekstuelle faktorer eller den grafiske fremstillingen da de skulle forsøke å forklare journalistens valg. I stedet for valgte de å sette opp en tabell der de plasserte alle lengdene inn i heltallskategorier for å behandle tallmaterialet på en ny måte. I *Eleveksempel 6* forklarte de til læreren at de var svært sikre på at haiens lengde måtte ha vært «*noe med seks*» ettersom flertallet av turister har stemt på en lengde som lå nærmest heltallet 6.

Hadde elevene arbeidet med data som var tilknyttet en kontekst de hadde mer kjennskap til og erfaring med, tror jeg vi ville sett at elevene i enda større grad diskuterte statistiske og kontekstuelle faktorer om hverandre. I Makar et al. (2011) hvor elevene så på resultater i lengdehopp fra jevnaldrende deltakere, fungerte elevenes erfaring og kontekstuelle forkunnskaper som drivkrefter for elevenes resonnering. Elevenes underliggende overbevisninger om konteksten la grunnlaget for hvilke spørsmål de stilte, hva de oppfattet

som overraskende og hva de følte behov for å undersøke ytterligere. I min egen forskning arbeidet elevene med en kontekst som omhandlet haier, et tema de hadde kjennskap til, men ikke nødvendigvis inngående kunnskap om. Det faktum at flere av elevene likevel forsøkte å anvende den kunnskap de hadde om haier i arbeidet sitt, viser en innstilling til å ville knytte den statistiske dataen til konteksten den forekommer i. Elevenes fortrolighet med konteksten tror jeg også var påvirket av måten læreren introduserte de kontekstuelle rammene dag 1. Undervisningsopplegget til Gravemeijer et al. (2018) tar som sagt utgangspunkt i en kontekstbasert pedagogikk hvor det å «sette konteksten» som elevene skal utforske matematiske konsepter innenfor, er en vesentlig del av undervisningen. Som Cobb og Moore (1997) poengterer, er det avgjørende for elevenes engasjement at læreren vet hvordan han eller hun skal kunne bruke konteksten for å legge til rette for et autentisk samspill mellom data og kontekst.

6.1.5 Finne tall som passer

I drøftingen av elevløsninger ønsker jeg også å kommentere episodene hvor elevene i hovedsak fokuserte på å finne tall i datafremstillingen som ga dem det de trengte for å konkludere med at haien var 6 meter lang dag 2. I *Eleveksempel 12* forsøkte Ask og Aida i elevpar 1A å se om journalisten kunne ha regnet seg frem til et svar med utgangspunkt i informasjon fra stabeldiagrammet. For å finne ut av dette, så elevene etter tall i stabeldiagrammet som passet til svaret de ønsket å finne, og la merke til at det var tre turister som hadde svart at haien var 6 meter. Aida sa følgende «*Jeg tror at han valgte seks, fordi det er tre personer som stemte på seks, og det dobbelte av tre er seks*». Også elevpar 2D (Dora og Didrik) gjorde samme kobling mellom tre og seks, og skrev som sin forklaring dag 2 «*Vi tror at han delte den i 2 like deler fordi han sier at det er 6 meter og at halvparten av 6 er 3*». Selv om det stemmer at seks er det dobbelte av tre, er det ikke et resonnement som bygger på en sammenheng som gir mening statistisk sett da det er en observasjon som isolerer de tallene som passer til elevens tankegang fra resten av datamaterialet. Det er for eksempel også tre turister som svarte at haien var $5\frac{3}{4}$ meter lang, men dette adresserer verken elevpar 1A eller 2D. Jeg ønsket å inkludere dette perspektivet i oppgaven, ettersom det viser at ikke alle elevene nødvendigvis behandlet den statistiske dataen som statistisk data med hensyn til hvilken rolle de ulike tallene spilte i datasettet og sammenhengen mellom tall og kontekst. Ved å arbeide med statistikk, introduseres elevene for en annen side av matematikken, og det er viktig at elevene får erfare at statistikken skiller seg fra andre matematiske disipliner.

Som Mokros og Russell (1995) poengterer, vil en variert og sammensatt tilnærming til statistiske konsepter styrke elevenes forståelse.

6.2 Sikkerhet og usikkerhet

Forskningen til English og Watson (2016) indikerer at sammenhengen mellom sannsynlighet og statistikk kan levendegjøres ved å ved å introdusere statistiske konsepter gjennom aktiviteter knyttet til beregning av sannsynlighet. Ved å legge til rette for bruken av probabilistisk språk i utforskningen av statistisk data, vil jeg hevde at også undervisningopplegget *All About Sharks* (Gravemeijer et al., 2018) er med på å illustrere sammenhengen mellom sannsynlighet og statistikk for elevene. Funnene fra egen datainnsamling støtter dette, og viser at elevenes probabilistiske språkbruk spilte en betydelig rolle i deres arbeid med å trekke statistiske slutninger.

Dag 1 svarte samtlige elevpar at haiens lengde mest sannsynlig var $6\frac{1}{4}$ meter ettersom det var det flest turister hadde svart. Uttrykket «mest sannsynlig» ble brukt av alle gruppene som ble observert denne dagen. Før jeg diskuterer elevenes språkbruk ytterligere, ønsker jeg å minne om spørsmålet elevene fikk av læreren dag 1: «*Hva tror dere haiens lengde mest sannsynlig var?*». Læreren brukte uttrykket «mest sannsynlig» i instruksjonen til elevene slik det står instruert i Gravemeijer et al. (2018). Man kunne derfor satt spørsmålsteget ved hvorvidt uttrykket «mest sannsynlig» var noe elevene faktisk brukte bevisst for å uttrykke en viss grad av usikkerhet i antagelsene sine, eller om det kun var en ubevisst gjengivelse av ordlyden læreren benyttet i sin instruks. Jeg mener en slik diskusjon ville vært hensiktsmessig dersom elevene ikke hadde benyttet annet probabilistisk språk enn uttrykket «mest sannsynlig» i arbeidet sitt, men ettersom elevene også benyttet seg av en rekke andre utsagn for å uttrykke grad av sikkerhet og usikkerhet i arbeidet med haioppgaven, mener jeg at elevenes bruk av probabilistisk språk utgjør en vesentlig karakteristikk av deres arbeid med å trekke uformelle statistiske slutninger.

Som Wild et al. (2011) poengterer, vil ikke slutninger basert på statistisk data kunne gi en fullstendig korrekt gjengivelse av virkeligheten. Uten at læreren hadde brukt tid på å diskutere dette med elevene på forhånd, indikerte elevenes arbeid likevel en bevisst holdning fra elevene sin side om at de ikke kunne være helt sikre i antagelsene sine. I *Eleveksempel 15 og 16* kom dette til uttrykk ved at elevene eksplisitt uttalte at det ikke var mulig å vite om svaret de kom med var korrekt ettersom ingen kunne vite hva haiens egentlige lengde var, verken elevene, journalisten eller turistene som hadde sett haien.

For å uttrykke usikkerhet rundt egne antagelser dag 1, benyttet elevpar 2D (Dora og Didrik) seg av uttrykket «50-50» både muntlig og i sin skriftlige forklaring. I *Eleveksempel 17* ble uttrykket brukt av Dora etter hun hadde uttrykt til læreren at man ikke kunne være sikker på hva haiens lengde var. Det var ikke mulig å observere noen ytterligere dialog mellom elevene rundt betydningen av uttrykket «50-50», og det er derfor ikke mulig å fastslå med sikkerhet hva de mente da de brukte det i forklaringen sin. Jeg velger likevel å tolke det dit hen at elevene brukte uttrykket for å formidle en grad av usikkerhet i svaret sitt, og for å vise at svaret kunne være rett eller galt. Som Nacarato og Grando (2014) eksemplifiserer, er den upresise bruken av uttrykket «50-50» et godt eksempel på hvordan mangelen på et egnet språk i arbeidet med sannsynlighet, kan være utgangspunktet for misforståelser og vanskeligheter med temaet. Det er ikke å forvente at elever på 4.trinn bruker dette uttrykket korrekt, og jeg har flere ganger erfart at voksne også bruker dette uttrykket feil, kanskje grunnet lite fokus på subjektive forestillinger om sannsynlighet i skolen. Det jeg mener er interessant med elevenes bruk av «50-50» i min egen forskning er ikke nødvendigvis hva de legger i bruken av det, men at de på eget initiativ velger å benytte seg av uttrykket for å sette ord på graden av sikkerhet knyttet til antagelsene sine. Elevene benyttet et uttrykk de kjente til fra før for å sette ord på dette mellomstjiktet mellom «alt» og «ingenting» som Ben-Zvi et al. (2012) ser på i sin forskning.

Også elevpar 2A (Anna og Adrian) forsøkte å bruke et kjent konsept som de assosierte med sannsynlighet i arbeidet sitt dag 1. I *Eleveksempel 18* valgte de å knytte funnene sine til prosent ved å etablere at hver lapp med et svar tilsvarte 10%. De to elevene hadde gruppert alle lengdene, og Anna ramset opp alle lengdenes «prosent» ved å se på hvor mange lapper det var i hver gruppe. Etter å ha sett på hvor mange «prosent» hver av lengdene utgjorde, konkluderte de med at haien hadde lengden med høyest prosent ($\frac{6}{4}$). Elevenes utregning av prosent var ikke korrekt, og Annas oppramsing av prosent endte totalt på 190%. Likevel finner jeg det igjen fascinerende hvordan elevene klarer å enes om en måte å snakke om sannsynlighet på. For å skille sannsynlighetene for de ulike lengdene fra hverandre, knyttet de funnene sine til prosent, som de tydeligvis var kjent med fra andre settinger. Så fort de hadde etablert hva forholdet mellom lapp og prosent var, var dette en argumentasjon de begge godtok i resonneringen sin.

Det er også viktig å få frem at elevene ikke *bare* brukte probabilistisk språk i arbeidet sitt. I tillegg til å uttrykke hvor lang de mente haien «mest sannsynlig» var, benyttet elevene seg av mer sikkert språk for å etablere hva de *visste*. I *Eleveksempel 13* etablerte Dina at de *visste*

hvor mange svar det var totalt ettersom dette var informasjon elevene selv kunne kontrollere at stemte. Det samme gjaldt utsagnene «*Vi vet at flest turister svarte seks og en kvart*» og «*Vi vet at det minste svaret er fem*». Det må også sies at elevene til tider benyttet sikkert språk i situasjoner de ikke kunne kontrollere med samme grad av sikkerhet. I *Eleveksempel 14* ramset Emil opp alle lengdene de «visste» at haien ikke kunne ha hatt. Emma reagerte på dette og stilte partneren spørsmål om hvordan han kunne «vite» det. Etter å ha fått spørsmålet innså Emil at han ikke hadde noe bevis for antagelsene sine. Denne episoden presenterer ulike forståelser av hva det vil si å «vite» noe, og den illustrer hvordan det å utfordre subjektive forestillinger kan være med på å oppklare potensielle misoppfatninger. Som Nacarato og Grandó (2014) fremhever i sin forskning, er det viktig at elevene får mulighet til å utveksle slike subjektive forestillinger om sannsynlighet slik at konseptene kan videreutvikles og brukes i utforskningen av mer teoretiske forestillinger.

To av elevparene satte også ord på forhold som styrket deres antagelser ved å si at noe «forsterket teorien» deres. I *Eleveksempel 19* kom Dinas utsagn i forbindelse med at hun og Daniel oppdaget en lapp med $6\frac{1}{4}$ som de først hadde oversett. Da Emma skulle forklare til læreren hvordan hun og Emil hadde tenkt i arbeidet med å anslå haiens lengde i *Eleveksempel 20*, fortalte hun at det at flest turister svarte at haien var $6\frac{1}{4}$ meter forsterket teorien om at det var haiens faktiske lengde. Selv om det fortsatt bare dreide seg om prinsippet om at flere svar tilsvarte større sannsynlighet, som alle de andre elevene også brukte, synes jeg likevel det var interessant at de valgte å benytte seg av den formuleringen. Igjen viste dette en bevisst tilnærming fra elevene sin side til at de ikke arbeidet med noe som kunne resultere i et fasitsvar med to streker under, men at de, med utgangspunkt i dataen de hadde tilgjengelig, kunne utarbeide teorier med ulik grad av sannsynlighet.

Avsluttende kommentarer til delkapittel 6.2

Jeg konstaterte tidlig i dette delkapittelet at elevenes probabilistiske språkbruk spilte en betydelig rolle i prosessen med å trekke statistiske slutninger i arbeidet med haioppgaven. Selv om denne formen for statistisk tenkning var ny for elevene, brukte de intuitivt et nyansert probabilistisk språk for å uttrykke graden av sikkerhet de hadde knyttet til antagelsene sine. Sikker språk forekom i elevenes etablering av hva de visste og ikke visste, men ble ikke brukt i antagelsene de presenterte relatert til haiens lengde dag 1 eller journalistens valg dag 2. Funnene fra denne studien presenterer ikke bare betydningen av elevenes probabilistiske språkbruk i statistiske resonnement, men også elevenes evne til intuitivt å tilpasse bruken av slike begreper til oppgaveløsningen.

6.3 Kritiske holdninger

I dette delkapittelet vil jeg drøfte utsagn og episoder fra datainnsamlingen som ga uttrykk for elevenes kritiske holdninger. Etersom jeg analyserte og kategoriserte dataen før jeg koblet innholdet til teori og forskning, ble kategorien hetende kritiske holdninger, men jeg oppdaget i det jeg leste meg opp på aktuell teori at dette på mange måter var det samme som kritisk tenkning. Som Halonen (1995) poengterer, er det ingen entydig definisjon på hva kritisk tenkning er, men som jeg gjorde rede for i delkapittel 2.4, er det Halonens definisjon denne oppgaven tar utgangspunkt i. Halonen (1995) definerer kritisk tenkning ved å vise til tenkerens tilbøyelighet og evne til å engasjere seg i aktiviteter med reflektert skepsis, samt tenkerens hensikt med tenkningen. Jeg mener alle elevksempelene jeg trekker frem i dette delkapittelet viser en tilbøyelighet hos elevene til å reflektere rundt og stille spørsmål til det de arbeidet med. Hva elevene valgte å utfordre i løpet av arbeidet varierte, og delkapittelet vil videre ta for seg de ulike elementene elevene viste kritiske holdninger til, og drøfte hvordan dette kan forstås i lys av relevant teori.

6.3.1 Kritisk til løsning

Wild og Pfannkuch (1999) påpeker at mange gjerne hopper over kritiseringfasen i arbeidet med statistikk, altså den fasen der tenkeren spør seg selv om funnene gir mening. Under datainnsamlingen låste flere elever seg veldig til de første antagelsene de landet på. Etter de hadde kommet frem til en konklusjon, utfordret de ikke antagelsene videre på eget initiativ. Det var likevel tilfeller der enkelte elever så på det de hadde kommet frem til, og spurte seg selv om funnene deres kunne stemme. Elevpar 1E (Emma og Emil) var et av parene som flere ganger forsøkte å utfordre funnene sine. I *Eleveksempel 9* og *21* foreslo Emil andre mulige svar etter at han og Emma i utgangspunktet hadde landet på at haien mest sannsynlig var $6\frac{1}{4}$ meter lang. Selv om Emma ikke godtok Emils forslag, var hans kritiske tilnærming med på å påvirke Emmas innstilling også. I *Eleveksempel 22* satte Emma spørsmålstegn ved hvorvidt det de hadde kommet frem til faktisk var riktig. Emil spurte henne hvordan de skulle kunne finne ut av det, og til dette hadde hun ikke noe konkret svar. Spørsmålene de to elevene stilte til hverandre var med på å utfordre deres opprinnelige ideer, og førte til at elevene så seg nødt til å utforske datasettet videre. Elevene viste med dette en refleksjon rundt arbeidsprosessen de holdt på med, og ifølge Dewey (1998) er denne formen for refleksiv tenkning, hvor en idé eller et konsept er oppe til vurdering i flere omganger, den beste måten å tenke på. Også Adrian i *Eleveksempel 23* utfordret svaret han og Anna hadde kommet frem til.

Spørsmålet rundt hvorvidt resonnementene deres var riktig eller ikke, førte også her til at elevene gikk inn i dataen igjen for å se om de klarte å finne noe som enten styrket eller svekket deres antagelser.

6.3.2 Kritisk til datakilde

En annen måte elevene utfordret funnernes gyldighet på, var å utfordre konteksten som funnene var hentet fra. I løpet av datainnsamlingen utfordret elevene gjentatte ganger sine funn ved å vurdere om det fantes andre kontekstuelle faktorer enn de læreren hadde opplyst om, som potensielt kunne ha påvirket dataen. I *Eleveksempel 24* spurte Emil om turistene kunne ha vært i ulike båter da de så haien. Før Emma rakk å svare på Emil sitt utsagn, tilføyde Emil at de sikkert var i samme båt, og avsluttet med dette sitt eget resonnement. Heller ikke denne gangen lot Emma seg rive med av partnerens idéer, og sirklet dem tilbake på antagelsen om at haien var 6¼ meter. Emils spørsmål, selv om det ikke ble utdypet ytterligere før han selv avsluttet det, virket som et forsøk på å introdusere tilleggsinformasjon som potensielt kunne påvirket tolkningen av dataen. For eksempel, hvis turistene hadde vært i ulike båter, kunne noen ha hatt bedre mulighet til å observere haien enn andre. Dette kunne ha påvirket deres troverdighet når det gjaldt deres antagelser. I en samtale rundt variasjonen av turistsvar foreslo et annen elevpar at det kanskje var første gang turistene så en hai, og at det derfor kunne være vanskelig for turistene å anslå riktig lengde på haien. Også dag 2 da elevene skulle diskutere journalistens valg, var det elever som valgte å sette spørsmålstegn ved datakildenes troverdighet. I *Eleveksempel 25* presenterte Carla idéen om at journalisten kanskje kunne ha stilt turistene et tilleggsspørsmål angående deres sikkerhet rundt svaret. Hun mente at de turistene som svarte 6 meter muligens var mer sikre enn de som svarte 6¼ meter, og at det kunne være grunnen til at journalisten rapporterte at haien var 6 meter. I forkant av arbeidet med haioppgaven fikk elevene noe informasjon om konteksten og omstendighetene for haiobservasjonen. Utover informasjonen de hadde fått fra læreren måtte elevene selv tenke seg til hvilken ytterligere informasjon som kunne være av betydning. Som eksemplene over viser, var det noen elever som stilte spørsmål ved forhold som potensielt kunne ha påvirket dataen. Som Gal (2002) poengterer, er det viktig å undersøke kilders troverdighet når man skal lese og forstå statistisk data. Dette kan gjøres ved å stille seg selv spørsmål som «*Hvor kommer denne dataen fra?*» eller «*Er det nok troverdige data til å rettferdiggjøre påstandene som presenteres?*». Selv om elevene i arbeidet med haioppgaven ikke eksplisitt stilte disse spørsmålene, vil jeg hevde at de gjennom å utfordre de kontekstuelle rammene, demonstrerte en kritisk tilnærming til kilden og dataens troverdighet.

Gal (2002) presenterer kritiske ferdigheter som en sentral del av statistisk litterasitet, og viser til hvordan vi kontinuerlig presenteres for statistikk fra en rekke kilder med ulike agenda. Elevene i eksemplene over presenterte mulige scenarioer som kunne ha påvirket turistenes troverdighet. De forsøkte å forstå den statistiske informasjonen i lys av dataens opprinnelse.

6.3.3 Kritisk til oppgave

I *Eleveksempel 26* viste Emil en annen form for kritisk holdning, der han tok et steg tilbake og så på *hele* haioppgaven med et kritisk blikk. Han lurte på om lærerens spørsmål kanskje var et lurespørsmål, og at det egentlig ikke fantes haier i USA. Emils spørsmål fikk ingen konsekvenser for det videre arbeidet til elevpar 1E, men ved å stille disse spørsmålene utfordret han rammene elevene arbeidet ut fra. Jeg vil ikke definere det å utfordre rammene for en oppgave eller å stille spørsmål ved lærerens hensikter som karakteristisk for elevenes statistiske resonnering, da dette er noe som også forekommer i mange andre skolesammenhenger. I lys av Wild og Pfannkuch (1999) sitt rammeverk for statistisk tenkning, er det likevel interessant å undersøke elevens kritiske tilnærming i en statistisk kontekst. Wild og Pfannkuch presenterer «skepsis» som en av kvalitetene som påvirker ens statistiske tenkning. Ved å være på utkikk etter logiske eller faktuelle brister i prosessen med å utforske statistisk data, inntar tenkeren en kritisk holdning. Man er mindre tilbøyelig til å være skeptisk når man kommer frem til konklusjoner som passer ens egen forforståelse (Wild & Pfannkuch, 1999). Elevpar 1E hang seg opp i at haien ble oppdaget i USA, og både i *Eleveksempel 9* og *26* problematiserte Emil elementer knyttet til haiers eksistens i USA. Emil hadde altså en forforståelse knyttet til haier, inkludert haiers eksistens i USA, som så ut til å påvirke hans holdning til konklusjonene han og Emma kom frem til. Wild og Pfannkuch (1999) poengterer at en persons personlige kvaliteter i arbeidet med statistisk problemløsning er problemavhengige og endres i henhold til i hvilken grad en person engasjeres av problemet han eller hun arbeider med. Sammenlignet med mange av de andre elevene under datainnsamlingen, utmerket Emil seg ved å stille en rekke kritiske spørsmål av ulike art mens han arbeidet med haioppgaven. Dette kan skyldes hans engasjement for temaet, eller så kan det være at han følte seg trygg på sin kunnskap om haier, og derfor turte å utfordre de gitte rammene. Det kan også være at det å stille kritiske spørsmål til oppgaven ble benyttet som en taktikk for å kunne diskutere oppgaven uten å faktisk gå inn i datamaterialet og analysere dataen.

6.3.4 Kritisk til metode

I delkapittel 6.2 argumenterte jeg for at elevene viste en bevisst tilnærming til at de ikke arbeidet med noe som kunne resultere i et fasitsvar med to streker under. Likevel var det et elevpar som uttrykte kritiske holdninger til denne måten å arbeide på. Etersom dette kun var noe ett elevpar uttrykte, vil jeg ikke trekke det frem som en generell karakteristikkk ved elevenes arbeid på lik linje med elevenes bruk av kontekst eller probabilistisk språk, men det er likevel et aspekt jeg ønsker å reflektere rundt på tampen av oppgavens drøftingskapittel.

Jeg syntes det var interessant å observere hvordan elevpar 2A (Anna og Adrian) gjentatte ganger påpekte at det de holdt på med ikke var matematikk. Jeg ønsker derfor å belyse dette ytterligere selv om episoden også ble drøftet i seksjon 6.1.1. I *Eleveksempel 27* bemerket Anna at de ikke hadde benyttet regning for å komme frem til et svar, og at det de holdt på med derfor ikke var matte. Dette førte til at Adrian ikke klarte å slå seg til ro med det de hadde gjort, og han forsøkte derfor å finne måter de kunne regne seg frem til et svar på. I *Eleveksempel 28* fortalte elevene til læreren at de hadde en antagelse om hvor lang haien kunne ha vært, men at de ikke hadde brukt den «matematiske metoden» som Adrian videre forklarte at var å regne. Elevenes påstand om at det de holdt på med ikke var matematikk var interessant ettersom det strengt tatt kan sies å være riktig. Statistikk skiller seg som nevnt fra andre matematiske disipliner da dataen som behandles ikke bare er tall, men tall i kontekst (Cobb & Moore, 1997). Wild et al. (2011) sammenligner det å trekke statistiske slutninger med å se verden gjennom et vindu med riper i glasset. Det betyr ikke nødvendigvis at det man observerer ikke er sant, men at man må være bevisst på at det man ser ikke nødvendigvis er den fulle sannheten. Dette skiller seg fra andre matematiske disipliner der målet er å avdekke abstrakt, matematisk logikk. I episodene beskrevet over, fant Anna og Adrian det utfordrende å skulle benytte noe annet enn regning som utgangspunkt for arbeidet med en matematisk oppgave. Selv om det kan virke uvesentlig å dedikere et eget avsnitt i en masteroppgave som tar sikte på å avdekke felles karakteristikker ved elevenes statistiske resonnering til å diskutere en holdning som kun ble uttrykt av to elever, mener jeg at elevenes holdninger er av betydning. Til tross for at jeg i delkapittel 6.1 og 6.2 viste eksempler på at elevene som deltok i forskningen benyttet seg av resonnementer bestående av et samspill mellom statistisk og kontekstuell kunnskap, og at de intuitivt benyttet et nyansert probabilistisk språk, viser denne seksjonen at det likevel ikke var alle elevene som var fortrolige med denne måten å arbeide på, og det mener jeg det er viktig å få frem.

Avsluttende kommentarer til delkapittel 6.3

Alle elevksemlene jeg har trukket frem i dette delkapittelet har vist en tilbøyelighet hos elevene til å reflektere rundt og stille spørsmål til ulike aspekter ved arbeidet de holdt på med. Dette er i tråd med Halonens (1995) definisjon på kritisk tenkning. Selv om kritisk tenkning var noe som kom til uttrykk flere ganger i løpet av datainnsamlingen, og var noe jeg i analyseprosessen valgte å kategorisere som eget tema, er jeg likevel usikker på hvorvidt jeg på generell basis vil si at det er noe som *karakteriserer* elevenes statistiske resonnering. I elevksemlene jeg har trukket frem i avsnittene over, er det gjerne de samme elevene som kommer med kritiske utspill eller refleksjoner. Med tanke på at Wild og Pfannkuch (1999) sier at en persons personlige kvaliteter i arbeidet med statistisk problemløsning er problemavhengige, synes jeg det er viktig å reflektere rundt hvorvidt en annen kontekst ville ledet til mer eller mindre kritisk tenkning blant elevene. Det er ikke gitt at de elevene som stilte kritiske spørsmål og viste tegn til kritisk tenkning i arbeid med haioppgaven, hadde vist samme engasjement i arbeidet med oppgaver som tok utgangspunkt i en annen kontekst. Det kan også hende at de elevene som viste få eller ingen tegn til kritisk tenkning i arbeid med haioppgaven, hadde handlet på en annen måte dersom problemet de skulle løse var annerledes. Kanskje en kontekst elevene hadde enda mer kjennskap til enn haier hadde gitt dem større mulighet til å stille seg kritisk til dataen de arbeidet med. Makar et al. (2011) sier at forskjellene mellom elevenes forventninger til dataen og hva dataen faktisk viser, fungerer som drivkraft for arbeidet deres, og som Wild og Pfannkuch (1999) poengterer, er man mindre tilbøyelig til å være skeptisk når man kommer frem til konklusjoner som passer ens egen forforståelse. Det kan hende at flere av elevene ikke stilte kritiske spørsmål til dataen de arbeidet med fordi de manglet en klar formening om hvilke svar de kunne forvente. Dermed var de kanskje mindre tilbøyelige til å være skeptiske til de konklusjonene de trakk. Selv om forekomsten av kritisk tenkning i arbeidet med haioppgaven ikke nødvendigvis er representativ for generell praksis, er det likevel en viktig del av statistisk kompetanse og statistisk tenkning. I stedet for å si at det er noe som *karakteriserer* elevenes statistiske resonnering er det kanskje mer presist å si at det er noe som *preger* elevenes statistiske resonnering. Jeg mener at dette aspektet ved elevenes resonnering ikke bør undervurderes, og at det er viktig å se på hvilke elementer i arbeidet med statistiske oppgaver elevene stiller seg kritiske til.

7 Avslutning

Denne studien har hatt som hensikt å svare på problemstillingen: *Hva karakteriserer 4.klassingers statistiske resonnering?* For å kunne svare på oppgavens problemstilling ble det gjennomført en datainnsamling på 4.trinn over to dager. Datamaterialet fra datainnsamlingen, bestående av lydopptak, feltnotater og elevenes skriftlige arbeid, har lagt grunnlaget for at jeg har kunnet utforske elevenes arbeid og forsøke å finne ut hva som karakteriserer deres statistiske resonnering. Gjennom en induktiv tematisk analyse ble funnene fra datainnsamlingen delt inn i tre hovedkategorier; Elevløsninger, sikkerhet og usikkerhet og kritiske holdninger. Etter å ha drøftet funnene fra datainnsamlingen i lys av teori og forskning har jeg kommet frem til noen hovedkarakteristikker som jeg nå vil presentere. Det første jeg ønsker å trekke frem er elevenes utforskende tilnærming til den statistiske dataen de arbeidet med. Elevene benyttet seg av den statistiske dataen for å finne typetall og «midten» av dataen, uten å være klar over at det de anvendte statistiske prosedyrer. I tillegg til å benytte den statistiske dataen de hadde tilgjengelig som utgangspunkt for sine resonnementer, kombinerte de dette med sin kunnskap om konteksten dataen var hentet fra. Hvordan elevene benyttet konteksten i sin statistiske resonnering varierte, men jeg vil påstå at samtlige elever evnet å se dataen i lys av konteksten den tilhørte. Videre ønsker jeg å trekke frem elevenes språkbruk. Elevene brukte intuitivt et nyansert probabilistisk språk for å uttrykke graden av sikkerhet de hadde rundt antagelsene sine. De viste en bevisst holdning til at de ikke kunne konstatere med sikkerhet hva som var korrekt svar, men at de ut ifra dataen de hadde tilgjengelig, kunne komme med antagelser. I løpet av datainnsamlingen var det eksempler på at elevene på ulike vis utfordret arbeidet gjennom å gi uttrykk for kritiske holdninger. Som jeg presiserte delkapittelet om kritiske holdninger, er jeg usikker på om det blir riktig å si at kritiske holdninger eller kritisk tenkning er noe som *karakteriserer* 4.klassingers statistiske resonnering, men jeg ønsker likevel å si at det er noe som *preger* den. Kritisk tenkning er en viktig del av statistisk analyse, og kan fungere som drivkraft for elevenes resonnering.

7.1 Forslag til videre forskning

Selv om jeg har funnet et mulig svar på problemstillingen i denne studien, er jeg klar over at studien har sine begrensninger. I en «master-kontekst» med gitte rammer for omfang og tid, fikk jeg rikelig med data av å observere en klasse over to dager. Imidlertid må det bemerkes at det at studien bare involverte én klasse, begrenser dens allmenngyldighet. Derfor anbefales det videre forskning for å utforske problemstillingen mer grundig, gjerne med et bredere utvalg. Gjennom å arbeide med denne oppgaven har det dukket opp flere interessante ideer til

hvordan man kunne utvidet eller utviklet oppgaven videre. En naturlig forlengelse av denne forskningen ville være å utvide deltakergruppen ved å inkludere observasjoner av et større antall elever som arbeider med den samme haikonteksten. Dette vil gi muligheter for å sammenligne og vurdere graden av overensstemmelse eller avvik fra funnene i denne studien. Videre, med tanke på viktigheten av kontekst som har blitt diskutert flere ganger i denne oppgaven, ville det også være interessant å utforske hvordan elever resonnerer når de arbeider med emner de har mer personlig erfaring med, og hvordan dette skiller seg fra deres tilnærming til haioppgaven. Som jeg også nevnte i drøftingskapittelet, ville et annet interessant forskningsprosjekt være å utforske om elever fortsatt integrerer kontekstuell kunnskap i sine statistiske resonneringer dersom de benytter formelle utregningsmetoder. En siste vinking jeg ønsker å foreslå, er å utforske det skriftlige elevarbeidet mer grundig, særlig gjennom å se på elevenes representasjoner av data. Dette aspektet ble ikke utforsket i dybden i dette forskningsprosjektet grunnet begrensninger i oppgavens omfang. Dersom jeg hadde observert elevene over lengre tid, og de hadde fortsatt å arbeide med statistikk på samme måte, ville jeg mest sannsynlig ha observert en større og mer betydningsfull anvendelse av grafisk representasjon av data enn det som ble dokumentert i min egen datainnsamling.

7.2 Avsluttende refleksjoner

Etter å ha arbeidet med denne masteroppgaven, sitter jeg igjen med ny og verdifull kunnskap knyttet til elevers statistiske resonnering og statistikkundervisning i skolen. I læreplanen trekkes statistisk kunnskap frem som essensielt for elevers muligheter til å delta i samfunnsdebatten og ta ansvarlige livsvalg. For å kunne legge opp til undervisning som gir elevene det utgangspunktet de trenger for å gjøre dette, er jeg glad for at jeg, gjennom å arbeide med denne oppgaven, har fått muligheten til å gjøre meg bedre kjent med elevers begynnende statistiske forståelse. Det å ha undersøkt elevers statistiske resonnering *før* de har lært formelle utregningsprosedyrer, har gitt meg verdifull innsikt i hva elever får til på egenhånd i arbeidet med statistisk data, og hva jeg som lærer må være forberedt på å veilede dem på videre. Utover å gi elevene et godt grunnlag for videre utforskning og bruk av sentral mål, i tråd med hva kompetansemålet etter 7. trinn sier i læreplanen, ser jeg flere fordeler ved å introdusere statistikk gjennom en uformell og utforskende tilnærming. Å kunne analysere og forstå statistikk på en uformell måte er ikke bare en god forberedelse for å kunne lære mer formelle prosedyrer for statistisk dataanalyse senere, det er også en verdifull ferdighet i seg selv. I våre egne liv foretar vi en rekke valg på bakgrunn av uformelle vurderinger av statistisk informasjon. En utforskende tilnærming til statistikk, der elevene

utfordres på å trekke konklusjoner med større eller mindre grad av sikkerhet, bidrar også til å levendegjøre sammenhengen mellom statistikk og sannsynlighet for elevene.

I introduksjonskapittelet til denne oppgaven presenterte jeg et sitat fra forsker og professor Joachim Engel (2017) om hva elever trenger for å kunne bli aktive samfunnsborgere som kan tolke, forstå, fakta-sjekke og benytte statistikk. Han trekker blant annet frem kontekstuell kunnskap, kjennskap til elementære statistiske konsepter og evne til kritisk tenkning som grunnleggende ferdigheter elevene vil ha behov for. Jeg synes det er svært interessant at det er mulig å identifisere flere av disse elementene i arbeidet til elever på 4.trinn som ikke har arbeidet med statistikk tidligere. For meg viser dette at vi som matematikklærere har et godt utgangspunkt for å kunne arbeide med å utvikle elevenes statistiske kunnskap og ferdigheter. Ved å anerkjenne betydningen av å bygge grunnlag for statistisk forståelse tidlig i skoleløpet, kan vi som lærere bidra til å forme en generasjon av elever som er rustet til møte en verden preget av økende mengder data og komplekse problemstillinger.

Litteraturliste

- Alseth, B. (2009). Kompetanse og grunnleggende ferdigheter i matematikk. I H. Traavik, O. Hallås, & A. Øvrig (Red.), *Grunnleggende ferdigheter i alle fag* (s. 104–127). Universitetsforlaget.
- Bakker, A. (2004). Reasoning about shape as a pattern in variability. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 64–83. <https://doi.org/10.52041/serj.v3i2.552>
- Bakker, A., & Derry, J. (2011). Lessons from Inferentialism for Statistics Education. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1–2), 5–26. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538293>
- Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Cappelen Damm Akademisk.
- Ben-Zvi, D., Aridor, K., Makar, K., & Bakker, A. (2012). Students' emergent articulations of uncertainty while making informal statistical inferences. *ZDM Mathematics Education*, 44(7), 913–925. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0420-3>
- Brandom, R. B. (2000). *Articulating reasons: An introduction to inferentialism*. Harvard University Press.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77–101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Castro Sotos, A. E., Vanhoof, S., Van den Noortgate, W., & Onghena, P. (2007). Students' misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review*, 2(2), 98–113. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2007.04.001>
- Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.

- Cobb, G. W. (2007). One Possible Frame for Thinking about Experiential Learning. *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, 75(3), 336–347.
<https://www.jstor.org/stable/41509874>
- Cobb, G. W., & Moore, D. S. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *The American Mathematical Monthly*, 104(9), 801–823. <https://doi.org/10.2307/2975286>
- Dalland, C. P., Bjørnestad, E., & Andersson-Bakken, E. (2021). Observasjon som metode i barnehage- og klasseromsforskning. I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 126–152). Universitetsforlaget.
- Det Norske Akademis ordbok. (u.å.). *Resonnere*. Hentet 8. mai 2024 fra <https://naob.no/ordbok/resonnere>
- Dewey, J. (1998). *How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process*. Houghton Mifflin.
- Engel, J. (2017). Statistical literacy for active citizenship: A call for data science education. *Statistics Education Research Journal*, 16(1), 44-49.
<https://doi.org/10.52041/serj.v16i1.213>
- English, L. D., & Watson, J. M. (2013, 7.-11. juli). *Beginning Inference in Fourth Grade: Exploring Variation in Measurement* [Paperpresentasjon]. Mathematics Education: Yesterday, Today and Tomorrow. Proceedings of the 36th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA36), Melbourne, Australia.
https://merga.net.au/Public/Public/Publications/Annual_Conference_Proceedings/2013_MERGA_CP.aspx

- English, L. D., & Watson, J. M. (2016). Development of Probabilistic Understanding in Fourth Grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 47(1), 28–62.
<https://doi.org/10.5951/jresematheduc.47.1.0028>
- Fangen, K. (2010). *Deltagende observasjon* (2. utg.). Fagbokforlaget.
- Fielding-Wells, J. (2018). Dot plots and hat plots: Supporting young students emerging understandings of distribution, center and variability through modeling. *ZDM Mathematics Education*, 50(7), 1125–1138. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0961-1>
- Fosnot, C. T., Gravemeijer, K., van Galen, F., Williams, D., & Bryant, G. (2023). *Batterier, mobiltelefoner, dalmatinere og vannmeloner – statistikk for mellomtrinnet* (T. Heggem & K. Iversen, Overs.). Caspar forlag. (Opprinnelig utgitt 2019).
- Frischemeier, D. (2019). Primary school students' reasoning when comparing groups using modal clumps, medians, and hatplots. *Mathematics Education Research Journal*, 31(4), 485–505. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00261-6>
- Frischemeier, D., & Schnell, S. (2023). Statistical investigations in primary school – the role of contextual expectations for data analysis. *Mathematics Education Research Journal*, 35(1), 217–242. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00396-5>
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, 70(1), 1–25.
<https://doi.org/10.2307/1403713>
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How Students Learn Statistics Revisited: A Current Review of Research on Teaching and Learning Statistics. *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, 75(3), 372–396.
<https://www.jstor.org/stable/41509878>

- Gargroetzi, E. C., Chavez, R. D., Munson, J., Langer-Osuna, J. M., & Lange, K. E. (2019). Can off-task be on-track? *Phi Delta Kappan*, 100(8), 62–66.
<https://doi.org/10.1177/0031721719846892>
- Gravemeijer, K., van Galen, F. & Fosnot, C. T. (2018). *All about sharks: Data representation and analysis*. A unit in the Contexts for Learning Mathematics Series: New Perspectives on Learning.
- Halonen, J. S. (1995). Demystifying critical thinking: Teaching of Psychology. *Teaching of Psychology*, 22(1), 75–81. https://doi.org/10.1207/s15328023top2201_23
- Høgskolen i Innlandet. (u.å.). *Valg av dataverktøy og datalagring i studentoppgaver*. Hentet 14. mai 2024 fra <https://www.inn.no/bibliotek/oppgaveskriving/datainnsamling-og-personvern/innsamling--og-lagringsguide/index.html>
- Johannessen, L. E. F., Rafoss, T. W., & Rasmussen, E. B. (2018). *Hvordan bruke teori? Nyttige verktøy i kvalitativ analyse*. Universitetsforlaget.
- Konold, C., Pollatsek, A., & Well, A. (1997). Students analyzing data: Research of critical barriers. I J. Garfield & G. Burrill (Red.), *Research on the Role of Technology in Teaching and Learning Statistics* (s. 151–168). International Statistical Institute.
- Konold, C., Robinson, A., Khalil, K., Pollatsek, A., Well, A., Wing, R., & Mayr, S. (2002, 7.-12. juli). *Students' use of modal clumps to summarize data* [Paperpresentasjon]. Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS6), Cape Town, Sør-Afrika.
https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICOTS_6_2002
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.
<https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>
- Kvarv, S. (2021). *Vitenskapsteori: Tradisjoner, posisjoner og diskusjoner (Ny og utvidet utgave)*. Novus forlag.

- Landtblom, K. (2018, 8.-13. juli). *Is data a quantitative thing? An analysis of the concept of the mode in textbooks for grade 4-6* [Paperpresentasjon]. Tenth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS10), Kyoto, Japan. https://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICOTS_10_2018
- Langer-Osuna, J. M. (2018). Productive Disruptions: Rethinking the Role of Off-Task Interactions in Collaborative Mathematics Learning. *Education Sciences*, 8(2), 87. <https://doi.org/10.3390/educsci8020087>
- Makar, K. (2014). Young children's explorations of average through informal inferential reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 86(1), 61–78. <https://www.jstor.org/stable/43590061>
- Makar, K. (2016). Developing Young Children's Emergent Inferential Practices in Statistics. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(1), 1–24. <https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1107820>
- Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2011). The Reasoning Behind Informal Statistical Inference. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1–2), 152–173. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538301>
- Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82–105. <https://doi.org/10.52041/serj.v8i1.457>
- Mokros, J., & Russell, S. J. (1995). Children's Concepts of Average and Representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20–39. <https://doi.org/10.2307/749226>
- Nacarato, A. M., & Grandó, R. C. (2014). The role of language in building probabilistic thinking. *Statistics Education Research Journal*, 13(2), 93–103. <https://doi.org/10.52041/serj.v13i2.283>

- Nosrati, M., & Wæge, K. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Matematikksenteret.
<https://www.matematikksenteret.no/publikasjoner/sentrale-kjennetegn-p%C3%A5-god-1%C3%A6ring-og-undervisning-i-matematikk>
- Oxford University Press. (2024). *Oxford Word of the Year 2016*. Oxford Languages.
<https://languages.oup.com/word-of-the-year/2016/>
- Pfannkuch, M. (2011). The Role of Context in Developing Informal Statistical Inferential Reasoning: A Classroom Study. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1–2), 27–46. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538302>
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.
- Schnell, S., & Frischemeier, D. (2019, 5.-10. februar). *Primary school students reasoning about and with the median when comparing distributions* [Paperpresentasjon]. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11), Utrecht, Nederland. <http://erme.site/cerme-proceedings-series/>
- Schou, J., Jess, K., Hansen, H. C., & Skott, J. (2013). *Matematik for lærerstuderende: Stokastik 1.-10. klassetrin*. Samfundslitteratur.
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Fagbokforlaget.
- Tjora, A. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4. utg.). Gyldendal Akademisk.
- Utdanningsdirektoratet. (2019, 18.november). *Hva er kjerneelementer?* Udir.
<https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/>


- Watson, J. (2014). What is «typical» for different kinds of data?: Examples from the Melbourne Cup. *Australian Mathematics Teacher*, 70(2), 33–40.
<https://login.ezproxy.inn.no/login?url=https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=a9h&AN=97317781&site=ehost-live&scope=site>
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, 67(3), 223–248.
<https://doi.org/10.2307/1403699>
- Wild, C. J., Pfannkuch, M., Regan, M., & Horton, N. J. (2011). Towards more accessible conceptions of statistical inferences [with discussion]. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (Statistics in Society)*, 174(2), 247–295.
<https://www.jstor.org/stable/23014400>

Vedlegg

Vedlegg 1

Godkjenning Sikt

13.05.2024, 10:52 Meldeskjema for behandling av personopplysninger

 Sikt

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer 675460	Vurderingstype Standard	Dato 29.11.2023
----------------------------------	-----------------------------------	---------------------------

Tittel
Masteroppgave - elevers uformelle, statistiske slutninger

Behandlingsansvarlig institusjon
Høgskolen i Innlandet / Fakultet for lærerutdanning og pedagogikk / Institutt for humanistiske fag

Prosjektansvarlig
Kjærand Iversen

Student
Nora Juvhaugen Rønsen

Prosjektperiode
01.12.2023 - 15.05.2024

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 15.05.2024.

[Meldeskjema](#)

Kommentar
OM VURDERINGEN
Sikt har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket. Vi har nå vurdert at du har lovlig grunnlag til å behandle personopplysningene.

FORELDRE SAMTYKKER FOR BARN
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna.

LOVLIG GRUNNLAG FOR TREDJEPERSONSOPPLYSNINGER
Lovlig grunnlag for behandlingen av personopplysninger vil være tredjepersons samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 a).

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Det er institusjonen du er ansatt/student ved som avgjør hvordan du må lagre og sikre data i ditt prosjekt og hvilke databehandlere du kan bruke. Husk å bruke leverandører som din institusjon har avtale med (f.eks. ved skylagring, nettspørreskjema, videosamtale el.).

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Se våre nettsider om hvilke endringer du må melde: <https://sikt.no/melde-endringer-i-meldeskjema>

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

<https://meldeskjema.sikt.no/654e25e0-4d44-48a5-ac3b-2286120b9852/vurdering>

Vedlegg 2

Samtykkeskjema

Invitasjon til deltakelse i forskningsprosjektet «*Elevers uformelle, statistiske slutninger*»

Mitt navn er Nora Juvhaugen Rønsen. Jeg er 5.årsstudent på grunnskolelærerutdanningen (1.-7. trinn) ved Høgskolen i Innlandet, og skal gjennomføre et forskningsprosjekt vinteren 2024 i forbindelse med min masteroppgave.

Dette forskningsprosjektet involverer barn som ikke kan avgi et selvstendig informert samtykke til å delta i prosjektet. Som foresatte ber jeg om at du/dere leser gjennom skrevet og eventuelt signerer samtykke til deltakelse på vegne av deres barn. Barnet får egen, alderstilpasset informasjon om prosjektet og kan fritt kan bestemme om han/hun vil være med eller ikke. Foresattes skriftlige samtykke er gyldig når barnet viser egeninteresse om å delta.

I dette skrevet får du/dere informasjon om formålet med prosjektet og hva deltakelsen til ditt barn vil innebære. Takk for din interesse for dette prosjektet og for at du tar deg tid til å lese nøye gjennom informasjonen. Spør meg gjerne dersom det er noe mer du ønsker å vite om prosjektet. Kontaktinformasjon finnes på siste side.

Formålet med prosjektet

Masteroppgaven min omhandler elevers arbeid med uformelle, statistiske slutninger. Det vil si resonnement og slutninger elever kommer med i arbeidet med statistisk data. I min forskning ønsker jeg å se på i hvilken grad statistiske eller kontekstuelle faktorer påvirker elevenes resonnement og påstander, og generelt hva som karakteriserer elevenes arbeid med statistikk.

Hvorfor får du spørsmål om deltakelse?

Høsten *år* gjennomførte jeg praksisen min på *trinn* ved *navn på skole*. I den sammenheng ble jeg godt kjent med både skolen, de ansatte og elevene på trinnet. I forskningen min er jeg interessert i å se på arbeidsprosessen til elever som ikke enda har arbeidet med formelle sentral- og spredningsmål innen statistikk. Derfor ønsker jeg å gjennomføre datainnsamlingen min på 4.trinn, og alle elever på trinnet får spørsmål om å være med.

Hva skal gjennomføres? Hvilken data skal samles inn?

Datainnsamlingen vil foregå over 3-5 undervisningsøkter i matematikk. Det vil være observasjon av elevenes arbeid i form av lydopptak og feltnotater, samt innsamling av elevenes skriftlige arbeid. Elevene skal følge undervisning som vanlig. Lydopptakene vil kun brukes for å fange opp hva som karakteriserer elevenes arbeid med å utarbeide statistiske slutninger.

Det elevene sier som ikke er relevant for deres arbeid med å trekke statistiske slutninger, er ikke interessant for min datainnsamling, og vil ikke brukes i oppgaven. Elevenes skriftlige arbeid vil samles inn og brukes som støtte til lydopptakene for å bedre forstå hva elevene har tenkt og gjort i timen. Personopplysninger som samles inn gjennom datainnsamlingen er navn, stemme og håndskrift, alt dette anonymiseres i oppgaven.

Hvem er ansvarlig for prosjektet?

Høgskolen i Innlandet har som institusjon det formelle prosjektansvaret som inkluderer sikker databehandling av personopplysningene som skal samles inn.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for barnet hvis du/dere avstår fra å samtykke, eller senere velger å trekke samtykket. Å delta vil ikke påvirke barnets skolehverdag. Barna som foresatte har reservert mot deltakelse samt barna som ikke har lyst til å delta i studien, vil få tilbud om et alternativt, lignende opplegg sammen med lærer.

Samtykke til å delta i forskningsprosjektet

Her følger informasjon om rettigheter som informant, og hvordan personopplysninger om barnet vil behandles. Du/dere må samtykke til dette for å være med i prosjektet, men samtykket kan trekkes tilbake når som helst.

Om datahåndtering og personvern

Jeg vil bare bruke opplysningene fra barnet til formålene jeg har fortalt om i dette skrivet. Personopplysninger blir håndtert konfidensielt fra begynnelse til slutt i prosjektet, og er i samsvar med personvernregelverket (GDPR).

- Jeg vil bare bruke informasjonen jeg innhenter gjennom datainnsamlingen til å finne ut hva som karakteriserer 4.klassingers arbeid med uformelle, statistiske slutninger.
- Jeg vil passe på at ingen kan få tak i informasjonen som samles inn om barnet.
- Navn vil bli erstattet med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data (kodeliste).
- Alle personopplysninger blir lagret på en sikker forskningsserver (spesifisert under).
- Lydopptak blir slettet når alt er skrevet ned (transkribert).
- Når jeg skriver masteroppgaven, vil jeg passe på at ingen kan gjenkjennes verken direkte eller indirekte i teksten. Kodelisten vil bli slettet ved prosjektslutt.

Innsamling og lagring av datamateriale

For sikker innsamling og lagring av datamaterialet gjelder Høgskolen i Innlandets retningslinjer.

Lydopptak av elevens samtaler vil gjøres ved hjelp av mobiltelefon og den krypterte applikasjonen «Nettskjema Diktafon». Lydfilen sendes direkte til sikker server for «Nettskjema» ved Universitetet i Oslo som Høgskolen i Innlandet har databehandleravtale med. Lydfilene vil bli gjort om til tekst (transkribert), og deretter analysert av meg. Også innsamlet elevarbeid vil samles inn, analyseres og anonymiseres.

Hva gir meg rett til å behandle personopplysninger om barnet?

Opplysninger om barnet behandles basert på foresattes samtykke. På oppdrag fra Høgskolen i Innlandet har Personverntjenester ved Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør, vurdert at behandlingen av personopplysninger i prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om ditt barn, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om ditt barn som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om ditt barn
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av personopplysninger

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Prosjektet vil etter planen avsluttes senest oktober 2024. Opplysningene vil da slettes.

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter,

ta kontakt med:

- Masterstudent Nora Juvhaugen Rønsen (241179@stud.inn.no , 97 42 37 68)
- Høgskolen i Innlandet, ved førstelektor Kjærland Iversen (kjarand.iversen@inn.no, 62 43 05 80)
- Personvernombud, Høgskolen i Innlandet: Usman Asghar (usman.asghar@inn.no, 99 25 79 64)
- Hvis du har spørsmål knyttet til Sikt Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Signering:

Samtykke til deltakelse i forskningsprosjektet «Elevers uformelle, statistiske slutninger».

Jeg har lest informasjonen og forstått hva prosjektet går ut på.

Jeg er kjent med at barnet mitt vil få alderstilpasset informasjon om prosjektet, og kan selv velge å være med eller ikke.

Jeg gir et frivillig samtykke på vegne av (barnets navn) og forstår at barnet har mulighet til å trekke seg på et senere tidspunkt.

Jeg forstår at personopplysninger som kan identifisere barnet, som navn/stemme/håndskrift er kjent for student og veileder, men ikke blir spredt til noen andre.

Jeg forstår at barnets personopplysninger blir samlet inn og lagret sikkert til de enten slettes eller anonymiseres [Oktober 2024].

Vi samtykker til at(barnets navn)

kan delta i dette forskningsprosjektet.

Ja Nei

Foresatt 1

Dato:

Navn:

Signatur:

Foresatt 2

Dato:

Navn:

Signatur:

Vedlegg 3

Appendix B. Fra *All about sharks: Data representation and analysis* (s. 67), av K.

Gravemeijer, F. van Galen & C. T. Fosnot, 2018, *New Perspectives on Learning*. Copyright 2018 Koenig Gravemeijer, Frans van Galen og Catherine Twomey Fosnot. Gjengitt med tillatelse.

Appendix B – Shark Size Estimates

The size of the shark in meters, according to eyewitnesses.

$5 \frac{3}{4}$	6	$5 \frac{1}{4}$	$6 \frac{1}{2}$
$6 \frac{1}{4}$	5	$6 \frac{1}{4}$	$6 \frac{1}{4}$
$6 \frac{1}{4}$	$7 \frac{3}{4}$	$5 \frac{3}{4}$	6
$6 \frac{1}{4}$	$5 \frac{1}{2}$	$6 \frac{1}{2}$	$5 \frac{3}{4}$
$5 \frac{1}{4}$	6	$6 \frac{3}{4}$	

ALL ABOUT SHARKS: DATA REPRESENTATION AND ANALYSIS 67

Vedlegg 4

Appendix C. Fra *All about sharks: Data representation and analysis* (s. 68), av K.

Gravemeijer, F. van Galen & C. T. Fosnot, 2018, *New Perspectives on Learning*. Copyright 2018 Koeno Gravemeijer, Frans van Galen og Catherine Twomey Fosnot. Gjengitt med tillatelse.

