Fakultetet for lærerutdanning og pedagogikk

**Jenni Elgaaen**

# Masteroppgave

# En teoridreven innholdsanalyse av krav i brøkoppgaver på femte trinn i Campus Matte 5-7

A theory-driven content analysis of requirements in fraction problems in fifth grade in Campus Matte 5-7

Grunnskolelærerutdanning 1-7

2MASTER17

**2024**

# Forord

Etter fem år som student i Hamar står det for tur å levere masteroppgaven, som en tydelig markør på avsluttet utdanning. Arbeidet med masteravhandlingen har vært en lærerik og spennende tid, som har bydd både på dager med mot og selvtillit, og krevende dager med mye frustrasjon. Til slutt sitter jeg igjen med en masteroppgave jeg er stolt av, og mange minner fra en viktig tid i livet.

Jeg vil takke min veileder Bjarte Rom for god støtte underveis, og troa på at jeg skal komme i mål. En takk går også til skriveveileder på biblioteket for hjelp med kildehenvisning, og en takk til Jo Seim for en hjelpende hånd i analysen. Jeg vil også gi en stor takk til mine foreldre som hele tiden har vært der for en samtale. Dere har gjennom alle årene på studie og spesielt i denne tiden vært der for meg når jeg trenger oppmuntring. Takk for at dere alltid har troa på meg. Til slutt vil jeg takke mine medstudenter for fem fantastisk fine år i en by jeg har blitt litt for glad i. Et så godt klassemiljø er ikke en selvfølge, og samholdet vi har skapt er jeg svært takknemlig for. En ekstra takk til Nora Rønsen, Ellinor Lie og Ida Sundal for samarbeid i matematikkfaget, i tillegg til støtte og råd med masteroppgave, men mest for det vennskapet vi har utviklet disse årene.

Hamar, mai 2024

Jenni Elgaaen

# Norsk sammendrag

Masteravhandlingen tar for seg en analyse av oppgavene innenfor brøkkapittelet på femte trinn i Campus Matte 5-7, og undersøker kravene oppgavene stiller til elevene både med tanke på potensielle kognitive krav og type svar. Analysen har rammeverket til Charalambous, Hsu og Mesa (2010) som bakteppe, som tar for seg både bred og smal tilnærming til analyse av lærebok. I tillegg er Smith & Stein (1998) sentrale i analysen, der deres kategorier for potensielle kognitive krav er benyttet for å besvare problemstilling. Avhandlingen har også som formål undersøke potensielle årsaker og konsekvenser som er knyttet til oppgavenes potensielle kognitive krav og type svar. Rammeverkene ble tilpasset for å best mulig kunne besvare problemstillingen, der en ny kategori for potensielle kognitive krav ble produsert, og en ny kategori for type svar.

Analysen resulterte i tall som viste at det var overvekt av oppgaver i kapittelet som stilte lave kognitive krav til elevene, der flesteparten av oppgavene kunne anses som prosedyreoppgaver uten sammenheng. Resultatene viste også et stort fokus på at elevene skulle produsere kun svar.

Ettersom kapittelet i brøk har et flertall av lavt kognitivt krevende oppgaver, samt en overvekt av etterspørsel om kun svar er noen årsaker og konsekvenser av dette drøftet. Det har dermed blitt konkludert med at kravene oppgavene stiller til elevene også har konsekvenser for lærers evne til å vurdere elevene og unngå utvikling av misoppfatninger i temaet, elevenes utvikling av matematisk kompetanse, samt at en overordnet årsak bak kravene til elevene han dreie seg om de funksjonene læreverket ellers tilbyr.

# Engelsk sammendrag

The master's thesis examines an analysis of tasks within the fraction chapter in fifth grade of Campus Matte 5-7, investigating both the cognitive demands and types of responses required by the tasks. The analysis is framed within the framework of Charalambous, Hsu, and Mesa (2010), which addresses both broad and narrow approaches to textbook analysis. Additionally, Smith & Stein (1998) are central to the analysis, where their categories for potential cognitive demands are used to address the research question. The purpose of the thesis is also to investigate potential causes and consequences associated with the tasks' cognitive demands and types of responses. The frameworks were adapted to best address the research question, with a new category for potential cognitive demands produced, along with a new category for types of responses.

The analysis resulted in findings indicating an overabundance of tasks in the chapter that pose low cognitive demands on students, with the majority of tasks being considered procedural tasks without connections. The results also showed a strong emphasis on students merely producing answers. As the fraction chapter predominantly consists of tasks with low cognitive demands and a focus on demanding only answers, some causes and consequences of this are discussed. It is therefore concluded that the demands posed by the tasks on students also have consequences for teachers' ability to assess students and avoid the development of misconceptions in the topic, students' development of mathematical competence, and that an overarching cause behind the demands on students may relate to the functions otherwise offered by the textbook.

## Innhold

# 1. Introduksjon

I dagens digitale læreverden er det viktig å kunne navigere og forstå både hva og hvorfor elevene skal lære det de skal lære. I landskapet av digitale ressurser, står Campus Matte frem som en av de mest populære digitale læreverkene, og blir benyttet av over 1000 skoler i landet (*Campus Matte 5-7*, u.å.). Min masteroppgave søker å avdekke krav stilt til elevene i brøkkapittelet på femte trinn i Campus Matte 5-7. Ved å stille tre sentrale spørsmål- hvilke *potensielle kognitive krav* som skjuler seg i oppgavene, hvilke typer svar som etterspørres, og hvilke potensielle årsaker eller konsekvenser disse kravene kan ha for elevenes læring, søker jeg å utforske matematikkundervisning og dens eventuelle virkning på elevers læring. Gjennom denne utforskningen håper jeg å kaste lys over hva det digitale læreverket Campus Matte 5-7 tilbyr. Videre i masteravhandlingens første kapittel vil de bakenforliggende årsakene bak det valgte temaet gjøres rede for, samt noe sentral begrepsavklaring. Studiets problemstilling og forskningsspørsmål vil presenteres, etterfulgt av en redegjørelse av masteravhandlingens videre oppbygning.

## 1.1 Bakgrunn for valgt studie

Om lag en tredjedel av kompetansemålene fra femte til syvende trinn i læreplanen i matematikk omhandler brøk. Spesifikt på femte trinn seks av ti kompetansemål rettet mot brøk (Kunnskapsdepartementet, 2019). Dette viser til at brøk blir ansett som et svært aktuelt tema innenfor matematikkfaget, og spesielt sentralt på mellomtrinnet. Likevel viser forskning til at brøk en nøkkelutfordring, og et tema i matematikken som mange barn sliter med (Siegler et al., 2013). Gjennom flere års erfaring fra min egen skolegang og en rekke praksisperioder der jeg har hatt muligheten til å samhandle med barn i klasserommet, har jeg observert at brøk stadig blir fremhevet som en betydelig utfordring. Jeg har erfart og observert at brøk er et område der barn ofte tilegner seg aritmetiske prosedyrer, men de kan mangle en dyp forståelse av konseptene bak brøker.

Brøk er en helt sentral del av matematikkfaget, og svært viktig grunnet brøkens krav til en utvidet og dypere tallforståelse enn den vi får når vi forholder oss til hele. Brøk er viktig i seg selv, men også viktig i en større sammenheng. Brøken har en innbyrdes rolle i mer avansert matematikk (Siegler et al., 2011), samt har elevers prestasjon i brøk en sterk relasjon med elevenes prestasjoner senere i mattefarget (Bailey et al., 2012). Det internasjonale studie *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) er en omfattende undersøkelse som har som formål å vurdere og sammenligne matematikk- og naturfagkompetansen til elever over hele verden (Bergem et al., 2016). Bergem et. al (2016) presterer de viktigste resultatene fra undersøkelsen, der det er et hovedfokus på at norske elever skårer betydelig høyere enn jevnaldrende i våre naboland. Dog viser undersøkelsen at norske elever presterer dårligere i emneområde «tall». Emneområdet tar for deg de fire regneartene, i tillegg til regning med desimaler og brøk (Bergem et al., 2016). Disse resultatene viser til at brøk er en større utfordring enn andre temaer, som tilsier at det i stor grad er plass til endring og forbedring i innlæringen.

Læreboken har en sentral rolle i matematikkfaget, og har gjennom tidene blitt brukt som et viktig redskap i undervisning. 1. August 2000 ble den offentlige godkjenningsordningen for lærebøker i Norge opphevet, i stor grad grunnet læreplanens styrende rolle (Meld. St.20 (2012-2013), s. 61). I og med at det ikke lengre er en offentlig godkjenningsordning for læreverk har forfatteren, samt forlagene bøkene blir utgitt med ansvar for innholdet. Dette indikerer at skolen og deres lærere selv er ansvarlige for at læreverkene som blir tatt i bruk faktisk dekker kravene læreplanen stiller. Selv om læreboken ikke lengre blir ansett som en nødvendighet i matematikkundervisning har jeg erfaringsmessig opplevd at den har en viktig rolle i mange klasserom. Min egen skolegang var sterkt preget av undervisning i lærebok, samt har jeg erfart i både praksis og jobb at læreboka står svært sentralt og er en ressurs de aller fleste lærere fortsatt tar i bruk. Dog er både matematikkfaget og skolen generelt preget av det digitale skiftet, og mange skoler tar i bruk IPad og andre digitale hjelpemidler i klasserommet. Med det er det mange av de tidligere analoge læreverkene som har lansert digitale varianter, samt har helt nye heldigitale læreverk etablert seg. Et av disse er Campus Matte, som er læreverket jeg skal analysere i dette studie.

Campus Inkrement er Norges største tjeneste for omvendt undervisning, og inkluderer en rekke komplette digitale læreverk i matematikk. På Campus Mattes nettsider kan man lese at læreverkene er utviklet for kunnskapsløfte 2020, og legger vekt på dybdelæring og tilpasset utvikling (*Campus Matte 5-7*, u.å.). Læreverket består av forelesninger, diskusjonsoppgaver, ulike aktiviteter og temaarbeid, samt oppgaver som elevene kan løse på egenhånd. Studie tar for seg en analyse *potensielle kognitive krav* og *type svar* i oppgavene som direkte handler om brøk på femte trinn. I Bergmann og Sams bok «*Flipped Learning: Gateway to student* *engagement*» (2014) skildres begrepet omvendt undervisning. Omvendt undervisning er en undervisningsmetode som er forholdsvis ny i barneskolen, og går ut på at læreren snur på den tradisjonelle lærerstyrte undervisningen. Med bruk av tekst, video, lydopptak eller lignende som lærer har gjort tilgjengelig for elevene, kan de bruke tiden sin hjemme på å innta kunnskap om det aktuelle temaet. Tiden på skolen kan med det brukes på å løse oppgaver og utforske temaet. Klasserommet blir med det i mye større grad preget av elevaktivitet, der elevenes rolle utvikles fra passive konsumenter til aktive problemløsere og lærer tar en veilederrolle i motsetning til å være foreleser (Bergmann & Sams, 2014, s. 19). På bakgrunn av ønsket om å utforske årsaker og virkninger av hvordan oppgavene fremstår er omvendt undervisnings-perspektivet sentralt.

For å kunne ta en nærmere titt på oppgaver innenfor brøktemaet og innlæringen av denne er det benyttet et teoretisk rammeverk om eksplisitt tar for seg lærebok analyse. Rammeverket er utviklet av Charalambous et al. (2010) og tar for seg en rekke elementer innenfor lærebokanalyse. Hvilke deler av rammeverket som benyttes gjøres rede for i metodekapittelet, men et sentralt begrep i rammeverket, samt i min studie er kognitive krav. For å evaluere oppgaver og kunne kategorisere deres kognitive krav utviklet Smith & Stein "The Task Analysis Guide over levels of cognitive Demands" (Smith & Stein, 1998, s. 344). Verktøyet omfatter fire kategorier som skiller mellom oppgaver med lave og høye kognitive krav. Ifølge Smith & Stein anses en oppgave som god når den krever at elevene utfører matematisk tenkning og selv finner prosedyrer og sammenhenger basert på deres eksisterende kunnskaper.

Avslutningsvis vil jeg fremheve den praktiske relevansen av dette forskningsprosjektet for min fremtidige rolle som mattelærer. Gjennom å utforske teori og forskning knyttet til det valgte temaet, vil den innsikten jeg oppnår gjennom egen forskning være uvurderlig for min personlige utvikling som lærer. Kunnskapen vil være nyttig på veier til å bli en dyktig lærer. Videre vil det dypdykket jeg gjør i et sentralt læreverk, Campus Matte, være svært nyttig både for å forstå læreverket bedre og for å senere kunne ta velinformerte beslutninger angående valg av læringsressurser, noe som er en viktig del av lærerens ansvarsområde.

## 1.2 Problemstilling

Som gjort rede for er brøk en viktig del av matematikkfaget. Brøk er det mest omfattende temaet, og tar mye av tiden til elevene. Likevel ser vi at elever har vanskeligheter i brøk. I dette studie er mitt ønske å undersøke i hvilke grad et nyere, digitalt læreverk legger til rette for en god innlæring av brøk, og grundig ta for meg hvilken grad av *potensielle kognitive krav* og *type svar* man kan finne i læreverkets brøkoppgaver. Med bakgrunn i forholdene jeg har presentert, og som grunnlag i min masteravhandling har jeg formulert denne problemstillingen:

*Hvilke krav stilles i oppgavene i brøkkapittelet på femte trinn i det digitale læreverket Campus matte 5-7?*

For å undersøke dette er det videre utviklet tre forskningsspørsmål der to av disse er tett knyttet opp mot rammeverket til Charalambous et al. (2010), som legger rammer for analyse av lærebok. Analysen har et teoretisk bakteppe som tar for seg å undersøke ulike aspekt ved lærebøker, og gjør dermed masteravhandlingens metode en teoridreven dokumentanalyse. De første to forskningsspørsmålene er som følger:

1. *Hvilke potensielle kognitive krav finner vi i oppgavene i brøkkapitelet på femte trinn i Campus Matte?*
2. *Hvilke typer svar etterspør oppgavene i brøkkapittelet på femte trinn i Campus Matte 5-7?*

Underveis i arbeidet med masteravhandlingen oppsto det et ønske om å utforske andre perspektiv som oppsto på bakgrunn av oppgavenes krav til elevene. En test av analyseverktøyet ble gjort av en lærer på videregående skole (vil gjøres rede for i kapittel 3.8.2 om relabilitet). Læreren kommenterte så på hvordan lærerne seg imellom på sin skole ofte diskuterte algoritmiske oppgaver kontra problemløsning. Blant kollegaene var mange som hadde troa på algoritmisk oppgavedrill, og at dette må til for å automatisere/internalisere algoritmene, slik at de senere kan benytte mindre kognitiv kapasitet på algoritmene, og mer på problemløsning. Læreren nevnte også hvordan de erfarte at mange elever er «svært dårlige» i brøkregning, samt deling og algebra når de startet på vg1. Dette ga meg et ønske om å utforske mulige årsaker eller konsekvenser som kan knyttes til resultatene fra de presenterte forskningsspørsmålene. Dermed er det siste forskningsspørsmålet som følger:

3. *Hvilke mulige årsaker/konsekvenser kan oppgavenes krav til elevene frembringe*?

Det er nødvendig å presisere at målet er å undersøke de perspektivene som sto frem som interessante for meg. Det er ikke et mål med sistnevnte forskningsspørsmål å kartlegge alle mulige årsaker og konsekvenser ved oppgavenes krav, heller trekke frem noen sentrale perspektiv.

## 1.3 Oppbygning av oppgave

Masteravhandlingen består av flere kapitler som igjen er bygd opp av underkapitler. Kapittel 1. tar for seg de bakenforliggende årsakene for det valgte studie, i tillegg til en presentasjon av problemstilling og forskningsspørsmål. Relevant forskning og teori på masteravhandlingens tema presenteres i kapitel 2. Formålet her å belyse teoretiske perspektiv som eksisterer i forbindelse med masteravhandlingens tema. Teori som tar for seg perspektiver det er relevant å se på knyttet til oppgavens forskningsspørsmål vil gjøres rede for, i tillegg til gjennomgang av det teoretiske rammeverket benyttet i analysen. I kapittel 3. Metode vil det gjøres rede for studiets forskningsmetode og øvrige valg som er gjort knyttet til dette, samt en nøye gjennomgang av hvordan rammeverket presentert i teorikapittelet er tilpasset for å på best mulig måte fange opp den ønskede dataen. Kapittel 4 tar for seg analysens resultat, i tillegg til ytterligere redegjørelse av hvordan analysen foregikk. I kapittel 5. Drøfting vil disse resultatene drøftes i lys av teorien, samt andre perspektiver som ellers er gjort rede for i avhandlingen. Masteravhandlingens siste kapittel er satt av til konkludering, der jeg blant annet vil gi forslag til videre forskning og komme med noen avsluttende refleksjoner.

# 2. Teori og forskning

I følgende kapittel presenteres teori og forskning som er relevant for studiets tema, og sentralt for å kunne drøfte studiets problemstilling og forskningsspørsmål. Problemstillingen søker å undersøke krav i brøkoppgaver, og diskutere mulige årsaker og konsekvenser ved resultatene fra analysen. Derfor vil det videre trekkes frem teori rundt lærebokas rolle i skolen, omvendt undervisning, for så en nøye gjennomgang av det teoretiske rammeverket som ligger til grunn for analysen. Det vil så legges frem teori og forskning på temaet brøk og matematisk kompetanse, i tillegg til aspekter ved vurdering i matematikkfaget.

## 2.1 Lærebokas rolle i matematikk

Matematikkbøkene en viktig rolle i matematikkfaget, selv om det læreplanen som fører retningslinjer for hva elevene skal sitte igjen med av kunnskap etter fullført skolegang. Lepik et al (2015, s. 132) trekker frem at lærebokas rolle i lærerens planlegging av forberedelse av matematikkundervisning. Det blir beskrevet hvordan læreboka gjerne er den primære kilden til læreren når hun/han skal gjøre valg når det kommer til hva som kan formidles til elevene (Lepik et al., 2015, s. 132).

En undersøkelse av sammenhenger mellom data knyttet til elevers læringsmuligheter og elevers prestasjoner på TIMSS ble gjennomført av Törnroos (2005). Læreboken er en sentral læringsmulighet. Törnroos (2005) beskriver hvordan et av de viktigste funnene i studie handlet om hvordan lærebøker så ut til å fungere svært godt som mål på læringsmuligheter for elevene. Med andre ord betyr dette at lærebøker er en pålitelig indikator på hva elevene har blitt undervist i, og gir dermed innsikt i hvilke temaer og konsepter elevene har blitt eksponert for (Törnroos, 2005). Et annet viktig funn var at man kan undersøke hvilke emner og temaer som blir presentert i lærebok, grunnet lærebokas struktur, og på denne måten gir bøkene lærere og skoleledelsen muligheten til å vurdere om læreplanen blir implementert (Törnroos, 2005). Lignende funn presenteres også av Senk et al. (2014). Et sentralt argument for hvorfor det er en tydelig sammenheng mellom lærebok og prestasjon hos elever er ifølge Kongelf (2019) den sterke forbindelsen mellom kompetansemålene i læreplanen og praksisene i skolen, og er med det en essensiell del av matematisk utvikling hos elevene. Valverde et al. (2002) beskriver også dette som en av lærebokas mest sentrale funksjoner. Det er en rekke ulike praksiser over landegrenser i tillegg til på de ulike skolene, helt ned til de ulike klasserommene, men læreboka bidrar uansett til å overføre de intensjoner læreverket har ut til lærerne og dermed videre ut i den praktiske gjennomføringen av undervisning (Valverde, 2002, s. 2).

## 2.2 Omvendt undervisning

Oppgavens problemstilling søker å kartlegge krav til elever i brøkoppgaver i læreverket Campus Matte 5-7, samt å undersøke hvilke årsaker og konsekvenser som kan oppstå ved disse. Campus Matte legger vekt på begrepet omvendt undervisning i sin beskrivelse av læreverket, og er med det et sentralt element når det kommer til studiets analyse (*Campus Matte 5-7*, u.å.). Omvendt undervisning, eller «flipped classrom» defineres av Lage, Platt og Trefalia (2000) slik: «Inverting the classroom means that events that have tradisjonally taken place inside the classroom now take place outside the classroom and vice versa» (Lage et al., 2000, s. 32) Delozier & Rhodes (2017) beskriver hvordan det ikke eksisterer en enkelt modell for hvordan omvendt undervisning skal foregå, men at konseptet generelt kan karakteriseres ved at kursstrukturen, altså det undervisningsinnholdet som tar for deg introduksjon og innlæring, gis til elevene som lekser. Videre kan derfor tiden på skolen benyttes til å løse problemer, videre avansere kunnskap om temaer og lære i fellesskap med elevene (DeLozier & Rhodes, 2017). DeLozier og Rhodes (2017) forklarer at ved å fjerne instruksjonsinnhold fra undervisningen gir man lærer mulighet til å bruke mer en-til-en tid med elevene, i tillegg til at undervisningen i stor grad blir elevfokusert.

Krumsvik og Jones (2016) beskriver hvordan de fleste studier gjort på omvendt undervisningen knytter konseptet opp mot sosiokulturelle læringsteorier, samt konstruktivistiske læringsteorier. «Det sosiokulturelle perspektivet legger vekt på at læring konstrueres i sam-handling med andre mennesker og artefakter, noe som har et vesentlig fokus i grunn-tenkningen i flipped classroom» (Krumsvik & Jones, 2016, s. 63). Konstruktive læringsperspektiver ser på læring som noe som individer konstruerer gjennom å søke mening i nye opplevelser og inntrykk i lys av inntrykkene og opplevelsene de alt har (Krumsvik & Jones, 2016). Bishop og Verleger (2013) trekker også frem den teknologiske utviklingen som sentral når det kommer til fremveksten av klasserom som tar i bruk omvendt undervisning. Innspilte filmer, eller andre digitale hjelpemidler som gjør instruksjonsinnholdet tilgjengelig for elevene gjør at omvendt undervisning er enklere å gjennomføre (Bishop & Verleger, 2013). I litteraturgjennomgangen til Bishop og Veregler (2013) ble det funnet at det var gjennomført 24 studier knyttet til omvendt undervisning, med ulike forskningsdesign. Til tross for ulike forskningsdesign var det en rekke likhetstrekk i funnene, som at de fleste elever var svært positive til konseptet, og at videoene de så knyttet til undervisninga ble sett utenfor klasserommet. Dette funnet strider imot enkelte studier knyttet til elevers/studenters syn på pensum, der for eksempel Sappington, Kinsley og Munsayac (2002) fant at studenter mindre ofte ser på pensum før undervisning (Sappington et al., 2002). Om omvendt undervisning bidrar til at elevene gjør arbeidet lærer har lagt opp til før undervisning, kan dette ha en positiv effekt på elevenes læring, både utenfor skolen og i forbindelse med klasseromsaktiviteten.

## 2.3 Overordnet rammeverk

Det overordnede rammeverket tatt i bruk i denne studien for å kunne analysere brøkkapitlene i Campus Matte 5-7 er utviklet av Charalambous et al. (2010). Rammeverket ble utviklet for å undersøke læringsmulighetene i lærebøker fra barneskolen i matematikk i Kypros, Irland og Taiwan, med et spesielt søkelys på presentasjonen av innholdet og hvilke forventninger oppgavene i bøkene stilte til elevene (Charalambous et al., 2010).

Under arbeidet med å skape et strukturert rammeverk for deres egen studie, fremmer Charalambous et al. (2010) tre primære kategorier som tidligere forskning har anvendt for å utføre analyse av lærebøker. Disse er horisontale, vertikale og kontekstuelle tilnærminger. Charalambous et al. (2010) beskriver et rammeverk som ble utviklet i tre stadier. Det første stadiet gikk ut på å vurdere eksisterende litteratur og rammeverk, som førte til identifisering av noen utfordringer. Lærebøkers overordnede elementer, som størrelse, antall emner og oppgaver gir et inntrykk av boken som helhet, men mangler innsikt i hvordan bøkene legger til rette for innlæring av matematikk (Charalambous et al., 2010). På andre siden vil en analyse av det matematiske innholdet gi mer innsikt i dens potensiale for elevers læring (Charalambous et al., 2010). Dermed oppdaget de at tidligere forskning gjerne kun tok for seg en av disse tilnærmingene. Charalambous et al. (2010) trekker så frem at ulike aspekter av læreboken kan undersøkes innenfor hver analysedimensjon, og at de med dette i tankene ønsket å utvikle et rammeverk som både tok for seg horisontal og vertikal analyse, samt et rammeverk som tok hensyn til lærebokas ulike aspekt. Dette var det andre stadiet. Til slutt beskriver Charalambous et al. (2010) hvordan det ble nødvendig å kategorisere kriteriene innenfor hver kategori for at rammeverket skulle fungere i praksis. Videre blir sentrale komponenter ved analyseverktøyet beskrevet, mens en nærmere beskrivelse av hvordan analyseverk er benyttet i analysen er gitt i metodekapittelet.

**HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK**

| Background Information | Overall Structure |
|---|---|
| • Title<br>• Number of books<br>• Pages (Number and Density)<br>• Profile of authors and advisory committee<br>• Publisher and year of publication<br>• Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials) | • Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson<br>• Structure of units/lessons<br>• Topics covered<br>• Sequencing of topics |

*Figur 1 Utklipp fra Charalambous et al. (2010, s. 123), rammeverk for horisontal analyse*

**VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK**

| Communicated to Students | Required of Students | Connections |
|---|---|---|
| *Mathematical Content*<br>• Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs)<br>• Definitions, rules, conventions<br>• Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics)<br>*Mathematical Practices*<br>• Worked examples<br>• Modeling thinking<br>*Attitudes*<br>• Equity<br>• View of mathematics | • Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics)<br>• Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification) | • Connecting within and between strands<br>• Classroom instruction - textbook connections<br>• Connecting to situations outside of school |

*Figur 2 Utklipp fra Charalambous et al. (2010, s. 123), rammeverk for vertikal analyse av lærebok*

Som nevnt består analyseverktøyet av to komponenter, en horisontal og en vertikal. Charalambous et al. (2010) beskriver hvordan rammeverket har et mål om å kartlegge læreverk både i bredden, og i dybden. Kartlegging av læreverket foregår gjennom en *horisontal* analyse, som videre består av to deler, bakgrunnsinformasjon og helhetlig struktur. Charalambous et al. (2010) forklarer at den første kategorien har som hensikt å kartlegge et beskrivende overblikk over læreboka, samt et blikk inn i hva og hvem som står bak produksjonen av den. Aspekter Charalambous et al. (2010) mener er sentrale her er lærebokas tittel, antall sidetall, forfattere, produksjonsår og publiserer, samt supplerende materiell.

Den andre kategorien har som hensikt og kartlegge hvilke emner og temaer læreboken tar for seg, i tillegg til hvordan disse er strukturert Charalambous et al. (2010), som tar for seg antall enheter/leksjoner og hvor mange sider disse inkluderer, hvordan enhetene/leksjonene er strukturert og hvilke emner som er dekt i hvilken rekkefølge. En analyse av disse aspektene gir et godt overblikk over den aktuelle læreboka, og frembringer fundamental informasjon, men har en overfladisk natur. Charalambous et al. (2010) legger derfor også frem en vertikal del av analyseverktøyet, som har som mål å bringe frem informasjon i dybden av lærebøker. Den vertikale delen består av tre komponenter, *Communicated to Students (kommunisert til elevene), required of students (krav til elevene)* og *Connections (sammenhenger).* Det vertikale delen av analysen har søkelys på hvordan ulike deler av læreboken håndterer temaene som inngår i boka (Charalambous et al., 2010, s. 120). Charalambous et al. (2010) trekker frem det matematiske innholdet, som eksempelvis definisjoner, regler og illustrasjoner i delen som beskriver aspekt *kommunisert til elevene.* Videre trekkes også matematiske praksiser, som eksempeloppgaver og modellering, i tillegg til holdninger til matematikk som komponenter under dette hovedområdet (Charalambous et al., 2010, s. 123). Den andre hovedkomponenten er *krav til elevene,* som Charalambous et al. (2010) deler inn i *potensielle kognitive krav* og *type svar*. Den siste handler om tilknytninger mellom det boka presenterer og andre elementer, som innebærer sammenhengen til andre områder i matematikkfaget, sammenhengen til klasseromsinstruksjoner og sammenheng til situasjoner utenfor skolen (Charalambous et al., 2010, s. 123).

## 2.4 Type svar

Som nevnt er en komponent i hovedområdet *krav til elevene* hvilken *type svar* oppgavene krever. Charalambous et al. (2010) redegjør for de ulike type svarene oppgaven kan stille elevene, og beskriver tre kategorier som i utgangspunktet ble benyttet, som de beskriver følger tidligere studier gjennomført av Mayer et al. (1995) og Smith et al (1997) (2010, s. 129). I deres studie så dem dermed på om oppgavene eksplisitt krevde at elevene kun ga et svar, om oppgaven krevde at elevene ga en forklaring på svaret eller prosessen de brukte, eller om oppgavene ba elevene argumentere eller begrunne hvorfor fremgangsmåten benyttet er fornuftig eller en begrunnelse for hvorfor svaret fremstilt er rasjonelt (Charalambous et al., 2010, s. 129). Videre legger Charalambous et al. (2010) frem at behovet for en fjerde kategori for *type svar* oppsto etter den første runden med analyse, og dermed inkluderer deres analyse en kategori som undersøker om oppgaven krever at elevene kommer med en matematisk setning (s.129).

## 2.5 Potensielle kognitive krav

Den andre komponenten innenfor *krav til elevene* i den vertikale delen av analyseverktøyet til Charalambous et al. (2010) er *potensielle kognitive krav*. En rekke studier undersøker elevers holdninger til matematikkfaget og deres samlede kunnskap og evner etter undervisning (Silver & Stein, 1996; Stein et al., 1996; Stein & Lane, 1996). Bemerkelsesverdige funn fra disse studiene viste at elever opplevde økt læring og bedre evne til å benytte matematikk i situasjoner utenfor klasserommet når oppgavene elevene arbeidet med i klasserommet krevde resonnering og begrunnelse på høyt kognitivt nivå (Smith & Stein, 1998, s. 344). Smith & Stein (1998) trekker frem hvordan resultatene fra dette studie viste hvor viktig høyt kognitivt krevende oppgaver er for å utvikle evne til å tenke, resonnere og løse problemer. På bakgrunn av funnene som viste signifikansen av å benytte kognitivt krevende oppgaver i klasserommet ble det utviklet en oppgaveanalyse-guide for å hjelpe lærere med å velge og lage oppgaver (Smith & Stein, 1998, s. 345) Oppgaveanalyse-guiden består av karakteristikker oppgaver med ulik grad av kognitive krav har, og blir beskrevet som en type poengskala-rubrikk, som kan benyttes for å vurdere alle typer oppgaver (Smith & Stein, 1998, s. 345). Kategoriene er *memorering* (memorization) og *prosedyreoppgaver uten sammenheng* (procedures without connections), som er oppgaver med lavere kognitive krav. Kategoriene med høyere kognitive krav er *prosedyreoppgaver med sammenheng* (procedures with connections) og *matematisk tenkning* (doing mathematics) (Smith & Stein, 1998). Figur 3 avbilder Smith & Stein (1998) oversikt over potensielle kognitive krav, med navn *Leverls of Demands*. Med så objektive øyne som mulig vil det videre bli presentert en forklaring av de ulike kategoriene. I metodekapittelet vil det i mer detalj legges frem hvordan forskningslitteraturen til Smith & Stein (1998) anvendes i oppgavens studie. Under er et utklipp av analyseverktøyet slik det er presentert i litteraturen.

## Levels of Demands

*Lower-level demands (memorization):*

- Involve either reproducing previously learned facts, rules, formulas, or definitions or committing facts, rules, formulas or definitions to memory
- Cannot be solved using procedures because a procedure does not exist or because the time frame in which the task is being completed is too short to use a procedure
- Are not ambiguous. Such tasks involve the exact reproduction of previously seen material, and what is to be reproduced is clearly and directly stated.
- Have no connection to the concepts or meaning that underlie the facts, rules, formulas, or definitions being learned or reproduced

*Lower-level demands (procedures without connections):*

- Are algorithmic. Use of the procedure either is specifically called for or is evident from prior instruction, experience, or placement of the task.
- Require limited cognitive demand for successful completion. Little ambiguity exists about what needs to be done and how to do it.
- Have no connection to the concepts or meaning that underlie the procedure being used
- Are focused on producing correct answers instead of on developing mathematical understanding
- Require no explanations or explanations that focus solely on describing the procedure that was used

*Higher-level demands (procedures with connections):*

- Focus students' attention on the use of procedures for the purpose of developing deeper levels of understanding of mathematical concepts and ideas
- Suggest explicitly or implicitly pathways to follow that are broad general procedures that have close connections to underlying conceptual ideas as opposed to narrow algorithms that are opaque with respect to underlying concepts
- Usually are represented in multiple ways, such as visual diagrams, manipulatives, symbols, and problem situations. Making connections among multiple representations helps develop meaning.
- Require some degree of cognitive effort. Although general procedures may be followed, they cannot be followed mindlessly. Students need to engage with conceptual ideas that underlie the procedures to complete the task successfully and that develop understanding.

*Higher-level demands (doing mathematics):*

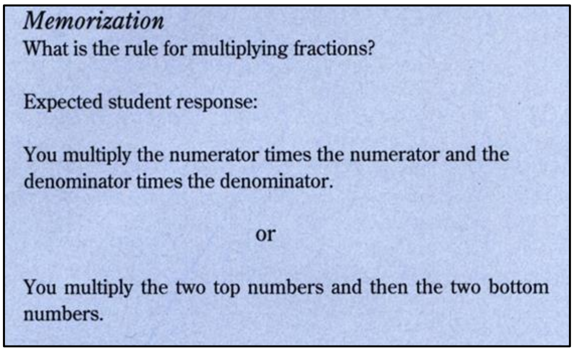
- Require complex and nonalgorithmic thinking—a predictable, well-rehearsed approach or pathway is not explicitly suggested by the task, task instructions, or a worked-out example.
- Require students to explore and understand the nature of mathematical concepts, processes, or relationships
- Demand self-monitoring or self-regulation of one's own cognitive processes
- Require students to access relevant knowledge and experiences and make appropriate use of them in working through the task
- Require students to analyze the task and actively examine task constraints that may limit possible solution strategies and solutions
- Require considerable cognitive effort and may involve some level of anxiety for the student because of the unpredictable nature of the solution process required

These characteristics are derived from the work of Doyle on academic tasks (1988) and Resnick on high-level-thinking skills (1987), the *Professional Standards for Teaching Mathematics* (NCTM 1991), and the examination and categorization of hundreds of tasks used in QUASAR classrooms (Stein, Grover, and Henningsen 1996; Stein, Lane, and Silver 1996).

*Figur 3 Utklipp fra Smith & Stein (1998, s. 348), rammeverk for analyse av potensielle kognitive krav*

### 2.5.1 Memorering

Memorering er første kategori som stiller lavere kognitive krav (Smith & Stein, 1998). Kategorien tar for seg oppgaver som krever at elevene husker, og reproduserer tidligere lærte fakta, formler, regler og lignende (Smith & Stein, 1998). Kategorien beskriver oppgaver som ikke innebærer noe underliggende forståelse for matematisk konsept som ligger bak. Det beskrives at slike oppgaver ikke gir rom for å benytte en prosedyre (Smith & Stein, 1998). Figur 4. avbilder eksempelet vist i forskningslitteraturen. Oppgaven etterspør regelen for multiplikasjon av brøker, og ber ikke om noen argument eller forklaring på hvordan regelen skal brukes, eller hvorfor den er som den er. Oppgaven har ingen rom for tolkning, og skal ikke løses med prosedyre. Som navnet til kategorien tilsier krever oppgaven kun at elevene har memorert denne regelen.


*Memorization*

What is the rule for multiplying fractions?

Expected student response:

You multiply the numerator times the numerator and the denominator times the denominator.

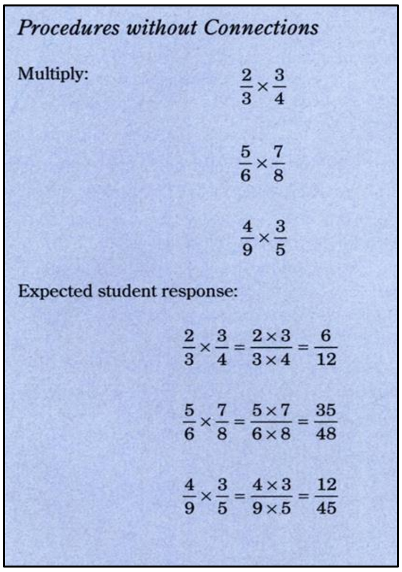
or

You multiply the two top numbers and then the two bottom numbers.

*Figur 4 Utklipp fra Smith & Stein (1998, s. 346), eksempel på memoreingsoppgave*

### 2.5.2 Prosedyre uten sammenheng

Prosedyre uten sammenheng er den andre kategorien som krever lavere kognitive krav, og tar for seg algoritmiske oppgavene. Det er tydelig en prosedyre som skal følges, og de er åpenbart ute etter korrekte svar (Smith & Stein, 1998). Oppgavene er ikke tvetydige, da det er åpenbart hvilke fremgangsmåte som skal benyttes (Smith & Stein, 1998). Prosedyren som skal benyttes har ingen sammenheng med de underliggende konseptene, i likhet med forrige kategori. Oppgaven etterspør at elevene skal multiplisere, uten etterspørsel om noe forklaring eller begrunnelse. Algoritmen som må begynnes er åpenbar, og det er lite tvetydighet i oppgaven.


*Procedures without Connections*

Multiply: $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$

$\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}$

$\frac{4}{9}\times\frac{3}{5}$

Expected student response:

$$\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{2\times 3}{3\times 4}=\frac{6}{12}$$

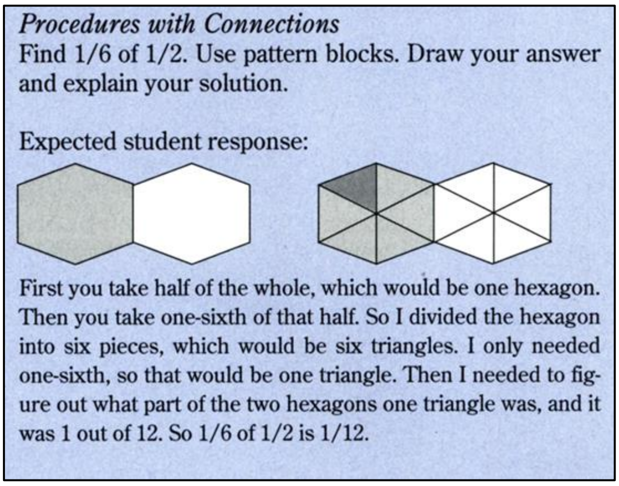
$$\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}=\frac{5\times 7}{6\times 8}=\frac{35}{48}$$

$$\frac{4}{9}\times\frac{3}{5}=\frac{4\times 3}{9\times 5}=\frac{12}{45}$$

*Figur 5 Utklipp fra Smith & Stein (1998, s. 346), eksempel på prosedyreoppgave uten sammenheng*

### 2.5.3 Prosedyre med sammenheng

Prosedyre med sammenheng er første kategori som beskriver oppgaver med høyere kognitive krav. Dette er oppgaver som har fokus på å utvikle en dypere forståelse for de underliggende konseptene, med hjelp av prosedyrer (Smith & Stein, 1998). Brede og generelle prosedyrer blir etterspurt, og det er en viss grad av kognitiv innsats som må til for å løse dem, de kan ikke bli løst tankeløst (Smith & Stein, 1998). Oppgavene er knyttet til underliggende begrep, og krever forståelse for at en skal kunne løse oppgaven (Smith & Stein, 1998). Oppgavene kan ofte representeres på ulike måter (Smith & Stein, 1998). Figur 6 viser en slik oppgave, der eleven blir bedt om å løse en brøkoppgave ved bruk av konkreter, i tillegg til tegning og forklaring av deres løsning. Komponentene i oppgaven er gode eksempler på kriteriene. Oppgaven kan ikke løses uten forståelse for de underliggende begrepene. Den kan heller ikke følges tankeløst, da det ikke er åpenbart hvilken prosedyre som skal følges.


*Procedures with Connections*
Find 1/6 of 1/2. Use pattern blocks. Draw your answer and explain your solution.

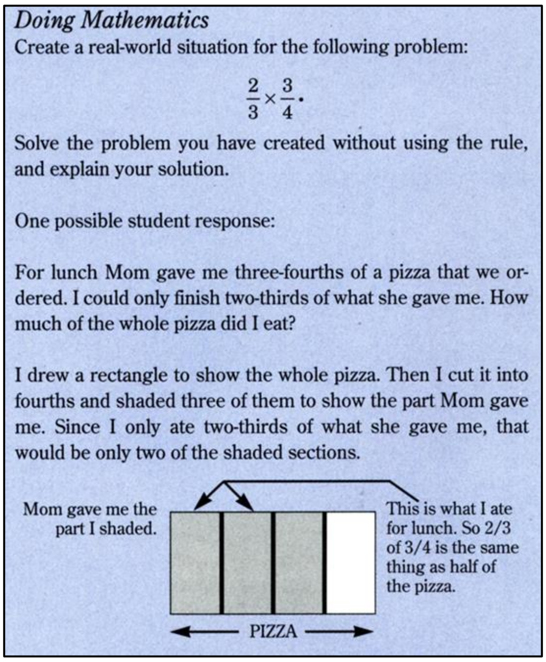
Expected student response:

First you take half of the whole, which would be one hexagon. Then you take one-sixth of that half. So I divided the hexagon into six pieces, which would be six triangles. I only needed one-sixth, so that would be one triangle. Then I needed to figure out what part of the two hexagons one triangle was, and it was 1 out of 12. So 1/6 of 1/2 is 1/12.

*Figur 6 Utklipp fra Smith & Stein (1998, s. 346), eksempel på prosedyreoppgave med sammenheng*

### 2.5.4 Matematisk tenkning

*Matematisk tenkning* er siste kategori og tar for seg de mest kognitivt krevende oppgavene. Disse er utforskingsoppgaver, problemløsningsoppgaver, og ellers oppgaver som utvikler evnen til å systematisere og resonere (Smith & Stein, 1998). Oppgaver her krever mer kompleks tenkning, og det er ikke tydelig hvilken metode som må anvendes (Smith & Stein, 1998). Selvregulering av egne kognitive prosesser er nødvendig, da oppgavene krever at elevene har konseptuell forståelse (Smith & Stein, 1998). Figur 7 avbilder eksempelet fra forskningslitteraturen. Det blir etterspurt at elevene skal skape en situasjon som representerer et regnestykke, og ber om at eleven IKKE skal bruke regelen og forklare løsningen. En oppgave som denne forventer at eleven må benytte forkunnskap for å løse problemet, i tillegg til å hensiktsmessig fremstille et svar på oppgaven basert på sine erfaringer (Smith & Stein, 1998). Oppgaven er uforutsigbar, og viser ikke til at det er et åpenbart svar som skal produseres, noe som kan medføre noe grad av angst hos elevene, som er en av kjennetegnene på en oppgave med matematisk tenkning (Smith & Stein, 1998).


*Doing Mathematics*

Create a real-world situation for the following problem:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}.$$

Solve the problem you have created without using the rule, and explain your solution.

One possible student response:

For lunch Mom gave me three-fourths of a pizza that we ordered. I could only finish two-thirds of what she gave me. How much of the whole pizza did I eat?

I drew a rectangle to show the whole pizza. Then I cut it into fourths and shaded three of them to show the part Mom gave me. Since I only ate two-thirds of what she gave me, that would be only two of the shaded sections.



*Figur 7 Utklipp fra Smith & Stein (1998, s. 346), eksempel på en oppgave med matematisk tenkning*

## 2.6 Brøk og matematisk kompetanse

Blant forskere er det generell konsensus om at brøk er et sært viktig emne, og et sentralt emne for å forstå algebra, regning med brøker, desimaltall og prosent (Bailey et al., 2012; Booth et al., 2014; National Mathematics Advisory Panel, 2008; Siegler et al., 2013). På veien til å mestre matematikk er brøkkunnskap helt fundamentalt, og en essensiell byggestein i utviklingen av kompetanse i matematikk. Siegler et al. (2013) knytter brøk tett opp mot utviklingen av kunnskap innenfor temaet algebra, samt at en mangel på brøkkompetanse, spesielt knyttet til regning av brøk (addidjon, multiplikasjon og divisjon) vil føre til en problematikk når det kommer til å mestre ligninger og ligningssystemer. Van de Walle et al. (2015, s. 364). trekker frem brøkens iboende rolle når det kommer til å mestre andre matematiske operasjoner, inkludert prosentregning og desimaler. Det nevnes også at brøk anses om et kognitivt krevende begrep, og hvordan brøk i mange tilfeller er vanskelig for elever. Med denne informasjonen presiseres det at det er sært viktig at lærer bruker mye tid på å løse denne konflikten slik at det ikke oppstår misoppfatninger innen temaet hos elevene. Siegler et al. (2013) går nærmere inn på dette.

Siegler et al. (2013) beskriver hvordan manglende brøkkunnskap er et gjennomgående problem som påvirker mange, og trekker frem hvordan dette har en stor negativ effekt på utviklingen av videre matematisk kunnskap, spesielt når det kommer til algebra. De trekkes frem tre årsaker til hvorfor innlæringen av brøk er utfordrende. En av disse er at har mange misoppfatninger som går på at egenskapene til heltall er de samme til alle tall (Siegler et al., 2013). Hele tall har helt egne egenskaper, eksempelvis kan de kan representeres med ett symbol, de kan telles og de vil aldri minske i verdi om de multipliseres (Siegler et al., 2013). en annen årsak dreier seg om brøkenes aritmetiske prosedyrer. Det kan oppstå mye forvirring på dette feltet da de aritmetiske prosedyrene skiller seg fra hverandre på tvers av de forskjellige regneartene (Siegler et al., 2013). Siegler et al. (2013) trekker frem et typisk eksempel som kilde til forvirring. Når man adderer eller subtraherer brøker der nevneren er den samme, vil nevneren forbli den samme også i svaret, men denne regelen gjelder ikke når det kommer til multiplikasjon. Den siste årsaken Siegler et al. (2013) trekker frem handler om at barn ofte kun ser på brøker i en del av hel-relasjon, som skaper misoppfatninger gjenre når det kommer til uekte brøker. Denne oppfatningen av brøker er gjenre også styrket i undervisning, da en del av hel forståelse er nærliggende for elevene, og også enkel å modellere (Siegler et al., 2013). Alistair Mclntosh (2007, s. 23) trekker frem andre misoppfatninger knyttet til temaet brøk i boka «Alle teller!». Han trekker frem misoppfatninger som stammer fra det språket vi bruker i hverdagen, som i all hovedsak dreier deg om det mer overordnede egenskaper med brøk. I hverdagsspråket bruker vi mange ord som representerer brøker, som en kvart, en halv, firedeler og så videre (McIntosh, 2007, s. 23). Disse ordene menes sjeldent for å beskrive helt nøyaktige mengder, noe som brøk som matematisk konsept egentlig spesifiserer. Det er vanlig å for eksempel å si «Den større halvdelen», som gir barn en forståelse av at to halvdeler ikke nødvendigvis trenger å være like store. Mclntosh (2007, s. 23) trekker også frem hvordan barn ofte får erfaringer med brøker som deler av mengder (penger, eller andre mengder med «ting») og som del av hel (dele pizza, sjokolade). Hvordan man deler dette opp blir ofte forankret hos barn, og de kan oppleve at det kun er en spesiell måte man kan dele en figur på.

I tråd med rammeverkene gjort rede for i kapitel 2.2, både når det kommer til *potensielle kognitive krav* og *type svar*, og i tråd med utviklingen av kunnskap i temaet brøk er det relevant å trekke frem teori som angår hvordan utviklingen av matematisk kompetanse foregår. Brøk er som gjort rede for en svært viktig del av elevers matematiske kompetanse (Bailey et al., 2012; Booth et al., 2014; Foundations for Success, 2008; Siegler et al., 2013). Kilpatrick et al. (2001) presenterer trådmodellen i et forsøk på å se på de ulike elementene som inngår i elevers matematiske kompetanse. Trådmodellen består av fem komponenter: Begrepsforståelse (conceptual understanding), prosedyreflyt (procedural fluency), strategikompetanse (strategic competence), resonnering (adaptoive reasoning) og produktivt engasjement (productive disposision). Modellen handler om hvordan elever oppnår matematisk kompetanse, samt hvordan lærer kan bidra i prosessen (Kilpatrick et al., 2001). Trådene er knyttet sammen og er avhengige av hverandre, og Kilpatrick et al. (2001) legger vekt på at de fem trådene er vevd inn i hverandre og gjensidig avhengige av hverandre i utviklingen av ferdigheter innen matematikk (s. 116).

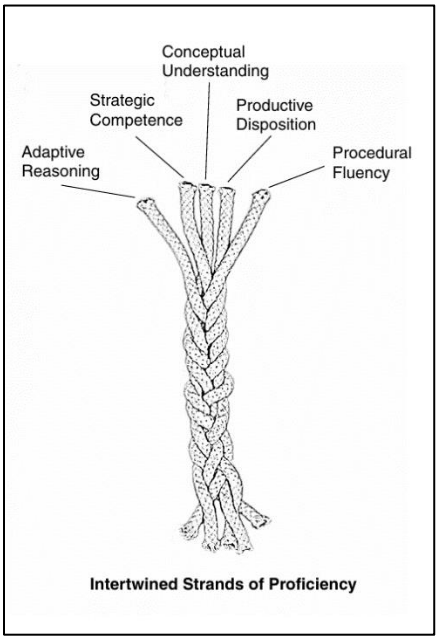
Den første komponenten er begrepsforståelse, som handler om å forstå matematiske konsepter, operasjoner og relasjoner (Kilpatrick et al., 2001, s. 5). Begrepsforståelse i matematikk innebærer å forstå ideer på en integrert måte, hvorfor de er viktige og hvordan de er nyttige. Den støtter også «oppbevaringen» av kunnskap, fordi forståelse gjør det lettere å huske og bruke fakta og metoder. Elever med konseptuell forståelse kan representere matematiske situasjoner på ulike måter og forstår hvordan disse representasjonene er knyttet sammen. Ifølge Kilpatrick et al. (2001) handler begrepsforståelse å ha evnen til å utrykke et matematisk objekt (i dette tilfellet brøk) på flere ulike måter. Det finnes en rekke ulike uttrykksformer, som konkreter, tegninger, symbol og regnefortellinger. gjør at man kan unngå feil og gir elevene et rikt nettverk av forbindelser mellom begreper og prosedyrer, noe som gjør det enklere å lære nye ting og løse problemer (Kilpatrick et al., 2001, s. 118–120).

Den andre komponenten er prosedyreflyt, som handler om evnen til å utføre prosedyrer med fleksibilitet, nøyaktighet, effektivitet og hensiktsmessig (Kilpatrick et al., 2001, s. 5). Prosedyreflyt i matematikk refererer til kunnskap om prosedyrer, når og hvordan de skal brukes, og ferdigheten til å utføre dem fleksibelt, nøyaktig og effektivt. Det er spesielt viktig for å støtte konseptuell forståelse av tall og brøker, samt for å analysere likheter og forskjeller mellom beregningsmetoder. Prosedyreflyt handler om å anvende ulike mentale og skriftlige metoder for å løse oppgaver. Å kombinere prosedyreflyt med konseptuell forståelse er avgjørende, da de to er sammenvevet og gjensidig forsterker hverandre. Mangel på prosedyreflyt hindrer studenter i å forstå matematiske ideer eller løse problemer, og de risikerer å øve inn feil prosedyrer som kan være vanskelig å korrigere senere (Kilpatrick et al., 2001, s. 121–124).

Den tredje komponenten strategisk kompetanse, handler om evnen til å formulere, representere og løse matematiske problem (Kilpatrick et al., 2001, s. 5). Strategisk kompetanse i matematikk omfatter evnen til å formulere, representere og løse matematiske problemer. Dette inkluderer problemformulering og -løsning, hvor elevene trenger erfaring i å identifisere og representere problemer samt å velge hensiktsmessige løsningsstrategier. Evnen til å representere problemene matematisk er essensiell, og det innebærer å bygge mentale modeller av problemene som fanger opp de matematiske elementene og ignorerer irrelevante detaljer. Videre krever strategisk kompetanse en fleksibel tilnærming til problemene, hvor elevene kan velge og tilpasse løsningsmetoder etter behov. Dette utvikles gjennom en bred forståelse av problemstrukturen og praktisk erfaring med å løse både rutine- og ikke-rutineproblemer (Kilpatrick et al., 2001, s. 124–127).

Den fjerde komponenten resonering, går ut på evnen til logiske tankegang, refleksjon, forklaring og begrunnelse (Kilpatrick et al., 2001, s. 5). Adaptiv resonnering innen matematikk innebærer evnen til å tenke logisk om konsepter og situasjoner, å rettferdiggjøre konklusjoner, og å navigere gjennom ulike matematiske elementer. Det omfatter deduktiv resonnering, intuitiv og induktiv resonnering, samt evnen til å finne analogier og metaforer. Barn helt ned til 4 eller 5 år viser bevis på sofistikert resonnering når de diskuterer løsninger på problemer. Adaptiv resonnering manifesterer seg i å rettferdiggjøre ens arbeid, noe som kan begynne allerede på barneskolen, og det samspiller med andre kompetanseområder under problemløsning, ved å trekke på strategisk kompetanse og konseptuell forståelse. Til syvende og sist er adaptiv resonnering avgjørende for å fastslå legitimiteten til løsningsstrategier og for å rettferdiggjøre løsninger (Kilpatrick et al., 2001, s. 129–131).

Den siste komponenten er produktivt engasjement, som forklarer en vedvarende evne til å se på matematikk som fornuftig, nyttig og verdifull, sammen med en tro på ivrighet og egen effektivitet (Kilpatrick et al., 2001, s. 5). Produktiv disposisjon i matematikk innebærer å se verdien og meningen i faget, tro på egen læringsevne og være villig til å streve for forståelse. Det er avgjørende for å utvikle konseptuell forståelse, prosedyreflyt, strategisk kompetanse og adaptiv resonnering. Elevers holdninger påvirker læringsutfall, og positive holdninger fremmes gjennom god undervisning og oppmuntring fra lærere. Å tro at matematikk er forståelig og mulig å mestre, samt å oppleve suksess og belønning ved innsats, bidrar til å forme en produktiv disposisjon som er essensiell for matematisk kompetanse (Kilpatrick et al., 2001, s. 131–133). Avbildet er trådmodellen slik den er presentert i Kilpatrick et al. (2001). Kilpatrick et al. (2001) beskriver hvordan matematisk kompetanse utvikles over til, og det er viktig at elevene får nok tid, samt nok repetisjon og modellering av prosedyrer for å mestre de. When they are provided with only one or two examples to illustrate why a procedure works or what a concept means and then move on to practice in carrying out the procedure or identifying the concept, they may easily fail to learn» (Kilpatrick et al., 2001, s. 135).




*Figur 8 Utklipp fra Kilpatrick et al. (2001) s. 117, Interwined Stands of Proficiency*

Et siste element ved brøk og matematisk kompetanse som trekkes frem handler om visuelle representasjoner i matematikk. Dette elementet vil drøftes opp mot analysen av *type svar* i kapittel 5. Artikkelen «The role of visual representations in the learning of mathematics» forsøker å definere visualisering, samt reflektere, eksemplifisere og reflektere over de ulike rollene visualisering har når man gjør matematikk (Arcavi, 2003). Det blir trukket frem hvordan visuelle former for representasjoner kan vært viktige, og legitime element ved matematisk bevisføring. Arcavi (2003) trekker frem et syn på visuell resonering der visuelle representasjoner ikke bare kan ses på som en støtte til resonnement og argumentasjon i matematikken, men som fullverdig måter å bevise matematiske teorem (Arcavi, 2003, s. 227).

## 2.7 Vurdering av elevenes arbeid

Stein et al. (1996) definerer hva en matematisk oppgave er ved hjelp av begrepet «akademisk oppgave». En matematisk oppgave i matematikkundervisningskontekst er i artikkelen til Stein, Grover, og Henningen definert som en konstruksjon som setter lys på hva eleven er forventet å produsere, hvordan de er forventet og produsere det, og med hvilke ressurser (Stein et al., 1996, s. 459–460). For at lærer skal få noe informasjon om hvordan elevene løser oppgavene de får, må de vurderes på et vis. «Vurdering har stor innvirkning på elevenes og lærlingenes læring. En god vurderingspraksis motiverer og har læring som mål» (Utdanningsdirektoratet, u.å.), sies det på Utdanningsdirektoratets sider. I tillegg kan man lese at «Underveisvurdering i fag skal være en integrert del av opplæringen, og skal brukes til å fremme læring, tilpasse opplæringen og øke kompetansen i fag. Underveisvurderingen kan være både muntlig og skriftlig» (Utdanningsdirektoratet, 2022).

Oppgavens problemstilling søker å se hvilke *potensielle kognitive krav* som stilles, hvilken *type svar* som blir etterspurt, og hvilke påvirkninger disse kan på andre perspektiver ved elevenes læring av brøk. Ettersom vurdering har stor innvirkning på læring hos elever, og et sentralt redskap i læringsprosessen, vil resultatene fra studiets analyse diskuteres med et vurderingsperspektiv, også knyttet til noen av de mulighetene de digitale aspektene bringer med seg.

### 2.7.1 Formativ vurdering

Ifølge Bell & Cowie (2001) innebærer formativ vurdering (også vurdering for læring eller underveisvurdering) den dynamiske prosessen der lærere og studenter samarbeider for å identifisere og reagere på studentenes fremgang på en måte som fremmer kontinuerlig utvikling av læring gjennom hele undervisningsforløpet (Bell & Cowie, 2001, s. 101). Bell & Cowies (2001) forskningslitteratur «A model of Formative Assessment in Science Education» rapporterer på funnene gjort etter et forskningsprosjekt som så på hvordan formativ vurdering ble gjennomført. Forskningens formål var å undersøke prosessen lærere benyttet for å gjennomføre formativ vurdering, og funnene viste at lærere brukte planlagt og interaktiv form for formativ vurdering (Bell & Cowie, 2001).

Prosessen med planlagt formativ vurdering ble karakteriser ved måten læreren hentet inn den aktuelle informasjonen, hvordan de tolket denne informasjonen, for så hvordan de behandlet denne informasjonen i etterkant (Bell & Cowie, 2001, s. 103). I litteraturen blir ordene *purpose (hensikt), eliciting (fremkalling), interpreting (tolkning) og acting (handling)* benyttet. I hovedsak var hensikten bak planlagt formativ vurdering og innhente informasjon om klassens progresjon i et spesifikt emne (Bell & Cowie, 2001, s. 103). Hvordan fremkallingen av informasjonen de trengte foregikk var preget av denne informasjonens natur (Bell & Cowie, 2001, s. 104). Tolkningen gikk ofte ut på å vurdere om eleven hadde lært det undervisningens hensikt var å lære dem, mens lærer til slutt handlet ut ifra informasjonen de har hentet inn og tolket. Det at læreren bruker informasjonen de har hentet inn for å videre utvikle elevene læring er det som skiller denne typen vurdering fra den summative vurderingsformen (Bell & Cowie, 2001, s. 105).

Interaktiv formativ vurdering er den formative vurderingen som foregår i interaksjon mellom lærer og elev (Bell & Cowie, 2001, s. 107), og skiller seg fra planlagt formativ vurdering der denne formen ikke er planlagt. Den interaktive formen for formativ vurdering oppsto i situasjonen, og var preget av den spesifikke læringsaktiviteten. Prosessen med interaktiv formativ vurdering kan karakteriseres av lærerens oppdagelse av en situasjon, en gjenkjenning av signifikansen av situasjonen de har oppdaget, og til slutt responsen de gir på det har oppdaget og gjenkjent (Bell & Cowie, 2001, s. 108–111). Forskningslitteraturen benytter ordene *purpose (hensikt), noticing (oppdage), recognising (gjenkjenne) og responding (respondere).* Hensikten bak den interaktive formen for formativ vurdering var å utvikle den individuelle elevs læring (Bell & Cowie, 2001, s. 107-108). Et helt sentralt aspekt med den interaktive formen dreier seg om å oppdage den situasjonen der elevene bærer nytte av formativ vurdering (Bell & Cowie, 2001, s. 103). Lærerne i studien reflekterte over hvordan de kunne oppdage og forstå situasjoner mens de observerte, kommuniserte og lyttet til elevene. Noen ganger kunne de umiddelbart gjenkjenne situasjonens betydning, mens i andre tilfeller oppsto forståelsen av situasjonens betydning ikke før etter hendelsen (Bell & Cowie, 2001, s. 109). Til slutt i den interaktive formen for formativ vurdering må man respondere på det en har oppdaget og gjenkjent. Responderingen er lik handlingen i den planlagte formative vurderingen, men skjer umiddelbart i situasjonen (Bell & Cowie, 2001, s. 111).

### 2.7.2 Diagnostisering i matematikk

Misoppfatninger er et begrep som har en uklar og bred definisjon. En analyse av litteratur gjennomført av Maskiewicz og Lineback (2017) undersøkte misoppfatninger, og hvordan begrepet ble definert. Undersøkelsen ga resultater som viste at litteraturen ikke ga noe klar definisjon av begrepet, samt at det var liten grad av forklaring rundt hvordan begrepet hadde noe tilknytning til teori om læring (Maskiewicz & Lineback, 2017). Brekke (2002) beskriver at det ligger en bestemt tanke eller ide som konsekvent benyttes bak en misoppfatning. En misoppfatning er altså noe som handler om noe mer spesifikt enn allmenne vanskeligheter innenfor matematikkfaget, da de kan ses på som kognitive utfordringer som oppstår knyttet til et spesifikt begrep. Naalsund (2012) beskriver en misoppfatning som en kunnskapshull som oppstår ved manglende innsikt i begreper eller prosedyrer. Ved innlæring av nye tema og emner er det naturlig å knytte den kunnskapen man har til de nye konseptene man skal lære, og i denne fasen er det fort gjort å utvikle misoppfatninger (Nesher, 1987). Med andre ord kan det oppstå en overgeneralisering av kunnskapen de innehar og strategiene eller tenkemåtene de benytter i en situasjon blir overført til en situasjon der denne ikke strekker til. Begrepet *diagnostis*k brukes i forbindelse med mange grener innenfor matematikken, som i sammenheng med oppgaver, prøver og undervisning. Masteravhandlingens fokus ligger på oppgavene i Campus Matte, og det er derfor relevant å se på diagnostiske oppgaver. I tillegg til diagnostiske oppgaver er det relevant å se på begrepet diagnostisk vurdering, som i seg selv ikke er et mye benyttet begrep i norsk kontekst. Gierl & Cui (2008) bruker begrepet «cognitive diagnostic assesemet eller CDA» (videre kaldt diagnostisk vurdering) som i boken «*Cognitive Diagnostic Assessment for Education: Theory and Applications* edited by Leighton, J. P., & Gierl, M. J.» trekkes frem som noe som er vanskelig å definere (Nichols & Joldersma, 2008). Det blir dermed benyttet flere beskrivelser, som alle deler noen likheter. Diagnostisk vurdering er designet for å måle spesifikke kunnskapsstrukturer og ferdigheter, og bruker informasjonsbehandlingsmodeller som grunnlag for utvikling av prøver (Nichols & Joldersma, 2008). Diagnostisk vurdering skiller seg fra vurdering som gir læreren et tall på hvor mye eller hva elevene har fått til, og bidrar i liten grad til å kartlegge hvilke strukturer og ferdigheter elevene har og hvordan man som lærer videre skal hjelpe elevene til å styrke eller bryte ned disse (Nichols & Joldersma, 2008). Man kan knytte denne måten å vurdere elevene på til *formativ vurdering*, tidligere gjort rede for.

For å videre presisere hva som legges inn i begrepet diagnostisk vurdering er en inndeling av begrepets elementer gjort rede for. Inndelingen er hentet og oversatt fra Reeds (2006, s. 303–306) artikkel som diskuterer diagnostisk vurdering i en språkinnlæringskontekst. Med tanke på tidligere presentert teori om diagnostisk vurdering, er det lite som skiller beskrivelsene av begrepet på tvers av fag. Derfor er elementene oversatt slik at språkinnlæring som kontekst ikke inkluderes.

- Diagnostisk vurdering identifiserer styrker og svakheter i elevens kunnskap
- Diagnostisk vurdering har et fokus på svakhetene til elevene for å bidra til videre læring
- Diagnostisk vurdering muliggjør detaljert analyse og rapport av elevenes svar på oppgaver eller andre elementer.
- Diagnostisk vurdering gir tilbakemeldinger som fører til handling
- Diagnostisk vurdering har fokus på et spesifikke element innenfor faget (relevant til masteroppgaven, for eksempel brøk på tallinje)
  (Reed, 2006, s. 303–306)

Diagnostiske oppgaver har som hensikt å avdekke tanker rundt matematiske begrep (Brekke, 2002). Begrepet handler om oppgavetypens egenskap til å diagnostisere elevenes misoppfatninger, for å kartlegge hva elevene har utfordringer med. Brekke (2002) beskriver at en viktig funksjon ved en diagnostisk oppgave er at den gir viktig informasjon om elevenes tankemønster, og kan derfor bidra til å avdekke misoppfatninger innenfor enkeltområder. Russell et al. (2009) gjennomførte en undersøkelse som gikk ut på å avdekke hvorvidt diagnostiske oppgaver kan kartlegge utfordringer knyttet til algebra, samt om oppgavene kunne bidra til å avdekke misoppfatninger. Resultatene fra studie viste at diagnostiske oppgaver kan bidra til å avdekke misoppfatninger, og gi lærerne verdifull informasjon om hva elevene mangler av kunnskap og erfaringer for å få en helhetlig forståelse av begrepet og kunne løse oppgaven riktig (Russell et al., 2009). Russell et al. (2009) trekker frem at for at en slik oppgave skal få fullt potensial, bør den kun kunne teste en misoppfatning av gangen, i tillegg til at oppgaven må oppfordre eleven til å vise utregning og forklaring. Uten dette vil ikke elevenes løsningsstrategier og ideer komme frem i oppgaven, og det vil ikke være mulig for lærer å avdekke disse misoppfatningene (Russell et al., 2009).

### 2.7.3 Tilbakemeldinger i digitale ressurser ‘

Tilbakemeldingen er en sentral del av den formative vurderingen, og er avgjørende for god læring. Shute (2008) definerer formative tilbakemeldinger slik i sin artikkel om formativ vurdering:

> Formative feedback is defined in this review as information communicated to the learner that is intended to modify his or her thinking or behavior to improve learning. (Shute, 2008, s. 154)

Definisjonen beskriver hvordan tilbakemeldinger har som funksjon å bidra til å utvikle læring hos eleven, ved å modifisere elevens tenkning eller handlinger. Bruk av digitale verktøy i matematikkundervisning åpner for at elevene skal kunne få umiddelbar tilbakemelding på oppgavene de har løst. Sacristán et al. (2010) beskriver denne umiddelbare tilbakemeldingen som en viktig faktor i elevenes læring. Sacristán et al. (2010) beskriver tilbakemeldingene man får gjennom digitale verktøy som upersonlige og ikke-dømmende. Tilbakemeldingene består gjerne kun av et bevis på om det du har svart er korrekt eller ikke, og dømmer ikke hva feilen går ut på eller andre viktige faktorer. Mason & Bruning (2001) beskriver hvordan disse aspektene med ved digital tilbakemelding kan ha en positiv effekt på elevene. Tilbakemeldinger som kommer direkte fra lærer kan bli lite nøytrale, i det miste oppfattes slik av eleven. Relasjonen mellom lærer og elev kan påvirke i hvilke grad elevene tar tilbakemeldingene til seg, og benytter disse til videre læring (Mason & Bruning, 2001). Denne umiddelbare tilbakemeldingen skiller seg ganske drastisk fra måten en lærer kan gi tilbakemelding til elevens arbeid. En lærer har mulighet til å gi elevene en mer personlig tilbakemelding, med korreksjoner som dreier seg om hvilke deler av oppgaven elevene ikke har forstått. På den andre siden gjør digitale verktøy det mulig for elevene å få umiddelbar tilbakemelding, som gjør at de kontinuerlig får respons på arbeidet sitt. På denne måten har elevene gode mulighet å regulere sitt eget arbeid. Utviklingen av eventuelle misoppfatninger kan på denne måten unngås, i tillegg til at en kan unngå at feilmønstre får grobunn (Suh et al., 2008)

# 3 Metode

I denne seksjonen presenteres forskningsmetoden som er benyttet i masteravhandlingen, knyttet til begrepene kvalitativ og kvantitativ metode. Videre presenteres er rekke valg som er gjort i forbindelse med analysen. Dette inkluderer det aktuelle læreverket, informasjon om læreverkets relevans og hvorfor det er valgt, samt valg av klassetrinn og datamateriale. Rammeverkene som tidligere er presentert i teorikapittelet vil utdypes. For å best mulig kunne besvare problemstilling og forskningsspørsmål er det gjort tilpasninger i rammeverkene som er benyttet i analysen. Disse vil nøye begrunnes og gjøres rede for. Deretter vil begrepene validitet og relabilitet trekkes frem i tilknytning til hvilke tiltak som er gjort i studie, samt relevante forskningsetiske perspektiv.

## 3.1 Forskningsmetode

Forskning er et begrep som kan oppfattes som både uklart og vanskelig, men viktig å definere i sammenheng med masteravhandlingens analyse. Forskning har en rekke likhetstrekk med den daglige sansingen, refleksjonen og samhandling med medmennesker, da begge deler har som mål å forstå den verdenen vi lever i, og å framkalle ny kunnskap (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 15). For at noe skal kalles forskning må man systematisk gjøre en form for innsamling av data, for så å analysere dataen og bruke informasjonen til å generere kunnskap (Postholm & Jacobsen, 2018). Forskningsmetoden benyttet for å besvare problemstillingen i masteravhandlingen kan grunnet flere ulike komponenter defineres som en kvalitativ innholdsanalyse. En hovedårsak er studiets tydelige benyttelse av rammeverket til Charalambous (2010) som eksplisitt går ut på analyse av innhold i lærebøker. Videre vil jeg komme nærmere inn på hvordan studiet kan defineres som en slik analyse.

### 3.1.1 Kvalitative og kvantitative metoder

Det gjennomførte prosjektet har både kvalitative og kvantitative komponenter. Den gjennomførte analysen har aspekter som kan knyttes til kvalitative studier. Hovedforskjellen på de to tilnærmingene, og det som ifølge Høgheim (2020) er den eneste vi skal ta hensyn til, er at de tjener ulike formål. Hovedforskjellen mellom de kvalitative og kvantitative metodene er hvor stor grad av fleksibilitet de to kan inneha. Kvalitative metoder gir rom for stor grad av fleksibilitet da forskeren har mulighet til å være spontan og tilpasse spørsmål med tanke på deltaker. De kvantitative metodene er derfor mindre fleksible, da de kan kreve fastsatte vilkår eller betingelser, og med det foregå på en mye mer systematisk og lite fleksibel måte (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det gjennomførte studie bærer som nevnt preg av begge tilnærminger. Materialet samlet inn fremstilles i form av tabeller og generaliserte funn for å vise mønstre. Fauskanger og Mosvold (2015) diskuterer dog en kvalitativ tilnærming til innholdsanalyse, og definerer en kvantitativ innholdsanalyse som «en nøyaktig, detaljert og systematisk undersøkelse og fortolkning av et bestemt materiale, i et forsøk på å identifisere mønster, temaer, predisposisjoner og meninger» (Berg & Lune, 2012, sitert i Mosvold & Fauskanger, 2015, s. 79–80). Definisjonen passer overens med masteravhandlingens gjennomførte analyse, og kan derfor i hovedsak sees på som en kvalitativ studie.

Fauskanger & Mosvold (2015) trekker i tråd med dette frem forskerens rolle i de ulike tilnærmingene. Den kvalitative tilnærmingen ønsker å holde seg nær forskningsfeltet, mens den kvantitative ønsker å ta avstand for å holde seg mest mulig objektiv. I analysen av *potensielle kognitive krav* og *type svar* er det et ønske om å analysere oppgavene med så objektive øyne som mulig, men fortolkningen gjort av resultatene er sterkt preget av hvilke elementer jeg som forsker i prosjektet har opplevd som relevant og interessant og trekke frem, noe som er med på å gjøre studie kvalitativt.

### 3.1.2 Kvalitativ innholdsanalyse

Fauskanger og Mosvold (2015, s. 79) knytter innholdsanalyse opp til en forskningsmetode der forskeren samler inn og oppsummerer et bestemt datamateriale, for så å beskrive betydningen av dette. Clark et al. (2021) tilegner metoden innholdsanalyse to viktige kvaliteter, systematisk og objektiv, og definerer det som en metode for å analysere dokument (s. 171). Dette studie tar en slik metode i bruk. Clark et al. (2021, s. 172) beskriver kvantitative innholdsanalyser som analyser som har en deduktiv tilnærming, hvor man tar utgangspunkt i satte kategorier og tester teorier eller hypoteser opp mot disse. Det dreier seg i stor grad om opptelling og strukturering av data, og det er et fokus på at analysen skal kunne gjennomføres på nytt av andre (Clark et al., 2021). Som nevnt har studiet trekk som kan identifiseres med kvantitative metoder. Kvalitative innholdsanalyser derimot tar ofte en induktiv tilnærming, der temaer og kategorier oppstår ut fra å studere og analysere et dokument, samt er forskerens resonnement og konteksten dokumentet er analysert i viktig (Clark et al., 2021, s. 172). Fauskanger og Mosvold (2015, s. 80–81) trekker frem kvalitative innholdsanalyser, og beskriver dette som en systematisk tilnærming for å klassifisere og identifisere temaer og mønstre i skriftlig datamateriale. Videre trekker de frem metoden teoridrevet innholdsanalyse, som er den spesifikke metoden studie benytter seg av. Teoridrevet innholdsanalyse tar for seg en analyse som tar utgangspunkt i teori. Kategoriene datamateriale er analysert etter altså definert etter eksisterende teori og forskning (Mosvold & Fauskanger, 2015, s. 81), og kodes etter disse. Den gjennomførte analysen tar utgangspunkt i Charalambous (2010) rammeverk for analyse av lærebok med et hovedfokus på den vertikale delen av rammeverket, som tar for seg analyse av spesifikke elementer ved lærebøker. Med hjelp dette rammeverket er *type svar* analysert. Smith & Steins (1998) kategorier for *potensielle kognitive krav* benyttet for å analysere oppgavens kognitive krav. Den gjennomførte analysen har derfor et tydelig teoretisk utgangspunkt.

## 3.2 Utvalg

### 3.2.1 Valg av læreverk

Valget av læreverk til studie var basert på ulike faktorer. Det var viktig at læreverket var relevant og samsvarte med den aktuelle læreplanen LK2020, da bakgrunn for studie blant annet omhandler brøkkunnskaper i den dagsaktuelle skolen. Det var også ønskelig å analysere oppgaver i et digitalt læreverk, da det er en fremvekst i bruken av digitale læreverk i skolen, i tillegg til at jeg i søk på lignende studier fant var mindre lignende forskning på digitale læreverk i motsetning til fysiske lærebøker. Med dette opplevdes det mer relevant å ta tak i et digitalt læreverk.

Tidlig på lærerhøgskolen ble jeg introdusert for det digitale læreverket Campus Matte. Læreverket interesserte meg i stor grad grunnet det heldigitale aspektet, samt læreverkets preg av omvendt undervisning. I FOU-oppgaven som skrives tredje året på høgskolen gjennomførte jeg intervju med lærer og så nærmere på bruken og opplevelsen av læreverket (Elgaaen, 2022). Studie ga meg god innsikt i hvordan læreverket kunne tas i bruk i skolen, og en enkelt læreres opplevelser, samt lærers oppfatning av elevenes opplevelser (Elgaaen, 2022). Jeg ble i etterkant av prosjektet sittende igjen med en manglende opplevelse av dybdekunnskap og forståelse for læreverkets oppbygning og struktur, samt liten innsikt i hvordan type oppgaver læreverket presenterte. Campus Matte er spesielt utviklet til kunnskapsløftet 2020, og er et heldigitalt komplett læreverk, og oppfylte dermed kriteriene jeg hadde satt for analyseobjektet. I og med at jeg i tillegg hadde tidligere kjennskap til læreverket og et ønske å lære mer om det, falt valget på Campus Matte. Mer informasjon om læreverket vil bli presentert i analysekapittelet.

### 3.2.2 Valg av klassetrinn og datagrunnlag

Nevnt innledningsvis handlet valg av studie i stor grad om brøkutfordringer i norsk skole. Valg av klassetrinn ble dermed bestemt ut ifra når i skoleløpet brøk trer frem som et viktig emne. På femte trinn ser man et stort flertall av kompetansemål som tar for seg emnet brøk, og i Campus Matte er det også her brøk først trer frem som tema. Analysen tar for seg brøk-kapitelet på femte trinn i læreverket Campus Matte 5-7. Det er viktig å trekke frem at de andre klassetrinnene også har brøkkapitler som kunne vært relevant i analysen, men grunnet masteravhandlingens omfang falt valget på brøk-kapitelet på kun et klassetrinn. Brøk er et av de temaene innenfor matematikkfaget som har relevans i flere andre temaer. Blant annet er brøk knyttet tett opp til emner som prosent og desimaler. Campus Matte har separate kapitler i læreverket som tar for seg denne sammenhengen og knytter de sammen. Det var behov for å ta valg om hvilke materiell som skulle analysere, for å hensiktsmessig kunne drøftet funnene i analysen. Derfor med hensyn til masteroppgavens omfang så jeg behov for å avgrense datamateriale til det kapittelet på femte trinn som eksplisitt handlet om brøk.

### 3.2.3 Oppgaver som analyseenhet

Analyseenhetene i denne masteravhandlingen er hver enkelt oppgave innenfor kapittelet «Brøk» på femte trinn. Oppgavene i Campus Matte 5-7 varierer med å være bestående av flere deloppgaver og å kun inkludere en enkeltstående oppgave. En analyseenhet vil altså være hver oppgave, uavhengig av om den nummereres som en deloppgave eller er enkeltstående. Eksempelvis vil oppgave 1) være én analyseenhet, mens oppgave 2a), 2b), og 2c) identifiseres som tre. Årsaken til dette er at de ulike deloppgavenes grad av kognitive krav i mange tilfeller vil variere. Selv om deloppgavene innenfor en oppgave ofte vil bygge på hverandre, kodes hver enkelt oppgave uten påvirkning eller hensyn til en annen, med mindre annet er presisert i oppgavebeskrivelsen.

## 3.3 Rammeverk for horisontal analyse

Charalambous et al. (2010) rammeverk for analyse av lærebøker ble gjort rede for i kapittel 2, og ligger til grunn for den gjennomførte analysen. I dette del - kapittelet vil de aktuelle delene av rammeverket knyttet til den horisontale delen av analysen gjøres rede for. For å kunne besvare problemstillingen *Hvilke krav stilles i oppgavene i brøkkapittelet på femte trinn i det digitale læreverket Campus matte 5-7?* er det i hovedsak vektlagt en analyse av oppgavene i tråd med den vertikale delen av rammeverket til Charalambous et.al. (2010). Delene av rammeverket aktuelt for den vertikale analysen kommer jeg nærmere inn på i kapittel 3.4. For å kunne drøfte funnene fra den vertikale analysen er det likevel svært nyttig å ha et godt overblikk over det aktuelle læreverket. For å få dette overblikket har jeg valgt å ta for meg *bakgrunnsinformasjon*, som er en av to deler av det horisontale analysevektlyet til Charalambous, et al. (2010).

I det originale rammeverket tar bakgrunnsinformasjon for *seg tittel, antall bøker, sidetall i bøkene, bakgrunn til forfattere, informasjon om forlaget og tilleggsmateriell*. Strukturdelen innebærer *antall enheter/leksjoner og gjennomsnittlig mengde sider per enhet/leksjon, strukturen av enhetene/leksjonene, emner som er dekt, og i hvilken rekkefølge disse er dekt*. For å kunne gjennomføre en analyse av det læreverket Campus Matte 5-7 har jeg gjort en del tilpasninger og endringer i rammeverket, både grunnet at Campus Matte er et digitalt læreverk og ikke en lærebok, og for å klarlegge informasjon som i størst grad er relevant for masteravhandlingen. De nye kategoriene for å kartlegge bakgrunnsinformasjonen er derfor *tittel, antall klassetrinn, antall læreverktøy, utgiver og publiseringsår, personer knyttet til læreverket og annet materiell og ressurser*. Den største forskjellen ligger i kategorien «Antall læreverktøy». Da Campus Matte 5-7 ikke har verken sidetall eller bøker knyttet til læreverket, vil denne kategorien kartlegge hvilke læreverktøy som er tilgjengelig for elevene. I et læreverk hvor man har bøker vil elevene for eksempel ha en lærebok og en oppgavebok. Kategorien kartlegger derfor tilsvarende element, men i blokkformatet til Campus Matte. Den siste kategorien er lik den originale, og kartlegger annet materiell av læreverket, som potensielle lærerveiledninger eller andre ressurser som lærer kan benytte seg av. Strukturdelen av den horisontale analysen har jeg valgt og ikke inkludere. Informasjonen som kunne blitt brukt for å for eksempel kartlegge de forskjellige kapitlene, lengden og dem og hvor mange underkapitler som er knyttet til de ulike emnene, men informasjonen denne informasjonen bidrar ikke til å få et relevant overblikk over læreverket knyttet til hva studiet undersøker, og er derfor valgt bort. Under presenteres tabellen som senere vil benyttes for å legge frem resultater fra den horisontale analysen.

| **Bakgrunnsinformasjon** | |
|---|---|
| Tittel | |
| Antall klassetrinn | |
| Antall læreverktøy (elementer tilgjengelig for elevene) | |
| Utgiver og publiseringsår | |
| Personer knyttet til læreverket | |
| Annet materiell og ressurser (elementer tilgjengelig for lærer) | |

*Tabell 1 Tilpasset rammeverk for horisontal analyse*

## 3.4 Analyseverktøy for vertikal analyse

Det opprinnelige rammeverket til Charalambous et al. (2010) inkluderer tre kategorier innenfor den vertikale delen. Da studiens problemstilling spør etter hvilke krav oppgavene stilles til elevene er det dog kun relevant å ta for seg den en av disse tre kategoriene. Innenfor denne kategorien *krav til elevene* finnes det to underkategorier. *Potensielle kognitive krav* og *type svar*. Begge disse underkategoriene er inkludert i analysen gjennomført i denne masteravhandlingen. For å analysere *type svar* er det tatt i bruk kategorier presentert i det overordnede rammeverket, og i analysen av *potensielle kognitive krav* er rammeverket til Smith & Stein (1998) svært sentralt.

### 3.4.1 Potensielle kognitive krav

I denne delen av metodekapittelet vil jeg kommer nærmere inn på rammeverket til Smith & Stein (1998), og hvordan dette er blitt benyttet i analysen. En tabell som viser de ulike kategoriene (oversatt av meg) fra Smith & Stein (1998) sin forskningslitteratur vil presenteres her, og det vil forekomme en kort presentasjon av informasjon presentert i kapittel 2.5. Dermed vil det presenteres tilpasninger som er gjort, samt årsak og begynnelse for disse. Eksempler på oppgaver fra Campus Matte som har blitt kodet innenfor hver kategori vil også legges frem og forklares her.

### Smith & Steins kategorier for potensielle kognitive krav

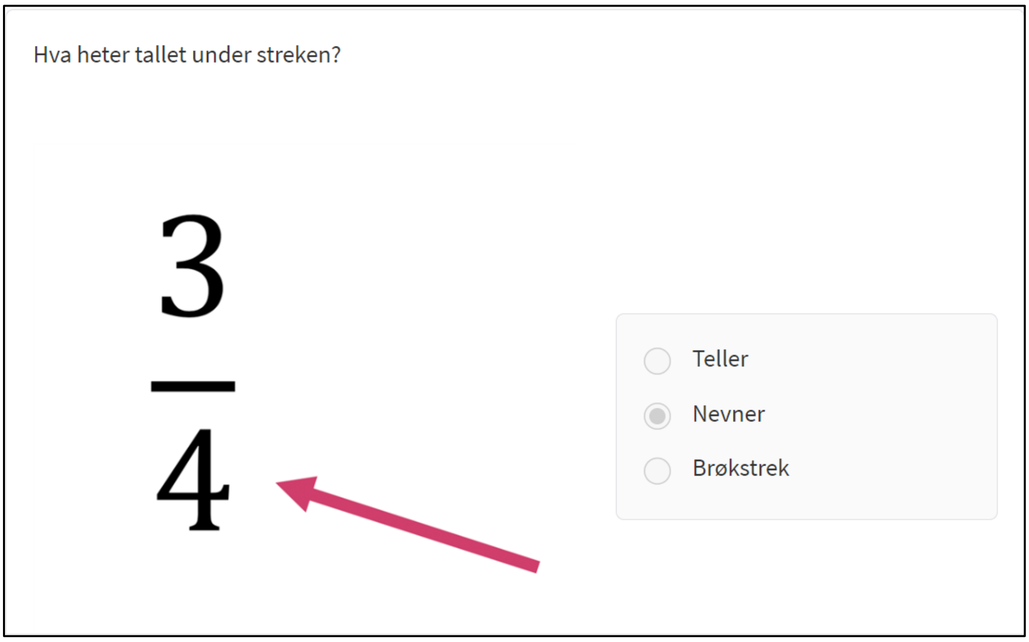
| **Lavere nivå av kognitive krav: memoreringsoppgaver** |
| --- |
| ♦ Involverer enten at elevene skal reprodusere lærte fakta, regler, formler, eller definisjoner.<br>♦ Kan ikke bli løst ved å bruke prosedyrer, fordi en prosedyre enten ikke eksisterer eller fordi tidsrommet oppgaven skal løses er for kort til å bruke den.<br>♦ Er IKKE tvetydelige. Oppgavene involverer reproduksjon av tidligere sett materiale, og det som skal produseres er klart og tydelig presisert.<br>♦ Har ingen tilknytning til konseptene eller meningen bak faktaene, reglene og formlene eller definisjonene som de skal lære eller reprodusere. |
| **Lavere nivå av kognitive krav: Prosedyreoppgaver uten sammenhenger** |
| ♦ Algoritmiske oppgaver. Bruk av prosedyren, enten det er direkte etterspurt eller åpenlyst grunnet tidligere instruksjoner, erfaringer eller plassering av oppgave.<br>♦ Krever begrensede kognitive krav for suksessfull ferdigstilling. Lite tvetydelighet i hva som trenger å gjøres og hvordan.<br>♦ Har ingen tilknytning til konseptene eller meningene som ligger bak prosedyrene som brukes.<br>♦ Fokuset ligger på å produsere riktige svar i stedet for å utvikle matematisk forståelse.<br>♦ Krever enten ingen forklaringer eller forklaringer som kun fokuserer på å beskrive prosedyren som ble brukt. |

| **Høyere nivå av kognitive krav: Prosedyreoppgaver med sammenhenger** |
| --- |
| ♦ Gir elevene fokus på at bruken av prosedyrer dreier seg om å utvikle en dypere forståelse av matematiske konsept og ideer.<br>♦ Foreslår eksplisitt eller implisitt veier å følge som er brede generelle prosedyrer som har nære forbindelser til underliggende konseptuelle ideer, i motsetning til smale algoritmer som er uklare med hensyn til underliggende begreper.<br>♦ Som oftest representer på flere måter, som visuelle diagrammer, konkreter, symboler, og problem-situasjoner. Å se sammenhenger mellom ulike representasjonsmåter kan skape mening.<br>♦ Krever noen grad av kognitiv innsats. Selv om generelle prosedyrer kan bli fulgt, kan den ikke bli fulgt tankeløst. Eleven trenger å engasjere seg i de konseptuelle. ideene som ligger bak prosedyrene for å fullføre oppgaven suksessfullt og utvikle mening. |
| **Høyere nivå av kognitive krav: Matematisk tenkning** |
| ♦ Krever komplekse og ikke-algoritmisk tenkning (Forutsigbare, innøvde tilnærminger er ikke foreslått i oppgaven)<br>♦ Krever at elevene utforsker og forstår hva matematiske konsepter, prosesser og forhold innebærer.<br>♦ Krever egenovervåkning og selv-regulering av egne kognitive prosesser.<br>♦ Krever at elevene henter frem relevant kunnskap og erfaringer og tilpasser dette til arbeidet med oppgaven.<br>♦ Krever at elevene analyserer oppgaven og aktivt undersøke oppgavens begrensninger som kan ha en innvirkning på de mulige løsningsstrategiene og løsningene.<br>♦ Krever betydelig grad a kognitiv innsats og kan involvere noen grad av angst for eleven, grunnet den uforutsigbare naturen av løsningsprosessen. |

*Tabell 2 Potensielle kognitive krav oversatt til norsk*

## Oppgaver med lavere nivå av kognitive krav - Memoreringsoppgaver

*Memoreringsoppgaver* er det første kategorien i Smith & Stein(1998) beskrivelser av kognitive krav. Kategorien handler om å reprodusere allerede lært fakta, og/eller reproduksjon av regler eller algoritmer de har internalisert og lært utenat. Oppgaveformuleringen i *memoreringsoppgaver* gir tydelig instruks på hva som forventes av elevene, samt at svaret som skal produseres er riktig. Forklaringer eller argumentasjon for hvorfor de har svart som de har er ikke krevd. Dermed krever oppgaven ingen dybdeforståelse eller ytterligere forståelse for de matematiske konseptene som ligger bak (Smith & Stein, 1998, s. 348) . Oppgaver som er kodet innenfor denne kategorien er oppgaver jeg har sett kun handler om at elevene skal reprodusere noe de har lært. Som det vil trekkes frem i analysekapitelet har kodingen vært knyttet opp mot introduksjonsvideoene elevene har sett i forkant av oppgaveløsning, og oppgaver kodet innenfor denne kategorien er spesielt preget av den informasjonen de har fått i disse videoene.




*Eksempeloppgave 1 - Utklipp fra Campus Matte 5, Kapittel 6.1 Brøk som del av hel, oppgave 1a)*

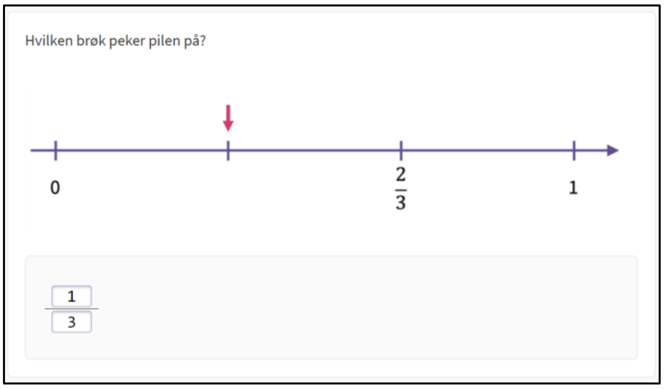
Eksempeloppgave 1 viser en oppgave som er kodet som *memoreingsoppgave*. Oppgaven ber eleven navngi hva tallet under streken heter, og gir forslag til svar. Introduksjonsvideoen elevene skal ha sett i forkant gir en innføring i disse begrepene, og oppgaven ber om at elevene skal reprodusere noe de akkurat har lært, uten at det er etterspurt noen forklaringer eller begrunnelser. Under vil de punktene som stemmer overens med oppgaven være markert i gul.

| **Lavere nivå av kognitive krav: memoreringsoppgaver** |
| --- |
| ♦ Involverer enten at elevene skal reprodusere lærte fakta, regler, formler, eller definisjoner.<br>♦ Kan ikke bli løst ved å bruke prosedyrer, fordi en prosedyre enten ikke eksisterer eller fordi tidsrommet oppgaven skal løses er for kort til å bruke den.<br>♦ Er IKKE tvetydelige. Oppgavene involverer reproduksjon av tidligere sett materiale, og det som skal produseres er klart og tydelig presisert.<br>♦ Har ingen tilknytning til konseptene eller meningen bak faktaene, reglene og formlene eller definisjonene som de skal lære eller reprodusere. |

*Tabell 3 Eksempel på koding av memoreingsoppgave*

### Oppgaver med lave kognitive krav – prosedyreoppgaver uten sammenheng

Prosedyreoppgaver uten sammenheng er den andre kategorien i Smith & Steins (1998) rammeverk. Oppgavene krever enten eksplisitt eller implisitt at den skal bli løst gjennom å følge en spesifikk prosedyre. Denne kategorien tar for seg oppgaver der svaret har fokus, og i likhet med forrige kategori ingen krav om en dypere forståelse for matematikken som ligger bak. Oppgaven legger opp til bruk av en spesifikk prosedyre, og denne er gjerne også smal. Dette vil si at prosedyren elevene skal bruke ikke er fleksibel, og kan i liten grad benyttes i forbindelse med å løse andre oppgaver. Et viktig aspekt ved disse oppgavene handler om oppgaveformulering, samt plassering av oppgaven (Smith & Stein, 1998, s. 348). Oppgaver kodet innenfor denne kategorien er dermed oppgaver der prosedyren elevene må bruke for å løse den ble tydelig. Igjen handlet dette i stor grad om hvilke prosedyrer som var presentert i introduksjonsvideoene, hvordan oppgavene var formulert, samt hvordan elevene skulle føre inn svaret sitt.




*Eksempeloppgave 2 - Utklipp fra Campus Matte 5, kapittel 6.4 Ulike modeller for brøk, oppgave 4a)*

Eksempeloppgave 2 viser til en oppgave som er kodet til kategorien *prosedyreoppgaver uten sammenheng.* Introduksjonsvideoen som hører til delkapittelet før, «6.3 Brøk på tallinje» går grundig gjennom tallinjens funksjon og hvordan man kan bruke den til å representere brøker. Den viser også hvordan man kan telle seg frem til å finne ut hvilke hele tall linja representerer, samt hvordan man da skal telle seg frem til hvilken del markørene på linja viser til. Dermed er prosedyren som skal brukes ikke nødvendigvis åpenbar, da elevene ikke akkurat har sett videoen, og derfor ikke helt åpenlyst at det er denne de skal ta i bruk. Derimot er det lite tvetydighet i hvordan oppgaven skal løses uansett. Det er ingen tilknytning til konseptene som ligger bak prosedyrene, og det kommer tydelig frem at det er fokus på å produsere riktig svar i svarsfeltet. Det er heller ingen krav om noe forklaring. Under er punktene som stemmer overens med kodingen av oppgaven markert i gult.

| **Lavere nivå av kognitive krav: Prosedyreoppgaver uten sammenhenger** |
|---|
| ♦ Algoritmiske oppgaver. Bruk av prosedyren, enten det er direkte etterspurt eller åpenlyst grunnet tidligere instruksjoner, erfaringer eller plassering av oppgave. |
| ♦ Krever begrensede kognitive krav for suksessfull ferdigstilling. Lite tvetydighet i hva som trenger å gjøres og hvordan. |
| ♦ Har ingen tilknytning til konseptene eller meningene som ligger bak prosedyrene som brukes. |
| ♦ Fokuset ligger på å produsere riktige svar i stedet for å utvikle matematisk forståelse. |
| ♦ Krever enten ingen forklaringer eller forklaringer som kun fokuserer på å beskrive prosedyren som ble brukt. |

*Tabell 4 Eksempel på koding av prosedyreoppgave uten sammenheng*

### Oppgaver med høyere kognitive krav – prosedyreoppgaver med sammenheng

Prosedyreoppgaver med sammenheng er den første kategorien til Smith & Stein (1998) innenfor det de kaller høyrere kognitive krav. En slik oppgave vil i likhet med forrige kategori løses gjennom å benytte en satt prosedyre, men stiller høyere kognitive krav ved at denne prosedyren ikke kan bli benyttet tankeløst. Det er ikke åpenbart hvilken prosedyre som må benyttes for å få rett svar. I motsetning til forrige kategori vil også disse prosedyrene i mye større grad vært anvendelig i prosessen med å løse andre oppgaver. Ofte vil disse oppgavene inneholde mer enn en representasjonsform. Disse oppgavene gir elevene mer dybdeforståelse, og krever at elevene i større grad har forståelse for de matematiske konseptene som ligger bak. Elevene må i større grad avgjøre hvordan man skal benytte en prosedyre for å løse en oppgave (Smith & Stein, 1998, s. 348). Oppgaver kodet til å høre til i denne kategorien er oppgaver som kan beskrives som mer åpne. De har ikke kun krevd et svar fra elevene, men gjerne noe form for forklaring eller annen måte å representere svarene sine på, som for eksempel i en tabell eller med å tegne.

Tegn en figur som viser den uekte brøken $\frac{11}{5}$.

*Eksempeloppgave 3 - Utklipp fra Campus Matte 5, kapittel 6.5 Mer enn en hel, oppgave 11b)*

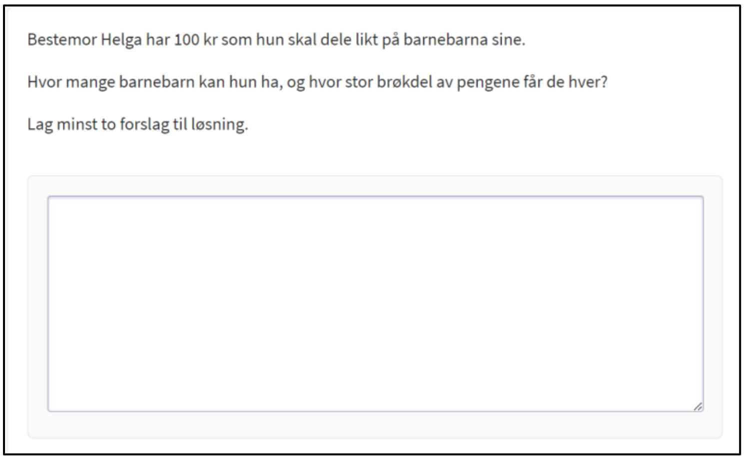
Eksempeloppgave 3 viser en oppgave som er kodet til kategorien *prosedyreoppgaver med sammenhenger.* Instruksjonsvideoen viser ingen eksempler på hvordan man skal løse denne typen oppgave. Elevene må i denne oppgaven bruke kunnskapen de har utviklet med å løse andre type oppgaver, og tegne en figur som representerer den aktuelle brøken. Oppgaven etterspør å tegne som kan defineres som en bred generell prosedyre som styrker den konseptuelle forståelsen, i motsetning til en smal algoritme. Oppgaven etterspør at elevene skal representere brøk-utrykket på en ny måte, og selv om det å tegne en figur som viser en brøk kan gjøres ved å følge en generell prosedyre, trenger elevene å forstå de konseptuelle ideene som ligger bak for å løse oppgaven.

| **Høyere nivå av kognitive krav: Prosedyreoppgaver med sammenhenger** |
| --- |
| ♦ Gir elevene fokus på at bruken av prosedyrer dreier seg om å utvikle en dypere forståelse av matematiske konsept og ideer.<br>♦ Foreslår eksplisitt eller implisitt veier å følge som er brede generelle prosedyrer som har nære forbindelser til underliggende konseptuelle ideer, i motsetning til smale algoritmer som er uklare med hensyn til underliggende begreper.<br>♦ Som oftest representer på flere måter, som visuelle diagrammer, konkreter, symboler, og problem-situasjoner. Å se sammenhenger mellom ulike representasjonsmåter kan skape mening.<br>♦ Krever noen grad av kognitiv innsats. Selv om generelle prosedyrer kan bli fulgt, kan den ikke bli fulgt tankeløst. Eleven trenger å engasjere seg i de konseptuelle. ideene som ligger bak prosedyrene for å fullføre oppgaven suksessfullt og utvikle mening. |

*Tabell 5 Eksempel på koding av prosedyreoppgave med sammenheng*

### Oppgaver med høyere kognitive krav – Matematisk tenkning

Matematisk tenkning er den siste kategorien Smith & Stein (1998) beskriver. Disse oppgavene krever at elevene, som kategoriens navn tilsier, tenker matematisk og løser problemet oppgaven stiller ved å utforske og anvende kunnskap de har. Elevene må ta egne valg når det kommer til hvordan de på best mulig vis skal få løst oppgaven, som å se sammenhenger og ha en dypere forståelse for konseptene som ligger bak (Smith & Stein, 1998, s. 348). Oppgaver kodet til denne kategorien er oppgaver det jeg har sett et krav om at elevene må løse oppgaven ved å bruke den kunnskapen de har om det aktuelle emne. Oppgaven viser ingen tydelig forklaring på hvordan prosedyre som skal anvendes, og heller ingen antydning til et ønske om at det skal bli produsert et riktig svar.


Bestemor Helga har 100 kr som hun skal dele likt på barnebarna sine.

Hvor mange barnebarn kan hun ha, og hvor stor brøkdel av pengene får de hver?

Lag minst to forslag til løsning.

*Eksempeloppgave 4 - Utklipp fra Campus Matte 5, kapittel 6.1 Brøk som del av hel, oppgave 36*

Eksempeloppgave 4 viser en oppgave som er kodet til kategorien *matematisk tenkning.* Oppgaven krever som nevnt i punktene under tenkning som er kompleks og ikke-algoritmisk. Det er en utforskende oppgave der elevene hente frem relevant kunnskap. For å suksessfullt løse denne oppgaven må eleven ha forståelse for de matematiske konseptene som ligger bak for å kunne løse oppgaven. I tillegg til å huke av alle punktene innenfor kategorien etterspør oppgaven to løsningsforslag som krever stor grad av kognitiv innsats.

| **Høyere nivå av kognitive krav: Matematisk tenkning** |
|---|
| ♦ Krever komplekse og ikke-algoritmisk tenkning (Forutsigbare, innøvde tilnærminger er ikke foreslått i oppgaven) |
| ♦ Krever at elevene utforsker og forstår hva matematiske konsepter, prosesser og forhold innebærer. |
| ♦ Krever egenovervåkning og selv-regulering av egne kognitive prosesser. |
| ♦ Krever at elevene henter frem relevant kunnskap og erfaringer og tilpasser dette ti l arbeidet med oppgaven. |
| ♦ Krever at elevene analyserer oppgaven og aktivt undersøke oppgavens begrensninger som kan ha en innvirkning på de mulige løsningsstrategiene og løsningene. |
| ♦ Krever betydelig grad a kognitiv innsats og kan involvere noen grad av angst for eleven, grunnet den uforutsigbare naturen av løsningsprosessen. |

*Tabell 6 Eksempel på koding av oppgave med matematisk tenking*

#### *3.4.1.1 Tilpasning av potensielle kognitive krav*

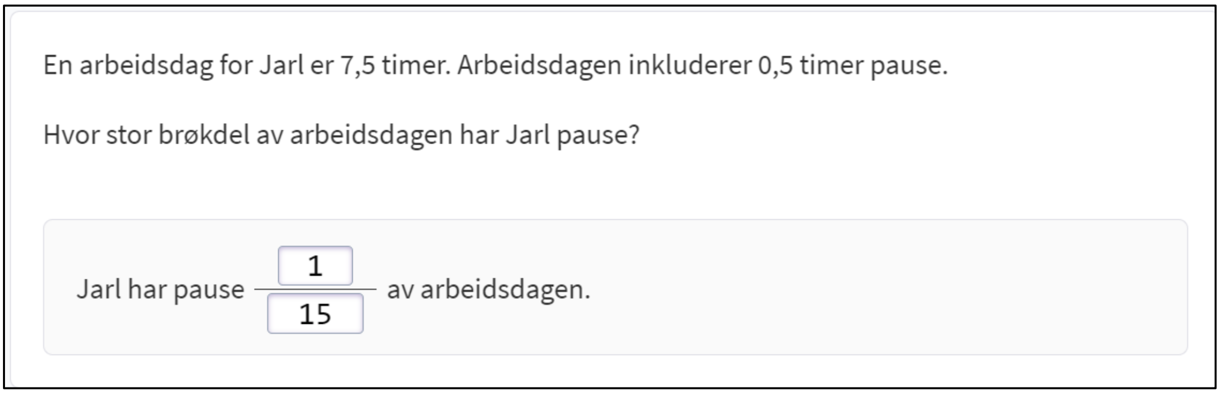
For å kartlegge *potensielle kognitive krav* gjennomførte jeg primært en analyse hvor jeg kodet hver enkelt oppgave innenfor valgt kapittel og kategorisere innenfor de fire kategoriene til Smith & Stein (1998). Når resultatene av analysen sto klare, så jeg at det var potensial for å representere datamaterialet på en mer nøyaktig måte, da kategoriene ikke representerte datamaterialet slik jeg opplevde det. Jeg valgte derfor å lage en ny kategori mellom prosedyreoppgaver uten sammenheng, og prosedyreoppgaver med sammenheng, og gjøre en analyse av det samme datamateriale basert på disse kategoriene. Da jeg ser på begge analysene som interessante, vil resultatene fra begge analysene presenteres i resultatene og videre drøftes i kapittel 5.

**Prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar**

Kategorien har jeg valgt å kalle «Prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar. Kategorien tar for seg oppgaver med mye av de samme egenskapene som prosedyreoppgaver med sammenheng, men har ofte fokus på at elevene kun skal produsere et riktig svar. Disse oppgavene inkluderer gjerne ikke ulike representasjonsformer, da opphavene som nevnt kun krever et svar, men er oppgaven fremtrer gjerne i form av en problem-situasjon der det ikke er åpenbart hvilke prosedyrer som må brukes for å løse problemet. Med hjelp av de originale kategoriene presentert over, samt egne formuleringer inkluderer denne kategorien disse premissene:

| **<u>Prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar</u>** |
| --- |
| ♦ Gir elevene fokus på at bruken av prosedyrer dreier seg om å utvikle en dypere forståelse av matematiske konsept og ideer.<br>♦ Det er en tydelig forbindelse mellom prosedyren og underliggende konseptuelle ideer, og kan eksplisitt eller implisitt foreslå både brede generelle prosedyrer og/eller smale algoritmer<br>♦ Som oftest representer som problem-situasjoner.<br>♦ Krever noen grad av kognitiv innsats. Selv om generelle prosedyrer kan bli fulgt, kan den ikke bli fulgt tankeløst. Eleven trenger å engasjere seg i de konseptuelle ideene som ligger bak prosedyrene for å fullføre oppgaven suksessfullt og utvikle mening.<br>♦ Fokus på å produsere et riktig svar.<br>♦ Krever ingen forklaring av prosessene de har benyttet for å løse oppgaven. |

*Tabell 7 Kriterier for prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar*




*Eksempeloppgave 5 - Utklipp fra Campus Matte 5, kapittel 6.2 Brøk som del av en mengde, oppgave 24*

Eksempeloppgave 5 viser en oppgave som er kodet til den egenproduserte kategorien *Prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på å produsere riktig svar.* Oppgaven viser et typisk eksempel på hvorfor jeg så et behov for å produsere en kategori som lå mellom lavere kognitive krav og høyere kognitive krav. Fokuset ligger på å produsere et rett svar, og det krever ingen forklaring av prosessen., som er beskrivelser som hører til *prosedyreoppgaver uten sammenheng.* Likevel er det ikke klart hvilken prosedyre som må benyttes for å løse oppgaven, da en slik tekstoppgave ikke er presentert i noen av introduksjonsvideoene. Selv om det er en prosedyre som kan bli fulgt for å løse denne oppgaven, kan den ikke benyttes tankeløst og uten at elevene har en viss forståelse for konseptene som ligger bak. Oppgaven er presentert som en regnefortelling og elevene må selv trekke ut informasjonen de trenger for å suksessfullt løse oppgaven og representere svaret i en annen representasjonsform. Det å dekode en regnefortelling kan ses på som en bred generell prosedyre som kan benyttes for å løse en mengde oppgaver, men prosedyren som må tas i bruk for å kunne svare på oppgaven er mer algoritmisk og smal.

| **Prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar** |
| --- |
| ♦ Gir elevene fokus på at bruken av prosedyrer dreier seg om å utvikle en dypere forståelse av matematiske konsept og ideer.<br>♦ Det er en tydelig forbindelse mellom prosedyren og underliggende konseptuelle ideer, og kan eksplisitt eller implisitt foreslå både brede generelle prosedyrer og/eller smale algoritmer<br>♦ Som oftest representer som problem-situasjoner.<br>♦ Krever noen grad av kognitiv innsats. Selv om generelle prosedyrer kan bli fulgt, kan den ikke bli fulgt tankeløst. Eleven trenger å engasjere seg i de konseptuelle ideene som ligger bak prosedyrene for å fullføre oppgaven suksessfullt og utvikle mening.<br>♦ Fokus på å produsere et riktig svar.<br>♦ Krever ingen forklaring av prosessene de har benyttet for å løse oppgaven. |

*Tabell 8 Eksempel på koding av prosedyreoppgave med sammenheng, med fokus på rett svar*

### 3.4.2 Analyseverktøy for type svar

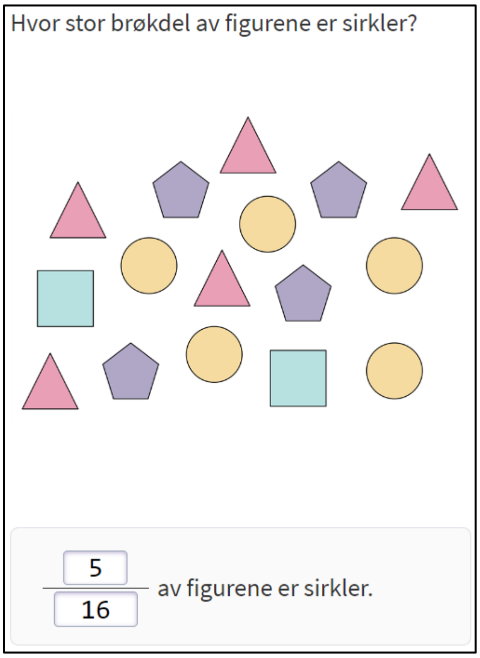
Masteravhandlingen tar også for seg analyse av *type svar*, som er det andre kategorien under *krav til elevene* i det overordnede rammeverket tatt i bruk. Årsaken til at begge kategorier er analysert er i hovedsak for å kunne gi et godt bilde av hvilke krav brøkkapitlene stiller til elevene. Campus Matte 5-10 er også utviklet til kunnskapsløfte 2020, som legger vekt på dybdelæring. Utdanningsdirektoratet definere dybdelæring «… som det å gradvis utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder. Det innebærer at vi reflekterer over egen læring og bruker det vi har lært på ulike måter og i kjente og ukjente situasjoner, alene eller sammen med andre» (Utdanningsdirektoratet, 2019). En slik definisjon innebærer at dybdelæringer er noe som skjer på mange områder, og områder som går utenfor oppgavene elevene skal løse i et læreverk. Likevel vil måten elevene er forventet å svare på disse oppgavene være relevante for å utvikle en slik forståelse, og det å få muligheten til å forklare og begrunne svarene sine være viktig. Derfor er det også interessant og relevant å gjøre en analyse av *type svar* på dette grunnlaget. Videre vil de allerede etablerte kategoriene for *type svar* gjøres rede for, deretter en mer detaljert beskrivelse av tilpasninger gjort i form at etablering av ny kategori innenfor *type svar*.

**Kun svar**

Oppgaver som krever *kun svar* kan indentifiseres gjennom at det ikke blir etterspurt noen forklaring eller begrunnelse i oppgaveformuleringen, men det skal kun gis ett svar (Charalambous et al., 2010). Oppgavens krav ellers i forhold til vanskelighetsgrad eller kognitive krav som gjort rede for tidligere behøver ikke ha noe direkte sammenheng. I noen tilfeller kan oppgavens formulering eller vanskelighetsgrad tilsi at en forklaring ville vært hensiktsmessig, men svarsfeltet gir kun mulighet til innføring av tall eller ett ord. Disse vil da kodes til å kreve *kun svar*.


*Eksempeloppgave 6 - Utklipp fra Campus Matte 5, kapittel 6.7 Blandet tall til uekte brøk, oppgave 5a)*

Eksempeloppgave 6 er et eksempel på en oppgave som kun krever svar. Oppgaveteksten etterspør kun ett svar, og svarsfeltet gir ingen mulighet til å skrive noe annet enn et aritmetisk tall-svar.

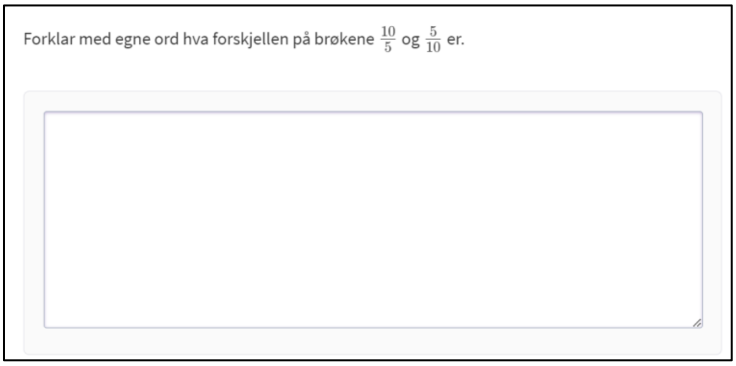



*Eksempeloppgave 7 - Utklipp fra Campus Matte 5, 6.2 Brøk som del av en mengde, oppgave 2a.*

Eksempeloppgave 7 er et annet eksempel på en oppgave som kun krever svar. Senere vil kategorien *Kun svar i kontekst* gjøres rede for. Da denne konteksten kun er en enkel gjentagelse av oppgaveformuleringen, er den plassert i kategorien *kun svar*.

**Forklaring av svar og/eller prosess**

Oppgaver som krever *forklaring av svar og/eller prosess* kan identifiseres som oppgaver der det blir etterspurt en forklaring på deres svar eller en beskrivelse av prosessen tatt i bruk for å komme frem til svaret. Oppgaver som i oppgaveteksten direkte etterspør en forklaring eller en redegjørelse av prosessen er kodet til denne kategorien, samt eventuelle oppgaver der svarsfeltet tydelig viser til at elevene må forklare svaret.


Forklar med egne ord hva forskjellen på brøkene $\frac{10}{5}$ og $\frac{5}{10}$ er.

*Eksempeloppgave 8 - Utklipp fra Campus Matte 5, kapittel 6.5 Mer enn en hel, oppgave 26)*

Eksempeloppgave 8 er et eksempel på en oppgave om krever *forklaring av svar og/eller prosess.* Oppgaven spør spesifikt om en forklaring på forskjellen mellom to brøker.

**Begrunnelse eller argumentasjon**

Oppgaver som krever begynnelse eller argumentasjon kan identifiseres som oppgaver som etterspør en begrunnelse for hvorfor de har løst oppgaven slik dem har gjort, eller direkte etterspør argumentasjon. I denne kategorien vil det være nødvendig at det eksplisitt blir etterspurt dette i oppgaveteksten, da begrunnelser og argumentasjon ikke vil oppstå gjennom formuleringer i svarsfeltet. Ingen av oppgavene analysert ble kodet til denne kategorien.

#### *3.4.2.1 Tilpasning av rammeverk*

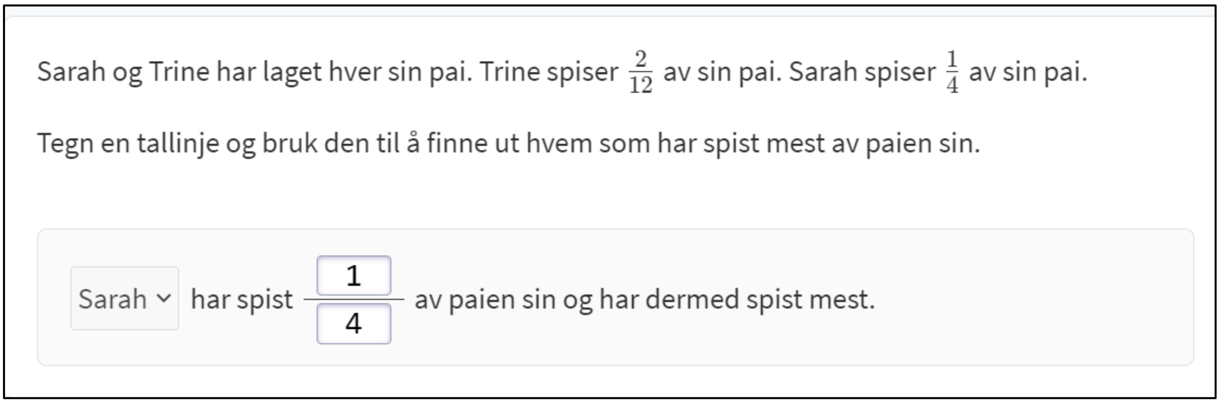
Charalambous et al. (2010) har i rammeverket sitt fire kategorier for *type svar*. Tre av disse er gjort rede for over. Charalambous et al. (2010) gjorde også rede for en fjerde kategori i sin analyse. Kategorien «Svar og matematisk utrykk» ble utviklet underveis i analyseprosessen, grunnet oppgaver som dukket opp i de taiwanske lærebøkene (Charalambous et al., 2010). Det blir dog ikke presisert hvordan denne kategorien kan defineres, eller hva en matematisk setning innebærer, kun to eksempler der oppgaven eksplisitt etterspør en matematisk setning eller utrykk. Med grunnlag i informasjonen tilgjengelig ble det dermed vanskelig å legitimt kode oppgaver i denne kategorien, og jeg valgte dermed å utelate kategorien fra analysen. For å kunne representere datamateriale i analysen av *type svar* valgte jeg dermed å produsere en ny kategori som erstatter denne. Kategorien har fått navn *Kun svar i kontekst* og tar for seg oppgaver som i svarsfeltet legger opp til et enkelt svar, men svaret er innvevd i en kontekst. Konteksten er knyttet til oppgaveformuleringen, og det vil tydelig komme frem hvordan oppgaver som er plassert i denne kategorien under. Likt for oppgavene er at elevene må gi kun ett svar, men med hjelp av å bruke en annen uttrykksform. Regnefortellinger, tabeller og tegninger på uttrykksformer som trer frem i denne kategorien. I noen tilfeller er det ikke krevd at elevene skal produsere noe nytt, men heller bidra til å fullføre en setning. Handler denne utfyllingen om noe mer enn kun å plassere et tallsvar inn i en kontekst som er en gjenfortelling av oppgaveteksten, kodes oppgaven som *kun svar i kontekst* eksempler på hva som må til i forhold til å fylle ut en setning. Med denne kategorien ble de aktuelle kategoriene for *type svar*:

*Kun svar, Kun svar i kontekst, Forklaring av svar og/eller prosess, Begrunnelse eller argumentasjon*

Valget gjort rundt produksjon av denne kategorien, og hvilke forhold som ble vurdert, samt hvilke konsekvenser disse valgene hadde for studiets resultater vil diskuteres i kapittel 5.

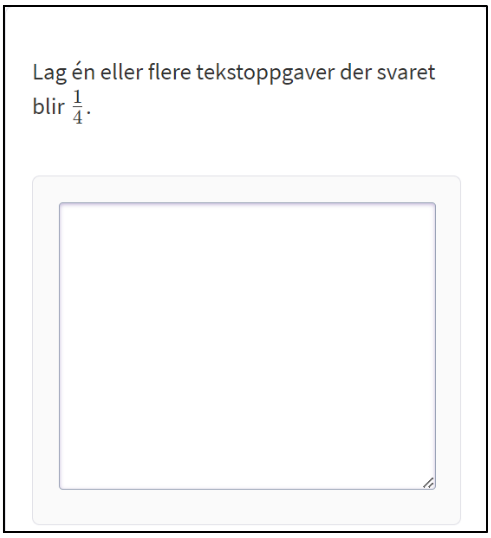
**Kun svar i kontekst**

Oppgaver som krever *kun svar i en kontekst* kan i likhet med kategorien *kun svar* identifiseres gjennom at det ikke blir etterspurt noen forklaringer eller begrunnelse, men kun at det skal gis ett svar. Det er en rekke ulike oppgaver som jeg ser kan plasseres innenfor denne kategorien. Oppgaver der elevene kun skal skrive inn det matematiske objektet, men innvend i en form for konstruert kontekst er plassert her. Det er krav om at det er noe mer enn reproduksjon av oppgavetekst slik som vist under *Kun svar,* og inkluderer heller oppgaver der eleven i større grad må bidra til å fullføre setningen. Oppgaver der elevene er bedt om å lage tekstoppgaver er også kategorisert under denne kategorien, da en slik oppgave i stor grad skiller seg fra oppgaver der man kun skal gi et aritmetisk tall-svar eller begrep, men fortsatt ikke ber elevene om noe begrunnelse eller argumentasjon. En annen type oppgave som er plassert i denne kategorien er oppgaver der elever igjen kun skal svar, men oppgaven skal plasseres inn i en tabell, og tydelig må lese og tyde tabellen for å kunne svare. Det er en rekke andre type oppgaver som også er plassert her, som oppgaver der elevene skal rangerer brøk i ulike størrelser, eller plassere ulike brøker på tallinje. Felles er at det ikke er krav om noe forklaring eller argumentasjon, men at de etterspør *kun svar* i en kontekst. Jeg vil vise eksempler fra tre ulike situasjoner.




*Eksempeloppgave 9 – Utklipp fra Campus Matte 5, kapittel 6.3 Brøk på tallinje, oppgave 15)*

Eksempeloppgave 9 er et eksempel på en oppgave som krever *kun svar i kontekst*. Oppgaveteksten ber om at eleven skal tegne en tallinje og bruke denne for å finne svaret. Det ingen plass i svarsfeltet hvor tegningen og en beskrivelse av hvordan de har brukt den kan bli levert. Derfor krever denne oppgaven kun ett svar, men som man kan se er den plassert inne i en setning som eleven må bidra til å fullføre. Elevene må bruke menyen i starten av setningen til å bestemme navnet på personen som har spist mest, for så å skrive inn den aktuelle brøken. Oppgaver som etterspør for eksempel en tegning vil trekkes frem igjen i drøftingskapittelet.




*Eksempeloppgave 10 – Utklipp fra Campus Matte 5, kapittel 6.1 Brøk som del av en hel, oppgave 35)*

Eksempeloppgave 10 er et annet eksempel på en oppgave kategorisert innenfor kategorien *kun svar i kontekst*. Oppgaven ber kun om svar, ingen forklaring eller begrunnelser. Men svaret er mye mer inkludert i en kontekst, enn kun et aritmetisk tall-svar eller begrep. Også eksempeloppgave 3 og 4 fra delkapittel 3.4.1 er oppgaver som krever *kun svar i kontekst*.

| Type bolle | Antall solgt |
|---|---|
| Berlinerbolle | $\frac{1}{43}$ |
| Kanelsnurr | $\frac{12}{43}$ |
| Skolebolle | $\frac{6}{43}$ |
| Hvetebolle | $\frac{24}{43}$ |

*Eksempeloppgave 11 Utklipp fra Campus Matte 5, 6.2 Brøk som del av en mengde, oppgave 17a*

Eksempeloppgave 11 er siste eksempel på oppgave som kan plasseres under denne kategorien, og viser et svarsfeltet der elevene skal fylle ut en tabell.

## 3.5 Validitet, relabilitet og forskningsetikk

I dette delkapittelet vil de sentrale begrepene validitet og relabilitet drøftes opp mot analysen gjennomført i denne masteravhandlingen. Det vil også trekkes frem noen forskningsetiske perspektiver knyttet til studie.

### 3.5.1 Validitet

Validitet er knyttet til analysen av datamateriale, og tolkningen gjort i denne prosessen. Postholm og Jacobsen (2018) skiller mellom to typer validitet, indre og ytre. Indre validitet handler om sammenhengen mellom årsaken og effekten i et studie, mens ytre validitet handler om i hvilke grad resultatene kan overføres til andre kontekster som ikke er studert (Postholm & Jacobsen, 2018).

Metodevaliditet er et begrep knyttet til indre validitet. Befring (2020) beskriver at metodevaliditet handler om hvorvidt forskningsmetoden benyttet måler det den er ment å måle på en nøyaktig og pålitelig måte. Studiets overordnede rammeverk består av allerede etablerte kategorier og kriterier, som har som mål å undersøke de samme aspektene som undersøkt i denne analysen, nemlig *potensielle kognitive krav* og *type svar*. Studies vertikale analyse tar utgangpunkt i det etablerte rammeverket til Smith & Stein (1998) som i likhet med dette studie undersøker potensielle kognitive krav. For å representere datamateriale på best mulig måte, og for at metoden benyttet skulle måle det den var ment til å måle, valgte jeg derimot å legge til en kategori for potensielle kognitive krav, og gjennomføre en analyse på det samme datamateriale. For å sikre påliteligheten av resultatene valgte jeg likevel og inkludere resultatene fra den opprinnelige analysen og drøfte disse. Når det kom til *type svar* ble det gjort en lignende vurdering, da det ble valgt å fjerne en kategori, samt dele kategorien *Kun svar* i to kategorier. Dette ble gjort igjen for å sikre metodevaliditeten da teorien presentert best mulig kunne drøftes opp mot resultatene når kodingen av oppgavene ble gjort innenfor disse kategoriene i motsetning rammeverkets opprinnelige kategorier.

Studie tar kun for seg en analyse av oppgavene i et tema innenfor et klassetrinn. Funnene fra analysen vil ikke kunne brukes til å generalisere brøkoppgavene i andre læreverk. De har heller ikke evnen til å si noe om hvordan de andre kapitlene eller temaene i læreverket fremstår. Det er likevel mulig å anta hvordan *potensielle kognitive krav* og *type svar* resten av læreverket krever av elevene. Dette dreier seg om noe Befring (2015) kaller generaliseringsvaliditet, som handler om hvilken grad forskningen kan overføres til andre settinger eller situasjoner enn det spesifikke undersøkt i det gjeldende studie. Dette går under det vi kaller ytre validitet (Befring, 2015). Begrepsvaliditet er et annet begrep som trekkes frem som en av delene man kan dele validitetsbegrepet inn i (Kleven, 2023). Begrepsvaliditet dreier seg om sammenhengen mellom de teoretiske begrepene og operasjonaliseringen av disse. Begrepsvaliditeten ble i dette studie sikret ved at brøkoppgavene som ble analysert faktisk reflekterte de kravene jeg ønsket å vurdere. Dette ble gjort ved nøye definering av kriteriene jeg skulle evaluere.

Konsekvent blir begrepet *potensielle kognitive krav* benyttet, da svakheter i analysen av kognitive krav oppstår ved at kodingen ikke tar hensyn til elevene som skal løse oppgavene. En oppgave kan oppleves ulikt for ulike elever, og elevenes forforståelse kan påvirke hvorvidt oppgaven er kognitivt krevende eller ikke. Dette aspektet blir tatt hensyn til ved å referere til de ulike kategoriene oppgavene har blitt kodet inn i som *potensielle* kategorier. Det er relevant å trekke frem at analysens formål da ikke var å se hva oppgavene i praksis krever av elevene, men hvordan kapittelets oppgaver varierer. Det er også nødvendig å nevne at begrepet «kognitive krav» også forekommer i oppgaven, spesielt i drøftingskapittelet.

### 3.5.2 Relabilitet

Cohen et al. (2018) tilegner et forskningsprosjekt karakteristikken god reliabilitet dersom tilsvarende prosjekt ble gjennomført på et datamateriale med de samme premissene, ville resultatet av dette prosjektet gi tilsvarende resultat. En analyses relabilitet sier noe om hvorvidt resultatet som kommer frem er konsekvent. Relabilitetsgraden er høy om uavhengige målinger av samme fenomen gir tilnærmet identiske resultater (Kvarv, 2021, s. 134). Disse beskrivelsene gjør at man kan diskutere forskerens rolle, og forskerens påvirkning på resultatene.

Den horisontale delen av analysen kan man si har god relabilitet. Dataene som er samlet inn i den horisontale analysen er hentet direkte fra læreverket, og det er tydelig for andre hvordan man skal finne den samme informasjonen. Det er også svært lite rom for tolkning når det kommer til disse dataene. For å nå høyest mulig grad av relabilitet når det kommer til den vertikale delen av analysen gjort noen tiltak. Rammeverkene er grundig gjort rede for i teorikapittelet, samt er de relevante delene av rammeverket grundig beskrevet tidligere i metodekapittelet. Dette er for at oppfattelsen jeg har av rammeverket tydelig skal komme frem, da tolkning av rammeverket vil være umulig å unngå. Det er presentert eksempeloppgaver, sammen med en grundig forklaring av hvorfor oppgaven er kodet til kategorien den er. Dette er gjort for å øke relabiliteten, da et tydelig eksempel på hvordan jeg har analysert en oppgave innenfor hver kategori av kognitive krav og *type svar* vil gi et innblikk i hvordan resten av datamateriale er behandlet.

Et annet tiltak gjort for å sikre høy grad av relabilitet er en test av analyseverktøyet. Med hjelp av en lærer med 20 års erfaring som lærer ungdomsskole og videregående, har det blitt gjennomført en test av analyseverktøyet, i all hovedsak for å kunne sammenligne mine resultater med en annens resultater. For å øke graden av relabilitet, og for å sikre av resultatene fremstår som legitime, ønsket jeg at denne testen av analyseverktøyet ble gjort med hjelp av en person med mye erfaring og kunnskap. Læreren fikk tilsendt 18 oppgaver som jeg selv hadde kodet i forkant med hjelp av de opprinnelige kategoriene til Smith & Stein (1998). Resultatene viste at vi hadde kodet 89% av oppgavene likt, noe som jeg anser som positivt, og viser at kategoriene gjort rede for er tydelige, og det er lite rom når «tolkning» når det kommer til analysekategoriene, noe som viser at studie kan ses på som et med høy grad av relabilitet. Som beskrevet tidligere gjorde jeg et valg om å gjennomføre en ny analyse av datamateriale med en ekstra kategori av potensielle kognitive krav, da en opplevelse av at de fire kategoriene ikke ga et helhetlig bilde av oppgavene. Læreren gjennomførte ingen analyse basert på disse kategoriene, men de oppgavene vi hadde kategorisert ulikt var oppgaver jeg valgte å plassere i den nye kategorien, *prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar,* som kan være med å fortelle noe om et behov for å lage denne kategorien.

### 3.5.3 Forskningsetikk

NESH, Den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora (2021) sier at forskeren har et ansvar overfor alle personer som er involvert eller har deltatt i forskning. Analysen som er gjennomført tar ikke direkte for seg personopplysninger eller annen sensitiv informasjon om mennesker. Det er likevel etiske dilemmaer som må tas hensyn til. I denne analysen vil lærebokforfatterne og selskapet som står bak være sentrale, og dermed viktige å ta hensyn til.

Et mer sårbart tema i forskningsprosjektet dreier seg med det som om analyseprosessen. Selv om en rekke tiltak er gjort for at beskrivelsene av *potensielle kognitive krav* og *type svar* er tydelige og klare som mulig, slik at kodingen av de aktuelle oppgavene skal kunne gjøres på en grundig og nøyaktig måte, vil det være slik at forskerens tolkning og oppfatning kan påvirke resultatet. Dermed kan ikke resultatene beskrives som en objektivt sanne. At forskeren selv må gjøre en koding av oppgavene vil kunne føre til potensielle feilkilder. Dette tema kapittel 3.5.2 hvor oppgavens relabilitet blir drøftet.

Forskning er alltid rettet inn mot å bringe frem ny kunnskap. Ikke nødvendigvis ny og revolusjonerende kunnskap, men kunnskap som i alle fall er ny for noen» (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 15). Masteravhandlingen har som mål å belyse viktige perspektiver knyttet til kravene funnet i oppgavene som er analysert, og gjennom prosjektet bidra til å utvinne ny kunnskap. Derfor er den gjennomførte analysen drøftet opp allerede eksisterende teori og forskning, som på ærlig vis er referert til.

Studiets oppmerksomhet ligger i hovedsak i oppgaveanalysen gjennomført der kognitive krav og *type svar* er undersøkt i brøkoppgaver på femte trinn i Campus Matte. Studies troverdighet er forsøkt fremmet ved en detaljert beskrivelse av rammeverkene som ligger til grunn for analysen, og en nøyaktig gjennomgang av hvordan de er anvendt. Tilpasningene gjort for at rammeverkene hensiktsmessig kunne tas i bruk for å svare på studiets forskingsspørsmål er nøye forklart og valgene som er tatt er argumentert for. Beskrivelser av Charalambous et al. (2010) og Smith & Stein (1998) ligger til grunn og er kontinuerlig henvist til.

# 4 Analyse og resultat

I det følgende kapittelet presenteres funnene som er gjort i både den horisontale analysen og den vertikale analysen av brøkkapitelene i Campus Matte 5. Kapittel 4.1 tar for seg den horisontale delen av analysen, som innebærer ytterligere informasjon om det aktuelle læreverket Campus Matte 5-7. Kapittel 4.2 tar for seg resultatene fra den vertikale analysen, som innebærer resultatet av kodingen av *potensielle kognitive krav* og *type svar*, samt fremlegg av noen utfordrende oppgavetyper, og valgene tatt rundt disse.

## 4.1 Horisontal analyse

Metodekapittelet gjorde kort rede for det aktuelle læreverket, og hvordan læreverket selv legger frem dens innhold og kvaliteter. I dette kapittelet fremlegges resultatene fra den horisontale delen av analysen bli lagt frem. Den horisontale analysen belyser aspekter ved Campus Matte 5-7 som ikke er tilgengelig ved første øyekast, og er med det en mye mer nøyaktig beskrivelse av læreverket. Den horisontale analysen bidrar til å gi et overblikk over viktige aspekt ved Campus Matte 5-7. Dette overblikket gir ikke svar på noen av oppgavens tre forskningsspørsmål, men aspekter fra denne analysen kommer godt med når resultatene fra den vertikale analysen skal diskuteres.

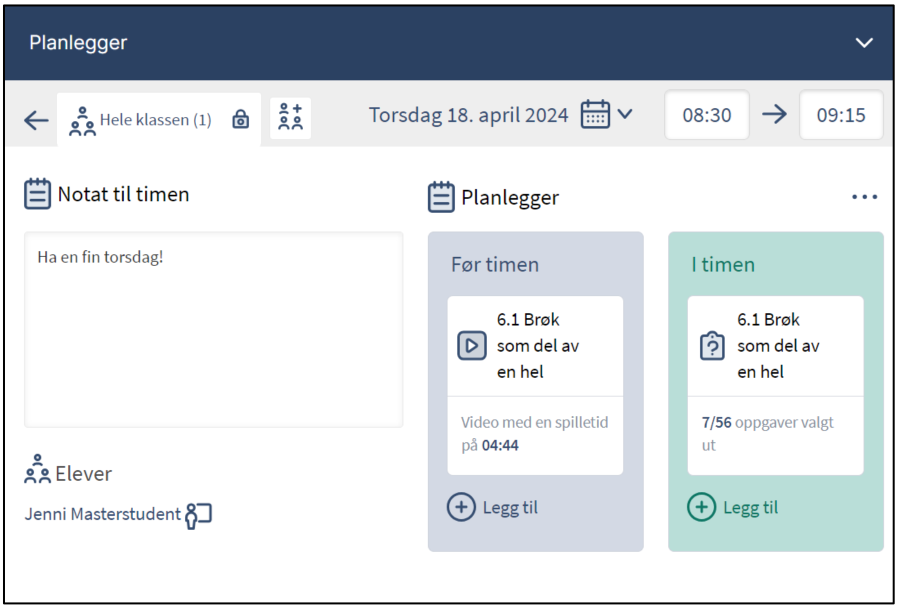
| **Bakgrunnsinformasjon** | | |
|---|---|---|
| Tittel | Campus Matte 5 -7 | |
| Antall klassetrinn | 3 klassetrinn<br>- Campus Matte 5<br>- Campus Matte 6<br>- Campus Matte 7 | |
| Antall læreverktøy | 4 læringsverktøy<br>- Videoer<br>- Oppgaver<br>- Matte Labb<br>- Egenvurdering | Læringsverktøyene er elementene elevene har tilgang til. |

| | | |
|---|---|---|
| | 2 læringsverktøy (fra lærer)<br>- Diskusjon<br>- Aktivitet og temaarbeid | |
| Utgiver og publiseringsår | Increment AS, 2020. | Det spesifikke læreverket Campus Matte 5-7 ble lansert i 2020, av Increment AS. |
| Personer knyttet til læreverket | Campus Matte fra Inkrement AS på Campus Increment.<br>Bjørn Ove Thue: pedagogisk ansvarlig | Det digitale læreverket presenterer ikke forfattere eller andre som har produsert de forskjellige elementene i læreverket. |
| Annet materiell og ressurser (elementer tilgjengelig for lærer) | 6 elementer av annet materiell eller ressurser<br>- Planlegger¨<br>- Undervisning<br>- Rapporter<br>- Prøver<br>- Grupper<br>- Elever | Annet materiell og ressurser er andre elementer som er tilgjengelig for læreren i læreverket. |

*Tabell 9 Fremstilling av resultater fra horisontal analyse, bakgrunnsinformasjon*

Tjenestens overordnede tittel er Campus Inkrement, som inkluderer fem læreverk. Campus Matte 1-4, Campus Matte 5-7, Campus Matte 8-10, Campus Matte VGS og Naturfag 8-10. Ordet Campus brukes ofte for å beskrive et område som er knyttet til et undervisningssted som et universitet eller høgskole. Inkrement betyr økning. Tittelen for det læreverket tatt for seg i denne analysen er Campus Matte 5-7. Læreverkets tittel har en tydelig tilknytning til faget Matte og ordet «Campus» gir assosiasjoner med at det er en plass eller sted der det foregår undervisning og læring. Campus Matte 5-7 inkluderer læreverk for femte, sjette og syvende trinn. Læreverket på hvert av trinnene inkluderer fire læringsverktøy som elevene har tilgang til: Videoer, Oppgaver, Matte Labb og Egenvurdering. Disse fire læreverktøyene er tilgjengelig innenfor hvert delkapittel. Læreverktøyet «Videoer» inkludere derfor forelesning som tar for seg de ulike temaene elevene skal gjennom. Læreverktøyet «Oppgaver» er oppgaver som elevene skal løse. Elevene får muligheten til Disse står i tråd med forelesningene som hører til delkapittelet. «Matte Labb» er et mattespill. Målet er at elevene skal svare riktig på en rekke oppgaver på kortest mulig tid. «Egenvurdering» er det siste læringsverktøyet. Her kan elevene gjøre en vurdering av seg selv ved å plassere seg innenfor rød, gul eller grønn i forhold til forskjellige læremål. I tillegg har tilgang på to «læringsverktøy» til, men disse må lærer spesifikt gi tilgang til. «Diskusjon» er oppgaver klassen kan løse sammen. Hvert underkapittel har ferdige oppgaver, men lærer har også mulighet til å produsere sine egne. Læreverket tar i bruk metoden omvendt undervisning, og er utformet slik at elevene kan se forelesning i forkant av undervisningstimen. Det siste læreverktøyet heter «Aktiviteter og temaarbeid» og tar for seg aktiviteter som dreier seg om det overordnede temaet til kapittelet. Alle underkapitlene har derfor de samme aktivitetene. Increment AS er teknologiselskapet som står bak, og er et privat eid selskap og består av pedagoger og utviklere (*Campus Matte 5-7*, u.å.). På Campus Inkrements nettsted kan man lese at Pedagogisk Ansvarlig er Bjørn Ove Thue. I et forsøk på å få informasjon om forfattere knyttet til læreverket var jeg i kontakt med læreverket, og fikk da beskjed om å referere til Campus Matte fra Increment AS på Campus Inkrement. Campus Matte 5-7 ble lansert i 2020.

Siste del av bakgrunnsinformasjonen tar for seg andre deler av læreverket. Lærer har tilgang til «Planlegger» der lærer kan sette opp plan for elevene for hva de skal gjøres før timen og hva som skal gjøres i timen. Det som kan velges mellom her er materiell innenfor de fire læreverktøyene tidligere gjort rede for. «Undervisning» er der læreren finner undervisningen de har planlagt.




*Figur 9 Utklipp fra Campus Matte 5, Planlegger*

«Rapporter» gir læreren overblikk over hva elevene har gjort, inkludert elevenes progresjon i forelesning, hvor mye tid de har brukt, hvilke oppgaver som er besvart, hva elevene har gitt seg selv i egenvurderingen, samt når de sist var aktive. Hvert av kapitelene har også ferdig lagde prøver som lærer kan gi til elevene. Lærer kan konstruere prøvene selv i forhold til hvilke oppgaver fra hvilke kapitler de ønsker skal være med. Læreverket gir også en oversikt over elevene som er en del av kurset, i tillegg til en funksjon der man kan dele elevene inn i grupper. Figur 9 avbilder siden planlegger. Her kan læreren som nevnt planlegge aktivitetene elevene skal gjøre før timen og hva som skal gjøres i timen. I dette eksempelet skal elevene se en video hjemme og løse oppgaver som hører til emnet på skolen, og det er plukket ut noen spesifikke oppgaver.

## 4.2 Vertikal analyse, potensielle kognitive krav

Hoveddelen av den vertikale analysen er oppgaveanalyse. I forkant av analysen av de utvalgte oppgavene var det derimot nyttig og nødvendig å se på forelesningene, i tillegg til diskusjonsoppgavene tilhørende hvert underkapittel. I praksis foregikk derfor den vertikale analysen av *potensielle kognitive krav* på følgende måte:

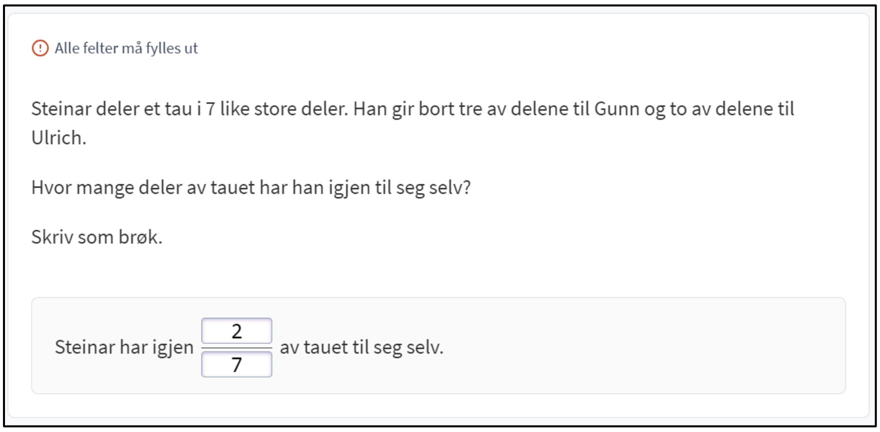
For hvert underkapittel startet analysen med å se på den tilhørende forelesningen, som inkluderte mellom to og fem oppgaver underveis. Oppgavenes *potensielle kognitive krav* ble i visse tilfeller preget av introduksjonsvideoene som er elevene skulle se på i forkant av oppgaveløsningen. Eksempelvis kunne eksempler vist i introduksjonsvideoene komme som en oppgave. Dette vil gjøre at oppgaven kan kategoriseres som en memoreringsoppgave. I flere tilfeller presenterte introduksjonsvideoene en oppskrift for hvordan man skulle løse et problem, og i oppgavene som fulgte var det åpenbart at det var disse prosedyrene som skulle følges. Dette preget kategoriseringen av oppgaver. Dermed er det hensiktsmessig å gi en beskrivelse av hvordan disse introduksjonsvideoene fremstår. Som nevnt i den horisontale analysen består hvert kapittel av en rekke delkapitler. Hver av disse delkapitlene tar for seg et emne innenfor det overordnede temaet. Før elevene skal jobbe med oppgavene i delkapitlene skal de se en introduksjonsvideo, som fungerer som en forelesning i det gjeldene emne. Generelt sett presenterer introduksjonsvideoene først hva emnet er, før det blir stilt et spørsmål til elevene uten noe spesiell forklaring på hvordan man skal løse oppgaven. Eksempelvis i kapittel 6.3 Brøk på tallinje, forklarer stemmen i videoen at man kan representere brøk på tallinje, før elevene får en tallinje 0 – 1 framstilt, og den deles opp i 3 like store deler. Stemmen i videoen spør om man kan svare på hvor stor del av tallinje den røde parentesen representerer, før «Hvor stor del av tallinjen er merket med rød parentes?» i tillegg til 5 svarsalternativer blir synlig på skjermen.

Videoene forklarer deretter løsningen, mer teori knyttet til emne og enda et spørsmål elevene skal forsøke svare på. Etterfulgt av denne teoridelen kommer en del med eksempel. Denne delen består av en video der det kun blir formulert et spørsmål/oppgave, gjerne del første delen av en prosedyre for å løse en oppgave. Deretter kommer en forklaring på løsningen før et nytt spørsmål presenteres for elevene, etterfulgt av en forklaring på sistnevnte. Lengden på denne sekvensen varierer i de ulike delkapitlene. Eksempelet kan bestå av både 1 spørsmål og 4. Eksempelvis i 6.3 brøk som tallinje blir spørsmålet «Hvor mange deler er tallinjen delt inn i?» stilt, da dette er første steget for å kunne finne ut hvilken brøk et punkt på en tallinje representerer. Etter elevene har fått prøvd og en forklaring har blitt presentert, får dem muligheten til å løse oppgaven «Hvilken brøk peker pilen på?». I slutten av introduksjonsvideoene skal elevene evaluere videoene fra 1 – 5, i forhold til hvor godt de forsto den, samt med egne ord forklare hva de syntes var mest utfordrende.

#### 4.2.1 Utfordrende oppgaver å plassere

En oppgavetype som viste seg å være noe mer krevende å plassere var flervalgoppgaver. I oppgavene med svarsalternativ ble det derfor særs viktig å ta et nøye blikk på spørsmålsformulering og de ulike alternativene, samt tidligere eksempeloppgaver. Hvis oppgavene ga svarsalternativ som varierte mye, kan det være mindre kognitivt krevende for elevene å finne det rette svaret. Det vil være enklere å gjette seg til det riktige svaret, eller utelukke de andre alternativene som dem ser ikke er riktig, uten å faktisk vite hvordan man finner ut av det oppgaven spør om. Noen av oppgavene med svarsalternativer la også opp til svar som tidligere hadde blitt fremstilt i eksempeloppgaver. Disse oppgavene er eksempler på oppgaver som ble plassert innenfor kategorien *prosedyreoppgaver uten sammenheng.* I oppgaver der svarsalternativene varierte mindre er det mer utfordrende å gjette seg til svaret eller utelukke de andre alternativene. Dette gjorde oppgavene mer kognitivt krevende.

En stor andel av oppgavene var lagt opp slik at elevens svar skulle fylles inn i en boks der det allerede eksisterte en brøkstrek, slik som man kan se på mange av de viste eksemplene. I noen av tilfellene var et av tallene fylt inn på forkant, og i andre var ingen av tallene fylt ut. Denne komponenten gjorde det i mange tilfeller utfordrende å plassere oppgavene innenfor de ulike kategoriene. Mange oppgaver var relativt kognitivt krevende, og oppfylte mange av kriteriene til en mer kognitivt krevende oppgave, men ettersom svaret som ble etterspurt såpass tydelig skulle presenteres på en spesiell måte, og kun fylles inn i boksen, kunne jeg ikke plassere de innenfor kategoriene som beskrev høyere kognitive krav. Noen av disse oppgavene opplevde jeg som såpass krevende at jeg likevel plasserte den innenfor prosedyreoppgave med sammenheng, mens i andre tilfeller ble dette en grunn til å plassere dem innenfor prosedyreoppgave uten sammenheng. Denne situasjonen har blitt beskrevet i metodekapittelet, og var en av årsakene til at analysen av *potensielle kognitive krav* ble gjennomført to separate ganger, med en ekstra kategori, som i mange tilfeller tok for seg oppgaver som beskrives på denne måten.




*Eksempeloppgave 12 Utklipp fra Campus Matte 5, 6.4 Del av hel, oppgave*

Oppgaven over er et godt eksempel på en slik oppgave. Oppgaven beskriver en praktisk situasjon som elevene ikke var vært presentert for før. Det er heller ikke åpenbart hvordan de skal løse oppgaven. Dog er det ingen rom for valg eller tolkning når man kommer til den siste delen av oppgaven. Denne oppgaven er derfor et eksempel på en oppgave som i første analyse ble plassert under kategorien *prosedyreoppgaver uten sammenheng*, men som i andre analyse ble plassert i kategorien *prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar*. Oppgaven ber om et svar uten forklaring, helt uten rom for ulike måter å representere svaret sitt. De to analysene og resultatet av disse, spesielt med hensyn til den nye kategorien vil diskuteres i kapittel 5.

Et siste betydelig tilfelle som viste seg å skape en vanskelig situasjon når det kom til å kode oppgaver handlet om samsvaret mellom oppgaveteksten og hva elevene faktisk hadde muligheten til å føre inn i svarsfeltet i oppgaven. En rekke oppgaver ba for eksempel om at elevene skulle tegne en figur eller en tallinje for å hjelpe å løse oppgaven, men svarsfeltet i oppgaven ga kun muligheten til et aritmetisk tall-svar. Et valg i forhold til hvordan jeg skulle kategorisere akkurat denne type oppgave måtte gjøres, for å gi et presist svar.

I de aller fleste tilfeller ble det tatt hensyn til denne etterspørselen i oppgaveformuleringen, da det i de fleste tilfeller gjorde at oppgavens *potensielle kognitive krav* økte til høyere krav. Årsaken og sentrale aspekter for dette valget vil bli diskutert i diskusjonskapittelet, da dette kan ha hatt en betydelig innvirkning på resultatene i analysen. I noen tilfeller ga ikke denne formuleringen noe spesiell innvirkning på kodingen av oppgaven. Begge analysene av *potensielle kognitive krav* fulgte disse premissene. At disse oppgavene har blitt kodet på denne måten kan gi et betydelig utfall på resultatene av analysen. Igjen vil både årsakene bak valget, samt konsekvensene av dette valget vil drøftes i diskusjonskapittelet. Under vil noen eksempler trekkes frem.

Said har med seg en kake til kakesalg. Den er delt opp i 24 like store stykker. Han får solgt 17 av stykkene.

Hvor stor brøkdel av hele kaken har han igjen?

Tegn en figur og bruk den til å løse oppgaven.

Han har igjen $\frac{7}{24}$ av hele kaken.

*Eksempeloppgave 13 Utklipp fra Campus Matte 5, 6.4 Ulike modeller for brøk, oppgave 18*

Eksempeloppgave 13 er en oppgave som har en slik oppgave formulering. På tross av at svarsfeltet kun gir mulighet for aritmetisk tall-svar, ber oppgaveformuleringen om at elevene skulle tegne en figur som skulle benyttes for å løse oppgaven. Figur er et begrep som beskriver flere ulike representasjonsformer, og eleven må selv gjøre valg på hvilken figur de skal regne. Oppgaven er derfor blant annet tvetydig og gjør at oppgaven blir kodet til å være en *prosedyreoppgave med sammenhen*g i både den første og den andre analysen.

Frida har 15 blyanter i pennalet. 4 av dem er gråblyanter, og resten er fargeblyanter.

Tegn en tallinje og bruk den til å finne ut hvor stor del av blyantene som er fargeblyanter.

$\frac{11}{15}$ av blyantene er fargeblyanter.

*Eksempeloppgave 14 Utklipp fra Campus Matte 5, 6.3 Brøk på tallinje, oppgave 14*

Eksempeloppgave 14 er en oppgave med en lignende oppgaveformulering. Her ber derimot oppgaven etter en tallinje, og tolkes derfor ikke som tvetydig. En tydelig prosess for hvordan eleven skal løse oppgaven er presentert, og oppgaven ble derfor i første analysen plassert i kategorien prosedyreoppgave uten sammenheng, mens i andre oppgave, grunnet oppgavens problemløsningsaspekt, plassert i *kategorien porsedyreoppgave med sammenheng, med fokus på rett svar*.

Før resultatene legges frem er det relevant å trekke frem en oppgavetype som ikke skapte denne situasjonen, men som lignet den som akkurat ble gjort rede for. Noen oppgaver etterspurte for eksempel tegning eller annet arbeid, slik som de sistnevnte eksemplene. I disse oppgavene var derimot svarsfeltet åpent. Disse oppgavene ga elevene muligheten til å enten laste opp et bilde av besvarelsen, eller levere et eksemplar til lærer fysisk. Oppgaveformuleringen i disse oppgavene er relativt lik, men inkluderes ikke i de tilfellene som ble diskutert over.

### 4.2.2 Resultat

Videre vil resultatene fra analysen av *potensielle kognitive krav* legges frem. Analysen er gjort to ganger, først med hensyn til Smith og Steins (1998) originale rammeverk, og så med en ekstra kategori, som nøye er beskrevet i metodekapittelet. Analysen vil i dette kapittelet og i kapittel 5, henvises til som analyse 1. (originale kategorier) og analyse 2. (tilpassede kategorier).

| **Campus Matte 5** | **Antall** | **Prosent** |
|---|---|---|
| Memoreringsoppgaver | 23 | 6,5% |
| Prosedyre uten sammenheng | 238 | 67,2% |
| Prosedyre med sammenheng | 75 | 21,2% |
| Matematisk tenkning | 18 | 5,1% |
| Sammenlagt | 354 | |

*Tabell 10 fremstilling av resultater fra analyse 1. av potensielle kognitive krav*

Tabell 10 representerer inndelingen av oppgavene funnet i Campus Matte 5 i forhold til deres potensielle kognitive krav. Det ble funnet eksempler innenfor alle de fire kategoriene. Den største andelen oppgaver hører til kategorien prosedyreoppgaver uten sammenheng, med 238 oppgaver. 76 av brøkoppgavene er plassert i kategorien *prosedyreoppgaver med sammenheng*. Kategorien *Memoreringsoppgaver* inkluderer 22 av de totalt 355 oppgavene, mens *matematiske tenkning* totalt 19 oppgaver. Resultatene viser til en stor overvekt av oppgaver i kategorien prosedyreoppgaver uten sammenheng, altså oppgaver som stiller lave kognitive krav. Sammenlagt viser resultatene at 73,7% av oppgavene stilte lavere kognitive krav til elevene, mens 26,3% stilte høyere kognitive krav.

| **Campus Matte 5** | Antall | Prosent |
|---|---|---|
| Memoreringsoppgaver | 23 | 6,5% |
| Prosedyre uten sammenheng | 189 | 53,4% |
| Prosedyre med sammenheng, med fokus på rett svar | 86 | 24,3% |
| Prosedyre med sammenheng | 38 | 10,7% |
| Matematisk tenkning | 18 | 5,1% |
| Sammenlagt | 354 | |

*Tabell 11 Fremstilling av resultater fra analyse av analyse 2. av potensielle kognitive krav*

Tabell 11 representerer resultatene fra analysen som er gjennomført med hensyn til de fire kategoriene til Smith & Stein (1998) i tillegg til den egenproduserte kategorien som er forklart i metodekapittelet. Som tallmateriale viser ser vi et større sprik i resultatene da hele 24,3% av oppgavene er oppgaver plassert i *kategorien prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar*. Totalt 49 oppgaver som i analyse 1. ble kategoriser som posedyreoppgave uten sammenheng, ble i analyse 2. plassert i kategorien *prosedyreoppgave med sammenheng, med fokus på rett svar*. 37 av oppgavene som ble plassert i kategorien *prosedyreoppgave med sammenheng* i analyse 1, ble i analyse 2. plassert i den nye tilpassede kategorien. Når det kommer til *matematisk tenkning* og *memoreringsoppgaver* er resultatet det samme i de to analysene.

| Campus Matte 5 | Antall analyse 1 | Antall analyse 2 |
|---|---|---|
| Memoreringsoppgaver | 23 | 23 |
| Prosedyre uten sammenheng | 238 | 189 |
| Prosedyre med sammenheng, med fokus på rett svar | | 86 |
| Prosedyre med sammenheng | 75 | 38 |
| Matematisk tenkning | 18 | 18 |
| Sammenlagt | 354 | |

*Tabell 12 Fremstilling av resultater fra analyse 1 og 2*

## 4.3 Vertikal analyse, type svar

Oppgavens andre forskningsspørsmål søker å undersøke *type svar* i oppgavene. Som redegjort i metodekapittelet ble analysen gjennomført med fire kategorier. En og en deloppgave ble analysert og plassert i de ulike kategoriene. *Type svar* er ikke knyttet til undervisningsvideoen slik som *potensielle kognitive krav* og ble sett på separat.

### 4.3.1 Utfordrende oppgaver å plassere

Det er mye mindre grad av tolkning som gikk inn i analysen av *type svar* enn i analysen av potensielle kognitive krav, og med det, færre tilfeller av oppgaver som viste seg vanskelig å kategorisere. Likevel er det en oppgavetype som var utfordrende å plassere, hvor jeg måtte ta noen valg. Campus Matte 5 har en rekke oppgaver der oppgaveteksten etterspør en annen representasjon som må løses separat fra den digitale ressursen. Disse etterspør tegninger, figurer tallinjer og lignede, uten av svarsfeltet gir mulighet til å faktisk gjøre dette. Med andre ord må denne besvarelsen gjøres for hånd eller i andre digitale ressurser, og det er kun svaret som blir skrevet inn i svarsfeltet i selve oppgaven. Denne type oppgave er også trukket frem i kapittel 4.2.1, hvor det ble gjort rede for hvordan slike oppgaver i analyse av *potensielle kognitive krav* ble kodet med hensyn til denne etterspørselen i oppgaveformuleringen. I analysen av *type svar* er det derimot ikke blitt tatt hensyn til. I kodingen av oppgavens ulike *type svar* var det slik som nevnt i metodekapittelet et stort fokus på hva som ble etterspurt i selve svarsfeltet. Dermed ble denne formuleringen ikke vektlagt. Dette aspektet vil diskuteres videre i diskusjonskapittelet.

### 4.3.2 Resultater

| **Campus Matte 5** | | **Antall** | **Prosent** |
|---|---|---|---|
| Kun svar | | 275 | 77,7% |
| Kun svar i kontekst | | 75 | 21,2% |
| Forklaring | | 4 | 1,1% |
| Argumentasjon/begrunnelse | | 0 | 0% |
| Sum: | | 354 | |

*Tabell 13 Fremstilling av resultater fra analyse av type svar*

Tabellen viser inndelingen av hvordan *type svar* man finner i kapittelet. Tallmaterialet viser en stor hovedvekt av oppgaver som stiller krav til kun svar. 75 oppgaver ble kategorisert i den tilpassede kategorien *kun svar i kontekst*. Et aspekt som diskuteres videre i diskusjonskapittelet, er hvilke oppgaver som kategoriseres innenfor denne kategorien, og hvilke konsekvenser dette har på resultatene. Svært få oppgaver ber elevene om en forklaring, og ingen oppgaver stiller krav til at elevene skal argumentere eller begrunne svaret sitt.

# 5 Drøfting

I dette kapittelet vil resultatene fra analysen knyttes til teorien presentert i kapittel 2. Det er nyttig å gå tilbake til oppgavens problemstilling «*Hvilke krav stilles i oppgavene i brøkkapittelet på femte trinn i det digitale læreverket Campus matte 5-7?*».

Forskningsspørsmålene knyttet til problemstillingen er som følger:

1. *Hvilke potensielle kognitive krav finner vi i oppgavene i brøkkapitelet på femte trinn i Campus Matte?*
2. *Hvilke typer svar etterspør oppgavene i brøkkapittelet på femte trinn i Campus Matte 5-7?*
3. *Hvilke mulige årsaker/konsekvenser kan oppgavenes krav til elevene frembringe*?

Videre vil det i dette kapitelet vil funnene fra vertikale delen av analysen drøftes, i tillegg til kommentarer knyttet til den horisontale analysen av læreverket. Oppgavens problemstilling dreier seg om å undersøke oppgavers krav til elevene og se hvilke mulige årsaker og konsekvenser resultatene av kan ha for elevers læring. En analyse av *potensielle kognitive krav* og *type svar* grunnlaget for avhandlingen. Innledningsvis ble bakgrunnen for valgt tema gjort rede for. Noen sentrale punkt er barns utfordringer knyttet til brøkemnet og hvor viktig lærebøkene er i matematikkundervisningen både for lærer og elev. Derfor er formålet med den følgende drøftingen er å diskutere eventuelle årsaker og konsekvenser ved oppgavenes krav til elever, i tillegg til å drøfte noen av valgene som ble gjort i forbindelse med analyse av krav.

## 5.1 Potensielle kognitive krav

### 5.1.2 Utfallet av valg gjort i analysen

Resultatene analysen av *potensielle kognitive krav* viste at flertallet av oppgavene lå på et lavere kognitivt nivå, både i analyse 1. og i analyse 2. *Tabell 10* viser at 73,7% av oppgavene stilte lavere kognitive krav til elevene, med en hovedvekt i kategorien *prosedyreoppgaver uten sammenheng* i analyse 1. I tabell 11 kan man se at 59,9% av de samme oppgavene ble plassert i kategorier som har lavere potensielle kognitive krav, mens 24,3% av oppgavene ble plassert i kategorien *prosedyreoppgave med sammenheng, med fokus på rett svar*. Som man ser vil om sistnevnte kategori i analyse 2. tar for seg oppgaver som er høyt kognitivt krevede eller lavt kognitivt krevede gi to forskjellige inntrykk av læreverket. Ser man på den tilpassede kategorien som en beskriver høyere kognitive krav, vil 40,1% av oppgavene analysert regnet som høyt kognitivt krevende. Om kategorien anses som lavt kognitivt krevende vil det derimot vise at kun 14,8% av oppgavene analysert har høye kognitive krav. Med andre ord vil førstnevnte gi en statistikk som viser at 59,9% av oppgavene stiller lave kognitive krav, mens sistnevnte at oppgaver med lavere kognitive krav representerer 85,2% av de analyserte oppgavene.

Utviklingen av den siste analysekategorien innenfor *potensielle kognitive krav* ble gjort da en rekke oppgaver i brøk-kapittelet oppfylte kriterier som beskrev både *prosedyreoppgaver uten sammenheng* og *prosedyreoppgaver med sammenheng.* I Smith & Stein (1998) kategorier blir det trukket frem hvordan oppgaver som har fokus på å produsere det riktige svaret fremfor å utvikle matematisk forståelse oppgaver som har lavere kognitive krav. Oppgaver som stiller spørsmål som krever problemløsningsevner, og som krever at elevene dekoder regnefortellinger og løser disse med bruk av de prosedyrene de har lært, men som så ber elevene finne det riktige svaret vil ved å følge analyseguiden til Smith & Stein (1998) være oppgaver som stiller lavere kognitive krav. Smith og Steins (1998) kategorier ble utviklet på bakgrunn av studier som viste at det var signifikant for elevens utvikling av evne til å tenke, resonnere og løse problemer at de fikk arbeide med høyt krevende oppgaver. Med denne beskrivelsen kan man si at oppgavene plassert i sistnevnte kategori er oppgaver som krever høyere kognitive krav. Ser man på trådmodellen til Kilpatrick et al. (2001) og den første komponenten *konseptuell forståelse,* trer evnen til å tolke og representere matematiske objekt på ulike måter frem. Oppgaver som ifølge Smith & Stein (1998) er høyt kognitivt krevende har alltid et fokus på at elevene utvikler konseptuell forståelse, som presiseres i kriteriene i de originale kategoriene. De oppgavene jeg har plassert i den tilpassede kategorien var ofte oppgaver som representerte brøk med andre uttrykksformer enn rene aritmetiske utrykk. Med dette kan man argumentere for at oppgavene som er utrykt i en problemsituasjon, og utrykkes ved for eksempel en regnefortelling kan ses på som oppgaver med høyere kognitive krav, på tross av at oppgavene har et fokus på at elevene skal gi et rett svar, da dette fokuset på et rett svar ikke i seg selv fjerner oppgavens fokus fra å fremme elevenes konseptuelle forståelse.

Analysens resultat kan også være preget av valget tatt knyttet til oppgavetypene jeg fant vanskelig å plassere. Spesielt ble oppgavetypen hvor en form for tegning, figur eller lignende etterspurt i oppgaveformuleringen, men ikke direkte etterspurt i svarsfeltet. Når det kom til potensielle kognitive krav, tok jeg et valg å ta hensyn til oppgaveformuleringen. Et argument for at jeg kunne gjøre dette i analysen handler om omvendt undervisnings-perspektivet som er trukket frem allerede innledningsvis i oppgaven. Ettersom Campus har et omvendt undervisningsperspektiv er mye av tanken bak løsningene at oppgavene skal løses på skolen, hvor lærer er tilgjengelig som veileder og dermed har mulighet til å se at elevene faktisk gjør det oppgaveteksten ber om, selv om det ikke skal leveres inn på noe måte i den digitale ressursen. Så lenge læreren er godt kjent med oppgavene vil det være mulig at elevene løser oppgavene med hjelp av ulike representasjoner. På den andre siden kan man igjen trekke inn Smith og Steins (1998) kriterier for høyt krevende oppgaver. Oppgaver med høye kognitive krav skal ifølge Smith & Stein (1998) utvikle konseptuelle forståelse, og det skal ikke være et fokus på at elevene skal «finne det riktige svaret». Selv om lærer i forhold til DeLozier & Rhodes (2017) beskrivelser av hva klasserom som bruker en omvendt undervisnings-modell er og hvordan lærer er tilgjengelig i klasserommet for veiledning, vil det at det er et fokus på det riktige svaret i selve svarsfeltet gi elevene en opplevelse av fokuset ligger på å produsere det riktige svaret. Som trukket frem i den horisontale analysen, er et sentralt element med den digitale ressursen Campus Matte at elevene får en umiddelbar tilbakemelding på svarene på oppgavene sine, og dette rapporteres også tilbake til lærer. Sacristán et al. (2010) beskriver hvordan denne umiddelbare tilbakemeldingen oppleves som ikke dømmende og upersonlig, og hvordan det kan oppleves som motiverende å jobbe med oppgaver som gir denne typen tilbakemelding. Oppgavene der det er bedt om en tegning eller lignende, men der denne ikke skal levers inn kan med dette synspunktet bli oversett og ansett som mindre viktig. Elevene kan ha fokus på å produsere det svaret som skal skrives inn i den digitale ressursen for å få denne umiddelbare tilbakemeldingen. Ser man på denne oppgavetypen med dette synet kan det anses som problematisk å plassere disse oppgavene i kategorier som har høyere kognitive krav, fordi oppgaveformuleringen og unnlatelsen av å gi mulighet til å levere inn den fysiske besvarelsen gjør at oppgaven har et tydelig fokus på at eleven skal produsere et svar. Det vil likevel kunne argumenteres for at det er nødvendig å ta hensyn til oppgaveformuleringen, både på grunn av omvendt-undervisningsperspektivet, og lærerens ytterligere rolle i klasserommet. Et valg lærer kan ta er at arbeidet som er gjort med oppgaver med denne typen oppgaveformulering må leveres inn i slutten av en økt. Dette kan potensielt minske fokuset på at det skal produseres et rett svar, og legge mer fokus på den konseptuelle forståelsen og de ulike representasjonsformene som kan benyttes, som er i tråd med Smith og Steins (1998) kriterier for oppgaver med høyere kognitive krav.

### 5.1.2 Matematisk kompetanse

På tross av at analysene gir ulike inntrykk av læreverket om man ser på den egenproduserte kategorien som en kategori som representerer lavere eller høyere kognitive krav, vil jeg videre drøfte mulige konsekvenser ved resultatene som kom av analysen av potensielle kognitive krav.

Resultatene av både analyse 1. og 2, viser at Campus Matte har et flertall av oppgaver som krever mindre grad av kognitiv innsats av elevene. Med hensyn til om *prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar* er en kategori som beskriver oppgaver med lavere eller høyere kognitive krav til elevene, er det uansett et flertall av lavere kognitive krav fra begge synspunkt (henholdsvis 59,9% og 85,2% diskutert i kapittel 5.1.1). At det er en hovedvekt av mindre kognitivt krevende oppgaver, kan ha mulige konsekvenser for elevenes matematiske kompetanse og forståelse for temaet brøk.

Smith & Stein (1998) utviklet en analyseguide for å kartlegge oppgaver grunnet signifikansen av at elever skal jobbe med kognitivt krevende oppgaver. Synspunktet til Smith & Stein (1998), samt den forskningen rammeverket er utviklet ut fra, kan på mange måter støttes av Kilpatrick et al. (2001) trådmodell som tar for seg komponenter innenfor matematisk kompetanse. Trådmodellen inneholder fem komponenter, som Kilpatrick et al. (2001) beskriver er like viktige i utviklingen av matematisk kompetanse, og hvordan disse er vevd inn i hverandre og er gjensidig avhengige av hverandre. *Konseptuell forståelse, strategikompetanse og adaptiv resonering,* kan man knytte tett opp mot oppgaver med høyere kognitive krav. Noen av aspektene med *Prosedyreoppgaver med sammenheng og Matematisk Tenkning* er at de ofte er representert på ulike måter, som er en av aspektene Kilpatrick et al. (2001) trekker frem når det kommer til den første komponenten i trådmodellen – konseptuell forståelse. I tillegg går denne komponenten ut på å se relasjoner, og sammenhenger mellom konseptene og prosedyrene, for å kunne løse problemer, noe oppgaver med høyere kognitive krav bidrar til å utvikle. Oppgaver med høyere kognitive krav karakteriseres også ved at de krever at elevene driver med utforskning, egenovervåkning og selvregulering. De har tilknytning til de underliggende konseptene, og krever kompleks og ikke-algoritmisk tenkning (Smith & Stein, 1998). Disse kan man også se i sammenheng med konseptuell forståelse, i tillegg til at de er stekt knyttet til den tredje komponenten til Kilpatrick et al. (2001) – strategisk kompetanse, som handler om å representere og løse matematiske problem. Problemløsning har en essensiell sammenheng med utforskning I tillegg tar denne komponenten for seg evnen til å formulere problem, som er noe noen av oppgavene med høyest kognitive krav etterspør. Den fjerde komponenten i trådmodellen handler om resonering, og går ut på evnen til logisk tankegang, refleksjon, forklaring og begrunnelse (Kilpatrick et al., 2001). Denne komponenten kan igjen trekkes opp mot de mer kognitivt krevende oppgavene, men jeg vil i større grad knytte denne komponenten til analysen rundt *type svar*, da ordformuleringen i disse to er identiske. Etterspørsel av forklaringer eller begrunnelser er noe man ser i resultatene at det finnes lite av, og oppgavene som etterspør dette er også oppgaver som er kodet til å være høyt kognitivt krevende.

På den andre siden er det komponenter i trådmodellen som kan argumenteres for at gir et annet synspunkt på oppgaver, en Smith og Smith (1998). Komponentene *prosedyreflyt* og *engasjement* kan på mange måter knyttes opp til oppgaver med lavere kognitive krav. I følge Kilpatrick et al. (2001) er disse kategoriene like viktige som de andre, og gjensidig med på å skape matematisk kompetanse, og trosser derfor noen av synspunktene til Smith & Stein (2010). *Prosedyreflyt* tar for seg den delen av matematisk kompetanse som handler om å utføre prosedyrer med fleksibilitet, nøyaktighet, effektivitet og benytte prosedyrene hensiktsmessig og anvende de i de riktige situasjoner. Man kan trekke tråder mellom denne komponenten og kriteriene man kan finne for oppgavene som krever mindre kognitivt av elevene. Prosedyreoppgaver uten sammenhenger går ofte ut på at elevene skal bruke åpenbare prosedyrer for å løse oppgaven, uten at eleven skal forklare eller begrunne. Det er ikke nødvendigvis noe tilknytning til disse oppgavene og de matematiske konseptene som ligger bak. Prosedyreflyt handler som nevnt om at elevene skal evne å utføre prosedyrer med fleksibilitet og nøyaktighet. Kilpatrick et al. (2001) nevner også hvordan det er viktig at elevene får nok tid, samt nok representasjon og repetisjon av prosedyrene for å utvikle matematisk kompetanse. Oppgavene med lave kognitive krav, og spesielt kategorien porsedyreoppgaver uten sammenheng, gir elevene god mulighet til å automatisere prosedyrene og gir elevene nok tid til å gjøre dette. Ettersom oppgavene koden innenfor denne kategorien etterspør åpenbare prosedyrer, har det gjerne vært eksempeloppgaver som har vært like i forkant, eller så er det en rekke oppgaver etter hverandre som krever bruken av den samme prosedyren. Dette kan bidra til å gi elevene god prosedyreflyt, hvor de absolutt kan effektivisere bruken av prosedyrene, og se når de er hensiktsmessige å benytte seg av. Som Kilpatrick et al. (2001) nevner er dette viktig for å støtte den konseptuelle forståelsen av tall og brøker. Prosedyreflyt kan være nyttig å knytte sammen med misoppfatninger som Siegler et al. (2013) trekker frem, spesielt i forhold til å forstå at egenskapene til brøker og hele tall ikke er de samme, og ikke mist en innøving av de ulike aritmetiske prosedyrene som benyttes i brøk. Synspunktet som er trukket frem her kan også støttes av refleksjonene gjort av læreren som gjorde en test-analyse av *potensielle kognitive krav* i min studie for å sikre relabilitet i oppgaven.

Den siste komponenten som Kilpatrick et al. (2001) trekker frem handler om engasjement, og dreier deg om elevenes vedvarende evne til å se på matematikk som fornuftig, nyttig verdifullt, og handler på mange måter om elevenes mestringsfølelse og elevenes holdninger til matematikken. Elever kan oppleve mestring ved å jobbe med oppgaver som passer til ens personlige nivå, noe som vil bidra mye til at elevene får positive holdninger til faget, og gi elevene troen på at innsats etter hvert fører til resultater. Man kan derfor argumentere for at både *memoreringsoppgaver og posedyreoppgaver uten sammenheng* er oppgaver som mange elever kan mestre, da de krever mindre kognitivt av elevene. Noen elever kan også ha vanskeligheter med skriftlige fag hvor det er mye lesing, eller skriving involvert. For disse elevene vil også mindre kognitivt krevende oppgaver være «enklere» å løse, og i lengden gi mere positive assosiasjoner med faget. Oppgaver som kun etterspør tall-svar fra elevene vil i større grad være mulig for elever med skrivevansker å løse, og i større grad bidra til engasjement i faget.

En annen mulig konsekvens som kan oppstå når det er snakk om mengden oppgaver som stiller lavere potensielle kognitive krav, er at det kan være vanskelig for elevene og gjøre feil i det hele tatt. Det kan med det være vanskelig for elevene å ha noe metakognisjon rundt temaet, og forstå hva det er de ikke får til, eller får til for den saks skyld. Et trekk med de lavt kognitivt krevende oppgavene er at de krever ett svar av elevene og oppgaveformuleringen legger opp til at åpenbare prosedyrer skal følges (Smith og Stein, 1998). I møte med disse oppgavene kan det være vanskelig i det hele tatt å få prøve ut oppfatningene de har. Elevene kan prøve seg frem til riktig svar, uten å skjønne hva som faktisk skal gjøres. Eksempelvis om eleven har problemer med å skille de ulike aritmetiske prosedyrene man benytter når man løser regnestykker med brøk, vil det være vanskelig for dem å teste ut oppfatningene sine og få en forståelse for hvilke aritmetiske prosedyrer som må benyttes. Campus Matte 5-7 legger også opp til at elevene kan teste ut flere ganger, og få beskjed om svaret er galt eller rett. I forbindelse med den siste misoppfatningen Siegler et al (2013) trekker frem, som tar for seg dette med at mange barn ofte kun skjønner brøker i en del av hel-relasjon. Denne misoppfatningen vil i oppgaver som krever mindre av elevene ikke bli oppdaget, når oppgavene går ut på brøker i del av hel-relasjoner. Eleven kan svare rett på oppgave etter oppgave, og forankre denne misoppfatningen på egenhånd. Når elevene skal jobbe med uekte brøker kan misoppfatningen være ganske sterkt forankret og vanskelig å endre.

For å oppsummere aspektene trukket frem i denne delen av drøftingskapittelet har det blitt trukket frem noen synspunkt som i noen grad utfordrer Smith & Stein (1998) syn på oppgaver. Man kan argumentere for at det er essensielt for utviklingen av matematisk kompetanse og arbeide med oppgaver med lavere kognitive krav, da det er elementer ved disse som bidrar til å utvikle både prosedyreflyt og engasjement innenfor temaet. Det er også essensielt, i tråd med Smith og Steins (1998) synspunkt, og bli eksponert og arbeide med oppgaver som utvikle spesielt konseptuell forståelse, adaptiv resonering og strategisk kompetanse. Til slutt er det også redegjort for hvordan elevene med potensielt lavt krevende oppgaver kan ha utfordringer med å oppdage sine egne utfordringer, noe som kan forsterke misoppfatninger de har.

## 5.2 Type svar

### 5.2.1 Utfall av valg gjort i analysen

Resultatene fra analysen av *type svar*, var preget mye mindre av tolkning enn analysen av potensielle kognitive krav. Det ble tatt noen valg i forkant av analysen når det kom til kategoriene som ble brukt i analysen. Kategorien *kun svar* representerte et stort flertall av oppgavene, etterfulgt av den egenproduserte kategorien *kun svar i kontekst.* Charalambous et al. (2010) bruker i sin analyse en kategori som tar for seg *svar i matematisk setning.* Ordlyden av denne kategorien gir et lignende inntrykk som den egenproduserte kategorien, men på bakgrunn av manglende redegjørelse av kategorien i artikkelen falt valget på å produsere en egen kategori som tok for seg en type oppgave jeg ønsket å skille fra kategorien *Kun svar*. Jeg opplevde et behov for å plassere oppgaver som ba ikke bare om et aritmetisk tall-svar, men en regnefortelling eller annen visuell representasjon i en annen kategori enn *kun svar*. Kilpatrick et al. (2001) trekker frem resonering som den fjerde komponenten innenfor matematisk kompetanse, som går ut på evnen til logisk tankegang, refleksjon, forklaring og begrunnelse.

Ser man på Arcavis (2003) beskrivelser av visuelle representasjoner, og hvordan disse kan aksepteres som fullverdige bevis, kan man argumentere for hvordan spesielt oppgavene som ber elevene tegne figurer eller tallinjer, altså visuelle representasjoner, ses på som oppgaver som etterspør begrunnelse og argumentasjon. Disse synspunktene gjør at oppgaver som ber om en visuell representasjon kunne vært plassert innenfor kategorien *begrunnelse eller argumentasjon.* På andre siden kan man se på Charalambous et al. (2010) forklaringer av sistnevnte kategorier, hvor det er krav om en mer direkte etterspørsel av forklaring og argumentasjon. Derfor vil oppgaver som ifølge Arcavis (2003) ses på som gyldige argument eller bevis, likevel ikke kategoriseres innenfor kategorien som tar for seg begrunnelser og argumentasjon. Med synspunktene trukket frem kunne det i den gjennomførte analysen vært hensiktsmessig å lage enda en kategori for å skille oppgaver som etterspurte tegninger eller andre former for visuell representasjon, fra andre oppgaver som er kategorisert innenfor *kun svar i kontekst*. Likevel tok jeg et valg basert på Charalambous et al. (2010) beskrivelser, og plasserte disse oppgavene i den egenproduserte kategorien *Kun svar i kontekst.*

### 5.2.2 Konsekvenser av analysens resultat

Spesielt knyttet til analysen av hvilke *type svar* som blir etterspurt, oppstår det en rekke mulige konsekvenser knyttet til vurdering og diagnostisering av misoppfatninger. Det er relevant å nevne at *potensielle kognitive krav* og *type svar* i oppgaver i stor grad henger sammen. I denne delen av diskusjonen vil analyse av *type svar* vektlegges, men elementer fra analysen av *potensielle kognitive krav* er også relevant.

Resultatet fra analysen av *type svar* viste at brøkkapittelet i hovedsak ga elevene mulighet til å kun gi et svar. Denne muligheten kan ha mulige konsekvenser for læres evne til å kartlegge og oppdage misoppfatninger, samt elvenes evne til å regulere selv og oppdage hva de sliter med. Som nevnt trekker Siegler et al. (2013) frem ulike misoppfatninger knyttet til brøk, som ifølge Naalsund (2012) er kunnskapshull som oppstår ved manglende innsikt i begreper eller prosedyrer. På bakgrunn av dette vil det være viktig for elevens utvikling av matematisk kunnskap å ta tak i disse misoppfatningene, slik at de ikke blir enda mer integrert og vanskelig å ta tak i. Som tidligere drøftet kan man se på en av karakteristikkene til oppgaver med lavere kognitive krav at oppgavene har et fokus på at elevene skal produsere riktig svar, som er tett knyttet sammen med oppgaver som kun etterspør svar. Slike oppgaver vil ikke gi noe innsyn i hvilke prosesser elevene har benyttet for å komme seg frem til løsningene de har. Det er dermed svært utfordrende for lærer gjennomføre noe form for diagnostisk vurdering på disse oppgavene. Diagnostisk vurdering benyttes blant annet for å kunne identifisere styrker og svakheter i elevenes kunnskap (Reed, 2006). Får å kartlegge elevenes misoppfatninger kan det være essensielt å ha oppgaver hvor lærer kan gjennomføre diagnostisk vurdering. Når oppgavene elevene gjennomfører kun gir lærer innsikt i om elevene har kommet med rett eller galt svar, vil det være umulig å identifisere hvorfor elevene enten får til eller ikke får til oppgavene. Selv om en elev tilsynelatende får rett svar på oppgavene de gjør kan det ligge misoppfatninger bak. Det er også vanskelig å kunne gjennomføre formativ vurdering (Bell & Cowie, 2001) knyttet til tema når det gjennom oppgavetypen ikke er mulig å kartlegge hva det er med oppgavene elevene ikke mestrer. Omvendt undervisnings-perspektivet utfordrer i noen grad den oppfattede konsekvensen som tilsier at det er vanskelig å kartlegge elevenes kunnskap og oppdage misoppfatninger. Som lagt frem i den horisontale analysen gjør Campus Matte det mulig for lærer å legge opp til at undervisningen foregår hjemme, mens oppgaveløsningen foregår på skolen. Vi kan trekke inn den interaktive formative vurderingen Bell & Cowie (2001) gjør rede for i sin forskning, og knytte dette sammen med diagnostisk vurdering. Selv om oppgavene som etterspør *kun svar* og *kun svar i kontekst*, i tillegg til eventuelt lavere nivå av kognitive krav har få diagnostiske egenskaper, legger omvendt undervisnings-perspektivet til Campus Matte opp til at lærer er til stede under oppgaveløsning. Med dette perspektivet har lærer derfor mulighet til å oppdage, gjenkjenne og respondere slik Bell & Cowie (2001) beskriver på elevenes arbeid underveis i en skoletime. På denne måten kan lærer samtale med elevene for å skjønne hvilke prosedyrer de benytter, eller observere for å oppdage eventuelle misoppfatninger og gjennom denne tilnærmingen likevel få til å gjennomføre diagnostisk vurdering av elevene, som trosser synspunktene som tilsier at det vil være vanskelig å vurdere elevenes kunnskap i brøk.

En annen konsekvens som kan trekkes frem tilknyttet resultatet som viser at brøkkapittelet i stor grad etterspør *kun svar* og *kun svar i kontekst* er Sacristán et al. (2010) beskrivelser av umiddelbar tilbakemelding, og hvordan dette er en av funksjonene som blir tilgjengelig ved å benytte seg av digitale læreverktøy. For at denne funksjonen skal være tilgjengelig kan ikke oppgavene kreve at lærer må inn på å se på elevenes forklaringer, argumenter etter mer avanserte svar for å kunne gi en tilbakemelding. Oppgavetypene må derimot kun kreve et svar, og derfor også lavere kognitive krav for at det digitale verktøyet i seg selv kan gi elevene en umiddelbar tilbakemelding på det de har svart. Med denne vinklingen kan man argumentere for at muligheten til å få umiddelbar tilbakemelding er en positiv konsekvens som oppstår ved at oppgavene i stor grad etterspør *kun svar* eller *kun svar i kontekst*. På den andre siden kan man igjen se på diagnostisk vurdering. Da man kan argumentere for sen positive effekten av umiddelbare tilbakemelding, kan man også argumentere for at denne typen tilbakemelding ikke gir noe innsikt i hva eleven får til eller ikke. Bell & Cowies (2001) trekker også frem de ulike aspektene ved planlagt formativ vurdering. Når oppgavene krever *kun svar* og *kun svar i kontekst* gjør det digitale læreverket en jobb som i utgangspunktet krever mye tid. Som den horisontale analysen viste, gir læreverket en detaljert rapport fra hver elev som tar for seg blant annet hvordan elevene mestrer oppgavene de jobber med. En slik rapport ville ikke vært mulig på samme måte dersom alle svarene skulle etterspurt forklaringer, begrunnelser eller argumentasjoner fra elevene. Oppgaver som krever mindre av elevene frigir derfor mye tid for lærer, og underveis i et emne kan lærer tilpasse undervisningen ut ifra hvilke resultater de ser i rapporten gitt av Campus, og på denne måten gjennomføre det som Bell og Cowie (2001) beskriver som planlagt formativ vurdering. Det er ikke sikkert lærer ville oppdaget før i etterkant av undervisning og arbeid med et tema at det er mange elever i klassen som ikke mestrer oppgavene om det ikke hadde vært for denne funksjonen.

I denne delen av kapittelet er det diskutert hvorvidt resultatene som viser at brøkkapittelet i Campus Matte har et flertall av oppgaver som etterspør kun svar, eller *kun svar i kontekst*, kan ha en påvirkning og mulige konsekvenser når det kommer til lærers evne til å kartlegge elevenes kompetanse og kartlegge misoppfatninger. Oppsummert kan man se at på den ene siden at kartlegging av misoppfatninger av elevene er utfordrende, når elevene kun skal komme med et svar som lærer må forstå seg på. På den andre siden er det aspekter ved direkte tilbakemelding, samt omvendt undervisning som kan bidra til at man kan se løsninger ved denne mulige konsekvensen.

## 5.3 Oppgaver som krever mer av elevene

Knyttet til resultatene fra analyse av potensielle kognitive krav, samt analyse av *type svar* vil jeg videre gå nærmere inn på de oppgavene som tilsynelatende krevde mer av elevene. Dette gjelder de oppgavene som etterspurte forklaring, da det kom frem i resultatene at ingen av oppgavene etterspurte argumentasjons eller forklaring som diskutert i kapittel 5.2.1. Diskutert i kapittel 5.1.1 er hvilke ulike synspunkt om hvorvidt *prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar* er en som kan ses på som høyt kognitivt krevende eller ikke. Da denne kategorien produsert av meg og basert på min egen oppfatning og tolkning av oppgavene, kan jeg kun bruke den informasjonen og kunnskapen jeg har opparbeidet meg knyttet til temaet for å diskutere om denne kategorien kan plasseres innenfor høyere eller lavere kognitive krav. Med de ulike argumentene presentert i kapittel 5.1.1. har jeg valgt å videre anse kategorien som en som krever mer kognitivt av elevene.

Oppgaver som stiller høyere kognitive krav er kjennetegnet ved at de er mer sammensatte, og krever at elevene selv klarer å gjøre beslutninger knyttet til hva de må gjøre for å løse den. Som presisert mange ganger i løpet av masteravhandlingen krever disse oppgavene at elevene har forståelse for de matematiske konseptene som ligger bak. Bell & Cowie (2001) trekker frem både planlagt og interaktiv vurdering. Når elevene løse mer krevende oppgaver vil det si at lærerne får tilgang på mer utdypende svar, da de to høyere kategoriene av kognitive krav krever at elevene svarer mer utdypende, samt må elevene svare med enten forklaring eller begrunnelse og/eller argumentasjon. I tråd med poengene trukket når resultatene fra analysen av *type svar* ble diskutert i denne konteksten vil formativ vurdering av elevene når svarene viser hva elevene har vanskeligheter fungere mye mer diagnostisk. (Nesher, 1987) beskriver hvordan man ofte knytter kunnskapen man tidligere har til de nye konseptene man lærer, og at det i denne fasen er lett å danne misoppfatninger. Lærer vil med oppgaver som krever mer kognitivt av elevene, i tillegg til forklaringer eller eventuelle begrunnelser i svarene i mye større grad evne å se om elevene danner slike misoppfatninger. Reeds (2006) trekker frem at diagnostisk vurdering muliggjør detaljert analyse og rapport av elevenes svar på oppgaver eller andre elementer, noe som er mulig når elevene får forklart tankemåtene sine. I tillegg trekker Reeds (2016) frem at diagnostisk vurdering gir tilbakemeldinger som fører til handling. En problemstilling knyttet til det sistnevnte poenget til Reeds (2016) handler om når disse oppgavene blir presentert for elevene. I delkapitlene innenfor det overordnede kapittelet introdusert er den generelle trenden at oppgaver som krever mer av elevene blir presentert senere i kapittelet. Oppgavene som krever matematisk tenkning av elevene kommer kun helt til slutt, og det er her elevene blir bedt om forklaringer og begrunnelser. Av dette grunn kan misoppfatningene disse oppgavene kan bidra til å kartlegge ikke oppdages før helt mot slutten av innlæringen i et tema, og derfor kan det hindre at tilbakemeldingene læreren får av disse oppgavene kan føre til handling hos lærer som faktisk utvikler læring innenfor det spesifikke emne. Med disse synspunktene kan det problematiseres og ses på som negativt at det er færre oppgaver som krever mer av elevene i brøkkapittelet.

Naasund (2012) beskriver hvordan misoppfatninger ofte oppstår tidlig i innlæringsprosessen av et emne, og at elevene gjerne knytter kunnskapen de allerede har til det de skal lære. For eksempel kan misoppfatninger som dreier seg om at brøker har samme egenskaper som heltall, slik som Siegler et al. (2013) trekker frem, oppstå tidlig når man skifter fra emner om hele tall til emner om brøker. Brøkkapittelet på femte trinn i Campus Matte er første gang elevene møter brøk om det er det læreverket som blir benyttet fra første klasse. Dermed er perioden de begynner på dette temaet en sårbar tid hvor misoppfatninger lett kan oppstå. Dette synspunktet kan oppfattes som en svært negativ konsekvens ved at oppgavene, spesielt tidlig i kapitelene ikke gir lærer muligheten til å oppdage eventuelle misoppfatninger.

Disse mer negative synene på at det er lite oppgaver som krever mindre av elevene kan utfordres om man ser på omvendt undervisningsaspektet. Som DeLozier & Rhodes (2017) beskriver, finnes det ikke en fast modell for hvordan man skal gjennomføre omvendt undervisning, men at en generell karakteristikk med konseptet handler om at innlæringen og introduksjonen av temaene elevene skal lære om skjer hjemme. Dette er for at tiden på skolen skal kunne brukes på generelt beskrevet, elevaktiv læring. Læreren har med dette synet en større mulighet til å styre hvordan elevene skal løse oppgavene. Den horisontale analysen viser hvordan lærer har mulighet til å sette på dagsorden hva elevene skal gjøre hjemme og hva de skal gjøre på skolen. Inkludert i denne funksjonen er muligheten til å håndplukke oppgaver. Dermed kan lærer plukke ut de oppgavene som vurderes som hensiktsmessige ut fra egen vurdering. Omvendt undervisningsperspektiver tilsier også at disse oppgavene skal løses på skolen, og lærer kan veilede og tilpasse underveis slik at de mer kognitivt krevede oppgavene blir satt i fokus, om det er ønskelig. Dette gjør at selv om det kan anses som negativt at færre oppgaver stiller høye krav til elevene, kan lærerens rolle i valg av oppgaver og bruken av læreverket gjøre at disse oppgavene blir prioritert.

Et annet aspekt som kan diskuteres er hvorvidt oppgavene er hensiktsmessige å bruke i en omvendt undervisnings-situasjon, ettersom et stort flertall av oppgavene kan kategoriseres innenfor lavere kognitive krav, og spesielt innenfor kategorien *prosedyreoppgaver uten sammenheng*. Oppgavene som stiller lavere kognitive krav, skaper lite rom for drøfting og refleksjon. Smith & Stein (1998) beskriver spesielt prosedyreoppgaver uten sammenheng som algoritmiske oppgaver det er åpenbart hvilke prosedyre som skal benyttes, i tillegg til at det er fokus på å produsere riktige svar, samt at de ikke krever noe forklaring. I en situasjon hvor elevene jobber med disse oppgavene vil det være lite og diskutere med de andre elevene, om for eksempel hvilken prosedyre de må benytte for å løse oppgaven. Lærer eller andre elever har muligheten til å hjelpe elevene produsere det riktige svaret, men det vil være vanskelig å benytte disse oppgavene for å utvikle den matematiske forståelsen som man ønsker. Problemløsnings og utforskning er viktige aspekt med omvendt undervisning og dette er begrep som i utgangspunktet kun kan assosieres med høyere kognitive krav. Selv om det er som nevnt tidligere, gjør omvendt undervisningsperspektivet og Campus Mattes funksjoner det mulig for lærer å velge ut hvilke oppgaver som elevene skal jobbe med, og i hvilken rekkefølge oppgavene skal løses. Dermed kan lærer bestemme hvilke økter som skal ha stort fokus på diskusjon, problemløsning og utvikling av utvikling av konseptuell forståelse.

*Prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar* kan med tanke på omvendt undervisnings-perspektivet, være mye mer hensiktsmessige enn de som ifølge Smith & Stein (1998) anses som mindre krevende. Mange av oppgavene i denne kategorien er regnefortellinger, der elevene må gjøre deduktivt arbeid og trekke ut informasjonen de må benytte for å løse oppgaver. Oppgavene kan med det i mye større grad diskuteres med medelever. Oppgavene inkluderer mye mer språk, og elevene må se matematikken i en kontekst som ikke nødvendigvis direkte handler om matematiske prosedyren. Veiledning av lærer kan i mye større grad gå ut å hjelpe elevene med de mer overordnede prosedyrene oppgavene etterspør, så istedenfor å få hjelp med å finne det riktige svaret, selv om det er dette oppgavene tydelig etterspør, kan lærer veilede for at elevene skal forstå de matematiske konseptene. Disse oppgavene kan man dermed argumentere for at passer mye bedre inn i omvendt-undervisningssituasjonen.

Et annet perspektiv med de mer kognitivt krevende oppgavene oppstår med tanke på vurdering og tilbakemelding. Oppgavene som krever mer av elevene får elevene ikke direkte tilbakemelding på. Sacristán et al. (2010) beskriver dette som en viktig funksjon, og er sentral når det kommer til de mindre krevende oppgavene. Selv om denne tilbakemeldingen beskrives som upersonlig og ikke-dømmende vil elevene kontinuerlig få respons på hva dem gjør, og umiddelbart kunne regulere sin egen læring og for eksempel forstå at tema de mangler kunnskap om emne de løser oppgaver i. Man kan derfor argumentere for at dette er en konsekvens som hadde oppstått om resultatene hadde vist en høyere andel høyere kognitive krav. Oppgavene med høyere krav til elevene krever at læreren går inn og ser på og vurderer elevenes besvarelser, og de vil dermed kunne gi en grundigere tilbakemelding på disse, noe som er viktig om man ser på kartlegging av misoppfatninger og formativ vurdering, slik det er gjort rede for tidligere. Om det hadde vært en stor andel av slike oppgaver hadde dette gått på bekostning av både umiddelbare tilbakemeldinger, i tillegg til den tiden lærer sparer på å ikke måtte rette oppgaver på egenhånd. Hadde resultatene vist en større andel høyere kognitive krav, hadde dette gått utover mange av elementene trukket frem i den horisontale analysen. Igjen vil jeg trekke frem kategorien *prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar* i denne konteksten. Selv om disse oppgavene kun krevde svar av elevene, eller *kun svar i kontekst* var dette oppgaver som krevde mer av elevene. På lik linje med oppgavene som krever mindre av elevene vil disse oppgavene også systematiseres av Campus og kunne gi rapporter på elevenes prestasjoner til lærer, i tillegg til at elevene får umiddelbar tilbakemelding. Oppgavenes formuleringer gjør likevel at det krever mye mer å komme frem til det riktige svaret for eleven, og lærer vil i mye større grad evne å skjønne om eleven har skjønt konseptene bak temaet de arbeider med. Oppgavene kategorisert innenfor denne kategorien krever ofte at eleven klarer å skille ut den informasjonen de trenger, og skjønner hvorfor og hvordan man skal benytte brøk for å løse oppgaven. Eksempelvis, om rapporten lærer får tilbake viser at elevene mestrer *prosedyreoppgavene uten sammenheng*, men ikke *mestrer prosedyreoppgaver med sammenheng med fokus på et sva*r kan det i seg selv være en måte for lærer å diagnostisere elevenes misoppfatninger. Kanskje eleven har lært seg de spesifikke prosedyrene man bør benytte for å løse de aritmetiske brøk-oppgavene, men har vanskeligheter med å forstå hvordan man kan benytte brøk når spørsmålsformuleringen fremtrer i en kontekst. Oppgavene får i grunn noe av de gode egenskapene som fremstår knyttet til vurdering og tilbakemelding fra både mindre og mer krevende oppgaver.

Til slutt vil de ulike perspektivene som er drøftet og gjort rede for i dette kapittelet bli oppsummert. Både Charalambous et al. (2010) og Smith & Steins (1998) teorier og rammeverk er tydelige og enkle å forstå. Det er klart at det er nødvendig at elevene jobber med høyt krevende oppgaver, både med tanke på motivasjon hos elevene, slik som Smith & Stein trekker frem, men også for å utvikle matematisk kompetanse, slik Kilpatrick et al. (2001) beskriver i trådmodellen. Oppsummert kan man si at det kan oppstå mulige negative konsekvenser av at det er en liten mengde høye kognitive krav i læreverkets brøk-kapittel, som gir utfordringer knyttet utviklingen av matematisk kompetanse, i tillegg til lærerens evne til å vurdere elevene og kartlegge deres misoppfatninger. Det oppstår også det man kan argumentere for at er mer positive virkninger ved resultatene, som utvikling av andre deler av den matematiske kompetansen, rapporten som gir lærer god innsikt i elevenes evner, og frigjør tid som gått til retting og umiddelbar tilbakemelding på arbeidet eleven gjør. Et viktig synspunkt som hele tiden spiller en rolle i om konsekvensene oppfattes som positive eller negative er lærerens tilgjengelighet og mulighet til å gjennomføre formativ vurdering av elevene, i tillegg til å tilpasse og velge ut hvilke oppgaver som faktisk står i fokus. Omvendt-undervisnings-perspektivet er sentralt, og kan snu oppfatningen av noen av de negative konsekvensene som er trukket frem, i tillegg til at perspektivet er sentralt i noen av konsekvensene man kan se på som positive. Avslutningsvis vil jeg trekke frem diskusjonen rundt kategorien prosedyreoppgaver med sammenheng, med fokus på rett svar. Kategorien har jeg argumentert for hvorfor kan regnes som en med kriterier for høyt kognitivt krevende oppgaver, men som likevel har mye av de positive funksjonene til oppgaver med lavere kognitive krav. Denne typen oppgaver er det mange av i Campus Matte, og man kan jo tenke seg at en årsak til at resultatet viste dette er nemlig signifikansen av å jobbe med høyt krevende oppgaver, i tråd med de positive effektene av at oppgavene etterspør et svar som kan vurderes av det digitale læreverket.

# 6 Avslutning

Masteravhandlingens formal har vært å undersøke hvilke krav oppgaver i brøk stiller, og forskningsspørsmålene søker å undersøke hvilke *potensielle kognitive krav* man kan finne, hvilken svarstyper oppgaver etterspør, i tillegg til hvilke mulige årsaker og konsekvenser disse kan frembringe. Det digitale læreverket Campus Matte 5-7 ble valgt, og oppgavene analysert befinner seg innenfor brøkkapitelet på femte trinn. Læreverket har i denne masteravhandlingen blitt analysert med bruk av et eksisterende rammeverk som legger rammer for lærebokanalyse med syn på både helhet og detaljer ved boka. Rammeverket har blitt tilpasset av meg for å bedre kunne analysere det digitale rammeverket, samt for å hensiktsmessig få frem hvilke krav oppgavene stiller elevene og få frem viktige element ved de ulike oppgavene. Videre vil jeg presentere mine avsluttede refleksjoner på studie.

## 6.1 Oppgavenes krev til elevene

Første forskningsspørsmål er «Hvilke *potensielle kognitive krav* finnes i brøkoppgavene på femte trinn i Campus Matte 5-7?» Resultatene fra analysene gjennomført av *potensielle kognitive krav* viste at flertallet av oppgavene i brøkkapittelet krevde lavere kognitive krav. Analyse 1. resulterte i at 73,7% av oppgavene hadde lavere kognitive krav. I analyse 2. ble 59,9% av oppgavene ansett som lavere kognitivt krevende, etter en refleksjon om hvorvidt den egenproduserte kategorien kunne anses som mer eller mindre kognitivt krevende. Resultatet av begge analyser viser uansett at det er færre oppgaver i brøkkapittelet som har høye kognitive krav noe som kan medføre ulike konsekvenser for læring hos elevene.

Andre forskningsspørsmål er «Hvilken *type svar* etterspør brøkoppgavene på femte trinn i Campus Matte 5-7?». Resultatene fra analysen viste at et stort flertall av oppgavene etterspurte kun svar, eller *kun svar i kontekst*. 77,7% av oppgavene etterspurte kun svar, mens 21,2% av oppgavene etterspurte *kun svar i kontekst*, som er diskutert hva betyr både i metodekapittelet og ytterligere i drøftingskapittelet.

Analysearbeidet viste hvordan oppgavene i kapittelet fordelte seg på de ulike kategoriene av *potensielle kognitive krav* og *type svar*, og resulterte i en fordeling som viste et at læreverket har fokus på oppgaver med lavere kognitive krav, spesielt et fokus på prosedyreoppgaver, både med og uten sammenheng, men i all hovedsak oppgaver med et fokus på at elevene skal produsere riktig svar der det er lite rom for argumentasjon, forklaring, eller andre element som fremmer elevenes konseptuelle forståelse.

Med disse resultatene er det drøftet med oppgavens siste forskningsspørsmål hvilke konsekvenser, eller eventuelle årsaker til fordelingen av oppgavenes krav til elevene. Først og fremst så jeg sammenhengen mellom kravene og matematisk kompetanse. Jeg konkluderte med at selv om brøkkapittelet hadde mange oppgaver som både krevde mindre av elevene kognitivt, og en form for *kun svar* ev elevene er det ikke slik at dette trenger å anses som kun negativt. Det er mange årsaker til at det kan være valgt å ha et fokus på slike oppgaver i læreverket, da disse er med på å utvikle matematisk kompetanse, samt at det åpner mange muligheter når det kommer til formativ vurdering, samt umiddelbare tilbakemeldinger. Det oppstår derimot konsekvenser av denne fordelingen, da flesteparten av komponentene for matematisk kompetanse ikke blir utviklet med slike oppgaver, i tillegg til at det er mye større sjans for å utvikle misoppfatninger i faget, i tillegg til at det er utfordrende for lærer å oppdage disse misoppfatningene. Både de positive og negative virkningene kan også ses i lys av omvendt undervisningsperspektivet, som gjør at de mer negative konsekvensene med hjelp av lærerens rolle i oppgaveløsningen ses på som mindre problematiske.

## 6. 3 Forslag til videre forskning

I dette studie har Campus Matte blitt tatt for seg, men kun med tanke på brøk, og også kun innenfor et klassetrinn- i tillegg til at det er krav i oppgavene som har blitt analysert og diskutert. Det er dermed mange vinklinger man kunne tatt for seg i videre forskning rundt temaet. Selv skulle jeg gjerne sett et mer omfattende analyseprosjekt blitt gjennomført, over flere klassetrinn og inkludert temaene som er tett knyttet opp mot brøk i Campus Matte, i tillegg til andre læreverk og bøker. Grunnet norske barns brøkvanskeligheter hadde det vært svært interessant å gjøre en mer omfattende analyse på tvers av læreverk og trinn, for å se om det var gjennomgående lave krav til elevene i temaet brøk, slik denne studien antyder. Det kunne også vært interessant å gjøre sammenligningsprosjekt, der man sammenlignet krav til elevene i brøk med tema norske elever mestrer i større grad, å se hvilken sammenheng man kan finne. Det ville også være spennende å se forskning knyttet mer til evaluering og tilbakemeldinger, og gjennom intervjuer eller observasjoner se hvordan elevene i praksis opplever og får utbytte av Campus Mattes funksjoner for rapporter og evaluering. Det kunne også være spennende og forske mer på digitale læreverk i seg selv, og hvordan denne formen for brøkundervisning gagner elevene, og undersøkt andre aspekt forelesningsvideoene, oppgavene eller de andre læreverktøyene trukket frem i den horisontale analysen. Campus Matte har mange funksjoner utover de dette studie diskuterer som kunne vært emne for spennende forskning.

## 6.4 Avsluttende refleksjoner

Forskningsprosjektet har noen begrensninger som foreligger, som det er ønskelig å trekke frem avslutningsvis. Studie har kun tatt for seg ett kapittel i læreverket Campus Matte 5-7 og er derfor ikke tilstrekkelig for å kunne si noe om hvordan hele læreverket fremstår. Det er også slik at jeg kun har sett på oppgavene innenfor temaet, og som det nøye er gjort rede for i den horisontale analysen, er det mange andre elementer innenfor kapitelet som har noe å si for brøk-kapittelet i sin helhet. I metodekapittelelet ble et utsagn av læreren som gjorde en test-analyse av *potensielle kognitive krav* trukket frem. Mange av lærerne ved den videregående skolen mente at oppgaver hvor man øvde på prosedyrene, eller algoritmisk oppgavedrill, som de kalte det, var nødvendig for at elevene senere kunne bruke den kognitive kapasiteten sin på problemløsningsoppgaver. Dette er viktig å presisere at dette en refleksjon gjort av erfarne lærere, og selv om man kan se utsagnet i tråd med teorien som er trukket frem, er det ikke et utsagn som kan anses som en del av det teoretiske bakteppe i masteravhandlingen. Man kan diskuterer om dette er en overordnet årsak til hvorfor oppgave elevene får er slik som de er. En refleksjon jeg har gjort underveis i prosessen er også hvordan rammeverkene benyttet i og for seg tar for seg lærebokanalyse, og oppgaver om man kan regne med eksisterer i en skriftlig- for hånd- kontekst, grunnet både årstallet disse er skapt, i tillegg til refleksjoner gjort i forskningslitteraturen. Selv om jeg har gjort tilpasninger i rammeverkene for å få frem datamaterialet på best mulig måte, er det en refleksjon at disse rammeverkene ikke i seg selv er skapt for det digitale blokk-formatet til Campus. Det er drøftet noen virkninger som kan oppstå ved at læreverket stiller lavere krav til elevene, og jeg har reflektert over at årsaken til hvorfor kravene i oppgavene er slik som de er handler om at oppgavene er skapt for å passe inn i den digitale konteksten. Læreverket hadde ikke vært heldigitalt om flesteparten av oppgavene måtte løses for hånd. Helt avslutningsvis vil jeg trekke frem hvordan jeg innledningsvis tok frem hvordan prosjektet ville være en lærerik prosess, hvor jeg regnet med å sitte igjen med relevant kunnskap for min videre fremtid som lærer. Prosjektet har på alle måter vært svært lærerikt, både når det kommer til å se alle aspektene som inngår i gjennomføringen av et forskningsprosjekt, samt kunnskapen jeg har fått om oppgaver og læreverket, og hva som går inn i å vurdere om et læreverk er hensiktsmessig å benytte. Gjennom utforskingen av krav i brøkkapittelet på femte trinn i Campus Matte 5-7, gir masteroppgaven et syn inn i et digitale læreverk og arbeidet elevene skal gjøre. Ved å krav i oppgaver i denne konteksten, bidrar studien til en dypere forståelse av utfordringene og mulighetene den digitale ressursen presenterer. Resultatene kan bidra til å kaste lys over hvordan Campus Matte 5-7 fremstår, i tillegg til noen av årsakene bak hvorfor det er sånn, og noen mulige konsekvenser dette kan ha.

# 7 Litteraturliste


Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *52*(3), 215–241. https://doi.org/10.1023/A:1024312321077

Bailey, D. H., Hoard, M. K., Nugent, L., & Geary, D. C. (2012). Competence with fractions predicts gains in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, *113*(3), 447–455. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.06.004

Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Cappelen Damm akademisk.

Bell, B., & Cowie, B. (2001). *Formative Assessment and Science Education*. Springer Science & Business Media.

Bergem, O. K., Kaarstein, H., & Nilsen, T. (Red.). (2016). *Vi kan lykkes i realfag: Resultater og analyser fra TIMSS 2015*. Universitetsforlaget. https://doi.org/10.18261/97882150279999-2016

Bergmann, J., & Sams, A. (2014). *Flipped Learning: Gateway to Student Engagement*. International Society for Technology in Education.

Bishop, J., & Verleger, M. A. (2013, 23-26. Juni). The flipped classroom: A survey of the research. In 2013 ASEE Annual Conference & Exposition (s. 23-1200). https://peer.asee.org/22585

Booth, J. L., Newton, K. J., & Twiss-Garrity, L. K. (2014). The impact of fraction magnitude knowledge on algebra performance and learning. *Journal of Experimental Child Psychology*, *118*, 110–118. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.09.001

Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Læringssenteret.

*Campus Matte 5-7*. (u.å.). Hentet 5. mai 2024, fra https://campus.inkrement.no/Home/CampusMatte_5_7

Charalambous, C., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, *12*, 117–151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forl.

Clark, T., Foster, L., Sloan, L., & Bryman, A. (2021). *Bryman's social research methods* (6. utg.). Oxford University Press.

Cohen, L., Morrison, K., & Manion, L. (2018). *Research methods in education* (8. utg.). Routledge.

DeLozier, S. J., & Rhodes, M. G. (2017). Flipped Classrooms: A Review of Key Ideas and Recommendations for Practice. *Educational Psychology Review*, *29*(1), 141–151. https://doi.org/10.1007/s10648-015-9356-9

Gierl, M. J., & Cui, Y. (2008). Defining Characteristics of Diagnostic Classification Models and the Problem of Retrofitting in Cognitive Diagnostic Assessment. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, *6*(4), 263–268. https://doi.org/10.1080/15366360802497762

Høgheim, S. (2020). *Masteroppgaven i GLU* (1. utg.). Fagbokforlaget.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academics Press.

Kleven, T. A. (2023). Om å «måle» det som ikke kan måles. *Nordisk tidsskrift for pedagogikk & kritikk*, *9*, 160–173. https://doi.org/10.23865/ntpk.v9.5659

Kongelf, T. R. (2019). *Matematisk innhold og matematiske metoder i lærebøker brukt på ungdomstrinnet i Norge: Gullgruve eller fallgruve for utvikling av matematisk kompetanse i problemløsning og algebra?* [Doktorgradsavhandling, Universitetet i Agder]. I *238*. Hvlopen brage. https://hvlopen.brage.unit.no/hvlopen-xmlui/handle/11250/2616700

Krumsvik, R. J., & Jones, L. Ø. (2016). Flipped classroom i naturfag—Finnes det en sammenheng mellom omvendt undervisning (flipped classroom) og elevprestasjoner i naturfag? *Norsk pedagogisk tidsskrift*, *100*(1), 61–73. https://doi.org/10.18261/issn.1504-2987-2016-01-07

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Kompetansemål etter 5. Trinn—Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv19

Kvarv, S. (2021). *Vitenskapsteori: Tradisjoner, posisjoner og diskusjoner*. Novus.

Lage, M. J., Platt, G. J., & Treglia, M. (2000). Inverting the Classroom: A Gateway to Creating an Inclusive Learning Environment. *The Journal of Economic Education*, *31*(1), 30–43. https://doi.org/10.1080/00220480009596759

Lepik, M., Grevholm, B., & Viholainen, A. (2015). Using textbooks in the mathematics classroom – the teachers' view. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *20*, 129–156.

Maskiewicz, A. C., & Lineback, J. E. (2017). Misconceptions Are "So Yesterday!". *CBE—Life Sciences Education*, *12*(3), 352–356. https://doi.org/10.1187/cbe.13-01-0014

Mason, B., & Bruning, R. (2001). Providing Feedback in Computer-based Instruction: What the Research Tells Us. *Center for Instructional Innovation*, *15*, 1–20.

McIntosh, A. (2007). *Alle teller!: Håndbok for lærere som underviser i matematikk i grunnskolen: Kartleggingstester og veiledning om misoppfatninger og misforståelser på området: Tall og tallforståelse*. Matematikksenteret. https://urn.nb.no/URN:NBN:no-nb_digibok_2011070508124

Meld. St. 20 (2012-2013). På rett vei: Kvalitet og mangfold i fellesskolen. Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld-st-20-20122013/id717308/

Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2015). Kartlegging av læreres kunnskap er ikke enkelt. *Acta Didactica Norge*, *9*(1), Artikkel 1. https://doi.org/10.5617/adno.1395

National Mathematics Advisory Panel. (2008). Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel. US Department of Education. https://eric.ed.gov/?id=ED500486

NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Forskningsetikk. https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/

Nesher, P. (1987). Towards an Instructional Theory: The Role of Student's Misconceptions. *For the Learning of Mathematics*, *7*(3), 33–40.

Nichols, P. D., & Joldersma, K. (2008). Cognitive Diagnostic Assessment for Education: Theory and Applications edited by Leighton, J. P., & Gierl, M. J. *Journal of Educational Measurement*, *45*(4), 407–411. https://doi.org/10.1111/j.1745-3984.2008.00072.x

Naalsund, M. (2012). *Why is Algebra So Difficult?: A Study of Norwegian Lower Secondary Students' Algebraic Proficiency: Thesis Submitted for the Degree of Philosophiae Doctor (PhD)*. Faculty of Educational Sciences, University of Oslo.

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.

Reed, D. (2006). Diagnostic assesment in language teaching and learning. *CLEAR News*, *10*(2), 1–8.

Russell, M., O'Dwyer, L. M., & Miranda, H. (2009). Diagnosing students' misconceptions in algebra: Results from an experimental pilot study. *Behavior Research Methods*, *41*(2), 414–424. https://doi.org/10.3758/BRM.41.2.414

Sacristán, A. I., Calder, N., Rojano, T., Santos-Trigo, M., Friedlander, A., Meissner, H., Tabach, M., Moreno, L., & Perrusquía, E. (2010). The Influence and Shaping of Digital Technologies on the Learning – and Learning Trajectories – of Mathematical

Concepts. I C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Red.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain: The 17th ICMI Study* (s. 179–226). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_9

Sappington, J., Kinsey, K., & Munsayac, K. (2002). Two Studies of Reading Compliance Among College Students. *Teaching of Psychology*, *29*(4), 272–274. https://doi.org/10.1207/S15328023TOP2904_02

Senk, S. L., Thompson, D. R., & Wernet, J. L. W. (2014). Curriculum and Achievement in Algebra 2: Influences of Textbooks and Teachers on Students' Learning about Functions. I Y. Li & G. Lappan (Red.), *Mathematics Curriculum in School Education* (s. 515–540). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7560-2_24

Shute, V. J. (2008). Focus on Formative Feedback. *Review of Educational Research*, *78*(1), 153–189. https://doi.org/10.3102/0034654307313795

Siegler, R. S., Fazio, L. K., Bailey, D. H., & Zhou, X. (2013). Fractions: The new frontier for theories of numerical development. *Trends in Cognitive Sciences*, *17*(1), 13–19. https://doi.org/10.1016/j.tics.2012.11.004

Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, *62*(4), 273–296. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.03.001

Silver, E. A., & Stein, M. K. (1996). The Quasar Project: The «Revolution of the Possible» in Mathematics Instructional Reform in Urban Middle Schools. *Urban Education*, *30*(4), 476–521. https://doi.org/10.1177/0042085996030004006

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Reflections on Practice: Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *3*(5), 344–350. https://doi.org/10.5951/MTMS.3.5.0344

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *American Educational Research Journal*, *33*(2), 455–488. https://doi.org/10.3102/00028312033002455

Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional Tasks and the Development of Student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project. *Educational Research and Evaluation*. https://doi.org/10.1080/1380361960020103

Suh, J. M., Johnston, C. J., & Douds, J. (2008). Enhancing Mathematical Learning in a Technology-Rich Environment. *Teaching Children Mathematics*, *15*(4), 235–241. https://doi.org/10.5951/TCM.15.4.0235

Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, *31*(4), 315–327. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2005.11.005

Utdanningsdirektoratet. (u.å.). *Vurderingspraksis*. Hentet 14. mai 2024, fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/vurdering/

Utdanningsdirektoratet. (2019, mars 13). *Dybdelæring*. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/

Utdanningsdirektoratet. (2022, februar 4). *Underveisvurdering*. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/vurdering/om-vurdering/underveisvurdering/

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). According to the Book. Springer.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (9. utg.). Pearson.

# Vedlegg

## Vedlegg 1

Analyse 1 av potensielle kognitive krav

| | Memorering | PMU | PME | MT |
|---|---|---|---|---|
| 6.1 Del av hel | 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 14a, 4b, 14c, 14d, 15a, 15b, 16a, 16b, 23a, 23b, 23d | 3a, 3b, 4a, 4b, 5a, 5b, 6, 7, 8a, 8b, 11, 12, 13, 19a, 19b, 20a, 20b, 21a, 21b, 22a, 22b, 26, 27, 30, 31, 32, 33, 34 | 9, 10, 17, 18, 24, 25, 29 | 35, 36, 37 |
| 6.2 Hel av del | 15a) 15b) 15c) | 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 3c, 4a, 4b, 4c, 5a, 5b, 5c, 6, 7, 8, 9a, 9b, 10a, 10b, 11b, 12b, 13a, 13b, 14b, 16a, 16b, 17a, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, | 11a, 12a, 14a, 17b, 24, 27 | 28, 29, 30 |
| 6.3 Brøk på tallinje | 4a) 4b) | 1a, 1b, 1c, 4c, 5b, 5b, 6b, 6c, 7a, 7b, 7c, 8a, 8b, 8c, 10a, 10b, 10c, 11a, 11b, 11c, 12a, 12b, 12c, 13, 14, | 2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 3c, 5a, 6a, 9a, 9b, 9c, 15, 16, 17a, 17b, 18, 19, 20, | 21 |
| 6.4 Ulike modeller | | 1a, 1b, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b, 4c, 6a, 6b, 6c, 8a, 8b, 8c, 10a, 10b, 11a, 11b, 12a, 12b, 13a, 13b, 14a, 14b, 15a, 15b, 15c, 19 | 5, 7, 9, 16, 17, 18, 20, 21 | 22, 23, 24, 25 |
| 6.5 Mer enn en hel | | 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 3c, 4a, 4b, 4c, 5a, 5b, 5c, 6a, 6b, 6c, 7a, 7b, 7c, 8a, 8b, 8c, 9a, 9b, 9c, 10a, 11a, 12a, 13a, 14a, 15a, 16a, 171, 18a, 19a, 10a, 21a | 10b, 11b, 12b, 13b, 14b, 15b, 16b, 17b, 18b, 19b, 20b, 21b, 22a, 22b, 23a, 23b, 24a, 24b, 25, 26, | 27 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6.6 del til hel | | 1b, 1c, 1d, 2a, 2b, 2c, 2d, 3a, 3b, 3c, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10b, 11b, 12b, 13b, 14a, 14b, 14c, 17, 18a, 17b, 18c, 18d,18e, 19a, 19b, 19c, 19d | 1a, 10a, 11a, 12a, 13a, 15, 16 20, 21, 22, 23, 24 | 25, 26, 27 |
| 6.7 Blandet tall til uekte brøk | | 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 3c, 4a, 4b, 4c, 5a, 5b, 5c, 6a, 6b, 6c, 7a, 7b,8a, 8b, 9a, 9b, 10a, 10b, 11s, 11b, 12a, 12b, 13a, 13b, 14a, 14b, 15a,15b, 16a, 16b, 17a, 17b, 18a, 18b, 19, 20, 21, 22 | 23, 24, 25, 26 | 27, 28, 29 |

## Vedlegg 2

### Analyse 2 av potensielle kognitive krav

| | Memorering | PMU | PMM-rett svar | PMM | MT |
|---|---|---|---|---|---|
| 6.1 Del av hel | 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 14a, 4b, 14c, 14d, 15a, 15b, 16a, 16b, 23a, 23b, 23d | 3a, 3b, 4a, 4b, 5a, 5b, 6, 7, 8a, 8b, 11, 12, 13, 19a, 19b, 20a, 20b, 21a, 21b, 22a, 22b | 26, 27, 30, 31, 32, 33, 34 | 9, 10, 17, 18, 24, 25, 29 | |
| 6.2 Hel av del | 15a) 15b) 15c) | 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 3c, 9a, 9b, 10a, 10b, 12b, 16b, 17a, 21, | 4a, 4b, 4c, 5a, 5b, 5c, 6, 7, 8, 11a, 11b, 13a, 13b, 14b, 16a, 17b, 18, 19, 20, 22, 23, 25, 26 | 12a, 24, 27 | 28, 29, 30 |
| 6.3 Brøk på tallinje | 4a) 4b) | 1a, 1b, 1c, 4c, 7a, 7b, 7c, 8a, 8b, 8c, 13, 14, | 2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 3c, 5a, 5b, 5c, 6a, 6b, 6c, 9a, 9b, 9c, 10a, 10b, 10c, 11a, 11b, 11c, | 15, 16, 18, 19, 20 | 21 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | 12a, 12b, 12c, 17a, 17b, | | |
| 6.4 Ulike modeller | | 1a, 1b, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b, 4c, 6a, 6b, 6c, 8a, 8b, 8c, 10a, 10b, 11a, 11b, 12a, 12b, 13a, 13b, 14a, 14b, 15a, 15b, 15c, 19 | | 5, 7, 9, 16, 17, 18, 20, 21 | 22, 23, 24, 25 |
| 6.5 Mer enn en hel | | 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 3c, 4a, 4b, 4c, 5a, 5b, 5c, 6a, 6b, 6c, 7a, 7b, 7c, 8a, 8b, 8c, 9a, 9b, 9c, 10a, 11a, 12a, 13a, 14a, 15a, 16a, 171, 18a, 19a, 10a, 21a | 22a, 22b, 23a, 23b, 24a, 24b | 10b, 11b, 12b, 13b, 14b, 15b, 16b, 17b, 18b, 19b, 20b, 21b, 25, 26, | 27 |
| 6.6 del til hel | | 1b, 1c, 1d, 2a, 2b, 2c, 2d, 3a, 3b, 3c, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10b, 11b, 12b, 13b, 14a, 14b, 14c, 18a, 18b, 18c, 18d,18e, 19a, 19b, 19c, 19d | 1a, 10a, 11a, 12a, 13a, 15, 16, 17 20, 21, 22, 23, 24 | | 25, 26, 27 |
| 6.7 Blandet tall til uekte brøk | | 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 3c, 4a, 4b, 4c, 5a, 5b, 5c, 6a, 6b, 6c, 7a, 7b,8a, 8b, 9a, 9b, 10a, 10b, 11s, 11b, 12a, 12b, 13a, 13b, 14a, 14b, 15a,15b, 16a, 16b, 17a, 17b, 18a, 18b, | 19, 20, 21, 22, 23, 24 | 25, 26 | 27, 28, 29 |

## Vedlegg 3

Analyse av type svar

| | Kun svar | Kun svar i kontekst | Forklaring | Argumentasjon |
|---|---|---|---|---|
| 6.1 Del av hel | 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b, 5a, 5b, 6, 7, 8a, 8b, 11, 12, 13, 14a, 4b, 14c, 14d, 15a, 15b, 16a, 16b, 19a, 19b, 20a, 20b, 21a, 21b, 22a, 22b, 23a, 23b, 23d, 26, 27,28, 29 31, 32, 33, 34 | 9, 10, 17, 18, 24, 25, 30, 35, 36, 37 | | |
| 6.2 Hel av del | 1a, 1b, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b, 4c, 5a, 5b, 5c, 9a, 9b, 10a, 10b, 11a, 11b,12a, 12b, 13a, 13b, 14a, 14b, 15a) 15b) 15c, 16a, 16b, 17a, 17b, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, | 1c, 2c, 3c, 6, 7, 8, 17a, 27, 28, 29, 30 | | |
| 6.3 Brøk på tallinje | 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 3c,4a, 4b, 4c, 5a, 5b, 5b, 6a, 6b, 6c, 7a, 7b, 7c, 8a, 8b, 8c, 13, | 9a, 9b, 9c, 10a, 10b, 10c, 11a, 11b, 11c, 12a, 12b, 12c, 14, 15, 16, 17a, 21, 17b, 18, 19, 20, | | |
| 6.4 Ulike modeller | 4a, 4b, 4c, 6a, 6b, 6c, 8a, 8b, 8c, 9 10a, 10b, 11a, 11b, 12a, 12b, 13a, 13b, 14a, 14b, 15a, 15b, 15c, 16, 17, 18, 19 | 1a, 1b, 2a, 2b, 3a, 3b, 5, 7, 9 10a, 10b, 11a, 11b, 12a, 12b, 13a, 13b, 14a, 14b, 15a, 15b, 15c, 19, 22, 23, 24, 25 | | |
| 6.5 Mer enn en hel | 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 3c, 4a, 4b, 4c, 5b, 5c, 6a, 6b, 6c, 7a, 7b, 7c, 8a, 8b, 8c, 9a, 10a, 11a, 12a, 13a, 14a, 15a, 16a, 171, 18a, 19a, 10a, 21a, 22a, 22b, 23a, 23b, 24a, 24b | 5a, 10b, 11b, 12b, 13b, 14b, 15b, 16b, 17b, 18b, 19b, 20b, 21b, , | 25, 26, 27 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6.6 del til hel | 1a, 1b, 1c, 1d, 2a, 2b, 2c, 2d, 3a, 3b, 3c, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10a, 10b, 11a, 11b, 12a, 12b, 13a, 13b, 14a, 14b, 14c, 15, 16, 17, 18a, 17b, 18c, 18d,18e, 19a, 19b, 19c, 19d, 20, 21, 22, 23, 24 | 25, 26, 27, | | |
| 6.7 Blandet tall til uekte brøk | 1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 2c, 3a, 3b, 3c, 4a, 4b, 4c, 5a, 5b, 5c, 6a, 6b, 6c, 7a, 7b,8a, 8b, 9a, 9b, 10a, 10b, 11s, 11b, 12a, 12b, 13a, 13b, 14a, 14b, 15a,15b, 16a, 16b, 17a, 17b, 18a, 18b, 19, 20, 21, 22, 23, 24 | 25, 26, 28, 29 | 27 | |