Høgskolen i Innlandet

Thea Hedquist

Masteroppgave

Matematisk argumentasjon i det tenkende klasserommet

Mathematical argumentation in the thinking classroom

Studieprogram: Grunnskolelærer 5-10. trinn, masterprogram i matematikkdidaktikk

Vårsemesteret 2024

Forord

For nær fem år siden startet jeg min masterstudie: Grunnskolelærer 5-10 med fordypning i matematikk, ved Høgskolen i Innlandet. Denne masteroppgaven representerer avslutningen på min utdannelsesperiode ved institusjonen. De forløpne fem årene har vært preget av en kombinasjon av lærdom, utfordringer og spennende erfaringer, hvorfra jeg sitter igjen med betydelig kompetanse og innsikt. Studieperioden har vært rik på innhold, med hyggelige samarbeidspartnere og kompetente faglærere. Den tilegnende kunnskapen og erfaringene vil jeg bære med meg inn i mitt videre yrkesliv.

Jeg ønsker å rette en spesiell takk til min veileder, Ove Antvord Haugereid, for konstruktiv veiledning og verdifulle tilbakemeldinger som på avgjørende vis bidro til økt motivasjon gjennom denne prosessen. Videre ønsker jeg å takke lærerne og elevene som velvillig deltok i mitt forskningsprosjekt.

I løpet av disse studieårene har det vært en omfattende og givende diskurs i samspill med medstudenter og faglige veiledere. Vi har blitt stilt overfor intellektuelle utfordringer og har aktivt engasjert oss i gjensidig utfordrende samtaler både under undervisningsøktene og i praksis.

Til slutt vil jeg uttrykke min takknemlighet overfor familie, som har vært uvurderlige støttespillere gjennom denne prosessen. En spesiell takk rettes til mine foreldre, som ikke bare engasjerte seg sterkt, men også ga meg med betydelig motivasjon og selvtillit til å fullføre denne oppgaven. Jeg vil også takke mine støttende kollegaer, venner og elever for deres betydelige bidrag. Avslutningsvis rettes en takk til min samboer, som har vist tålmodighet, forståelse og støtte gjennom dette prosjektet.

Hamar, mai 2024

Thea Hedquist

Sammendrag

Formålet med studien er å undersøke hvordan matematisk argumentasjon kommer til syne ved bruk av undervisningsmetoden kjent som *tenkende klasserom* på ungdomstrinnet. Graden av argumentasjon som uttrykkes gjennom resonnement og måten elevene bruker bevis for å støtte opp om sine argumenter ble også analysert. I denne studien har jeg svart på følgende spørsmål:

Hvordan kan matematisk argumentasjon foregå i et tenkende klasserom på ungdomstrinnet?

Metodologisk benytter studien en kvalitativ tilnærming, ved å anvende deltagende observasjon og elevintervjuer som datainnsamlingsmetoder. Lydopptak ble gjort under gruppediskusjoner og elevintervjuer, og deretter transkribert for analyse. Studien involverte 8.klasse med fokus på brøk som tema.

Analytisk ble elevenes matematiske argumentasjon vurdert ved hjelp av Toulmins (2003) rammeverk. Knudsen, Kim, Lara-Meloy, Shechtman og Stevens (2018) sitt rammeverk ble brukt for å differensiere argumentenes nivå. Diskusjonskapittelet vil presentere funnene fra analysen, sammenlignet med tidligere forskning og teori.

Resultatene antyder at elevenes evne av å produsere matematiske argumenter ble påvirket av flere faktorer, inkludert lærerens veiledning og støtte, valget av oppgaver, bruken av eksempler, sammensetning av grupper, og graden av samarbeid.

Abstract

The purpose of the study is to examine how mathematical argumentation is manifested using the teaching method known as the thinking classroom in middle school. The degree of argumentation expressed through reasoning and the way students use evidence to support their arguments was also analyzed. In the study, I addressed the following question:

How can mathematical argumentation take place in a thinking classroom at middle school?

Methodologically, the study employs a qualitative approach, employing participant observation and student interviews as data collection methods. Audio recordings were made during group discussions and student interviews, which were then transcribed for analysis. The study involved 8th-grade students with a focus on fractions as the theme.

Analytically, student's mathematical argumentation was evaluated using Toulmin`s (2003) framework. The framework developed by Knudsen, Kim, Lara-Meloy, Shechtman, and Stevens (2018) was used to differentiate the levels of argumentation. The discussion chapter will present the findings from the analysis, compared with previous research and theory.

The results suggest that student's ability to produce mathematical arguments was influenced by several factors, including teacher guidance and support, task selection, use of examples, group composition, and the extent of collaboration.

Innholdsfortegnelse

Figuroversikt

Tabelloversikt

Kapittel 1: Innledning

Dette forskningsprosjektet fokuserer på matematisk argumentasjon som hovedtema. Valgte av dette temaet ble drevet av interessen for emnet og dets vektlegging som et sentralt element i matematikkundervisningen, slik det blir spesifisert i læreplanen (LK20) (Utdanningsdirektoratet, 2020). Resonnering, som definert av Utdanningsdirektoratet (2020), omfatter evnen til å forstå, følge og vurdere matematiske regler og resultater, og erkjenne deres grad av gyldighet. Dette innebærer også å kunne utvikle egne resonnementer for å forstå og løse matematiske problemer. I konteksten av matematikk, kan argumentasjon forstås som evnen til å begrunne resonnementer, fremgangsmåter og løsninger, samt kunne bevise gyldighet.

Implementeringen av bevisføring og argumentasjon i tidlig matematikkundervisning bringer frem spørsmålet om hva som kan anses som et «bevis» i skolematematikken, spesielt på barneskolen hvor dette har vært marginalt. Dette utfordrer både lærere, forskere og andre fagpersoner, da manglende forståelse av bevis i matematikken gjør det urealistisk å forvente at elever skal kunne lære det vi ønsker at de skal mestre (Stylianides, 2016, s. 10).

Muntlige ferdigheter er en integrert del av matematikk ifølge læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020), hvor elever oppfordres til å konstruere mening gjennom samtaler om matematikk. Liljedahl (2016) har utviklet undervisningsmetoden *tenkende klasserom*, som ikke bare fremmer tenkning, men også kollektiv læring gjennom samhandling og diskusjon (Liljedahl, 2016, s. 362). Denne tilnærmingen legger derfor til rette for argumentasjon i undervisningen.

I min forskning har jeg til hensikt å analysere hvordan elever konstruerer argumenter i et sosialt læringsmiljø, som oppstår gjennom samhandling med medelever og veiledning fra læreren. Problemstillingen er formulert slik: *Hvordan kan matematisk argumentasjon foregå i et tenkende klasserom på ungdomstrinnet?* Jeg vil undersøke både selve argumentasjonen til elevene, basert på rammeverket Toulmin (2003) og deres argumentasjonsnivå, med rammeverk Knudsen et al. (2018), for å forsøke å besvare problemstillingen.

En mer variert og praktisk tilnærming til skolehverdagen er avgjørende for at flere elever skal trives og oppleve mestring (Brenna, 2023, s.77). Jeg er interessert i å utforske elevenes oppfatning av tenkende klasserom og matematisk argumentasjon, da jeg tror dette vil gi verdifulle perspektiver for lærere og bidra til å fremme bruken av argumentasjon i matematikkundervisningen. Forskningsspørsmålet for oppgaven ble derfor: *Hva er elevenes oppfattelse av tenkende klasserom og matematisk argumentasjon?*

Resultatene jeg forventer å finne, både i forhold til problemstillingen og forskningsspørsmålet, kan fungere som et nyttig verktøy for lærere, både i undervisningspraksis og for å fremme bruken av argumentasjon i matematikkfaget.

2.3 Egen motivasjon for oppgaven

Min egen skoleerfaring har vært preget av tradisjonell undervisning, der læreren presenterer materiale foran tavlen, viser og utfører formler eller regnemetoder, og gir deretter oppgaver fra læreboken for å løse i timen. Gruppeaktiviteter og utforskning var minimalt integrert, og fokuset lå på selvstendig arbeid og memorering av regler og formler. Undervisningen var sterkt veiledet av læreboken, og undervisningen fulgte en lineær progresjon gjennom boken.

Under mine studieår på lærerhøgskolen ble jeg introdusert for ulike undervisningsmetoder, og blant disse var det undervisningsmetoden kjent som *tenkende klasserom*, som interesserte meg mest. Denne tilnærmingen endret min egen tilnærming til matematikk ved å oppfordre til kritisk tenking og samarbeid. I stedet for å være passive lyttere til læreren, ble vi oppfordret til å arbeide i tilfeldige grupper for å utvikle løsninger og tilnærminger til muntlige oppgaver presentert av læreren. Læreren unngikk å gi svar direkte, og stilte i stedet spørsmål som oppfordret til å begrunne våre konklusjoner eller fortsette utforskningen. Jeg opplevde at denne undervisningsmetoden resulterte i et betydelig læringsutbytte.

For meg er matematikk like mye et muntlig fag som et skriftlig fag. Evnen til å kunne diskutere matematikk i samarbeid med andre krever formulering av påstander og ideer på en klar måte, slik at de blir forståelige for andre. I mine øyne handler matematikk ikke bare om å finne løsninger, men også om å kunne artikulere en metodisk tilnærming til hvorfor vi velger å handle og tenke på en spesifikk måte, for så å kunne forklare og drøfte over hvordan vi har kommet frem til løsningene.

I løpet av høstsemesteret ved lærerhøgskolen ble temaet matematisk tenking og argumentasjon utforsket. Jeg fant dette temaet spesielt interessant, særlig innenfor matematikk, da jeg tidligere ikke hadde opplevd at dette ble vektlagt i min egen skolegang. Jeg opplevde teamet som utfordrende og ønsket å lære mer om hvordan det kunne gjennomføres i praksis. Derfor besluttet jeg å anvende dette som fokusområde for min forskningsoppgave, da jeg var motivert av både ønsket om å utvide min forståelse av emnet og troen på at det ville bidra til min profesjonelle utvikling som matematikklærer. I tillegg til dette ble jeg inspirert av undervisningsmetoden kjent som *tenkende klasserom*, og hadde en ambisjon om å utforske hvordan disse to temaene kunne kombineres for å berike læringsopplevelsen til elevene.

Kapittel 2: Teorigrunnlag

I dette kapittelet vil jeg introdusere teoretiske perspektiver som vil bidra til å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålet i denne avhandlingen. Den fremstilte teorien danner grunnlaget for analysen som utføres i kapittel 5. Jeg vil først gi en oversikt over tidligere forskning og sentrale begreper som er relevante for denne studien. Deretter vil jeg presentere Knudsen et al. (2018) sin argumentasjonsmodell (Figur 1), som undersøker ulike faser av argumentasjon, samt vil jeg trekke frem bevisføring i matematikk. Etter dette vil jeg introdusere de valgte rammeverkene for analysen, som inkluderer Toulmin (2003) og Knudsen et al., (2018). Jeg vil også berøre noen aspekter av den sosiokulturelle læringsteorien før jeg avslutter med å presentere undervisningsmetoden til Liljedahl (2016). Denne strukturen vil bidra til å gi en klar og sammenhengende forståelse av de teoretiske rammene som er relevante for studien.

2.1 Tidligere forskning

I 2005 gjennomførte Professor Peter Liljedahl, en anerkjent canadisk forsker innen matematikkdidaktikk ved Simon Fraser University, en studie som konsentrerte seg om å utforske AHA!-opplevelsene til elevene på barnetrinnet. Sentralt i denne forskningen var analysen av den betydningsfulle rollen den positive følelsen av mestring i matematikk spiller. Spesielt ble det undersøkt hvordan emosjonelle opplevelser hos «motvillige» elever ble påvirket av utviklingen av positive holdninger og tro på egne matematiske ferdigheter, som ble utløst av disse AHA!-øyeblikkene (Liljedahl, 2005)

Etter en tiår lang utforskning av AHA!-opplevelsen, kom Liljedahl (2016) fram til en samling av ulike praksiser som danner grunnlaget for undervisningsmetoden kjent som *tenkende klasserom.* Denne tilnærmingen fokuserer på å utvikle elevenes generelle matematikkforståelse. Resultatene av studien, som bygger på AHA!-opplevelsene, indikerer at en enkelt opplevelse, der en elev har engasjert seg i forsøket på å løse et matematisk problem eller tilegne seg ny matematisk kunnskap, kan ha en betydelig innvirkning på elevenes følelsesmessige opplevelse av faget. Videre kan det også påvirke elevenes problemløsningsferdigheter (Liljedahl, 2016).

I bruken av vertikale tavler, en del av Liljedahls (2016) metodologi, har Svorkmo og Valbekmo (2021) nylig utført en studie med det formål å undersøke hvordan bruken av vertikale tavler kan påvirke den matematiske problemløsningsprosessen hos elever. Denne studien baserte seg på sentrale prinsipper og funn fra Liljedahls (2016) tidligere forskning. Resultatene av deres analyse indikerer at elever i alderen 12 til 13 år, som var målgruppen for studien, benyttet seg av vertikale tavler som inspirasjon. Dette ble tydelig ved deres praksis med å sammenligne egne funn med oppdagelser gjort av andre elever. Svorkmo og Valbekmo (2021) konkluderte med at bruken av vertikale tavler positivt bidro til å støtte elevers prosess med matematisk problemløsning (Svorkmo & Valbekmo, 2021, s. 287).

En relevant pedagogisk tilnærming undersøkt av Fossen og Berglund (2022) en studie som fokuserte spesifikt på hvordan lærere støtter elever i arbeid med matematisk argumentasjon, med særlig vekt på småtrinnet og mellomtrinnet. Studiens mål var å undersøke hvordan lærerens støtte påvirker elevens evne til å argumentere for sine løsninger i samhandling med andre elever i matematikkundervisningen. Gjennom en kvalitativ tilnærming ble studien utført i en 3.klasse og 6.klasse. Resultatene indikerer at lærerens tilrettelegging av argumentasjon har en signifikant innvirkning på elevers argumentasjon i samtalen (Fossen & Berglund, 2022, s. 95)

2.2 Argumentasjon

Argumentasjon er fundamentalt sett evnen til å overbevise en eller flere individer om sannheten eller usannheten i en påstand, eller å overbevise dem om at noe skal være på en spesifikk måte. Denne evnen viser seg i en rekke ulike kontekster, fra dagligdagse situasjoner til vitenskapelige diskusjoner og samfunnsmessige spørsmål. Variasjon i form og type argumenter som benyttes avhenger av emnet og formålet med argumentasjonen. På tross av denne variasjonen, er det visse felles aspekter som kjennetegner argumentasjonsprosessen. Sentralt i argumentasjonen står den grunnleggende dualiteten mellom å være for eller imot en påstand, noe som danner grunnleggende prinsipper i argumentasjon (Karlsen, 2015, s. 33). Aktiv deltakelse i matematikkundervisningen kan oppmuntres ved å fokusere på å bevise eller motbevise påstander, fremfor å memorere regler. Dette gir elevene muligheten til å engasjere seg aktivt i sin egen læring, da de søker etter forståelse av matematiske ideer og prinsipper. I stedet for å søke hjelp i en lærebok eller hos læreren, kan elevene utforske og løse uenigheter ved å diskutere og trekke logiske konklusjoner basert på bevis (Stylianides, 2016, s. 9). Elevenes kunnskaper og evner til å argumentere, og dermed å bevise for om noe er sant eller usant, er noe vi skal se nærmere på i kapittel 5.

2.3 Matematisk argumentasjon

I samsvar med retningslinjene fra Utdanningsdirektoratet (2020) blir matematisk argumentasjon definert som evnen til at elever kan begrunne sine metoder, løsninger og resonnementer, samtidig som de er i stand til å bevise om disse er sanne eller usanne (Utdanningsdirektoratet, 2020). Matematisk argumentasjon kan videre forstås som den kommunikative praksisen blant matematikere, og det utgjør grunnlaget for å engasjere seg i matematisk dialog (Knudsen et al. 2018, s. 2). Når det gjelder å begrunne en matematisk påstand, kreves det en tydelig differensiering av strategien, det vil si hva som er gjort. Argumentasjon trer tydelig frem når man kan forklare hvorfor en bestemt tilnærming er valgt, i tillegg til å underbygge hvordan man vet at denne tilnærmingen er gyldig. Valget av tilnærming utgjør det fundamentale grunnlaget. Utfordringen ligger i å definere hva som kvalifiserer som et solid matematisk argument, noe som krever vurderingsevne fra læreren (Enge & Valenta, 2011, s. 29-30).

Elevene vil mest sannsynlig trenge en omfattende forklaring på begrepet matematisk argumentasjon. Etter å ha mottatt denne forklaringen, vil de mulig være i stand til å formulere egne betraktninger om innholdet (Knudsen et al, 2018, s. 4). Den konvensjonelle undervisningsmetoden i Norge preges ofte av lærerstyrte leksjoner, der læreren introduserer emnet, viser eksempler på tavlen, og avslutter med at elevene skal løse oppgaver i læreboken (Nosrati & Wæge, 2015, s. 3). For at elevene skal kunne utvikle tenkemåter, bør argumentasjon anerkjennes som en matematisk praksis som involverer en kollektiv innsats for å oppdage sannheten ved bruk av språk. Løsningen av matematiske problemer og søken etter sannheten skal være et samarbeid mellom elevene og veiledningen fra læreren (Knudsen et al., 2018, s. 4).

Hovik & Kleve (2021) viser til Russell et al. sin modell for fire nivåer som er typiske for at elever skal kunne utføre matematisk argumentasjon og arbeide med bevis i matematikken:

1. Begrunnelse der eleven henviser til autoriteter, som foreldre, lærer eller lærerbok.
2. Begrunnelse der eleven gir konkrete eksempler.
3. Eleven resonnerer matematisk basert på visuelle representasjoner, enten i form av konkreter eller tegninger.
4. Eleven beviser påstanden ved bruk av algebraisk notasjon og/eller anvendelse av regnelovene.

(Hovik og Kleve, 2021, s. 49)

Disse nivåene av argumentasjon, slik som beskrevet over, henger godt sammen med Knudsen et.al. (2018) argumentasjonsstruktur. Disse nivåene vil bli analysert i delkapittel 2.5.2, som omhandler argumentasjonsnivåer og fungerer som det overordnede rammeverket for denne oppgaven.

2.3.1 Utforske eksempler

Når elevene utforsker konsepter innenfor matematikken, danner de egne matematiske eksempler som illustrerer de underliggende prinsippene. Dette kan materialisere seg som algebraiske uttrykk, grafiske representasjoner eller numeriske utforminger. Gjennom konstruksjonen av slike eksempler formulerer elevene påstander og støtter disse med resonnementer. Målet med denne prosessen er å identifisere strukturer eller regelmessigheter i det matematiske materialet. Når elevene lykkes med å oppdage et mønster eller en sammenheng, er de i stand til å generalisere denne innsikten og formulere mer abstrakte påstander. I argumentasjonsfasen fungerer de konstruerte eksemplene som konkrete bevis eller illustrasjoner av de matematiske prinsippene. Gjennom å presentere og diskutere disse eksemplene styrker elevene sin forståelse, og denne prosessen bidrar til å utvikle deres evne til å formidle matematiske konsepter. Dermed blir skapelsen og utforskningen av matematiske eksempler en essensiell del av den kognitive utviklingen for matematisk argumentasjon (Knudsen, 2018, s. 20).

Fosnot og Jacob (2010) argumenterer for at bruk av eksempler for å verifisere en påstand ikke nødvendigvis gir et universalt gyldig bevis i alle tilfeller. Samtidig har flere matematikere konkludert med at et eksempel kan føre til et bevis som er generaliserbart til alle relevante tilfeller dersom forholdene tilsier dette (Fosnot & Jacob, 2010, s. 188).

2.3.2 Komme med påstander

I samsvar med Knudsen (2018) refererer begrepet «påstand» til en matematisk uttalelse som antas å være sann. Denne uttalelsen baseres på eksisterende kunnskap og innsikt. Å komme med påstander utgjør en prosess som utvikler seg fra eksisterende uttalelser, til deres gyldighet som ennå ikke avgjort. Det er mulig å skille mellom generelle påstander og spesifikke påstander (Knudsen et al., 2018, s. 40)

Generelle påstander har sitt fundament i utforskende eksempler og observasjoner av mønstre. Når eleven identifiserer og reflekterer over disse mønstrene, beveger de seg mot å formulere påstander som generaliseres fra enkelte tilfeller til en bredere gyldighet som gjelder for alle tilfeller. Denne prosessen involverer overføringen fra konkrete eksempler til abstrakte og generelle utsagn (Knudsen et al., 2018, s. 40).

I prosessen med å formulere spesifikke påstander, vil elevene typisk presentere en påstand knyttet til løsningen av et konkret problem før de utvikler en overordnet metode som kan benyttes på lignende problemstillinger (Knudsen, 2018, s.40).

Spesifikk	Generell
3 + 5 = 8	Summen av to heltall som er oddetall er partall.
For x + 13 = 27, x =14	For hver gang du har en ligning, kan du subtrahere det samme tallet fra hver side av «er lik» tegnet, og du får en ekvivalent ligning.
Summen av innvendige vinkler for trekant med 30, 60 og 90 grader er 180 grader.	For hvilken som helst trekant, er summen av målingen av de innvendige vinklene alltid 180 grader.

Tabell 1: Knudsen et al., 2018, s. 47 - Specific and General Conjecture

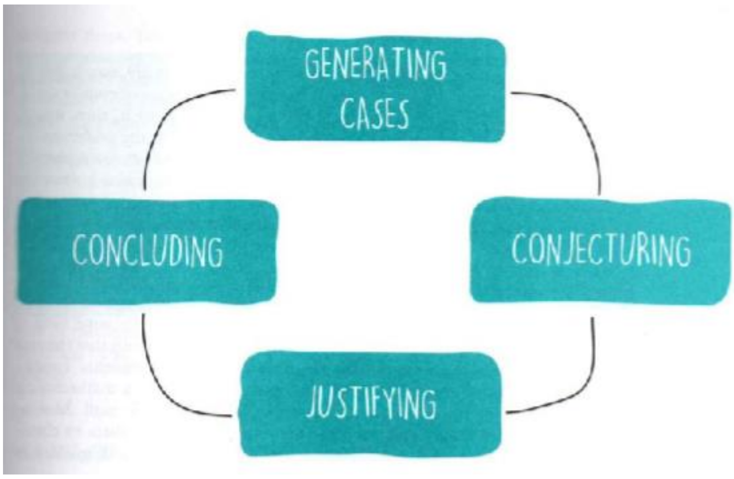
Typisk etter at elevene har etablert spesifikke påstander, blir bekreftelsen en rutinemessig fremgangsmåte, og dette fører videre til situasjoner der elevene identifiserer mønstre. Disse mønstrene legger grunnlaget for en generalisering (Knudsen, 2018, s.47).

2.3.3 Argumentere matematisk

Når elever presenterer en påstand, artikulerer de de grunnleggende årsakene til validiteten eller gyldigheten av påstanden. Argumentasjon kan konstrueres gjennom en sekvens av logisk sammenkoblede utsagn. Den innledende fasen tar utgangspunkt i den objektivt forankrede kunnskapen eleven besitter, og avsluttes med en konklusjon om gyldigheten av påstanden. Selv om det å argumentere for en påstand i den situasjonen eleven befinner seg i der og da, kan nødvendigvis ikke følge kjeden fra start til slutt. Et velstrukturert argument overbeviser andre om sannheten eller usannheten i påstanden, og går utover den individuelle utforskningen av en ide. Å argumentere for en påstand oppmuntrer elevene til å anvende eksisterende kunnskap, og bidrar dessuten til oppbygging av nye konsepter (Knudsen et al, 2018, s.62).

2.3.4 Konkludere

Hva menes det med å konkludere? Konklusjon i denne konteksten refererer til den avsluttende fasen der elevene systematisk har utforsket eksempler, formulert påstander og argumentert for disse. En viktig del av denne prosessen involverer den kritiske handlingen av å konkludere, til tross for mulig overseelse av denne fasen når resten av argumentasjonsarbeidet er fullført. Konklusjonen innebærer en avgjørende vurdering av gyldigheten til påstanden basert på den forlagte argumentasjonen. Når elevene trekker konklusjoner i sammenheng med et argument, bør de nøye oppsummere innholdet, inkludert påstanden og de resulterende funnene. Dette sikrer en felles forståelse og forklaring som alle elevene kan akseptere, og som belyser omfanget av de presenterte funnene. Når vi anvender uttrykket «omlyden», indikerer dette den fundamentale forståelsen av den logiske sammenhengen mellom utsagnene er fornuftig, korrekt uttrykt for det aktuelle klassetrinnet, og at de matematiske utsagnene i argumentasjonen står i samsvar med sannheten (Knudsen, 2018, s. 122).



Figur 1:Four-part Model for Argumentation (Knudsen et al., 2018, s. 4)

2.4 Bevis i matematikken

Begrunnelsesferdigheter er en nødvendighet som må utvikles over tid med bevissthet. Å gi elevene muligheten til å reflektere selvstendig, oppfordre dem til å formulere begrunnelser, og tillate en variasjon av ideer og tilnærminger, enten gjennom verbalt uttrykk, visuell representasjon på tavle eller bruk av konkreter, er avgjørende. Til tross for at elevenes ideer kanskje ikke er fullstendig utviklet, eksisterer det en rekke strategier som kan fremme uttrykkelsen av øyeblikkets tanker. For eksempel kan læreren be elevene om å notere en ide på tavlen, enten før eller etter forklaring. En annen tilnærming kan være at elevene bruker visuelle hjelpemidler for å illustrere deres synspunkter, med vekt på at det er hele klassen som bør være mottakere av de fremkomne ideene, ikke kun for læreren (Cioe et al., 2015, s. 490). Lesseig definerer begrepet «bevis» innenfor matematikken som inkluderende av ulike aktiviteter eller metoder for å nærme seg et matematisk problem. Disse aktivitetene kan omfatte og formulere påstander, identifisere mønstre, teste med eksempler, presentere argumenter som imøtegår det matematiske problemet, eller konstruere formelle bevis (A. Stylianides, 2007; G. Stylianides, 2009; K. Lesseig, 2016, s. 3).

Bevis i matematikken utgjør kjerneelementet i faget og fungerer som en aktivitet som gir sammenheng og forståelse. Stylianides (2016) refererer videre til bevis som oppgaver hvor det identifiseres tre hovedkategorier: (1) omfanget av eksempler som berører oppgaven – enten enkelte, flere eller uendelig mange eksempler. (2) Målet med oppgaven – å forsvare en påstand. (3) Grad av tvetydighet og gyldige antakelser i forbindelse med oppgaven. Oppgaver som krever bevis og som varierer mellom disse kategoriene, er mer tilbøyelige til å skape ulike kvalitative bevisaktiviteter i klasserommet. Dette aspektet er spesielt viktig for å utvikle argumentasjonsevner som er nødvendige for å løse spesifikke bevisoppgaver (Stylianides, 2016, s. 33).

Spørsmål, argumentasjon, forsvar og bevisførsel er alle karakteristiske trekk ved den menneskelige tankeprosessen. Som interessen for bevis i matematikken har vokst i læreplanene de siste tiårene, har matematikere økende grad reflektert over hvordan og hvorfor de når frem til visse svar. Disse spørsmålene driver en reflekterende praksis, som omformer ideer og frembringer begrunnelser for å fylle logiske gap (Fosnot & Jacob, 2010, s. 171)

Moderne matematikere benytter seg av ulike teknikker for å utvikle bevis. Dette inkluderer deduksjon (basert på logiske resonnementer), induksjon (veiledning om hvordan man starter og bygger gradvis), motsetningsbevis (viser til at noe ikke stemmer) og utforskning av alle muligheter. Uansett hvilken teknikk som anvendes, er det avgjørende at to kriterier oppfylles: (1) Definisjonene og språket må være klart formulert, og (2) påstandene må følge logiske slutninger fra tidligere fastsatte informasjoner i samsvar med anerkjente matematiske regler (Fosnot & Jacob, 2010, s. 173).

2.5 Rammeverk

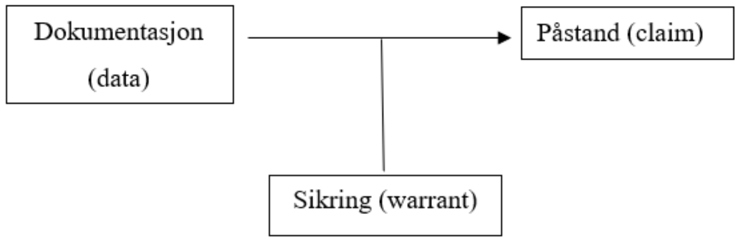
For å forsøke å besvare problemstillingen som lyder: *Hvordan kan matematisk argumentasjon foregå i et tenkende klasserom på ungdomstrinnet?* Har jeg valgt å bruke Toulmins (2003) sin argumentasjonsmodell for argumentasjon. I samhandling med denne modellen har jeg valgt å bruke Knudsen et al. (2018) sin definisjon for nivåer av argumentasjon, for å undersøke elevenes grad av argumentasjon. Videre vil vi se nærmere på hvordan argumentasjonsmodellen er beskrevet og de ulike nivåene for argumentasjon som er blitt brukt for å diskutere analysen i kapittel 5.

2.5.1 Toulmin

Når en påstand fremsettes og en elev engasjerer seg for den gyldigheten, kan man ikke ignorere muligheten for at påstanden utfordres, enten av en annen elev eller av læreren. Når påstanden blir utfordret, må eleven være forberedt på å forsvare den. Dette innebærer at eleven må gjøre påstanden solid og demonstrere den berettigelse. Vanligvis vil det være fakta og andre støttefaktorer som kan underbygge påstanden, med mindre den ble presentert impulsivt eller uten nøye overveielse, som det kan være tilfeller av. Ved en utfordring av påstanden må elevene derfor benytte disse faktaene for å støtte opp under påstandens gyldighet. Det er derfor hensiktsmessig å skille mellom selve påstanden, som vi søker å etablere som sann eller usann (P), og de faktorene vi presenterer for å underbygge påstanden ved å henvise til dens grunnlag, som vi vil betegne som dokumentasjon (D) (Toulmin, 2003, s. 90)

Figur 2: The Layout of Arguments (Toulmin, 2003)

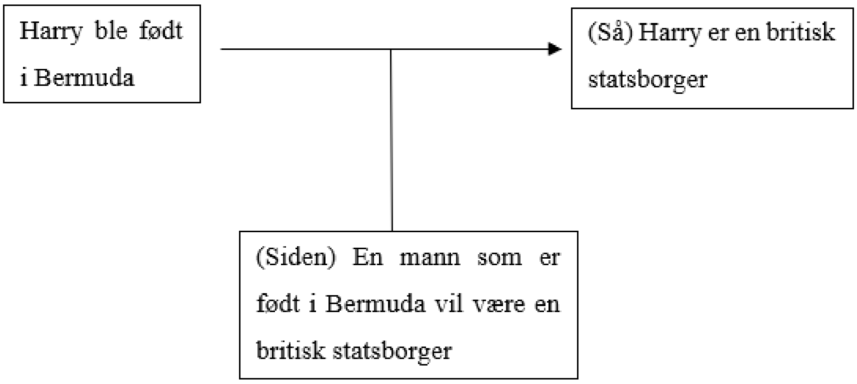
Etter å ha frembrakt dokumentasjon for å støtte opp under påstanden, kan det oppstå situasjoner der påstanden blir utfordret ytterligere. Dette kan føre til videre framvekst av nye spørsmål som ikke tidligere har vært diskutert. Det er ikke nødvendig å tilføre ytterligere faktabasert informasjon, men heller å evaluere hvorvidt både påstanden (P) og de presenterte dokumentasjonene (D) er solide eller ikke. Spørsmålet som da oppstår, blir derfor ikke «Hva mer har du å bidra med?», men heller «Hvordan har du kommet til denne konklusjonen?». Det påfølgende trinnet involverer argumentasjon av påstanden, Her legges det søkelys på generelle regler, prinsipper og løsninger, i stedet for tilleggsinformasjon. Målet er ikke å styrke grunnlaget for argumentet, men heller å demonstrere at dokumentasjonen (D) og påstanden (P) er relevante og gyldige. Derfor presentere generelle og hypotetiske uttalelser som fungerer som broer og gir legitimitet til argumentet som er utviklet. Dette trinnet, kjent som sikring (warrent), skiller seg fra både påstanden (P) og dokumentasjon (D) (Toulmin, 2003, s. 91)



Figur 3: The Layout of Arguments (Toulmin, 2003)

Vi kan gi et eksempel på dette ved å si at Harry ble født i Bermuda, men er også en britisk statsborger. Dette er på bakgrunn av at en mann som er født i Bermuda vil derfor være en britisk statsborger. Ved å bruke modellen kan vi legge dette inn for hva som er påstanden (P), dokumentasjonen (D) og sikringen (S) (Toulmin, 2003, s. 92).

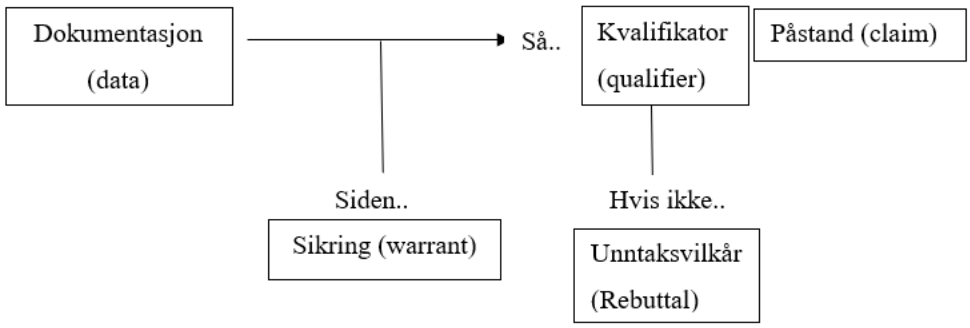
<u>Eksempel</u>



Figur 4: Eksempel - The Layout of Arguments (Toulmin, 2003, s. 92)

Som det kommer frem, indikerer denne strukturen tydelig at argumentet går direkte fra påstanden til dokumentasjonen, som danner et fundament. Sikringens rolle er imidlertid å validere gyldigheten av trinnene som er tatt. En alternativ forklaring på forskjellen mellom dokumentasjon og sikring er at dokumentasjon er eksplisitt, mens sikringen er implisitt. Videre observeres et skille ved at sikringen er generell og dermed gjelder for alle argumenter i det spesifikke tilfellet, og den ligner ikke på faktaene som brukes til å produsere dokumentasjonen (Toulmin, 2003, s. 92).

Et annet aspekt som er blitt valgt for å analysere resultatene av forskningsprosjektet, er det Toulmin (2003) refererer til som *backing*, som representerer en ryggdekning for argumentasjonen. Han identifiserer også trinnene kalt *qualifer*, som antyder muligheten for at påstanden ikke er absolutt, ved å spesifisere våre dokumentasjoner (D), påstander (P) og sikringer (S). Dette kan kreve eksplisitte referanser som tildeler påstanden vi dokumentasjonen i kvalitet fra sikringen. Dermed blir det nødvendig å legge til noe som presiserer argumentet. Et annet trinn som Toulmin (2003) presenterer, er *rebuttal*. Dette trinnet inkluderes vanligvis for å utfordre påstanden med unntakssituasjoner (Toulmin, 2003, s.93). Jeg valgte imidlertid å ikke inkludere disse to trinnene, som opprinnelig er en del av Toulmins modell, på grunn av den omfattende analysen det ville kreve. Likevel anser jeg det viktig å nevne disse trinnene, da det bidrar til en bredere forståelse av modellen som er brukt som rammeverk. I stedet valgte jeg å inkludere trinnet han kaller *backing*, som videreutvikler sikringstrinnet.

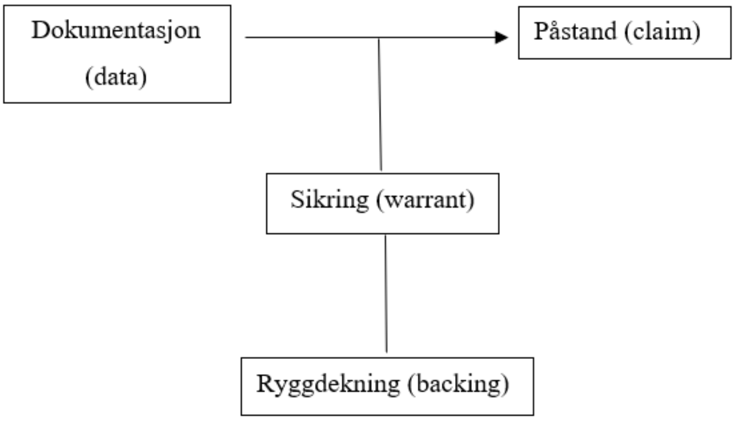


Figur 5: The Layout of Arguments (Toulmin, 2003)

Det som ligger til grunn for våre sikringer, er vanligvis andre sikkerheter, siden de, utenom sikringene som blir brukt for seg selv, ikke inneholder enten autoritet eller aktuelle standarder. Dette fenomenet omtales som ryggdekning (R). En differensiering mellom uttalelser for sikring og ryggdekning er at sikringene vanligvis utgjør hypotetiske og brobyggende uttalelser for argumentet, mens ryggdekning kan betraktes som kategoriserte uttalelser av fakta. Ryggdekningen, som dokumentasjon, kan være forankret i fakta. Så lenge våre uttalelser klart reflekterer disse funksjonelle forskjellene, er det ingen risiko for forvirring mellom sikring og ryggdekning (Toulmin, 2003, s. 96).

Det er verd å merke seg at både ryggdekning og dokumentasjon er basert på fakta, men rollene til disse uttalelsene er forskjellige når det gjelder deres innvirkning på argumentasjonen. Dokumentasjonen må produseres for at det skal være et argument; uten dokumentasjon for å støtte opp under påstanden, er det ingen argumentasjon. Ryggdekning derimot bygger videre på sikringen. Disse må bli eksplisitt, det vil si tydelig og klart uttrykt. Sikringene kan bli tilført etter en form for utfordring, mens ryggdekningen er deres gjenværende forståelse (Toulmin, 2003, s. 98)

Modellen som derfor er blitt anvendt som grunnlag for å analysere funnene, tar følgende form:



Figur 6: The Layout of Arguments (Toulmin, 2003)

2.5.2 Nivå for argumentasjon

I min analyse har jeg valgt å anvende rammeverket som Knudsen et al. (2018) har identifisert og beskrevet angående ulike nivåer av argumentasjon. Som nevnt i delkapittel 2.3 viser Hovik & Kleve (2021) til modellen til Russell et al. hvor det også blir beskrevet ulike nivåer for argumentasjon. Disse nivåene gjenspeiler seg i rammeverket, er med på å støtte opp om aktualiteten av, og hva som ligger i rammeverket. Dette rammeverket, som omfatter nivåene 0 til 3, danner grunnlaget for min systematiske gjennomgang av funnene mine. Jeg vil nå presentere de særskilte egenskapene som kjennetegner hvert av disse nivåene av argumentasjon.

2.5.2.1 Nivå 0

Det er vanlig å observere at elever ofte ikke lykkes med å konstruere argumenter, og dette kan skyldes ulike faktorer, særlig når læreren innledningsvis stiller spørsmål av typen «hvorfor». Selv om elevene responderer på slike spørsmål, indikerer dette ikke nødvendigvis en matematisk argumentasjon. Et typisk eksempel er når elever blir bedt om å argumentere for eller imot en påstand, og de enten gjentar påstanden eller kommer med en ny. En mot-påstand representerer ikke en gyldig argumentasjon for sannheten eller usannheten i påstanden, men heller en ny påstand som også krever argumentasjon (Knudsen et al., 2018, s. 106-107)

Elevers tidligere erfaringer fører ofte til en avhengighet av lærerens tilbakemeldinger og bekreftelse, spesielt innenfor matematikk eller i relasjon til lærebøker. Selv om læreren og læreboken kan være pålitelige kilder, er det utilstrekkelig å kun hevise til dem som begrunnelse for en påstand. Argumenter basert på lærerens eller lærebokens autoritet anses ikke som tilstrekkelig, og dette er også en vanlig årsak til at elever ikke klarer å argumentere for en påstand (Knudsen et al., 2018, s. 107).

En annen vanlig tilnærming, som tilsvarer nivå 0 innenfor argumentasjon, er å kun basere seg på visuelle bevis. Elever kan for eksempel peke på en figur, et mønster eller en tegning og si: «fordi den er slik». De benytter seg kun av visuelle representasjoner i stedet for å reflektere over og forklare de matematiske objektene og deres betydning (Knudsen et al, 2018, s. 108).

2.5.2.2 Nivå 1

På nivå 1 av argumentasjon kjennetegnes praksisen av bruk av eksempler som støtte for en påstand. Argumentasjonen er begrenset til de spesifikke eksemplene som presenteres, uten inkludering av generalisering, forklarende språk eller bruk av algebraiske symboler for å styrke argumentet. Typiske mangler elevenes forståelse av den begrensede rollen et enkelt mot-eksempel spiller i å etablere sannheten eller usannheten i en påstand. På dette nivået, som er utbredt på alle utdanningsnivåer fra grunnskole til videregående skole, spesielt etter grundig opplæring i argumentasjon, preges argumentasjonen av eksempler (Knudsen et al., 2018, s. 108-109)

Flere faktorer kan forhindre elevenes progresjon fra nivå 1. For eksempel kan de feilaktig tro at et større antall eksempler forsterker argumentet. Mens dette kan være tilfelle utenfor matematikken, der kvantitet ofte er overbevisende, gjelder ikke dette nødvendigvis i en matematisk kontekst. Å legge til flere eksempler gir ikke alltid påstanden allmenngyldighet i ulike situasjoner (Knudsen et al., 2018, s. 109)

Valget av eksempler er også av betydning for argumentasjonsnivået. På nivå 1 er de presenterte eksemplene ofte tilstrekkelige for generalisering. Noen ganger er eksemplene tilfeldige, mens andre ganger er de valgt uten tanke på å fremheve et mønster (Knudsen et al., 2018, s. 109).

2.5.2.3 Nivå 2

På nivå 2 av argumentasjon skjer det en utvikling fra nivå 1, hvor elevenes tilnærming til argumentasjon fremdeles omfatter eksempler, men med en økt oppmerksomhet mot delvis generalisering av påstanden. Innen dette nivået identifiseres og utforskes tre tydeligere former for argumentasjon (Knudsen et al., 2018, s. 110)

Når elevene beveger seg mot å forme argumenter på nivå 2, benytter de seg av ekstreme eksempler for å utforske grensene for påstanden. Spesielt innenfor numeriske verdier og målbarheter, vil de ofte eksperimentere med høye tallverdier for å undersøke gyldigheten av påstanden selv i ekstraordinære situasjoner. Denne innledende fasen med å utforske ekstreme tilfeller, for eksempel ved å ta i bruk tall langt utenfor det vanlige området, indikerer en begynnende tendens mot generalisering, selv om dette kun antyder en mulig generalisering for alle tilfeller. Innenfor denne teoretiske rammen kategoriseres denne som nivå 2 selv om visse forskere også kan anse det som en fortsatt utvikling av nivå 1 (Knudsen et al., 2018, s. 110-111)

I andre tilfeller kan elevene oppdage mønstre blant eksemplene for å forstå hvorfor påstanden alltid er sann. Likevel er denne tilnærmingen ikke tilstrekkelig for fullstendig å underbygge gyldigheten av påstanden, ettersom den mangler grundigere forklaring på hvordan mønstrene og eksemplene oppstår (Knudsen et al., 2018, s. 111-112).

En annen tilnærming som kjennetegner nivå 2-argumentasjon er bruken av generisk eksempel, som representerer et typisk tilfelle, for å utforske strukturen og innsikten i matematiske prinsipper. Dette fører deretter elevene mot en mer omfattende og generell argumentasjon (Knudsen et al., 2018, s. 112).

2.5.2.4 Nivå 3

På nivå 3 av argumentasjon oppnår elevene fullstendig generalisering av sine argumenter. Dette innebærer at de integrerer definisjoner og eksempler samtidig som de presenterer en sammenhengende og logisk fortelling. Veien til dette stadiet innebærer at elevene konstruerer sine argumenter basert på påstander som allerede er etablert som enten sanne eller usanne gjennom felles enighet i klassen. Videre benytter de logiske strukturer i språket til å forbinde det som er kjent som sant med det som ennå ikke er bevist (Knudsen et al., 2018, s. 113)

En vesentlig forskjell mellom ulike typer argumentasjon ligger i tilnærmingen: deduktiv, basert på logikk, og induktiv, basert på eksempler. Argumenter på nivå 3 inneholder tre avgjørende komponenter: (1) De må bygge på påstander og definisjoner som allerede er etablert som sanne eller usanne gjennom en felles forståelse i klassen. (2) De benytter former for resonnement som er matematisk gyldige samtidig som de er forståelige for elevene. (3) De må anvende representasjoner som kan kommunisere med andre (Knudsen et al., 2018, s. 113)

Elevene kan utnytte definisjoner til å underbygge det som gjenstår å bevise, og når de begynner å anvende formuleringer, viser det at de nærmer seg nivå 3 av argumentasjon. Ved å bruke «Hvis», anvender de en definisjon som er anerkjent som sann, og deretter bruker de «Da» for å indikere at en annen påstand må være korrekt basert på den etablerte definisjonen i klassen (Knudsen et al., 2018, s. 113-114)

En ytterligere indikator på om elevene har oppnådd fullt generalisert argumentasjon er når de benytter variabler i sine argumenter. Dette innebærer bruk av variabler for å representere alle tilfeller, ikke bare individuelle eksempler (Knudsen et al., 2018, s. 114-115)

Et fullt generalisert argument tilsvarer nivå 3. Dette betyr at elevene har både med definisjoner og eksempler (eller noe å vise til), samtidig som de gir en logisk sammensatt fortelling. Måten å komme seg dit på er at elevene bygger argumentene sine på påstander der de allerede har kommet frem til er sann. De bruker logikk i form av språk for å koble hva de vet er sant til det som de ennå ikke har bevist.

2.6 Sosiokulturell læringsteori

Gitt at forskningen tar sikte på å utforske det sosiale samspillet mellom elever og lærere gjennom anvendelse av vertikale ikke-permanente tavler og problemløsningsoppgaver, blir det relevant å drøfte visse aspekter av den sosiokulturelle læringsteorien. Lev S. Vygotskij, en russisk psykolog, la vekt på barns læring i en sosial kontekst, hvor undervisningen ikke skulle være begrenset til en teknisk drill, men heller legge til rette for læring gjennom barns naturlige ønske om å lese og skrive, grunnet deres individuelle behov (Helland et al., 2018, s. 193). Det gunstige menneskelige forholdet er ikke primært fysisk, men heller sosial (Lantolf & Poehner, 2014, s. 40). Teorien om aktivitetsmiljø bygger på en forståelse av at enkeltindivider er aktive deltakere i sitt miljø, og deres individuelle tankeprosesser utvikler seg gjennom interaksjon med dette miljøet. Problemløsning formuleres som en aktivitet som involverer bevisste refleksjoner og resonnering basert på personlige overveielser og begrunnelser, med sikte på å oppnå personlig utbytte (Frawley, 1997, s. 100).

Det eksisterer en betydelig interesse blant både lærere og forskere for å undersøke den mangfoldige kunnskapen og karaktertrekkene som barn ikke har, ifølge Vygotskij. Dette resulterer i at pedagogisk praksis ofte rettes mot å korrigere manglene til individet, heller enn å fremme individets fulle potensial (Helland et al., 2018, s. 195). Barns utviklingsprosess er i stor grad avhengig av en ideell fremstilling av mulighetene for deltakelse, som følge av utviklingen. Dette innebærer utvikling innenfor kognitive prosesser, språk, personlighet og følelser (Lantolf & Poehner, 2014, s. 43). Vygotskij hevdet at språket er nøkkelen til forståelse av menneskelig utvikling og læring. Hans undersøkelser satte søkelys på hvordan barn anvender ulike redskaper for å løse problemer som de ikke umiddelbart mestrer. Han konkluderte med at problemløsning og tenking er nært knyttet til samarbeid, og at læring fremmes gjennom samarbeid. Barns utviklingsprosess skjer i to faser: først gjennom sosial læring, deretter gjennom individuell læring (Helland et al., 2018, s. 194 – 195).

2.7 Tenkende klasserom

Organiseringen av elever i grupper alene er ikke tilstrekkelig når målet er å fremme læring under læringsaktiviteter. Det er nødvendig å tildele dem definerte oppgaver og konkrete læringsmål, samt å ha en autorativ veileder til stede for å lede dem gjennom læringsprosessen. Læreren må demonstrere evnen til å kontinuerlig å gi tilbakemeldinger på elevers utførte arbeid. Den pedagogiske praksisen er forankret i den sosiokulturelle teorien, og baserer seg på samarbeid mellom elever i løsningen av oppgaver, hvor læreren fungerer som veileder ved å gi tilbakemeldinger gjennom hele arbeidsprosessen. Videre krever det at læreren har didaktiske kunnskaper for å velge pedagogiske metoder som effektivt engasjerer elevene i det sosiale læringsfellesskapet (Helland et al., 2013, 178-179).

I den tidligere omtalte forskningen, som beskrevet i kapittel 2.1, har Liljedahls (2016) studie strukket seg over en periode på 10 år. Liljedahl definerer et tenkende klasserom som en arena som ikke bare legger til rette for tenking, men også initierer tankeprosesser. I et slikt klasserom engasjerer individuelle elever seg i problemløsning, men det skjer også kollektivt, der elever lærer gjennom samhandling. Kunnskapen konstrueres gjennom diskusjoner og aktiviteter. Læreren legger til rette for en forventning, både implisitt og eksplisitt, som fremmer tankevirksomheten hos elevene (Liljedahl, 2016, s. 364). Videre hevder Liljedahl

(2016) at denne undervisningspraksisen har røtter i flere aspekter av generell matematikkundervisningsforskning, til tross for at den er relativt ny, selv om teoriene har vært tilgjengelige i lang tid (Liljedahl, 2016, s. 365).

Liljedahl (2016) har identifisert 14 praksiser for å skape et tenkende klasserom. I denne studien har jeg valgt å sette søkelys på de mest relevante praksisene, spesifikt knyttet til oppgavetyper, gruppesammensetning, bruk av vertikale ikke-permanente tavler og hvordan å gi oppgaver.

2.7.1 Oppgaver

Det er essensielt at elevene kan identifisere sammenhenger og mønstre, samt anvende ulike metoder for å representere matematikk. Dette kan være i form av ulike matematiske uttrykk og formler, grafer og tabeller. En hensiktsmessig tilnærming for å møte slike pedagogiske utfordringer er å benytte seg av en spørrende og utforskende arbeidsmetode (Fuglestad, 2010, s. 2).

Det er også viktig at elever blir stilt overfor utfordrende oppgaver, samtidig som undervisningen tilpasses deres individuelle kompetansenivå. Samarbeid med læringspartner, klassesamtaler og grupper som legger til rette for kommunikasjon, utgjør vesentlige elementer for å optimere læringsutbyttet. En metode som fremmer dette, er anvendelsen av rike oppgaver. Ball (2020) karakteriseres rike oppgaver som oppgaver som er lettfattelige, slik at alle elever gir muligheten til å initiere arbeidet med dem. Disse oppgavene kjennetegnes av en lav inngangsterskel. Videre bør rike oppgaver være laget slik at de tillater flere løsningsmetoder, der elever kan benytte ulike tilnærminger. Samtidig skal de tilby en vei for elever å formulere nye og interessante diskusjoner. Oppgavene skal derfor også ha stor takhøyde. Det er også nødvendig at oppgavene oppleves som utfordrende for elevene, slik at de investerer tid og anstrengelser i løsningsprosessen (Ball, 2020, s. 12).

LIST- begrepet står for Lav Inngangsterskel og Stor Takhøyde. LIST-oppgaver vil derfor være oppgaver som er lette å sette i gang med, samt gi elevene de faglige utfordringene de trenger. Slike typer rike oppgaver er gode for utforskning og samarbeid. Elevene må selv ha en oversikt over hvilke ressurser de har tilgjengelig og hvilke av ressursene det er mest gunstig å bruke. Slike ressurser kan være lærer, medelever, nettressurser eller bøker. Det kan også være tabeller, tegning og andre hjelpemidler (Matematikksenteret, u.å.-x).

Praksisen omhandler formuleringen av oppgavetyper som en lærer bør tilrettelegge for å bygge et tenkende klasserom. «Hvis vi vil at elevene våre skal tenke, må vi gi dem noe å tenke over – noe som ikke krever, men også fremmer selvstendig tenking.» (Liljedahl, 2023, s. 33). I konteksten av matematikk, indikerer denne tilnærmingen til en nøye utvelgelse av oppgavetyper og fremhever viktigheten av å anvende hensiktsmessige oppgaver.

Liljedahl (2023) fremhever han problemløsningsoppgaver riktige typer oppgaver for å stimulere kognitiv tenking blant elever. Han understreker videre at slike oppgaver representerer strategier for å nå en løsning når det opprinnelig ikke foreligger en kjent tilnærming til svaret. Dette innebærer en ikke-lineær prosess, hvor elever selv må bruke sine eksisterende kunnskaper og reflektere over hvordan de kan komme videre. For å vurdere kvaliteten av en problemløsningsoppgave, er det nødvendig å analysere hvordan oppgaven aktiverer de kognitive tankeprosessene som kreves for å løse oppgaven. Det er avgjørende at elever på et eller flere tidspunkter møter utfordringer i løsningsprosessen, da mangel på utfordringer utelukker oppgaven som et reelt problem. En problemløsningsoppgave kan løses uten nødvendigvis å basere seg på matematiske regneferdigheter; det krever imidlertid at elevene har evnen til å tenke selvstendig for å oppnå mestring, uavhengig av å kunne regler og rutiner. Det er også hensiktsmessig å understreke betydningen av å ha grunnleggende ferdigheter i matematikk og kjennskap til konsepter som brøk eller algebra, selv om det er en mulighet for at disse må brukes utenfor de vanlige rutinene elevene er kjent med. Basert på Liljedahls (2023) forskning og empiriske undersøkelser, presenterer han tre tydelige kategorier av oppgaver som legger til rette for utforskende tilnærminger til matematikk i et tenkende klasserom; grubleoppgaver, korttriks, og virkelighetsnære oppgaver (Liljedahl, 2023, s. 33 – 36).

Det eksisterer flere varierende definisjoner av begrepet «problem». En illustrasjon for en definisjon for et problem er: «en oppgave der eleven ikke umiddelbart ser hvordan han kan komme videre i løsningsprosessen, og ingen kjent løsningsmetode kan brukes» (Torkildsen, 2017; Leer, 2009; Johnson, Herr & Kysh, 2004). Det er viktig å understreke at et problem ikke nødvendigvis oppleves som en utfordring for alle elever, og det kan også endre seg over tid, fra å være et problem til å ikke lenger være ansett som slikt ved senere anledninger (Torkildsen, 2017, s. 3).

Ved implementering av undervisningsmetoden for tenkende klasserom, kan en økt struktureres ut fra et emne i læreplanen, innledet med en problemløsningsoppgave. Slike oppgaver bør engasjere elever og fremme samarbeid under løsningsprosessen. Når elevene har skaffet seg erfaring med tenkende klasserom, bør oppgavene eller problemene gå gjennom hele økten og være basert på rik matematikk (Liljedahl, 2016, s. 381).

2.7.2 Tilfeldige grupper

I sin studie om effektive metoder for gruppedannelse i klasserommet, gjennomførte Liljedahl (2016) en analyse av hvordan grupper vanligvis ble sammensatt under ordinære undervisningsøkter. Observasjonene avslørte at gruppesammensetningen ofte var nøye planlagt av læreren på forhånd eller basert på elevenes egne valg, ofte påvirket av sosiale relasjoner i klassen. Disse praksisene ble motivert av pedagogiske mål, inkludert opprettholdelse av et konstruktivt læringsmiljø og økt produktivitet blant elevene. Liljedahl (2016) bemerket også en tendens der enkelte elever uttrykte misnøye med gruppesammensetningen, både med tanke på sosiale relasjoner og det interne samarbeidsmiljøet. For å utforske alternative tilnærminger til gruppedannelse, undersøkte han effekten av tilfeldige grupper, som viste seg å være effektive ved å fremme samarbeid og øke engasjement og entusiasmen for matematikkfaget blant elevene (Liljedahl, 2016, s. 376-377)

Til tross for potensiell effektivitet, reiser spørsmålet seg om hvordan elevene kan være sikre på at gruppedannelsen faktisk er tilfeldige, til tross for lærerens forsikringer. Liljedahl (2023) adresserte denne bekymringen ved å implementere synlig tilfeldige gruppedannelse ved hjelp av en kortstokk, noe som resulterte i en positiv oppfatning av gruppedannelse blant elevene og økte produktiviteten, utforskningen og læringsutbyttet (Liljedahl, 2023, s. 56-57).

Videre viser Liljedahl (2023) til betydningen av gruppestørrelsen, der grupper med to elever ikke fungerte optimalt, og grupper med fire elever førte til samarbeidsproblemer. En vellykket gruppedynamikk krevde derimot et balansert forhold mellom mangfold og resonans, noe som kunne oppnår gjennom sammensetningen av grupper med tre elever (Liljedahl, 2023, s. 57-58).

2.7.3 Vertikale ikke-permanente tavler

Liljedahl (2016) gjennomførte ytterligere studier for å undersøke ideelle tilnærminger til hvordan elever skulle arbeide med oppgaver. En sammenligning bel foretatt mellom bruken av «whiteboards» og «flipchart paper». Resultatene av observasjonene indikerte ingen betydelige forskjeller med hensyn til den tidsmessige innledningen av diskusjoner om problemene, enten individuelt eller i grupper. Imidlertid ble en differensiering bemerket mellom bruken av «whiteboards» og «flipchart paper». Denne differensieringen ble tydelig ettersom elevene raskere innledet noteringen av deres matematiske refleksjoner når de benyttet «whiteboards», uavhengig av om de satt eller sto. Ved å anvende en ikke-permanent overflate for notater ufarliggjort. Muligheten til å viske ut og revidere notater etter behov muliggjorde en raskere start på arbeidet, i motsetning til elevene som brukte permanente overflater. Sistnevnte engasjerte seg i lengre diskusjoner om hva som skulle noteres (Liljedahl, 2016, s. 370).

2.7.4 Hvordan spørsmål besvares

Lærere har en betydningsfull rolle i å legge til rette for å delta i ulike samtaler med elever, som kan variere i mål og struktur. Et eksempel på slike samtaler er den tradisjonelle spørsmål-svar-interaksjonen, som ofte assosieres med lærer-elev-interaksjoner, spesielt innenfor matematikkundervisningen. Samtalen involverer flere individuelle deltakere, hver med unike roller som kan endres dynamisk gjennom samtalen. I slike lærer-elev-samtaler er det ofte en ubalanse mellom de involverte aktørene. Tradisjonelt sett har læreren en dominerende rolle i å lede og regulere samtalen, og den autoritative rollen til læreren har en betydelig innvirkning på dialogens utfall og dynamikk. Spørsmålene som læreren stiller, fungerer som retningsgivende elementer og former dermed samtaleforløpet. Samtalen innebærer deltakelse fra flere aktører, men dette betyr ikke nødvendigvis at styringen av samtalene er delegert til flere individuelle deltakere. Spørsmål fungerer som verktøy for å styre samtalen i ulike retninger, og disse spørsmålene kan være enten lukkede eller åpne. Spørsmål kan også brukes til å repetere tidligere temaer eller rette oppmerksomheten mot fremtidige utforskninger. Lærerens rolle er definert som autoritativ, og spørsmålene som stilles, får betydning gjennom lærerens veiledende innflytelse. Elevene kan oppfatte lærerens spørsmål som avgjørende eller substansielle, og lærerens valg av spørsmål kan påvirke elevenes persepsjon og forståelse av faget (Herheim & Johansen-Høines, 2016, s.155-156).

En praksis som har vært satt søkelys på for denne studien, angår lærerens respons på elevspørsmål. Ifølge forskning stiller lærere daglig 300 til 400 spørsmål, med 120 spørsmål per time. Slike spørsmål har potensial til å motivere elever til læring og oppmerksomhet i klasserommet (Vogler, 2008). Liljedahl (2016) identifiserte gjennom sin forskning tre typer elevspørsmål: (1) Nærhetsspørsmål, som elever stiller når læreren er i nærheten, (2) Stopp-og-tenk-spørsmål eller bekreftelsesspørsmål, som søker verifisering, og (3) Fortsett-og-tenk-spørsmål, som elever stiller for å få veiledning i arbeidet sitt. I konteksten av undervisningsmetoden *tenkende klasserom* understreket Liljedahl (2016) at den tredje typen spørsmål, der elever søker veiledning videre, er den typen læreren bør adressere. Selv om de andre typene av spørsmål bør anerkjennes, anbefaler han at læreren unngår å besvare dem (Liljedahl, 2016, s. 382)

Selv om det er utfordrende å bestemme hvordan man skal svare på (1) Nærhetsspørsmål og (2) Stopp-og-tenk-spørsmål, har Liljedahl (2023) i samarbeid med lærere gjennom forskningsprosessen utviklet en liste over motspørsmål som lærere kan benytte seg av overfor elever. Disse motspørsmålene oppfordrer elevene til å utvide tankeprosessen i et tenkende klasserom (Liljedahl, 2023, s. 102).

1. Er det ikke interessant?
2. Finner vi noe mer?
3. Kan du vise meg hvordan du gjorde det?
4. Gjelder det alltid?
5. Hvorfor tror du det er slik?
6. Er du sikker?
7. Gir det mening?
8. Enn om du prøver noe annet?
9. Enn om du prøver med en annen?
10. Spør du meg, eller forteller du meg dette?

Figur 7: Oversikt over respons læreren kan benytte seg av ved spørsmål fra elever (Liljedahl, 2023, s. 102)

Å stille elever motspørsmål kan i visse tilfeller føre til negative reaksjoner. Ifølge Liljedahl (2023) fungerte det imidlertid bare dersom læreren trakk seg tilbake fra gruppene umiddelbart etterpå, uten å introdusere ytterligere spørsmål. Dette resulterte i negative reaksjoner og irritasjon blant elevene. Over tid ble (1) Nærhetsspørsmål og (2) Stopp-og-tenke-spørsmålene betydelig mindre brukt. Denne endringen bli imidlertid ikke observert i alle trinnene; yngre elever fortsatte å benytte slike spørsmål, mens eldre elever viste en tydelig endring i spørsmålstypene. Elevene opplevde at læreren ikke lenger overså dem, men heller opplevde å bli hørt. Lærerens kroppsspråk signaliserte tillit, noe som gjorde elevene mer selvstendige i sitt arbeid. Dette ble uttrykt gjennom smil og tilbaketrekking, lærer skaper rom for utforskning på egenhånd. Elevene begynte å stille hverandre spørsmål i stedet for å henvende seg til læreren (Liljedahl, 2023, s. 102-103).

For å belyse lærerens rolle i å støtte argumentasjon i gruppesammenhenger, refererer Conner et al. (2014) til lærerens direkte og indirekte bidrag til å fremme og utvikle argumenter. En vesentlig funksjon for læreren er å oppmuntre elevene til å gi grundigere begrunnelser for sine påstander, både ved å stille spørsmål og aktivt delta i diskusjonen (Conner et al., 2014, s. 407).

Videre peker Conner et al. (2014) på situasjoner der læreren etterlyser matematiske ideer ved å oppfordre elevene til å samordne sine svar, sammenligne dem og formulere generelle matematiske konsepter gjennom samhandling (s.420). Med spørsmål viser de til som en henvendelse som søker handling eller informasjon. Imidlertid kan læreren stille ulike typer spørsmål for å støtte og bidra til elevenes argumentasjon. Disse spørsmålene kan kategoriseres i fem overordnede grupper: spørsmål om faktum, spørsmål om ideer, spørsmål om forklaringer, spørsmål om metoder og spørsmål om vurdering av arbeidet (Conner et al., 2014, s. 419).

2.7.5 Hvordan gi oppgaver i tenkende klasserom

Tidligere har vi undersøkt hvilke typer oppgaver som bidrar til å skape et tenkende klasserom. Nå retter vi oppmerksomheten mot hvordan, når og hvor oppgavene bør presenteres for elevene. Til tross for tilgjengeligheten av problemløsningsoppgaver på internett, oppstår utfordringer med å innføre em effektivt for elevene. For å anvende slike oppgaver på en hensiktsmessig måte, kreves en dypere forståelse av hvordan å anvende og optimalisere presentasjonsformen (Liljedahl, 2023, s.112).

Når vi diskuterer tidspunktet for å introdusere problemløsningsoppgaver i løpet av en matematikktime, må vi ta hensyn til elevenes mentale tilstand. Et gunstig tidspunkt for å presentere slike utforskende oppgaver er i begynnelsen av timen, når energinivået er på sitt høyeste (Liljedahl, 2023, s.113).

Videre undersøker vi den ideelle presentasjonsmetoden for slike oppgaver. Liljedahl (2023) fremhever viktigheten av å opprettholde elevenes engasjement og energinivå ved å unngå passivitet. Dette oppnås ved å la elevene stå oppreist når oppgavene deles ut, noe som fører til raskere oppstart av arbeidet og redusert mobiltelefonbruk blant elevene sammenlignet med å sitte ved pultene (Liljedahl, 2023, s. 114-115).

Til slutt utforsker vi hvordan oppgavene best kan presenteres for elevene. Liljedahls (2023) praksis antyder at skriftlige oppgaver er oppgaver som skal fullføres, mens en mer effektiv tilnærming innebærer at læreren formidler oppgaven muntlig mens elevene følger med og diskuterer innholdet. Den muntlige formidlingen fremhever oppgavens innhold, mens detaljene som tall og data blir skrevet på tavlen, og oppgaven formidles gjennom dialog, fortelling og diskusjon, noe som fremmer selvstendig tenking og dypere forståelse (Liljedahl, 2023, s. 116-121).

Kapittel 3: Metode

For min forskning har jeg utforsket matematiske samtaler innenfor elevgrupper på åttende tinn ved ungdomsskolen, med fokus på undervisningsmetoden *tenkende klasserom*, hvor elevene samarbeider i mindre grupper. Studien rette seg mot å analysere hvordan matematisk argumentasjon kan foregå under arbeid med utforskende oppgaver relatert til brøk, som var temaet for perioden. Datainnsamlingen ble utført gjennom direkte observasjon der jeg deltok som lærer i tre undervisningsøkter på 60 minutter. Lydopptak av tre elevgrupper ble benyttet som analyse for datainnsamlingen, utvidet med tre fotografier av tavlebesvarelsene. Etter undervisningsøktene gjennomførte jeg tre individuelle elevintervjuer for å utforske deres oppfatninger av matematikkøktene, undervisningsmetoden og matematisk argumentasjon.

I metodekapittelet vil jeg presentere de valgte metodene for datainnsamling, med begrunnelser for valgene før, under og etter innsamlingen. Jeg vil også adressere min egen troverdighet i studien. Analyseverktøyene som ble brukt, vil bli diskutert, med innledende presentasjon av problemstillingen: *Hvordan kan matematisk argumentasjon foregå i et tenkende klasserom på ungdomstrinnet?* og forskningsspørsmålet: *Hva er elevenes oppfatning av tenkende klasserom og matematisk argumentasjon?*

Under både deltagende observasjon og elevintervjuene ble lydopptak valgt som verktøy for å fange opp samtaler. Dette var et godt virkemiddel for å kunne transkribere og bearbeide funnene. Jenks (2011) viser til at transkripsjon spiller en vesentlig rolle i datainnsamlingen, idet den tilrettelegger for detaljert informasjonsinnhenting (Jenks, 2011, s. 5). Dette aspektet vil bli ytterligere utforsket og utdypet videre i kapittelet. I tillegg vil oppmerksomheten bli rettet mot reliabilitet, som evaluerer forskerens pålitelighet og tillit (Thagaard, 2018, s. 187), Etterfulgt av en presentasjon av valideten av forskningen, som refererer til den gyldighet (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 126). Avslutningsvis vil kapittelet også berøre generaliserbarheten av studien, samt utforske etiske hensyn og metodekritikk.

3.1 Forskningsdesign

I min metodologiske tilnærming valgte jeg å rette oppmerksomheten mot elevsamtaler i grupper. I lys av studiens kompleksitet og formålet med å skaffe en dypere innsikt i sosiale fenomener, ble kvalitative metoder ansatt som mest hensiktsmessig for datainnsamlingen.

Disse metodene legger vekt på et nært samspill mellom deltakerne og forskeren innenfor forskningsfeltet.

Kvalitative tilnærminger gir rom for utforskning av sosiale fenomener ved å fremheve den nære kontakten mellom forskeren og deltakerne i forskningen. Metoder som involverer nær interaksjon, slik som intervjuer og deltagende observasjon, utgjør sentrale tilnærminger for å oppnå innsikt i sosiale fenomener. Dette skyldes de relasjonene som utvikles gjennom forskningsperioden. Intervjuer muliggjør en dypere forståelse av individets refleksjoner og opplevelser av sin situasjon, mens observasjoner avslører gjensidige relasjoner og samhandling mellom deltakerne.

I samsvar med formålet med min forskning, anser jeg denne tilnærmingen som passende. Jeg søker spesifikt å utforske de matematiske argumentene elevene formulerer for å oppnå løsninger, med det formål å forstå hvordan dette bidrar til en dypere matematisk innsikt.

For å adressere forskningsspørsmålene var jeg avhengig av lydopptakene fra feltarbeidet, samt intervjuene. Etter den avsluttende undervisningsøkten i prosjektet gjennomførte jeg individuelle intervjuer med tre elever som hadde samtykket til å delta. Intervjuene ble strukturert med en serie spørsmål, og hvert intervju varte omtrent 30 minutter per elev (se vedlegg 4). Ettersom denne studien er kvalitativ, resulterte dette med et datasett bestående av kvalitative data.

Postholm & Jacobsen (2011) viser til at inntrykkene som forskeren eller læreren sitter igjen med, er ikke tilstrekkelige for å utgjøre et fullstendig datasett. Selv om disse inntrykkene ikke skal undervurderes, understreker de viktigheten av å samle data på en reflektert og systematisk måte, da dette skiller mellom vitenskapelig forskning og dagligdagse observasjoner (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 43)

3.2 Datainnsamlingsprosessen

Jeg har valgt å anvende tre metodologiske tilnærminger for å evaluere datainnsamlingen. Dette valget ble gjort med det formål å best besvare forskningsspørsmålene. Først benyttet jeg meg av lydopptak av samtaler fra tre separerte grupper. Jeg gjennomførte deltagende observasjon for å sikre at tidsrammer og strukturer fulgte den forhåndsplanlagte strukturen, og samtidig for å overvåke påliteligheten av lydopptakene under undervisningsøktene. Jeg valgte deltagende observasjon som en metodisk tilnærming basert på min rolle som forsker, med mål om å oppnå en inngående forståelse av samtalekonteksten. Dette valget bidro til en mer helhetlig visualisering av både samtaler, holdninger og undervisningsøktene i etterkant av gjennomgangen av lydopptakene og transkripsjonene. Den tredje metodiske tilnærmingen jeg implementerte var elevintervjuer med utvalgte deltakere fra studien, dette da i etterkant av undervisningsøktene. Ved å stille spørsmål som: «Har du forståelse av begrepet matematisk argumentasjon?» og «Følte du at du aktivt argumenterte for dine standpunkter og tanker under prosessen?», kunne jeg innhente innsikt i elevenes refleksjoner rundt studiens tema og deres opplevelse av den analytiske prosessen.

Delkapittelet vil utforske detaljene rundt innhentingen av datamateriale for forskningsperioden. Som illustrert nedenfor, presenteres en tabell for å gi en overordnet oversikt over forberedelsene til gjennomføringen.

Når	Hva	Reaksjon
September 2023	Hørte med en skole og en klasse å utføre forskningen i	Skolen godkjente etterspørselen
Oktober 2023	Etterspørsel om gjennomføring av forskning til SIKT	Godkjent
November 2023	Informerte lærer og ga informasjonsskriv til elever og foresatte til signering	Godkjent av 11 elever til gjennomføring i klasserommet. Godkjent av 4 elever til intervju i etterkant av undervisningsøktene.
11.desember 2023	Gjennomføring av forskning – den første matematikkøkten	
12.desember 2023	Gjennomføring av forskning – den andre matematikkøkten	
13.desember 2023	Gjennomføring av forskning – den tredje matematikkøkten	
13.desember 2023	Gjennomføring av elevintervju	

Tabell 2: Overordnet oversikt over forberedelse til forskning

3.3 Informantutvalg

Våren 2023 ble jeg ble jeg plassert som praksisstudent ved en ungdomsskole i en nærliggende kommune. Gjennom denne praksisperioden ble jeg særlig involvert med en spesifikk klasse. Skolen var organisert med to klasser per trinn. I løpet av denne perioden begynte jeg å reflektere over mulige forskningsemner for den kommende forskningsoppgaven. Mitt valg falt på ungdomsskoleelever, da denne aldergruppen interesserte meg mest for forskningens mål.

Etter endt praksisperiode hadde jeg etablert en god relasjon med lærerkollegiet, som viste betydelig interesse for å delta i en eventuell forskningsstudiet. På dette tidspunktet var imidlertid hverken problemstillingen eller temaet for studien fastsatt.

I høstsemesteret 2023 henvendte jeg meg til min praksislærer angående muligheten for å inkludere klassen jeg hadde undervist i løpet av praksisperioden. Denne tilnærmingen virket naturlig for meg, da jeg hadde opparbeidet tillit både til klassen og læreren på denne skolen, og jeg hadde tillit til at gjennomføringen ville være mulig. Thagaard (2018) beskriver strategiske utvalg som når forskeren strategisk velger enheter eller individer som besitter kvalifikasjoner som er avgjørende for å besvare forskningsprosjektets problemstillinger (Thagaard, 2018, s. 54). Derfor ble dette et strategisk valg, ettersom jeg allerede hadde en antagelse om at elevene muligens har de nødvendige kvalifikasjonene for prosjektet.

Læreren viste seg positiv til studien og bidro med verdifulle innspill og refleksjoner i forbindelse med gjennomføringen. I løpet av utformingen av prosjektet ble det tydeligere for meg at jeg ønsket å forske på en klasse i de tidlige stadiene av ungdomsskolen. Dette var motivert av min interesse for å undersøke om elevene på dette trinnet besitter evner til å argumentere matematisk. Klassen jeg hadde blitt kjent med under praksisperioden befant seg på et av de høyere trinnene og var dermed allerede godt forankret i ungdomsskolen. Videre henvendte jeg meg til en av lærerne på 8.tinn for å undersøke om de ville være interessert i å delta i studien, noe de positivt svarte på. Jeg hadde tidligere hatt vikartimer i denne klassen, så jeg følte en viss trygghet da jeg allerede hadde etablert en relasjon med elevene og kjente til deres navn, noe som gjorde det gjennomførbart.

Samtidig påpeker Thagaard (2018) at det å foreta et selektivt utvalg av deltakere for å besvare problemstillingene på en hensiktsmessig måte kan gå på bekostning av det som kalles sannsynlighetsutvalg, som representerer en annen analytisk tilnærming enn strategisk utvelgelse. Dette kan føre til en generalisering av resultatene ikke er representative for populasjonen.

Spørsmålet om og valget ble formet av et ønske om å undersøke om elever på 8.tinn besitter evner til å argumentere matematisk, det vil si å overbevise seg selv eller andre om sannheten eller usannheten i en matematisk påstand, samt begrunne hvorfor påstanden er sann eller ikke (Enge & Valenta, 2022, s. 2). Derfor ble valget å forske på 8.trinn.

Elleve elever samtykket til å delta i studien, og ni av disse elevene ble inkludert i prosjektet, hvor lydopptak ble tatt under undervisningsøktene. Senere ble tre av disse elevene spurt og aksepterte å delta i et intervju etter gjennomført undervisningsøkter.

3.4 Observasjon

Kvalitative studier er i forhold til metode, preget av å kunne endre utformingen av undersøkelsene underveis, derfor fleksibelt. Vi kan innarbeide utfordringer som dukker opp og erfaringer. Kvalitative studier er også regnet som feltarbeid, da forskeren får påvirkning av sensitivitet og nærhet fra relasjonen med kildene til forskningen. Uansett hvilken type data som blir innhentet, da i kvalitative studier, er målet å utvikle en forståelse av de sosiale fenomenene som kommer frem (Thagaard, 2018, s.16). Observasjoner kan kjennetegnes som å se, å lukte, å smake, å høre, å føle og berøre. Øyeblikks-opplevelser, som man får av å bruke sansene, regnes ikke som systematiske eller målrettede. Derimot når forskeren skal observere i felten er det målretting og systematikk som preger observasjonene. Læreren eller forskeren observerer innblikk i spesifikke hendelser, samtaler, aktiviteter og undervisningsopplegg (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 49).

Det forutsetter at observasjonen har et fokus ved å bruke observasjon som metode for å innhente data ved en systematisk innsamling. Fokus kan forklares som å sette noe i sentrum, og bare se på den situasjonen, bort fra andre forhold. Fokuset blir bestemt av problemstillingen. Det å skulle prøve å fange opp samtaler mellom og i elevgrupper kan være et utgangspunkt for å besvare problemstillingen. Når vi observerer, fokuserer vi på handlinger for en kvalitativ forskning (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 50).

Observasjon innebærer da at forskeren studerer sosiale situasjoner, og tar systematiske bemerkninger i hvilke av handlingene elevene utfører i klasserommet. Metoden egner seg godt til å studere samhandling mellom personer, altså prøver å undersøke hvordan personene forholder seg til hverandre i de spesifikke sosiale situasjonene som blir lagt til rette for. Et spørsmål man må prøve å besvare før forskningsprosessen er om forskeren skal observere uten å delta, hva nærværet av forsker i klasserommet har betydning for innhenting av data og de etiske hensynene som skal være i fokus (Thagaard, 2018, s. 63). De etiske hensynene til forskningen blir poengtert senere i kapittelet. Spørsmålet om å være deltagende eller å ikke delta i observasjonen ble svaret at deltagende observasjon var det som var mest hensiktsmessig for denne settingen og gjennomføringen. Ettersom det var jeg som forsker som produserte oppgaver, hadde satt meg inn i teorien om undervisningsmetode og de ulike praksisene som tilhørte denne, ble det naturlig å velge denne versjonen av metoden.

Ved datainnsamlingen ble det nødvendig å avgrense forskningsområdet og tidsrammen, samt identifisere hvilke deltakere som skulle være fokus for observasjonen. Dette konseptet, kjent som rom- og tidsdimensjonen, refererer til valgene knyttet til hvor og når observasjonen skal finne sted (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 51).

For romdimensjonen ble det besluttet å observere i det klasserommet hvor elevene normalt holdt til. Valget av dette rommet ble motivert av undervisningsmetoden tenkende klasserom, som benytter vertikale ikke-permanente tavler plassert på veggene i klasserommet. Når det gjaldt hvem som skulle observeres, ble fokuset rettet mot elevene som hadde samtykket til å delta i prosjektet ved å signere samtykkeskjemaet som ble gitt i forkant av feltarbeidet. Selv om undervisningen og oppgavene ble gjennomført med hele klassen, ble disse elevene tilfeldig satt i grupper for observasjonen.

Gruppeinndelingen ble gjort ved hjelp av ligretto-kort, som har tallene 1 til 10 delt i fire farger (rød, grønn, gul og blå). Tre grupper ble valgt for prosjektet, og derfor ble tre enere, toere og treere trukket ut og satt sammen til en bunke. De andre gruppene ble tilfeldig trukket fra en bunke bestående av kortene 4-8, siden fem grupper ikke skulle delta i prosjektet. Selv om denne prosessen var unaturlig i forhold til gjennomføringen av undervisningsmetoden slik den vanligvis utføres (Liljedahl, 2016), gjorde dette valget observasjonene gjennomførbare. Samtidig ble disse tre gruppene endret fra økt til økt for å bevare variasjonen.

3.4.1 Åpen og deltagende observasjon i klasserommet

Vi kan skille observasjon som åpen og strukturert. Åpen observasjon kan vi kalle for en kvalitativ observasjon. Dette er på bakgrunn av at dataene ikke er ferdigstrukturerte kategorier som kan gjøres om til tall, men heller i form av ord og setninger. Det alle observasjonsformene har til felles er at det starter med at læreren som forsker allerede har bestemt seg for hva som skal observeres. På bakgrunn av det, vil forståelsen til læreren prege hvordan elevene skal jobbe, samt hvilke målsettinger som skal jobbes mot (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 54). Strukturert observasjon er typen observasjon der forskeren har en klar problemstilling slik at man kan avgrense hva forskeren skal se etter. Forskeren har i tillegg med en strukturert observasjon satt faste kategorier i forkant av observasjonen, som er blitt konkretisert for å besvare problemstillingen (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 56). I praksis valgte jeg å ta for meg en åpen observasjon, der målet var å få et resultat i form av konvensjonen mellom elevene, da altså ikke i form av tall, heller innhold. I forkant av observasjonene hadde jeg satt meg som mål å delta i elevenes arbeid, slik at de ble veiledet i riktig retning. Ved å bruke lydopptak av samtalene i rommet, fikk jeg i ettertid lyttet på opptakene for så å knytte det opp mot observasjonene som ble gjort under matematikkøktene.

For denne studien ble deltagende observasjon brukt som en sentral metode for å samle data om elevenes samtaler og tilnærminger i klasserommet. Fangen (2010) viser til at det overordnede formålet med deltagende observasjon å beskrive hva folk gjør og sier i ustrukturerte sammenhenger. Som en deltagende observatør observerer man heller hvilke aktiviteter elevene setter i gang selv, hvilke posisjoner og profiler de har, hvem som er til stede, hva de sier, da det ikke er nødvendig å stille spørsmål til deltagerne. Deltagende observasjon brukes gjerne felles med feltarbeid. Denne metoden baserer seg på at forskeren er «ute i felten» med deltakerne. Da i situasjoner som de syns er naturlige. Skillet mellom feltarbeid og deltagende observasjon er at ved deltagende observasjon viser en balanse ved at du som forsker er der for å studere og observere, samtidig som forskeren er blant deltakerne og deltar i deres samhandling (Fangen, 2010, s.12). Deltagende observasjon ble valgt som metode på grunn av at den gir mulighet til å få førstehåndsinntrykk av elevens arbeid, samt gir forskeren en mulighet til å veilede elevene underveis med deres arbeid i grupper. Da gjerne med å stille åpne spørsmål for å få de videre i arbeidet.

Formålet jeg hadde med deltagende observasjon var å utforske hvordan elevene forsøkte å overbevise de andre om en påstand eller en løsning som vedkommende mente at stemte. Et annet formål var å kunne gå inn i samtalene for å veilede dem, enten ved at de sto fast, følte at de var ferdige med oppgaven eller spørre om ulike fremgangsmåter og løsninger til samme oppgave.

For at feltrollen skulle bli akseptert og gjennomførbart, var det sentralt å tenke på om forskeren tilbyr en kompetanse som er nyttig i felten, dermed vil forskeren aksepteres og ikke virke inn på en forstyrrende måte overfor elevene i deres daglige arbeid (Thagaard, 2018, s. 72-73). Før gjennomføringen av forskningen hadde jeg jobbet på samme skole som lærervikar. Elevene visste fra tidligere av at jeg var lærerstudent, og visste også min rolle i klasserommet fra tidligere vikartimer. Dette førte til at elevene visste min rolle i forhold til forskningen som gjorde det gjennomførbart.

Deltagende observasjon er en metode som ofte blir brukt i samhandling med andre metoder. Som regel er samhandlingen med enten intervju eller dokumentanalyse. Når man bruker flere metoder for å besvare forskningsspørsmålene kalles dette triangulering. Den ene metoden kan overordne den ene metoden, eller så brukes de på lik linje. Det er vanlig å jobbe med flere ulike metoder under feltarbeidet, gjerne da parallelt (Fangen, 2010, s. 171). Videre skal vi gå inn på den andre metoden jeg valgte å triangulere deltagende observasjon med.

3.4.1.1 Feltnotater

Det å skrive feltnotater betyr at du produserer en redegjørelse som eksisterer som tekst ut fra forbigående hendelser som kun eksisterer i øyeblikket. Dette fører til at du kan vurdere og se tilbake på notatene, slik at det blir lettere å vende tilbake. Dette har svært stor betydning for analysearbeidet. Samtidig representerer feltnotatene en liten del av hukommelsen fra situasjonene og hendelsene (Fangen, 2010, s. 102). Det å være en deltagende observatør, kan gjøre det utfordrende å registrere data underveis i feltarbeidet. Det vil derfor ofte være lurt å ta for seg en systematisk refleksjon i etterkant. En loggbok kan derfor være et fint verktøy for, da du får muligheten til å lettere reflektere de gjennomførte prosessene ettersom det skaper en distanse mellom forskeren og prosessene man har vært en del av (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 58). I etterkant av feltarbeidet skrev jeg notater fra hver økt. Jeg valgte å sette meg i en lærerrolle under feltarbeidet. Jeg var derfor deltagende i elevenes samtaler og refleksjoner. Jeg noterte meg utsagn, påstander, visuelle fremstillinger og holdninger elevene hadde hatt under øktene i en loggbok. Jeg merket i etterkant at jeg ikke memorerte alle detaljer, som ulike utregninger og språk, men jeg skrev en generell oppfatning over hvordan timen hadde gått og noen spesifikke situasjoner jeg bemerket meg. Under viser et utdrag fra hver undervisningstime:

Når	Feltnotater
Dag 1	Elevene var entusiastiske ved oppstart. Det tok ca. 5 minutter før alle var på plass. Første oppgave skapte gode samtaler med en gang. Elevene kom med ulike besvarelser og visuelle fremstillinger. Noen av elevene deltok ikke i samtalen, var for det meste to elever som diskuterte funn og fremgangsmåter. Hvis elevene møtte motstand, ble de defensive og pratet om andre ting enn oppgavene, jeg beveget meg derfor hyppig mellom gruppene for å veilede dem videre i arbeidet.
Dag 2	Elevene tok oppgavene godt. Flere grupper brukte ulike fremgangsmetoder for å forsøke å besvare oppgavene. Jeg observerte at elevene jobbet godt i gruppene, da etter at hadde trukket kort fra en kortstokk. Elevene satte i gang med oppgavene relativt fort, og det var god flyt gjennom hele timen.
Dag 3	De første oppgavene tok elevene lett til seg, men når de ble introdusert for den siste oppgaven, observerte jeg at dette ble utfordrende for elevene. Elevene spurte hverandre (gruppene ved siden av) om innspill samtidig som de så på deres besvarelser på tavlene. Dette gjorde de dersom læreren ikke var tilgjengelig for å veilede dem videre i arbeidet. Elevene utforsket i stor grad og elevene på gruppene jobbet godt da de drøftet seg imellom.

Tabell 3: Feltnotater etter endt feltarbeid

3.5 Intervju

For å besvare forskningsspørsmålet: *Hva er elevenes oppfattelse av tenkende klasserom og matematisk argumentasjon*? valgte jeg å anvende metoden intervju, da mer konkret elevintervju.

Kommunikasjon mellom individer har alltid blitt formidlet gjennom språket, enten det er muntlig eller skriftlig. Innenfor forskningssammenhenger brukes dialog for å belyse problemstillinger. Målrettede samtaler muliggjør målrettet innsamling av spesifikk informasjon fra deltakerne. Dialogen må tilpasses problemstillingen for å sikre at den gir ønsket informasjon. Som ved observasjon, krever denne tilnærmingen noen valg. Først må det bestemmes hvem som skal intervjues. Deretter må det avgjøres om intervjuene skal være individuelle eller i gruppe. Videre må man bestemme i hvilken grad dialogen skal være strukturert eller målrettet. Til slutt må forskeren utarbeide en plan for gjennomføringen av intervjuene (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 62).

Etter å ha mottatt samtykkeskjemaene fra klassen jeg gjennomførte feltarbeidet i, måtte jeg identifisere hvilke elever som hadde krysset seg av for å delta i intervjuet. Deretter bekreftet jeg med deltakerne om de fortsatt ønsket å delta etter feltarbeidet. Fire elever hadde krysset av for intervju, og av disse tre som fortsatt hadde anledning til å delta. Disse elevene ble intervjuet. For å besvare forskningsspørsmålet måtte jeg vurdere om intervjuene skulle gjennomføres som gruppeintervju eller individuelle intervjuer.

3.5.1 Gruppeintervju vs. individuelt intervju

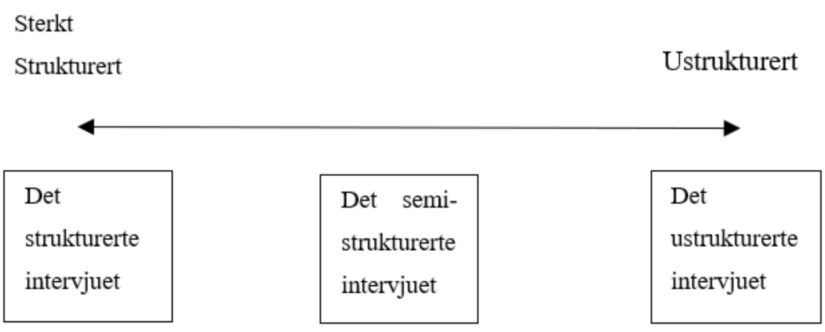
Postholm & Jacobsen (2011) avdekker gruppeintervjuets dybde ved å fremheve dets potensial til å presentere et mangfold av perspektiver som kan utforskes. Deltakernes synspunkter skaper en dynamisk prosess der de utfordres og forsterkes gjennom gjensidige spørsmål og kommentarer. Dette kollektive samspillet oppmuntrer individuelle refleksjoner og forvandlinger av oppfatninger, noe som resulterer i en dypere forståelse av emnet. Samtidig, gruppeintervjuer er ikke uten utfordringer, da de kan bli påvirket av uheldige gruppeprosesser. Slike prosesser kan vise seg i form av konflikter eller dominerende deltakere, som kan undertrykke mangfoldet av perspektiver og hemme deltakernes ytringer (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 65).

Individuelle intervjuer utgjør en forfordelaktig tilnærming fordi de tilbyr en kontekst der deltakeren kan uttrykke seg uten bekymring for sosialt press fra gruppedynamikken. Anonymitet spiller en sentral rolle i å sikre at deltakerne føler seg frie til å dele sine oppfatninger uten frykt for identifikasjon eller sosial eksponering. Denne tilnærmingen muliggjør en dyp utforskning av individuelle tolkninger og opplevelser av en gitt situasjon (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 65).

Når det gjelder det aktuelle prosjektet med fokus på argumentasjon i klasserommet og elevenes oppfatning, ble individuelle intervjuer valgt som metode for å fremme ærlighet og åpenhet blant deltakerne. Det ble beregnet at hvert intervju skulle vare omtrent i 30 minutter. Denne tilnærmingen ble ansett som hensiktsmessig for å oppnå et grundig og informativt datamateriale.

3.5.2 Struktur

For å bestemme hvilken dialogisk tilnærming som egnet seg for intervjuet, gjorde jeg en nøye vurdering av skalaen fra sterkt strukturert til fullstendig ustrukturerte intervjuformer. Jeg baserte min vurdering på følgende figur:



Figur 8: Strukturering som et kontinuum (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 73)

I det strukturerte intervjuet følger forskeren en forhåndsbestemt plan hvor de stiller identiske spørsmål til alle deltakerne. Spørsmålene er nøye formulert på forhånd og blir ikke endret underveis i intervjuet. Rekkefølgen på spørsmålene er også standardisert, og forskeren presenterer dem på samme måte til alle deltakerne. Denne tilnærmingen kan klassifiseres som deduktiv, da det følger en systematisk tilnærming uten rom for spontane eller utforsking av nye temaer (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 74 – 75).

Det halvstrukturerte intervjuet innebærer at forskeren har forberedt spørsmål på forhånd, men er åpen for nye temaer og retninger som samtalen kan ta. Forskeren tillater samtalen å utvikle seg naturlig, og det kan oppstå uventede diskusjoner som fører til at noen av de planlagte spørsmålene blir irrelevante. Denne tilnærmingen er induktiv og mer fleksibel enn det strukturerte intervjuet (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 75 – 76)

Det ustrukturerte intervjuet, også kjent som det åpne intervjuet, kjennetegnes ved at forskeren ikke har noen forhåndsbestemte spørsmål eller temaer. Målet er å forstå kompleksiteten i et spesifikt tilfelle, samtidig som man holder seg til et overordnet fokus. Forskeren unngår å kategorisere informasjon på forhånd og tillater å utfolde seg spontant (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 76 – 77)

I forberedelsene til intervjuene valgte jeg å sette søkelys på fire hovedkategorier: undervisningsmetode, generelle aspekter ved matematikkundervisning, oppgaver og argumentasjon. Jeg tok imidlertid en induktiv tilnærming, hvor jeg var åpen for nye perspektiver og temaer som eventuelt kunne oppstå under intervjuene. Som et resultat valgte jeg å gjennomføre semistrukturerte intervjuer med alle deltakerne.

3.5.3 Intervjuguide

For et semistrukturert eller halvstrukturert intervju er det viktig at forskeren nøye overveier temaene som skal behandles i løpet av intervjuprosessen. Intervjuguiden mangler vanligvis spesifikke spørsmål og følger heller ikke en strengt definert rekkefølge (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 78).

Utformingen av en intervjuguide krever grundig planlegging. Forskeren må sikte mot å formulere spørsmål som r direkte relatert til de tematiske områdene for forskningen. Samtidig må forskeren være fleksibel og åpen for å reagere på intervjudeltakerens svar. Spørsmålene utgjør kjernen i intervjuguiden, og de representerer de sentrale temaene i undersøkelsen. Spørsmålene brukes som et verktøy for å utforske intervjupersonens erfaringer innenfor de gitte temaene. En vellykket utførelse av intervjuet sikres ved at forskeren benytter seg av spørsmål som oppmuntrer deltakeren til å gi konkrete og utfyllende svar. Oppfølgingsspørsmål blir benyttet for å stimulere intervjupersonen til å utdype og konkretisere spesifikke temaer eller erfaringer (Thagaard, 2018, s. 95).

Intervjusituasjonen blir vanligvis planlagt med et manus, hvor intervjuguiden fungerer som et manuskript. Guiden kan inkludere forhåndsformulerte spørsmål i en detaljert rekkefølge, eller den kan inneholde overordnede temaer som skal dekkes. I semistrukturerte intervjuer vil guiden presentere en oversikt over de temaene som skal utforskes, samt forslag til spørsmål (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 143). Intervjuguiden ble derfor kategorisert etter hovedtemaer og deretter utvidet med relevante spørsmål i samsvar med forskningsspørsmålet. Intervjuguiden er vedlagt i oppgaven (se vedlegg 4).

3.5.4 Valg av spørsmål

Formuleringen av intervjuspørsmålene bør oppmuntre intervjupersonen til å dele sine synspunkter og erfaringer på en åpen måte. Det er avgjørende at spørsmålene utformes på en slik måte at de oppfordrer til deltakelse og oppfordrer til en utforskende dialog. Åpne spørsmål har den egenskapen å oppmuntre intervjupersonen til å uttrykke sine erfaringer og synspunkter fritt, samtidig som de gir intervjupersonen autonomi til å velge hvordan de vil svare på spørsmålene. Ledende spørsmål bør derimot unngås, da de kan påvirke retningen av intervjuet og begrense intervjupersonens muligheter til å uttrykke seg fritt. Ved å benytte generelle spørsmål, spesielt i samtaler med barn, er det hensiktsmessig å knytte spørsmålene til konkrete hendelser eller situasjoner. Dette skyldes at barn ofte kan ha vanskeligheter med å gi konkrete svar på generelle spørsmål (Thagaard, 2018, s. 97).

I mitt tilfelle, da jeg var interessert i elevenes oppfatning av undervisningsmetoden og matematisk argumentasjon, valgte jeg spørsmål som initierte med fraser som «Hva synes du om…», «Tror du at det er slik at…» og «Var det noen tilfeller der..». Disse spørsmålene var rettet mot å utforske elevenes meninger og egne opplevelser av undervisningssituasjonene. Oppgavene ble utformet så åpent som mulig med tanke på temaene og mitt forskningsspørsmål. Formålet med disse spørsmålene var å oppmuntre elevene til å dele sine synspunkter og erfaringer fra undervisningsøktene.

3.5.3 Gjennomføring av intervju

Ved starten av intervjuet ble deltakerne først informert om formålet med studien, hvordan det skulle foregå, anonymiteten til deltakeren og at lydopptak ville bli gjort av samtalene. Det ble også understreket at deltakerne kunne trekke seg fra intervjuet når som helst. En nærmere gjennomgang av de etiske hensynene knyttet til forskningen vil bli presentert i delkapittel 3.9.

Forskeren kan anvende ulike strategier for å opprettholde en flyt i samtalen og bringe frem mer detaljerte svar. Dette inkluderer å innta en aktiv rolle ved å stille oppklarende spørsmål og oppfølgingsspørsmål. Oppklarende spørsmål rettes mot å tydeliggjøre deltakerens tidligere utsagn, spesielt når intervjueren ønsker å sikre full forståelse av deltakerens meninger eller erfaringer. Et typisk eksempel på et oppklarende spørsmål er: «Forstår jeg deg riktig når du sier at..?». Oppfølgingsspørsmål derimot involverer å stille nye spørsmål basert på deltagerens svar, med sikte på å utdype eller forklare ytterligere. Et eksempel på et oppfølgingsspørsmål kan være: «Kan du utdype?» (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 79).

Både oppklaringsspørsmål og oppklarende spørsmål ble benyttet under alle tre intervjuene. I betraktning av at deltakerne var ungdommer, ble enkelte innhold gjentatt av forskeren, og det ble gitt forklaringer på begreper ved behov. Ved starten av intervjuene gjennomgikk forskeren kort hva elevene hadde vært igjennom i løpet av de tre undervisningsøktene. Dette ble gjort for å oppmuntre elevenes refleksjoner. Etter å ha blitt stilt oppfølgingsspørsmål og/eller oppklarende spørsmål, samt mottatt forklaringer om begreper og innhold, var elevene i stand til å gi mer utfyllende svar.

3.6 Bearbeiding og transkripsjon

Transkripsjon kan forklares som en skrevet eller printet materiale, da originalt presentert i enten observasjon eller opptak. I de fleste studiene som er basert på menneskelig og sosiale interaksjoner, er transkripsjoner laget fra lydopptak eller video som er blitt gjort i forkant (Jenks, 2011, s. 2). Når forskeren gjennomfører et intervju, har forskeren mulighet til å feste samtaler til lyd – eller videoopptak. Dette betyr at forskeren kan transkribere samtaler som er blitt tatt opp om til tekst (Postholm og Jacobsen, 2011, s. 81). Gjennom bruk av lydopptak tjener denne metoden som et middel for å kontrollere begrensningene ved både hukommelsen og intuisjon. Lydopptakene avdekker et utvidet spekter av interaksjoner og forhold, samtidig som de bringer en sikkerhet som analytiske konklusjoner alene ikke kan garantere. Dette inkluderer å avdekke potensielle feilslutninger som kan oppstå som følge av intuitiv subjektivitet, selektiv oppmerksomhet eller begrensinger i eksperimentell utforming. Tilgjengeligheten av lydopptak muliggjør grundig og gjentagende undersøkelse av spesifikke interaksjoner, og dermed styrker de observasjonene som er gjort (Atkinson & Heritage, 1984, s. 4)

Totalt transkriberte jeg 12 lydopptak, da fra tre økter pluss intervjuene. Jeg transkriberte i nettskjema.no som transkriberingsvektøy, da det er et program som selv kan transkribere lydopptakene, samtidig som jeg tok for meg et kritisk blikk til transkripsjonene ved å lytte til lydopptakene samtidig som jeg utforsket samtalene via transkripsjonene.

I transkriberingen har jeg forsøkt etter beste evne å få med det elevene har sagt ordrett, da målet er at det skal oppleves så likt som mulig til situasjonen som var da forskningen ble gjennomført. Samtidig var det flere tilfeller hvor elevene pratet om andre ting utenom oppgaven som ble gitt og tok pauser i samtalene. Jeg har valgt å bruke (…) når de tar pauser, samt ved ikke relevante utsagn.

Lærerforskeren kan transkribere deler av opptakene for hvordan forskeren mener at kan ha betydning for hvordan endring og forståelse kan utvikles (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 82). Transkripsjonsprosessen startet med at jeg lyttet aktivt til lydopptakene, da jeg lyttet direkte til det elevene sa under samtalene. Noen av samtalene var noe utydelig. Dette førte til at det ble utfordrende å transkribere materialet. Under prosessen av å bearbeide transkripsjonene og lydopptakene markerte jeg ut hvor jeg tolket som et generelt argument for samtalene. Prosessen foregikk ved at jeg startet å bearbeide materialet fra start (den første undervisningsøkten) til slutt (det siste intervjuet). Etter den første gjennomgangen, begynte jeg å sammenligne ulike utsagn og argumenter elevene skapte med de forskjellige gruppene. Videre prøvde jeg å markere ut eventuelle matematiske argumenter i samtalene. Etter å ha bearbeidet, lyttet til lydopptakene og transkripsjonene fant jeg ut at den mest hensiktsmessige måten å systematisere analysen på var å ta utgangspunkt i en oppgave per økt. For intervjuet transkriberte jeg besvarelsene da i et skjema. Dette var for å forsøke å systematisere svarene for hvert spørsmål. Da kunne jeg se likheter og ulikheter ved både eksempler, påstander, språket og andre bemerkelser jeg så som relevante for å besvare forskningsspørsmålene.

3.7 Reliabilitet og Validitet

Troverdigheten til forskningsmaterialet har stor signifikant. Ettersom jeg som forsker er den eneste som har tilgang til materiale av forskningen, er det viktig at fremstillingen av forskningsprosessen og tilnærmingen jeg har gjort til materialet er presentert godt. Thagaard (2018) karakteriserer begrepet reliabilitet innenfor kvalitativ forskning som et spørsmål om en annen forsker, ved å bruke de samme metodene, hadde kommet frem til de samme funnene og resultatene. Fra de tidligere fasene av kvalitativ forskning, var metodene forankret i et positivistisk vitenskapssyn. Dette vil si at objektivitet ble sett på som at forskerens deltakelse var uavhengig av i forhold til kunnskapsutviklingen. I de nyere fasene av kvalitativ forskning er replisbarhet et kriterium som er relevant. Konstruktivistiske perspektiver har fått større plass. Dette vil si at oppfattelsen til forskeren som man utvikler i løpet av arbeidet i felten, baserer seg på kontakter mellom deltakerne og forskeren i felten. Forskeren må derfor overbevise kritiske lesere om verdien av resultatene samt kvaliteten av forskningen. Validitet omhandler om tolkningene forskeren har kommet frem til er gyldige (Thagaard, 2018, s. 187-189). Jeg vil videre drøfte reliabiliteten og validiteten til min forskning.

3.7.1 Reliabilitet

Begrepet reliabilitet innenfor kvalitativ forskning blir ofte omtalt som pålitelighet (Krumsvik, 2019, s. 200). Pålitelighet eller reliabilitet referer til hvorvidt forskningsarbeidet er utført på en måte som er pålitelig. Imidlertid kan fullstendig pålitelighet ikke garanteres. Forskeren kan bære være oppmerksom på og reflektere over ulike utfordringer knyttet til forskningen (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 129).

Ved å anvende lydopptak følger nødvendigheten av å transkribere opptakene. Kvale og Brinkmann (2015) refererer til en metode der to personer transkriberer de samme utsagnene fra et intervjuopptak, og deretter sammenligner transkripsjonene ved hjelp av dataprogrammer for en kvantitativ reliabilitetsjekk. Å lytte til opptakene på nytt kan også dette avdekke grunner til eventuelle ulikheter, for eksempel kvaliteten på opptaket eller feiloppfatninger under lyttingen. Det er også viktig å vurdere faktorer som setningsstruktur, bruk av tegn, pauser og de emosjonelle aspektene som kommer til uttrykk i opptakene, og hvordan dette skal transkriberes. Selv om de nøyaktig samme ordene transkriberes, kan de fremstå forskjellig avhengig av tolkningen. Valg av punktum og komme er en tolkningsprosess (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 212).

I denne studien hadde jeg ikke anledning til å kryss-transkribere med en annen student/forsker, så jeg gjorde en grundig vurdering av transkripsjonene på egenhånd. Jeg har forsøkt å gi en åpen og gjennomsiktig fremstilling av analysen, utførelsen og metodikken for å gi leseren innsikt i hvordan resultatene ble til.

3.7.2 Validitet

Validitet, som ofte omtales som gyldighet, refererer til graden av dekning og pålitelighet av tolkninger basert på forskningens funn og resultater (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 126). Innen kvalitativ forskning innebærer validitetsbegrepet i stor grad en vurdering av hvilken grad forskeren har undersøkt det han eller hun hadde til hensikt å undersøke. På en annen side er validitet i kvantitativ forskning mer knyttet til om man måler det man har til hensikt å måle (Krumsvik, 2019, s. 191).

Det er essensielt å tilpasse diskusjonen om validitet av valgte datainnsamlingsmetoder til studiens mål, problemstillinger og teoretiske rammeverk (Dalen, 2011, s. 96). Innen kvalitativ forskning betraktes pålitelighet, gyldighet og generaliserbarhet som tegn på forskningens kvalitet. Gyldighet omhandler en logisk sammenheng mellom prosjektets design, funn og forskningsspørsmål som ønskes besvart (Tjora, 2017, s. 231).

Krumsvik (2019) understreker viktigheten av at forskeren gjennom hele forskningsprosessen er oppmerksom på forhold som kan påvirke validiteten av studiet, og på den måten kvalitetssikre arbeidet underveis. Dette kan innebære en grundig vurdering av den logiske sammenhengen mellom studiens utforming og metode i forhold til forskningsspørsmålet (Krumsvik, 2019, s. 195).

Flere studier, inkludert Berglund & Fossen (2022), Svorkmo & Valbekmo (2021) og Liljedahl (2016), har forsket på samme tema, da både matematisk argumentasjon og tenkende klasserom. Disse vil bli sammenlignet med mine funn. I studier der intervjuer anvendes, utgjør informantene egne ord og fortellinger hoveddelen av datamaterialet. Derfor er det avgjørende at materialet er så relevant og fyldig som mulig for å styrke validiteten (Dalen, 2011, s. 97).

Kommunikativ validitet vurderer gydligheten av observasjoner og tolkninger gjennom dialog med andre. Gyldig kunnskap kan ses som resultatet av diskusjoner om motstridende påstander, og gyldige observasjoner bestemmes gjennom argumentasjonen som forekommer i samtaler (Fangen, 2004, s. 237).

I min analyse ble utdrag valgt fra lydopptak i klasserommet for å begrense omfanget av oppgaven. Utdragene ble valgt ut fra observasjoner av situasjoner som relaterte seg til problemstillingen. De reflekterer elevenes egne ord i samtaler med andre. Validiteten av intervjuene gjenspeiles i utformingen av spørsmålene, som var utarbeidet for å være utfyllende og presise og samtidig åpne for videre drøfting med tanke på å besvare forskningsspørsmålet. Imidlertid måtte dataene som ble produsert fra intervjuene bli begrenset for å avgrense oppgaven. Derfor har jeg i analysen valgt å plukke ut 7 spørsmål med elevsvar fra intervjuene. Analysen i kapittel 4 presenterer tankene bak valgene av samtaler og hvordan de ble gjennomført. Jeg vil gjøre mitt beste for å gjengi funnene og prosessen slik den faktisk utspilte seg.

3.7.3 Generalisering

Generaliserbarheten, altså den eksterne validiteten, sier noe om i hvilken grad funnene og resultatene kan bli brukt i en mer generell forstand (Krumsvik, 2014, s. 159). Spørsmålet er om studien viser et bilde av om resultatene blir det samme i andre situasjoner.

Naturalistisk generalisering fra et kvalitativt perspektiv går ut på den tause kunnskapen om hvordan ting henger sammen, samt den personlige erfaringen man har gjort seg. Den setter også en forventning om hvordan fremtidige handlinger blir hos leseren. Leseren skaper mer refleksjoner rundt sammenhengen mellom situasjonen som er beskrevet og deres egne situasjoner (Krumsvik, 2014, s. 160).

3.9 Etiske hensyn

Ettersom jeg har valgt en kvalitativ metode, derav observasjon og intervju, kan dette føre til at man blir svært knyttet til deltakerne. Behandling av personopplysninger må derfor følge særskilte etiske retningslinjer. Forskeren skal respektere forskningsdeltakernes integritet, autonomi, medbestemmelse og frihet. Forskningsprosjekter som blir gjennomført ved høgskoler og andre forskningsinstitusjoner, skal prosjektene meldes til NSD (Norsk senter for forskningsdata) (Thagaard, 2018, s. 22). Ettersom NSD (Norsk senter for forskningsdata) AS, Uninett AS og Unit – Direktoratet for IKT og fellestjenester i forskning og høyere utdanning ble sammenslått 1.januar 2022 til SIKT (Kunnskapssektorens tjenesteleverandør) ble forskningsprosjektet meldt inn og deretter godkjent av SIKT, altså et statelig forvaltningsorgan som går under kunnskapsdepartementet. Forvaltningsorganet følger retningslinjene til kunnskapsdepartementet, og derfor for forsvarlig forskning (se vedlegg 2)

Informert samtykke er i prinsippet basert på respekt for individets bestemmelse over sitt eget liv. De skal derfor ha kontroll selv om de ønsker å dele opplysninger om seg selv eller ikke. Forskeren sitt ansvar når det kommer til informert samtykke er å informere deltakerne om målet med forskningen, hvem som får tilgang til informasjonen, informasjon om forskningsfeltet, hvordan forskeren har tenkt til å bruke informasjonen og resultatene og følgene av å delta i forskningsprosjektet. På bakgrunn av informasjonen de blir gitt skal de selv vurdere om de ønsker å delta i prosjektet (Thagaard, 2018, s. 23). Barna skal selv bestemme om de ønsker å delta i prosjektet, og om de eventuelt ønsker å avbryte deltakelsen. Deltakerne må også bli informert om at samtykket kan trekkes til enhver tid, derav etter endt feltarbeid.

Informasjonen som blir samlet inn skal behandles konfidensielt om enkeltpersoner (Grønmo, 2004, s. 33). Dette henger sammen med at skal ikke kunne identifiseres som følge av innhentingen av dataene. Konfidensialiteten og anonymiteten skal være sikret. Det er derfor mitt ansvar som forsker å kun bruke dataene til det formålet som var prosjektet var beregnet for. Informasjonen om deltakerne skal holdes utilgjengelig og trygt bevart fra andre utenom de som er inkludert i prosjektet.

Undersøkelsen skal ikke utsette deltakerne for psykiske eller fysiske skadevirkninger (Grønmo, 2004, s. 33). Ømfintlig informasjon skal ikke påvirke elevene under forskningsprosessen. Dette kan enten innebære situasjoner som kan oppstå under feltarbeidet der eleven føler ubehag eller blir satt i en ømfintlig situasjon, enten prestasjoner innad i faget eller bli åpenlyst utspurt foran klassen på en ubehagelig måte. Dette er derfor jeg som forsker sitt ansvar å tilrettelegge for at dette ikke oppstår under feltarbeidet.

Med tanke på lydopptak av samtalene til gruppene som valgte å delta i prosjektet, ble alt av ord og samtaler tatt opp. Dette kan i starten oppleves som unaturlig i forhold til en normal klasseromsøkt. Det er derfor deler av opptakene som må tas i betraktning til relevansen av innholdet. Det var for eksempel deler av samtalene som gikk ut på generell samtale, altså ting utenom faget og oppgaveløsning. Dette vil ikke komme frem i analysedelen da dette ikke er relevant for forskningen. I analysen vil delene av samtalen som er med på å besvare problemstillingen være relevant for oppgaven og derfor presentert.

Forskeren skal beskrive praksis i den konteksten som tilsvarer realiteten på best mulig måte (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 132) Avslutningsvis ønsker jeg å presisere at funnene og dataene som brukes til forskningen blir brukt på en måte som er etter beste mening og er konstruktivt. Jeg ønsker at ingen skal føle seg krenket eller noe ubehag opp mot deltakelsen og funnene som blir brukt

3.10 Metodekritikk

Den største utfordringen var å håndtere store mengder data, både ute i felten og ved etterarbeid. «På de tidlige stadier i feltarbeidet vil vi synes at de fleste temaer, handlinger og interaksjoner vi observerer, er relevante og viktige. Vi får mye informasjon, og det kan oppleves som overveldende.» (Thagaard, 2018, s. 74). Det å få en mengde med data, var utfordrende og kategorisere, selv om jeg i utgangspunktet hadde satt meg kategorier på forhånd.

En annen kritikk til metoden var valg av oppgaver. Ved en slik type undervisningsmetode som jeg valgte for oppgaven, var det et krav om at oppgavene skulle være problemløsningsoppgaver. Selv om det finnes mange ulike problemløsningsoppgaver, visste jeg ikke på forhånd om de kom til å funke i forhold til nivåene for den klassen, samtidig om de var utforskende nok og hadde en god nok oppbygging. I henhold til Ball (2020) karakteriseres rike oppgaver som oppgaver som er lettfattelige, slik at alle elever gir muligheten til å initiere arbeidet med dem. Disse oppgavene kjennetegnes av en lav inngangsterskel. Videre bør rike oppgaver være laget slik at de tillater flere løsningsmetoder, der elever kan benytte ulike tilnærminger. Samtidig skal de tilby en vei for elever å formulere nye og interessante diskusjoner. Oppgavene skal derfor også ha stor takhøyde. Det er også nødvendig at oppgavene oppleves som utfordrende for elevene, slik at de investerer tid og anstrengelser i løsningsprosessen (Ball, 2020, s. 12).

LIST- begrepet står for Lav Inngangsterskel og Stor Takhøyde. LIST-oppgaver vil derfor være oppgaver som er lette å sette i gang med, samt gi elevene de faglige utfordringene de trenger. Slike typer rike oppgaver er gode for utforskning og samarbeid. Elevene må selv ha en oversikt over hvilke ressurser de har tilgjengelig og hvilke av ressursene det er mest gunstig å bruke. Slike ressurser kan være lærer, medelever, nettressurser eller bøker. Det kan også være tabeller, tegning og andre hjelpemidler (Matematikksenteret, u.å.-x). Observasjonene tydet derimot at elevene syntes oppgavene hadde lav inngangsterskel og stor takhøyde.

Utvalg av informanter kan også belyses i kritikk. For forskningen hadde jeg valgt en 8.klasse. Dette begrenser den generelle gyldigheten til forskningen. For å skape en mer generell gyldighet hadde en kvoteutvelging vært mer aktuelt. Grønmo (2004) beskriver kvoteutvelging som at man velger spesielle kategorier av enheter. Du velger deretter velge ut et bestemt antall fra disse enhetene. Du vil derfor ha en bestemt kvote innenfor hver av disse enhetene (Grønmo, 2004, s. 114). I en slik utvelgelse for denne type studie kunne det vært mulig å utføre forskningen med en kvote på 9 elever, da enhetene 8., 9. og 10.trinn for å skape en generell gyldighet. Samtidig valgte jeg strategisk informanter som hadde gjennomført en slik type undervisningsmetode tidligere og var innøvd med den. For å kunne få et enda bredere forskningsområde kunne det vært en mulighet å velge ut en eller flere klasser som ikke hadde prøvd ut undervisningsmetoden tidligere.

En annen kritikk til metoden deltagende intervju vil være innhenting av informasjon i form av video. En fordel av å benytte seg av video, er at vi kan studere handlingene i etterkant av endt feltarbeid. Forskeren kan derfor få med seg detaljer som lett kunne blitt oversett uten noe form for opptak (Fangen, 2010, s. 183). Ved at vi brukte undervisningsmetoden tenkende klasserom, bruker elevene vertikale tavler. Elevene bruker tavlene til å vise visuelle fremstillinger og løsninger, samtidig som de kan skrive løsninger som skal være synlige for resten av klassen. Som deltagende observatør var det utfordrende å ta bilder underveis i timen, da oppgavene endrer seg samtidig som besvarelsene endrer seg.

I et kvalitativt materiale kan feilkilder oppstå. Funnene og resultatene vil være et resultat av mine tolkninger av materialet jeg har anskaffet. Jeg vil derimot forsøke å vise til prosjektet så godt det lar seg forekomme. Samtidig kan man allikevel ikke se bort fra at det kan komme noen feil i et slikt arbeid.

Kapittel 4: Analyse av funn

Presentasjonen av analysen tar utgangspunkt i transkripsjonene og bearbeidingen av data som er blitt analysert og satt i en oversikt over elevsamtaler, lærer-elev-samtaler og elevintervju. Problemstillingen som er blitt forsøkt besvart er: *Hvordan kan matematisk argumentasjon foregå i et tenkende klasserom på ungdomstrinnet?* Og forskningsspørsmålet som er forsøkt besvart: *Hva er elevenes oppfattelse av tenkende klasserom og matematisk argumentasjon?*

Analysen av observasjonsdataene, som ble utført med deltagende observasjon og lydopptak, omfatter tre separate matematikktimer av 60 minutters varighet hver, etterfulgt av tre individuelle elevintervjuer av 30 minutters varighet. For å håndtere det omfattende datamaterialet ble tre hovedoppgaver gitt til elevene i løpet av hver time. Etter gjennomgang av materialet ble to utdrag valgt fra hver økt for videre analyse. Dette tillot en grundig sammenligning av elevsamtaler fra hver gruppe, samtidig som det begrenset omfanget av analysen.

Analysemetoden er basert på Toulmins (2003) argumentasjonsmodell, som inkluderer påstand, dokumentasjon, sikring og ryggdekning. Videre benyttes Knudsen et al. (2018) sin modell for nivåer for argumentasjon som kategoriseres som N0 (nivå 0), N1 (nivå 1), N2 (nivå 2) og N3 (nivå 3). Elevintervjuene ble analysert med fokus på Liljedahls (2016) undervisningsmetode og elevenes oppfatning av disse, samt sammenligninger av svarene. Teoretiske modeller og begreper er nøye beskrevet og vil bli diskutert i sammenheng med diskusjon av analysen i kapittel 5.

For å ivareta deltakernes anonymitet og sikkerhet er alle navn og kjønn fiktive og oppfunnet. I den første delen an analysen er elevene identifisert som Elev 1, Elev 2 og Elev 3, mens intervjukandidatene i den andre delen er navngitt som Elise, Knut og Tina. Eventuelle irrelevante utsagn er markert med (…) for å fokusere på det som anses relevant for å besvare forskningsspørsmålene.

Den første delen av kapittelet vil jeg trekke frem analysen der metoden deltagende observasjon er blitt anvendt med lydopptak. Måten jeg har kategorisert og forsøkt å systematisere funnene er basert på argumentasjon. Jeg har tatt utgangspunkt i tre forskjellige teorier ved analysen. Den første er basert på modellen for argumentasjon av Toulmin (2003) som jeg også har valgt som rammeverk for denne oppgaven. Argumentasjonsmodellen baseres på fire kategorier: påstand (claim), dokumentasjon (ground, data), sikring (warrent) og ryggdekning (backing). Knudsen et.al (2018) har også definert en modell for argumentasjon. I min analyse av funnene ønsker jeg å rette kategoriseringen mot nivåene for argumentasjon. Disse ønsker jeg å fordele i N0 (Nivå 0), N1 (Nivå 1), N2 (Nivå 2) og N3 (Nivå 3). For den andre delen som går på elevintervju i etterkant av feltarbeidet, valgte jeg å fokusere på elevbesvarelsene fra deres oppfattelse av undervisningsmetode og argumentasjon. Dette har jeg kategorisert i de ulike praksisene fra Liljedahls (2016) undervisningsmetode samt ulike bemerkelser og sammenligning av svarene. Modellene og begrepene er beskrevet tydeligere i teoridelen, og skal også bli diskutert opp mot analysen i kapittel 5.

4.1 Analyse av den første matematikktimen

I den første økten ble elevene utfordret med å fylle in manglende tall i to tallrekker og deretter gjennomføre oppgaver knyttet til brøkregning. Først skulle de arbeide med tallrekker:

$$4\,,?\,\,,12\,,?$$

$$?\,,6\,,?\,,12$$

Deretter ble de instruert om å tegne to sirkler ved siden av hverandre på tavlen, hvor den ene skulle deles inni seks like store deler og den andre i tre like store deler. Etterpå skulle de fargelegge deler av sirklene slik at det tilsvarte brøkene $\frac{1}{4}\;\; og\;\; \frac{2}{3}$ ved hjelp av en felles tusj per gruppe.

Deretter skulle de gjenta prosessen med å lage to nye sirkler på tavlen ved å bruke det andre tallet i tallrekken, som var henholdsvis 8 og 6. Sirklene skulle deles inn basert på disse tallene, og deretter fargelegges for å representere like store mengder som på de to første sirklene. Elevene skulle forklare og illustrere sine arbeid på den vertikale tavlen underveis.

Til slutt ble elevene presentert med en oppgave som innebar en beskrivelse av et flagg delt inn i farger, hvor en elev på fjorårets eksamen uttalte at

$$\frac{1}{5}\text{ av flagget var blått-hvordan kan denne eleven ha tenkt?}$$

Figur 9: Oppgave brukt til undervisning. (Matematikksenteret, u.å., Vanlige misoppfatninger knyttet til Brøk og prosent)

Oppgaven utfordret elevene til å reflektere over hvordan denne eleven kan ha tenkt. Målet for timen var å gi elevene en forståelse av nevnerens betydning i en brøk.

Utdrag 1

	Hvem	Tale	Argument (Toulmin, 2003)	Nivå av argument (Knudsen et al., 2018))
1	Lærer	Hvorfor har dere skrevet en åttendedel og to sjettedeler?		
2	Elev 1	Den der er ganga med 2.	Påstand (P)	N0
3	Lærer	Hvorfor det?		
4	Elev 2	Vi har to, og så doblet vi to så det ble fire.	Data (D)	N1
5	Lærer	Hvorfor dobler vi? Ser dere noen likheter med figurene dere har laget?		
6	Elev 3	De er like mye fargelagt, bare at det er flere biter.	Påstand (P)	N1
7	Elev 1	Like mye, større deler	Ryggdekning (R)	N0
8	Lærer	Så dere har delt opp figuren i flere biter?		
9	Elev 3	Men det er fortsatt like mye i figurene. Like mye fylt.	Sikring (S)	N1
10	Elev 1	Like stor mengde	Ryggdekning (R)	N0

11	Lærer	Bra. Kan dere fortsette med den neste rekken?		
12	Elev 3	Ja, da lager vi to like rundinger.	Data (D)	N0
13	Elev 2	Da må vi dele den på 12.	Påstand (P)	N0
14	Elev 3	Vet du hva du gjør da? Da tar du en strek sånn, en strek sånn, en strek sånn.	Sikring (S)	N0
15	Elev 3	Hvor mange har du der?		
16	Elev 1	Åtte	Påstand (P)	N0
17	Elev 3	Og så tar du den over der..	Sikring (S)	
18	Elev 1	Da skal vi ha tre tolvdeler.	Påstand (P)	N0
19	Elev 2	Og så skal vi ta ni deler	Påstand (P)	N0

Tabell 4: Utdrag fra klasseromsøkt - dag 1

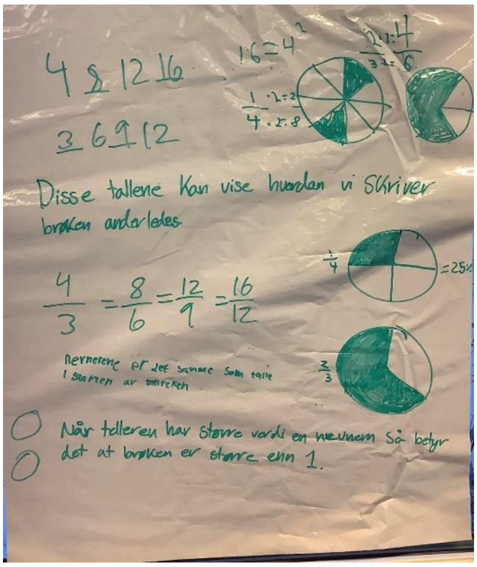
I utdraget blir det demonstrert et mønster av kommunikasjon og argumentasjon mellom lærer og elever. Læreren innleder med et spørsmål som legger grunnlaget for elevrespons. Elev 1 gir en påstand (P) om at tallet på tavlen er dobbelt så stort uten å gi en forklaring, men med en implisitt logisk tilnærming basert på kjent kunnskap om dobling. Elev 2 støtter denne påstanden med konkrete data (D), som inkluderer et eksempel (2+2=4) for å illustrere påstanden. Dette representerer et nivå 1 (N1) argument, basert på eksempler. Elev 3 refererer til visuelle data ved å sammenligne fargelagte figurer, noe som også mangler en dypere argumentasjon for påstanden (P), men inkluderer et eksempel som sammenligningsgrunnlag (N1).

Deretter gir elev 1en ryggdekning (R) for påstanden ved å beskrive figurene tydeligere, men uten ytterligere argumentasjon for påstanden. Læreren utfordrer elevens besvarelse, og elev 3 bekrefter påstanden (S), selv om argumentasjonen forblir overfladisk og støtter seg hovedsakelig på tidligere eksempler. Elev 1 gjentar deretter argumentasjonen ved å støtte både påstanden og sikringen av oppgaven, uten å introdusere nye argumenter.

Læreren ber deretter elevene om å fortsette, og elev 3 foreslår å tegne to sirkler som grunnlag for påstanden om å dele på 12. Igjen mangler det en grundig argumentasjon for denne påstanden, selv om den bygger på tidligere data og antakelser. Elev 3 gir en forklaring på hvordan sirkelen kan deles visuelt, uten å inkludere ytterligere argumentasjon.

Elev 1 introduserer deretter en ny påstand om åtte deler i den andre sirkelen uten å gi en dypere forklaring. Elev 3 gir en forklaring på plasseringen av sirkelen på tavlen, som støtter elev 1 sin påstand. Elev 1 og elev 2 legger til to nye påstander basert på funn, men uten å gi ytterligere argumentasjon.

Samlet sett viser utdraget at det observeres en dynamikk mellom lærer og elever, hvor lærerens spørsmål utløser elevenes respons og påfølgende interaksjon. Elever presenterer påstander om tallforhold og visuelle observasjoner, ofte støttet av eksempler eller konkrete data (D). Imidlertid mangler mange av disse påstandene dypere argumentasjon eller forklaringer. Til tross for læreres forsøk på å utfordre elevene til å utdype sine resonnementer, forblir argumentasjonen i stor grad overfladisk og støtter seg på tidligere eksempler og observasjoner. Dette indikerer et behov for å utvikle elevenes evne til å gi mer inngående og reflekterende argumenter basert på en grundig forståelse av konsepter og prinsipper.



Figur 10: Vertikal ikke-permanent tavle (Bilde tatt fra undervisning av elevenes besvarelser)

<u>Utdrag 2</u>

	Hvem	Tale	Argument (Toulmin, 2003)	Nivå for argumentasjon (Knudsen et al., 2018)

20	Lærer	Er det noen som har sett en sammenheng mellom de tallene vi startet med og brøkene vi har brukt nå?		
21	Elev 2	Nevneren i de brøkene var samme som starten av tallrekkene.	Påstand (P)	N0
23	Lærer	Bra. Videre skal dere lage to sirkler til, der dere bruker de neste tallene i tallrekkene.		
24	Elev 1	Sånn da eller..		
25	Lærer	Hvilken brøk er det dere har vist her?		
26	Elev 1	To åttende deler	Påstand (P)	N0
27	Lærer	Hvordan kom dere frem til det?		
28	Elev 1	Fordi fire, og vi skulle ta det neste tallet, som var åtte, og da ganger vi den med to, og fordi vi alltid må gange likt oppe og nede så blir regnestykket en ganger to og fire ganger to som da ble åtte.	Påstand (P) Data (D) Påstand (P)	N2
29	Lærer	Så vi kunne ikke satt inn en åttendedel?	Påstand (P)	
30	Elev 1	Nei, for det blir ikke det samme fordi her er det en fjerdedel. Der ser vi at fjerdedelen er tolv. En fjerdedel er tre av tolv deler. Så hvis vi hadde tatt en åttendedel da blir det en halv av tolv.	Data (D) Sikring (S)	N1

Tabell 5: Utdrag fra klasseromsøkt - dag 1

I starten av utdraget initierer læreren en diskusjon ved å spørre elevene om de kunne identifisere en sammenheng mellom de brøkene som ble introdusert i den tidligere oppgaven. Elev 2 vise til en påstand (P) om at tallene presentert i begynnelsen av økten knyttet sammen med tallene i nevneren, men uten å gi en utfyllende begrunnelse for påstanden, noe som kategoriseres som en manglende argumentasjon (N0). Læreren veiledet deretter elevene til å inkludere de påfølgende tallene i rekken for å løse oppgaven, og oppfordret dem til å bruke sirkler som visuelle hjelpemidler for å støtte sine resonnementer. Etter å ha delt opp sirklene i like deleer som nevneren, spurte læreren hvilken brøk som ble representert i figuren. Elev 1 svarte med å identifisere figuren som to åttendedeler, en påstand (P) som viste en kobling mellom figuren og brøken. Da læreren spurte om begrunnelse bak svaret, presenterte elev 1 en påstand (P) som begynte med en forklaring på at det påfølgende tallet i rekken ble multiplisert med to, etterfulgt av dokumentasjon (D) som bekreftet grunnregelen om å multiplisere både teller og nevner når en brøk utvides. Videre utdypet eleven svaret ved å forklare hvorfor svaret var slik, og generaliserte praksisen ved å bruke eksempelet for å påstå at det gjelder for alle tilfeller, noe som demonstrerte en deduktiv tilnærming til argumentasjonen og hevet argumentasjonsnivået til N1. Etter å ha utfordret elevenes resonnering ved å presentere en ny påstand, tok elev 1 initiativ til å motbevise påstanden ved å først henvise til informasjonen på tavlen, deretter forklare at en fjerdedel tilsvarer tolv og begrunne dette med at en fjerdedel i dette tilfellet er tre av tolv deler. Til slutt sikret eleven sin argumentasjon ved å forklare konsekvensene av lærerens påstand og viste dermed en evne til å presentere et eksempel som støttet opp om en generalisering, som indikerer et argumentasjonsnivå 2 (N2).

Som funn ser vi at elev 2 manglet en omfattende begrunnelse for påstanden om sammenhengen mellom oppgaven og tallene i nevneren, noe som ble kategorisert som manglende argumentasjon (N0). Elev 1 viste evne til å identifisere brøker og forklare sammenhengen mellom tallene i brøkene. Eleven demonstrerte en deduktiv tilnærming til argumentasjon og hevet argumentasjonsnivået til N1 ved å generalisere praksisen. Elev 1 motbeviste en ny påstand ved å henvise til informasjon på tavlen og forklare en brøk ved å bruke eksempler og konkrete tall. Dette indikerte en evne til å støtte generaliseringer med eksempler og viste en evne til å sikre argumentasjonen på et høyere nivå (N2)

4.2 Analyse av den andre matematikktimen

Oppgavene som ble presentert under den andre matematikktimen hadde fokus på å kunne definere telleren for brøk. Elevene fikk en oppvarmingsoppgave der de skulle plassere fire brøker fra minst til størst (minst – størst):

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{6}{5}, \frac{2}{3}$$

For denne timen var det brakt med tomme brusflasker (både 0,5 liters flasker og 1,5 liters flasker). Hver gruppe fikk utdelt en flaske hver. De ble deretter bedt om å markere på flaskene for de ulike brøkene de hadde brukt tidligere. Her var tanken at de skulle visualisere seg til hva de forskjellige mengdene ser ut som. En annen metode kunne vært å fylle opp flaskene med vann, som også gir et tydelig bilde på mengdeforholdet av brøker.

Den siste oppgaven, som jeg også valgte å ta utdrag fra i analysen, gikk ut på bevis av utsagn som enten er sann eller usann. Elevene ble gitt en påstand fra læreren muntlig:

$\frac{5}{6}$ *er større enn* $\frac{2}{5}$*. Jeg mener at fordi telleren er størst vil dette si at* det *er telleren som viser hvilken brøk som er størst. Er dette sant eller usant*?

Brøkene som ble brukt som eksempel ble også skrevet på tavlen.

Utdrag 3

	Hvem	Tale	Argumentasjon (Toulmin, 2003)	Nivå av argumentasjon (Knudsen et al., 2018)
31	Elev 1	Da har det noe å si med nevnerne, vet ikke..	Påstand (P)	N0
32	Elev 2	Det har noe å si med nevneren. (..) Det er usant, men jeg har ikke noen grunn.	Påstand (P)	N0
33	Elev 1	Det er usant fordi det har noe å si hva nevneren nå er.	Påstand (P)	N0
34	Lærer	Hvorfor det?		
35	Elev 2	Vi kan tegne ringer.	Data (D)	N0
36	Lærer	Hvordan ser figurene ut når dere tegner brøkene?		
37	Elev 1	(..) Men jeg har ikke noen grunn for at det den er det.		

38	Elev 2	Men er den større da?	Påstand (P)	N0
39	Lærer	(…) Jeg ga dere et eksempel på at den ene brøken er større fordi telleren er størst. (..) Stemmer det alltid?		
40	Elev 1 Elev 2	Nei	Påstand (P)	N0
41	Elev 2	Så det kan stemme, men ikke alltid.	Påstand (P)	N0
42	Lærer	Kan dere komme opp med en annen definisjon på hvordan telleren kan forklares?		
43	Elev 1	(…) er det sånn at denne stemmer fordi tallet fem er større en tallet 2? Fordi hvis vi sier det er en halv og en en del og en todel, så blir det jo da en en del større enn en todel.	Data (D) Sikring (S)	N1
44	Elev 3	Men det er jo fortsatt likt da..	Påstand (P)	N0
45	Lærer	Ta med et eksempel til. Der telleren er litt forskjellig?		
46	Elev 1	(…) Hvis vi sier tre fjerdedeler, og hvis vi sier fire sjettedeler for eksempel.	Påstand (P)	N0
47	Elev 3	Men hvis du tar fire tredjedeler..	Påstand (P)	N0
48	Lærer	(…) har dere kommet opp med et annet eksempel?		
49	Elev 2	To tredjedeler og fire sjettedeler blir, eller telleren er mindre enn den telleren der, men de er like store.	Påstand (P)	N1
50	Lærer	Så dere har funnet to brøker som er like		

		store, men har forskjellige tellere.		
51	Elev 2	Fordi hvis du ganger det der med to, så blir det to ganger to. To ganger to det er fire. (…) Og det er tre ganger to, det er jo seks	Sikring (S) Ryggdekning (R)	N1
52	Elev 3	Vi ganger med to, oppe og nede.	Sikring (S)	N0

Tabell 6: Utdrag fra klasseromsøkt - dag 2

Elev 1 innleder diskusjonen med en påstand (P) om at nevneren har en innvirkning på størrelsen av brøkene. Imidlertid mangler det en klar argumentasjon for denne påstanden, noe som indikeres av nivå 0 (N0). Elev 2 bygger videre på denne påstanden (P) ved å hevde at påstanden gitt av læreren, angående nevnerens påvirkning på brøkene, er feil, men uten å kunne gi en begrunnelse for dette. Elev 1 støtter opp om den opprinnelige påstanden (P), og begrunner det med nevnerens påvirkning på brøkene, men uten igjen å gi en tydelig begrunnelse, hvilket også indikerer nivå 0 (N0).

Læreren forsøker å oppmuntre til diskusjon ved å stille oppklarende spørsmål og oppmuntre til argumentasjon for påstandene. Elev 2 foreslår deretter å bruke dokumentasjon (D) i form av sirkeldiagrammer for å illustrere brøkfordelingen, men unnlater å gi en begrunnelse for hvorfor denne metoden er hensiktsmessig. Videre stiller Elev 2 kritiske spørsmål ved de visuelle representasjonene som gruppen har produsert på tavlen, uten å kunne argumentere for hvorfor brøken faktisk er større enn den som er brukt til å argumentere for påstanden (P) fra læreren.

Læreren griper inn og gjentar oppgaven ved å bruke de brøkene som er vist, og spør om dette alltid er tilfellet, for å tydeliggjøre hva elevene skal utforske. Elevene kommer med en påstand (P) om at dette ikke alltid er sant, men uten å gi en begrunnelse. Elev 2 uttaler også at det kan være sant, men ikke alltid, hvilket kategoriseres som en ny påstand (P). Elevene ber deretter elevene om å finne en alternativ definisjon for hvordan nevneren kan påvirke brøkene.

Elev 1 svarer ved å presentere dokumentasjon (D) som støtter lærerens påstand, og begrunner det med eksempelet der nevneren er 5 i en brøk og 2 i en annen, og derfor er 5 større enn 2. Elev 1 gir også eksempler (S) for å underbygge denne påstanden, noe som indikerer en argumentasjon på nivå 1 (N1).

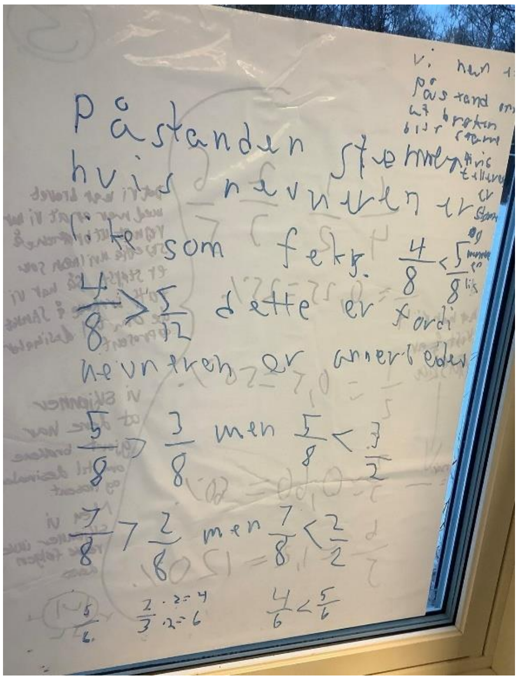
Elev 3 kommer deretter med en ny påstand (P) uten å gi en dypere begrunnelse, igjen på nivå 0 (N0). Læreren veileder videre ved å oppfordre elevene til å gi et annet eksempel der nevneren er forskjellig. Elev 1 presenterer et eksempel med brøkene tre fjerdedeler og fire sjettedeler, men unnlater å gi en begrunnelse for valget av disse brøkene.

Læreren ber gruppa om flere eksempler som kan motbevise lærerens påstand. Elev 2 presenterer en ny påstand (P) ved å bruke eksempelet to tredjedeler og fire sjettedeler, og argumenterer for at den ene nevneren er mindre enn den andre, men likevel konkluderer med at de er like store. Dette viser en viss forståelse og argumentasjonen på nivå 1 (N1) ved bruk av eksempler.

Læreren ber om en oppklaring av elevenes funn og spør om de har funnet to brøker med ulike nevnere, men likevel samme størrelse. Elev 2 viser til en sikring (S) av påstanden (P) og forklarer hvordan man kan multiplisere den ene brøken for å bevise dette. Deretter gir eleven en ryggdekning (R) ved å forklare multiplikasjonen, som indikerer en argumentasjon på nivå 1 (N1). Elev 2 avslutter med å gjenta sikringen (S) av påstanden, men uten videre argumentasjon, noe som viser nivå 0 (N0).

Analyse av funnene avslører at alle elevene i gruppen kommer med påstander om nevnerens betydning, men samtidig mangler tilstrekkelig begrunnelse. Dette indikerer argumentasjonsnivå 0 (N0), med en gradvis bevegelse mot nivå 1. Læreren engasjerer seg aktivt i gruppediskusjonen ved å stille oppklarende spørsmål og oppmuntre til refleksjon rundt oppgavene. I tillegg ser vi at elev 2 foreslår bruk av sirkeldiagram som dokumentasjon for påstandene. Elev 1 presenterer ulike former for dokumentasjon, særlig i form av eksempler som støtter lærerens påstand. Dette demonstrer en forståelse på nivå 1 (N1) av argumentasjon.

Læreren utfordrer elevenes funn ved å be om flere eksempler som støtter deres påstander. Elev 2 viser en forståelse som kan kategoriseres som nivå 1 (N1) av argumentasjon ved å presentere eksempler og argumenterer for hvordan nevneren kan variere samtidig som brøkene forblir like store. Samme elev gir en sikring (S) av påstanden og forklarer multiplikasjonens rolle, men mangler videre argumentasjon, noe som indikerer et nivå 0 (N0) av argumentasjon.



Figur 11:Vertikal ikke-permanent tavle (Bilde tatt fra undervisning av elevenes besvarelser)

<u>Utdrag 4</u>

	Hvem	Tale	Argumentasjon (Toulmin, 2003)	Nivå av argumentasjon (Knudsen et al., 2018)
53	Elev 1	Folkens det er jo skrevet at det ikke alltid er telleren som bestemmer hvilken brøk som er størst. Og så må vi ha noen eksempler.		N0
54	Elev 2	Ja, en femdeler er jo mindre enn en todel.	Påstand (P)	N0
55	Elev 1	Ja, da bør vi ta to femdeler, for da er telleren	Påstand (P)	N1

		større. For en todel er større enn to femdeler		
56	Lærer	Her har dere blitt gitt en påstand om at fem sjettedeler er større enn to femtedeler. Er dere enige eller ikke?	Påstand (P)	
57	Elev 1 Elev 2 Elev 3	Det er vi enige i.	Påstand (P)	N0
58	Lærer	Hvorfor det?		
59	Elev 1	Det er jo større da.	Påstand (P)	N0
60	Elev 2	Hvis du ganger to tredjedeler med to, da får du seks i nevner og da blir det fire sjettedeler.	Sikring (S)	N1
61	Lærer	Da kan dere vise det ved utregning at påstanden ikke stemmer?		
62	Elev 1	Ja, vi kan komme med andre eksempler.		
63	Elev 2	En todel er for eksempel større enn to femtedeler	Påstand (P)	N1
64	Elev 3	Og da skriver du to tredjedeler med to og da får du fire sjettedeler. Skal vi ta med et nytt eksempel som viser at..	Ryggdekning (R)	N1
65	Elev 1	Ja vi kan ta med et eksempel til. To tideler er mindre enn tre femdeler	Påstand (P)	N1

Tabell 7: Utdrag fra klasseromsøkt - dag 2

Elevene deltok i en diskusjon om en matematikkoppgave der de skulle sammenligne brøker og argumentere for sine synspunkter. Elev 1 innledet med en gjengivelse av oppgaven og understreket behovet for å inkludere eksempler i besvarelsen. Deretter fremmet Elev 2 en påstand (P) om at en femdel var mindre enn en todel, uten å gi noen argumentasjon for påstanden (N0). Elev 1 gjentok påstanden til Elev 2, men bemerket at det var mer hensiktsmessig å bruke brøken med større teller, da dette stemte overens med at en todel er større enn to femtedeler. Dette ble støttet av et eksempel som demonstrerte at telleren ikke alene avgjør størrelsen på brøken, og dermed ble påstanden tilbaketrukket. Dette representerer argumentasjonsnivå 2 hvor elevene beveger seg inn i en generell diskusjon om funksjonen til telleren i brøker.

Etter at læreren engasjerte seg i diskusjonen og bekreftet oppgavens premiss om å sammenligne brøker, var alle elevene enige om hvilken brøk som var størst. Ved spørsmål fra læreren om grunnen til enigheten, fremstilte Elev 1 en påstand (P) om at det var fordi den ene brøken var større, uten ytterligere begrunnelse. Elev 2 støttet deretter Elev 1 sin påstand ved å demonstrere med utregning at en tredjedel multiplisert med to resulterte i en større brøk enn to femtedeler, og dermed ble påstanden bekreftet gjennom et eksempel.

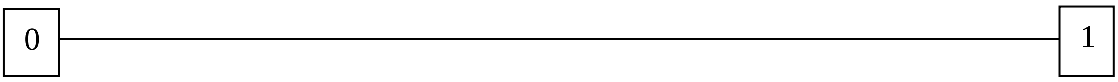
Videre utfordret læreren elevene til å vise gjennom utregning at telleren ikke alene bestemmer hvilken brøk som er størst. Elev 1 foreslo at dette kunne demonstreres gjennom flere eksempler, og Elev 2 kom med en ny påstand (P) om at en halv var større enn to femtedeler, støttet av et eksempel som motbeviste lærerens påstand. Dette representerte argumentasjonsnivå 1, hvor eleven brukte eksempler for å etablere en generell forståelse av tellerens rolle i brøker.
Elev 3 bekreftet det gruppa hadde kommet frem til ved å foreslå å inkludere Elev 2 sitt eksempel i deres skriftlige arbeid og deretter utvide påstanden med et nytt eksempel. Elev 1 fortsatte deretter med å fremsette en ny påstand (P) og presenterte et eksempel som viste at to tideler var mindre enn tre femtedeler, og dermed ytterligere data (D) som motsa lærerens opprinnelige påstand. Selv om de individuelle uttalelsene hovedsakelig var på argumentasjonsnivå 1, bygde de opp argumentasjonen sin gradvis for å generalisere betydningen av telleren i brøker.

I dette utdraget ble funnene avslørt i en situasjon hvor elevene deltok i diskusjoner om sammenligning av flere brøker, og uttrykte sine synspunkter på et argumentasjonsnivå 1 (N1). Elev 1 og Elev 2 bidro med flere eksempler for å støtte ulike påstander som hadde blitt foreslått i diskusjonen angående størrelsesforholdet mellom de ulike brøkene. Diskusjonen og argumentasjonen var hovedsakelig basert på bruken av eksempler for å underbygge

påstandene. Læreren deltok også aktivt i diskusjonen og viste engasjement for elevenes arbeid.
Gjennom en deduktiv tilnærming, basert på deres forståelse og kunnskaper av brøkforhold, identifiserte de enighet om hvilke av brøkene som ble ansett som størst. Dette ble oppnådd ved bruk av matematiske prinsipper og eksempler for å trekke en konklusjon. Diskusjonen viste en progresjon fra enkle eksempler til mer generelle konsepter, med en økende grad av argumentasjon. Gjennom samarbeid styrket elevene sine argumenter og beveget seg gradvis mot en generalisert forståelse av tellerens betydning i brøker.

4.3 Analyse av den tredje matematikktimen

For den tredje og siste undervisningstimen prosjektet ble utført i, startet vi her også med en oppvarmingsoppgave. Målet for denne økten var å forstå en sammenheng mellom brøk og prosent, noe kanskje mange elever syns er utfordrende å forstå. Elevene startet derfor med å tegne en tallinje fra 0 til 1 slik som vist under:



De skulle bruke tallinjen til å plassere inn hvor $\frac{1}{2}$ og $\frac{2}{4}$ var. Videre skulle de bruke samme tallinje til å plassere 50 % og 25 %.

Den neste oppgaven gikk ut på en påstand som ble gitt fra læreren som elevene skulle forsøke å bevise om var sann eller usann. Ved å visualisere med en drikkflaske læreren hadde tatt med til undervisningen ble oppgaven gitt på følgende måte:

"$Flasken$ min $rommer\ 1\ liter.\ Jeg\ har\ drukket\ 2\ dl.\ Jeg\ har\ derfor\ drukket\ 20\ \%.\ Sant\ eller\ usant?$"

Elevene ble bedt om å bevise og forklare for svarene deres. Videre fikk de en ny oppgave som baserte seg på innholdet av en flaske. Nå endret forholdet i flasken seg fra 1 liter til 1,5 liter. Oppgaven lyder som følger:

"$Hvis\ jeg\ har\ en\ flaske\ med\ 1{,}5\ liter\ og\ jeg\ drikker\ 2\ dl,\ så\ er$ det $80\ \%\ igjen\ i\ flasken.$

$Sant\ eller\ usant?$"

Det var denne oppgaven som er blitt tatt utdrag fra for å undersøke elevenes argumentasjon. Den første oppfatningen av når elevene ble gitt oppgaven, var at dette var betraktelig mer utfordrende da det ikke ble brukt 1 liter, men heller 1,5 liter. 1,5 liters flasker er de fleste godt kjent med, så forståelsen av mengden var ikke ukjent for elevene.

Utdrag 5

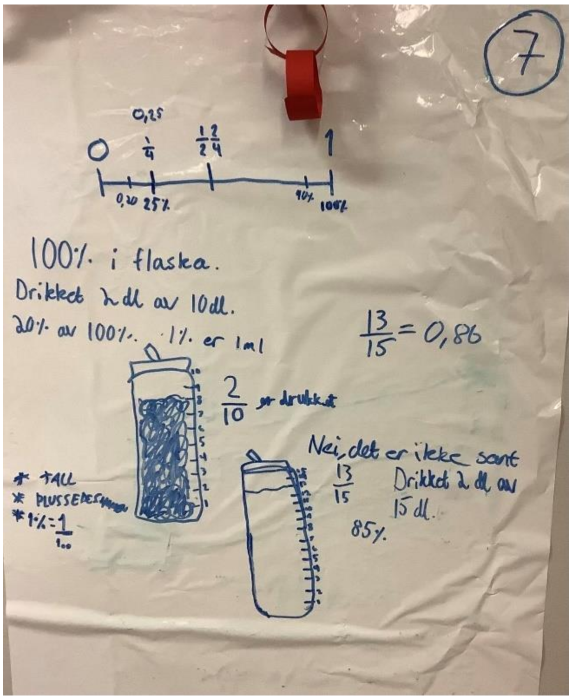
	Hvem	Tale	Argument (Toulmin, 2003)	Nivå av argumentasjon (Knudsen et al., 2018)
66	Lærer	Stemmer det at hvis jeg har drukket 2 desiliter av flasken som rommer 1 liter, så har jeg drukket 20 %?	Påstand (P)	
67	Elev 1	Måten vi har løst det på er at vi tok 1 liter, det var hele. Det er 100 %. Og så visste vi at i en liter så har vi plass til 10 desiliter, og det er like store deler. Det betyr at en desiliter blir 10 %. Og du har drukket to av de desiliterne, og en var 10 %. Da var det 10 + 10 % er lik 20 %.	Påstand (P) Data (D) Sikring (S) Ryggdekning (R)	N3
68	Lærer	Hvis jeg hadde hatt 1,5 liters flaske i stedet for 1 liter, og så drikker jeg 2 desiliter av den, så har jeg igjen 80 % av flasken. Stemmer det?	Påstand (P)	
69	Elev 1	(…) 1,5 delt på 10, så vi fikk det for å finne ut hvor mye 10 % var. Da fikk vi 0,15. Så 0,15 ganget med 2, så det skulle være 20. (…) da er i 0,3 er i hvert fall 20%. og 1,2 er lik 80 %.	Data (D) Sikring (S)	N3

Tabell 8: Utdrag fra klasseromsøkt - dag 3

Læreren introduserte elevene for en påstand (P) om hvorvidt det var korrekt at drikking av 2 desiliter fra en 1 liters flaske utgjorde 20 % av flaskens innhold. Elevene responderte raskt på oppgaven da den ble presentert i klassen. Elev 1 fremmet en påstand (P) som antydet at en 1 liters flaske utgjorde 100 %. Deretter fortsatte eleven med å presentere dokumentasjon (D) som støttet denne påstanden ved å påvise at 1 liter tilsvarer 10 desiliter. I tillegg viste eleven til en sikring (S) om at delene var like store, og derfor representerte 1 desiliter 10%. Deretter bekreftet eleven, med referanse til lærerens påstand, at drikking av 2 desiliter tilsvarer 20 %. Denne logiske tilnærmingen representerer argumentasjonsnivå 3 (N3), hvor eleven brukte logikk for å gradvis utvikle argumenter og bevis for generalisering (Knudsen et al., 2018).

Deretter introduserte læreren en ny påstand, som var den siste oppgaven for denne økten, som bygde videre på konseptet med volum i en flaske og forholdet til brøk og prosent. Denne gangen endret læreren påstanden til å gjelde en 1,5 liters flaske. Påstanden (P) var nå om drikking av 2 desiliter fra en 1,5 liters flaske utgjorde 20 %. Elevene ble bedt om å bevise eller motbevise denne påstanden. Videre i utdraget, i linje 4, ser vi at en elev forsøkte å bekrefte eller avkrefte påstanden. Læreren stilte et oppklaringsspørsmål om hva elevene hadde produsert på tavlen. Elev 1 forklarte først at de hadde delt 1,5 liter på 10 for å få like store deler. Deretter viste eleven til dokumentasjon (D) ved hjelp av utregning, basert på kunnskap fra den forrige oppgaven. De fant ut at 0,15 tilsvarer 10 %. I dette forsøket multipliserte elevene 10 % med 2, noe som resulterte i 0,15 multiplisert med 2 for å utgjøre 20 %. Videre ga eleven en sikring (S) om at 0,3 desiliter tilsvarer 20 %. Da fant elevene ut at 1,2 tilsvarer 80 %. Her viser gruppa til en nivå 3 (N3) argumentasjon der de også bruker logikk innenfor matematikken for å bygge argumentene sine og forklarer og begrunner sine fremgangsmåter.

Samlet sett viser dette at elevene, samt gruppen når de samarbeidet, nådde argumentasjonsnivå 3 ved å trekke logiske slutninger med utdypende forklaringer for å utvikle sine argumenter om hvorvidt de gitte påstandene stemte eller ikke. De brukte både påstand (P), dokumentasjon (D), sikring (S) og ryggdekning (R) for å forklare og begrunne sine svar.



Figur 12: Vertikal ikke-permanent tavle (Bilde tatt fra undervisning av elevenes besvarelser)

Utdrag 6

	Hvem	Tale	Argumentasjon (Toulmin, 2003)	Nivå av argumentasjon (Knudsen et al., 2018)
70	Elev 1	Det er 15 desiliter i 1,5 liter, det får vi ikke delt på 10.	Påstand (P)	N0
71	Lærer	Begynn med å tegne opp.		
72	Elev 2	Her har vi 1,5 liter, og hvordan burde jeg dele den.		
73	Lærer	Er det noe vi kan finne ut av først.		
74	Elev 2	Det er 15 dl til sammen, og så drikker du to av de, så skriver du det sånn «Drikker to», og så 15 % er (..)	Påstand (P)	N0
75	Elev 1	Det er så vanskelig å dele opp den i prosent, så hele greia er 60 %?	Påstand (P)	N0

76	Elev 3	Nei nå går det litt i surr		
77	Elev 2	Er hele flaska 70 %?	Påstand (P)	N0
78	Elev 3	Nei, fordi hvis du har 1,5 liter og du tar bort 2 dl så blir det ikke 70 %. Prosenten blir ikke mindre fordi du drikker mer. Det er fortsatt like mye. Så flasken er over 80 %.	Data (D) Påstand (P)	N0
79	Elev 2	Hvis vi deler 15 på 10, det går ikke, det blir for vanskelig. (…) eller vent kanskje det ikke er så vanskelig likevel. Fordi 10 % er 1,5 dl. Da har vi hvert fall 10 %.	Påstand (P) Data (D)	N1
80	Elev 3	Vi må bare finne ut av hvor mange prosent 2 dl er. Men for å finne 80 % må vi legge til desiliter. Vi må bruke 3 dl for å finne 80%.	Påstand (P) Sikring (S) Påstand (P)	N0

Tabell 9: Utdrag fra klasseromsøkt - dag 3

I utdraget analyseres elevenes respons på en oppgave om deling og prosent av en 1,5 liters flaske, med fokus på argumentasjonsnivåene i elevens uttalelser. Elev 1 presenterer en påstand (P) om umuligheten av å dele flasken på 10 uten å underbygge denne påstanden med argumentasjon, hvilket plasserer elevens uttalelse på nivå 0. Læreren griper inn for å fremme kritisk tenking ved å oppfordre elevene til å skissere eksempler for å støtte oppgaveløsningen. Elev 2 tar deretter initiativ for å søke veiledning og foreslår en tilnærming til problemet ved å systematisere tilgjengelig informasjon. Imidlertid avslører elevenes påstand om at hele flasken utgjør 60 % en misforståelse av prosentbegrepet, spesielt med tanke på tidligere erfaringer med 1 liters flasker. Videre presenterer elev 2 en ny påstand om at flasken tilsvarer 70 % uten å gi en begrunnelse, igjen på nivå 0 av argumentasjonskompetanse.

Elev 3 bidrar med dokumentasjon (D) for å motbevise elev 2s påstand om 70 % ved å demonstrere at fjerning av 2 dl ikke reduserer prosentandelen, og kommer deretter med en ny påstand (P) om at flasken overstiger 80 %, også uten tilstrekkelig begrunnelse på nivå 0. Elev

2 på nivå 1 argumenterer for sin påstand om at 10 % tilsvarer 1,5 dl ved hjelp av en forklaring og et eksempel, hvilket presenterer et høyere nivå av argumentasjon.

Avslutningsvis presenterer elev 3 en ny påstand om å finne prosentandelen av 2 dl og foreslår en metode for å oppnå dette. Imidlertid unnlater eleven å støtte denne påstanden med eksempler eller ytterligere begrunnelser, hvilket plasserer denne på nivå 0 av argumentasjonskompetanse.

Oppsummert ser vi i utdraget fra elevenes diskusjon om deling av en 1,5 liters flaske, identifiseres ulike nivåer av argumentasjonskompetanse blant elevene. Elev 1 begynner med en påstand uten argumentasjon, på nivå 0, og blir utfordret av læreren til å tegne opp eksempler for å fremme tankeprosessen. Elev 2 forsøker å systematisere informasjon, men viser misforståelse av prosentbegrepet. Elev 3 bidrar med data, men presenterer nye påstander uten tilstrekkelig begrunnelse. Elev 2 på nivå 1 presenterer et eksempel for å støtte sin påstand om forholdet mellom desiliter og prosent. Til slutt konkluderer elev 3 med en påstand og sikring uten ytterligere støtte eller eksempler. Vi kan si at funn fra dette utdraget viser elevene ulike nivåer av argumentasjonskompetanse, fra nivå 0 til nivå 1. Elevene viser noen misforståelser om prosentbegrepet og utfordringer med å generalisere kunnskap fra tidligere oppgaver blir tydeligere. Elever som derimot bruker eksempler, som elev 2 på nivå 1, viser en bedre forståelse av problemet. Elevene har behov for ytterligere veiledning og støtte for å utvikle elevenes argumentasjonsferdigheter og forståelse av matematiske begreper som prosent.

4.4 Analyse elevintervju

For å belyse forskningsspørsmålet om elevenes oppfattelse av tenkende klasserom og matematisk argumentasjon, ble det gjennomført elevintervjuer. Disse intervjuene beskrevet nærmere i metodekapittelet (Kapittel 3), omfattet tre elever. Alle elevene ble stilt de samme spørsmålene som presentert i intervjuguiden (se vedlegg 4). For analysen ble spørsmålene kategorisert i to hoveddeler: Undervisningsmetode og argumentasjon. I denne delen av analysen vil jeg identifisere elevene som Elise, Knut og Tina. Som tidligere nevnt i innledningen av kapittelet, er navnene og kjønnet til elevene fiktive og konstruert for å bevare deres anonymitet. I dette delkapittelet vil jeg kun presentere funnene knyttet mot oppgaven, mens i kapittel 5 vil drøfte funnene i lys av relevant teori. Jeg vil sammenligne elevenes svar på hvert spørsmål presentert her. Der det er nødvendig, vil jeg inkludere irrelevante sitater eller pauser, markert med (…). Under intervjuene stilte forskeren oppfølgingsspørsmål som førte til at svarene ble noe fraskilt og dratt ut. Jeg har valgt å fokusere på elevens svar og har derfor sammenfattet deres uttalelser ved bruk av (…). I analysen har jeg inkludert 21 svar fra intervjuene med elevene, som er nummerert fra 1 til 21 for bedre referanse og diskusjon i kapittel 5.

4.4.1 Undervisningsmetode

Under utforskningen av elevenes oppfatning av undervisningsmetoden «tenkende klasserom», var hensikten å innhente innsikt i deres synspunkt fra undervisningsøktene. Spørsmålene rettet seg mot deres generelle oppfatninger og synspunkter knyttet til øktene, problemløsning og dybdelæring, gruppesammensetning og utførte oppgaver. Disse spørsmålene ble utformet med utgangspunkt i Liljedahls (2023) praksiser, som vil bli nærmere diskutert i kapittel 5. Gitt elevenes tidligere erfaring med denne undervisningsmetoden, ønsket jeg å utforske deres oppfattelse på de nylig gjennomførte øktene.

<u>Spørsmål 1: Var det noe spesielt som du likte med disse øktene?</u>

1 Elise: *Fint å jobbe litt i grupper. (…) at vi varierte på gruppene. (…) Fint innhold, åpne oppgaver som vi kunne jobbe med på forskjellige måter. Så spurte du åpne spørsmål, så vi ikke fikk svaret. Vi måtte jobbe mer og mer selv, og samarbeide med gruppa.*

Elise uttrykker en positiv holdning til samarbeid i tilfeldige grupper, som var praksis i klasserommet. Hun fremhever at hver økt involverte dannelse av nye grupper, noe hun ser på som fordelaktig. Hun beskriver innholdet i øktene som bestående av åpne oppgaver, som tillater ulike tilnærminger for å komme frem til løsninger. Elise understreker også lærerens veiledningsrolle under øktene. Hun påpeker at læreren ikke ga enkle ja eller nei- svar, noe som Elise betraktet som bruk av åpne spørsmål. Dette indikerte at elevene ikke fikk umiddelbare svar fra læreren, men istedenfor måtte arbeide selvstendig og samarbeide i gruppen for å nå frem til konklusjoner.

2 Knut: *Gruppene kanskje. At vi jobbet sammen i grupper i stedet for å jobbe en og en.*

Knut har også bemerket seg at han fant gruppesammensetningen under øktene som positivt. Elevene ble også utfordret til å reflektere over deres erfaringer fra barneskolen. Svarene indikerte at matematikkundervisningen siden begynnelsen av ungdomsskolen varierte mellom gruppearbeid, faste grupper og individuelt arbeid. Knuts kommentarer understreket betydningen av gruppearbeid, noe som ble både observert og anerkjent som positivt av elevene.

3 Tina*: Jobbe med litt forskjellige personer. (…) Det er ofte de man sitter med. Det blir jo noen ganger at det blir forskjellig, men ofte i alle andre fag og, så blir det med de man sitter med.*

Tina uttrykker også en positiv holdning til gruppearbeid, spesielt til den varierende sammensetningen av grupper fra gang til gang. Etter å ha blitt spurt om hvordan de vanligvis blir organisert i grupper, beskriver hun den vanlige praksisen med å arbeide sammen med dem man vanligvis sitter med.

Elevenes svar på spørsmålet om det noe spesifikt de satte pris på med undervisningsøktene de deltok i, indikerer entydig at alle elevene hadde en positiv opplevelse av å arbeide i grupper, særlig i tilfeldige sammensetninger. Elise fremhever også at hun verdsatte det å ikke få direkte svar fra læreren. Samlet sett viser funnene at elevene generelt hadde en positiv oppfattelse av undervisningsøktene de deltok i.

Min nysgjerrighet lå i elevenes perspektiver angående undervisningsmetodens potensial for å fremme problemløsning og dybdelæring innen matematikk. Dette forutsetter selvfølgelig en viss forståelse hos elevene av begrepene problemløsning og dybdelæring. Dersom det ble observert at en elev manglet forståelse av disse begrepene, tilbød forskeren en grunnleggende forklaring for å sikre at eleven kunne gi et informert svar.

<u>Spørsmål 2: Tror du en slik undervisningsmetode kan bidra til problemløsning og dybdelæring?</u>

4 Elise: *Ja, men syns at vi skulle hatt litt mer plass på tavlene. Da hadde vi hatt mer rom å tenke på. Si det blir fullt da, og så ser du alt du jobber med, og da blir det mye kaos. (…) Det hadde heller ikke hjulpet med å pusse det ut. Vi må bruke det vi har hatt, det vi har regnet fra før for å komme videre, men så kan det heller ikke komme oppå. (…) Man får ned alt på papir da. Og så ser du en oppsummering da. Og da kan det hjelpe med å komme videre.*

Elise beskriver hvordan undervisningsmetoden begrenser elevenes evne til problemløsning, idet hun bemerker den begrensede plassen på tavlene, noe som resulterer i en begrenset tenkeplass. Forskeren utforsket videre om å viske ut tidligere utregninger kunne bidra til effektiviteten for deres påfølgende problemløsning. Her svarer Elise nei, da hun fremhevet behovet for å referere til tidligere utregninger for fremgang. Et oppfølgingsspørsmål fra forskeren ga positive aspekter ved metoden som støtter problemløsning, og Elise bemerket at muligheten til å tegne ned alle utregningene for å oppnå en oppsummering, er hjelpsomt for videre arbeid.

5 Knut: *Ja. For da jobber vi liksom sammen, og finne ut av det sammen. Og da kanskje man blir bedre selv, hvis det er noen litt smartere på gruppa.*

Under intervjuet, uttrykker Knut at undervisningsmetoden bidrar til å løse problemløsningsoppgaver ved å legge til rette for samarbeid med medelever for å løse problemer i fellesskap. Han forklarer at gjennom samarbeid med andre, spesielt de som har sterkere faglig kompetanse, kan enkeltelever forbedre sin egen forståelse og ferdigheter.

6 Tina: *Ja. Du kan jo bruke hvilke metoder du vil til å komme frem til svaret, du kan bare prate å og prøve litt forskjellig da, til du kommer frem til noe, og det hjelper til problemløsning. (…) Prate sammen for å komme frem til en løsning.*

Tina fremhever betydningen av å ha autonomi til å velge ulike tilnærminger for å løse oppgaver, noe som muliggjør utforskning av forskjellige metoder for å få en løsning. Dette anses som en støtte for problemløsning. Videre gir forskeren et oppklaringsspørsmål til Tina om hennes uttrykk «prate sammen». Tina forklarer at dette refererer til den kollektive gruppediskusjonen som bidrar til å danne løsninger.

Oppsummert tydeliggjøres det at to av elevene understreker verdien av kollektiv gruppediskusjon for å løse problemer, og dermed for problemløsningsprosessen generelt. Videre peker Tina på den positive effekten av å kunne eksperimentere med ulike tilnærminger for å løse problemer innenfor rammene av denne undervisningsmetoden. Den mest betydningsfulle observasjonen kommer fra Elise, som fremhever det negative aspektet ved at tavlene begrenser elevenes plass til å tenke. Hun påpeker også at tidligere utregninger ikke kan fjernes, da de er nødvendige for å fremme fremdriften i problemløsningen. Funnene kan vi si at, ut ifra elevenes oppfatning av undervisningsmetoden, kan bidra til problemløsning og dybdelæring.

En av Liljedahls (2016) pedagogiske tilnærminger, som skiller seg fra andre undervisningsmetoder, er fokuset på gruppesammensetning. Dette prinsippet innebærer bruk av tilfeldige grupper bestående av 3 elever. I en av undervisningsøktene ble denne tilnærmingen utfordret da gruppen til Elise ble satt sammen med 4 elever. Formålet med denne endringen var å utforske hvordan elevene oppfattet og håndterte ulike gruppestørrelser og hvordan dette påvirket samarbeidet innad i gruppen.

Spørsmål 3: Tror du at gruppeoppsett og antall personer per gruppe har en viktig rolle for hvordan gjennomføringen blir?

7 Elise: *Ja. Vi burde være færre på gruppa synes jeg. (...). Maks 3, minst 2. (...) På grunn av at nå som vi var fire, så var det noen som ikke prøvde i det hele tatt. Man føler at noen andre gjør det for deg, så da kan man bare kødde. Men for eksempel hvis vi hadde vært to, så er begge nødvendig for å hjelpe hverandre. Helst to.*

Elise fikk erfaring med å være på gruppe med både tre og fire personer og observerte tydelig at fire personer var for mange. Videre spurte forskeren henne om hvilket antall personer som hun mente var det minste og største som burde være i en gruppe. Hun svarte at maksimum antall personer bør være tre, mens det minimale antallet bør være to. Da forskeren utforsket grunnen til hennes valg av disse tallene, forklarte hun at når gruppen besto av fire personer, var det noen som ble passive i diskusjonene, noe som hindret produktiviteten. Dette førte til en avslappet stemning, der de aktive deltakerne følte at de måtte bære gruppen alene. Hun påpekte videre at i en to-persons gruppe, ville de være avhengige av hverandre for å løse de gitte oppgavene, noe som fremmet mer samarbeid og diskusjon. Hun konkluderte derfor med at to personer er det ideelle antallet i en slik undervisningsmetode.

8 Knut: *Hvis det blir for mange på en gruppe så blir det for mange folk. (...) Tre eller fire. Minst tre maks fire. Hvis det blir for mange så er det fort satt noen blir satt utenfor. At de ikke får sagt meningen sin.*

Knut hadde ikke erfart å være på en gruppe med fire personer. Han forklarte at ved en gruppesammensetning med flere enn fire personer, ville det være en betydelig risiko for at noen i gruppen ikke ville bli inkludert i diskusjonene, og dermed ville de ikke ha like gode muligheter for å uttrykke sine meninger og synspunkter. Forskeren utfordret han deretter på hva han anså som det optimale antallet personer per gruppe innenfor undervisningsmetoden. Knut responderte med å foreslå maksimalt fire personer og minimum 3 personer.

9 Tina: *Hvis det er for mange, så er det kanskje ikke alle som får sagt så mye. Hvis det er tre eller fire så får alle sagt en mening. Det er bedre. (...) Minst to og maks fem.*

Tina forklarer at en for stor gruppestørrelse kan føre til manglende deltakelse fra alle elever i samtalen. Hun reonnerer med at enten tre eller fire personer per gruppe ville fremme inkludering, der alle ville ha mulighet til å bidra med sine meninger og ideer på en effektiv måte. Hun mener at dette antallet fungerer best for å sikre aktiv deltakelse fra lle gruppens medlemmer. Tina ble deretter spurt om hva hun mente var det optimale antallet personer i en gruppe og hun svarte med minimum to og maksimum fem personer.

Generelt sett viser elevenes enighet om at en for stor gruppestørrelse kan føre til at ikke alle deltakerne blir inkludert i samtaler, diskusjoner og løsningen av oppgavene. To av elevene foreslo at det ideelle antallet personer per gruppe skulle være to, mens en elev argumenterte for tre. Når det gjelder det maksimale antallet personer, var det ulike meninger. Elise mente at maksimum burde være tre personer, Knut mente fire, og Tina mente fem. Imidlertid viser funnene at elevene samlet sette har en oppfatning av at en for stor gruppestørrelse kan hemme drøfting og samarbeid.

Videre ble elevene spurt om deres oppfattelse av oppgavene som ble tildelt under undervisningsøktene. Ble oppgavene ansett som håndterbare og relevante, eller var det tilfeller elevene oppfattet at oppgavene ikke var passende i forhold til det aktuelle temaet?

<u>Spørsmål: Hva synes du om oppgavene som ble gitt under disse undervisningsøktene?</u>

10 Elise: *De var fine, de var åpne. Vi kunne jobbe med de på mange forskjellige måter, og sammenlignet med gruppa ved siden av oss, for eksempel.*

Elises oppfattelse av oppgavene indikerte at hun syntes at de var åpne. Hun argumenterte for dette ved å påpeke at oppgavene ikke var begrenset, og at det var mulig å anvende ulike tilnærminger for å komme frem til en løsning. Elise påpekte også at det å ha muligheten til å observere andre sine besvarelser var positivt til å videreutvikle sine egne utregninger.

11 Knut: *Bra. De var fine for meg, liksom ikke for vanskelige eller for lett, var sånn passe.*

Knut oppfattet oppgavene som passene i forhold til sitt faglige nivå. Han vurderte dem som håndterbare og passende for sin tilnærming til løsning av oppgavene.

12 Tina: *Jeg likte dem. Alle kan få det til. Det er ikke sånn at du må være dritsmart for å skjønne det. Og så kan alle lære litt. (…) det var så mye forskjellig innenfor samme tema, så hvis alle kunne alt da hadde jeg blitt overrasket.*

Tina oppfattet at oppgavene som ble tildelt under øktene var laget slik at alle gruppemedlemmene hadde tilstrekkelig kompetanse til å håndtere dem. Samtidig ble det gitt en grad av utfordring til de som allerede følte seg kompetente innen faget. Dette samsvarer også med de observerte situasjonene, hvor det var sjelden at elevene mistet fokus og ble distraherte i løpet av timen. Tina uttrykte også i intervjuet at det var overraskende for henne at alle hadde den nødvendige forhåndskunnskapen til å løse oppgavene.

Samlet sett viser elevenes svar angående deres oppfattelse av de tildelte oppgavene at de ikke opplevde dem som overveldende og for utfordrende, men likevel utfordret dem. Oppgavene ble karakterisert som åpne, ettersom det fantes flere tilnærminger som kunne benyttes for å nå frem til en eller flere løsninger.

4.4.2 Argumentasjon

For å utforske elevenes oppfatninger av deres egne argumentasjoner, initierte jeg spørsmål ved å først utforske deres begrepsmessige forståelse av argumentasjon. I tråd med Knudsen (2018), som understreker viktigheten av å introdusere elever for begrepet argumentasjon og å sikre at de forstår dett før de begynner å argumentere, valgte jeg som forsker å avstå fra å gi en definisjon av begrepet. Dette ble gjort for å evenluere eksisterende forståelse blant elevene og for å unngå å påvirke dere svar under intervjuet. Spørsmålet som ble presentert, var derfor:

<u>Spørsmål: Hva vil du si er en argumentasjon?</u>

13 Elise: *Begrunning. Liksom vise hvordan du gjør ting, hvorfor du gjør det sånn, og hvordan du gjorde det.*

Her refererte Elise til begrepet «begrunnelse», og utdypet det som den prosessen hvor man forklarer hvordan og hvorfor man har utført en bestemt handling eller kommet frem til en bestemt konklusjon. Elise demonstrerer en solid forståelse av begrepet, idet hun under intervjuet forklarer at å kunne forklare hva man har gjort og hvorfor man har kommet frem til noe viser til argumentasjon.

14 Knut: *Jeg vet ikke. Kanskje noen kommentarer eller noe sånt?*

Knut uttrykker her at han ikke tidligere har mottatt omfattende forklaringer om betydningen av argumentasjon. Knut antyder at det kan innebære kommentarer som blir gitt enten av lærere eller medelever som svar på noe som er blitt sagt eller uttrykt, noe som kan oppfattes som en vag forståelse av begrepet «argumentasjon».

15 Tina: *Si ting som kan vise at noe er riktig.*

Tina reflektere over at argumentasjon er en form for kommunikasjon gjennom språk som har til hensikt å etablere gyldighet og sannhet. Hun deler lignende innsikt som Knut angående det språklige aspektet av argumentasjon. Tina reflekteres også i Elises tidligere forklaring om hvordan argumentasjon kan involvere en forklaring på hvorfor noe er sant eller ikke.

Samlet sett viser elevenes svar en grunnleggende forståelse av begrepet argumentasjon. De uttrykker seg ved å bruke ord som «vise», «si», «kommentarer», «hvordan» og «hvorfor» for å definere begrepet. Basert på deres reponser, fremkommer det en oppfatning om at de erkjenner sammenhengen mellom bruken av språk som et redskap for forklaring og anvendelsen av ulike strategier for å underbygge gyldigheten eller sannheten i en påstand.

Det påfølgende spørsmålet jeg valgte å rette mot elevene var deres forståelse og oppfattelse av konseptet matematisk argumentasjon. Disse begrepene var ikke nødvendigvis velkjente for elevene, og basert på intervjuene syntes det å være en utfordring for dem å gi en presis definisjon av begrepene. Til tross for dette kunne deres svar bidra til å belyse deres oppfatning av matematisk argumentasjon, noe som var relevant for å adressere forskningsspørsmålet om deres oppfatning av matematisk argumentasjon ved undervisningen. Ettersom det fremsto som om elevene strevde med å formulere en klar definisjon av begrepet, ble det stilt oppfølgingsspørsmål for å oppmuntre dem til å reflektere over hva de selv mente det kunne bety. Det ble understreket at dette var et område hvor jeg ikke forventet at de skulle ha kunnskap om dette fra før av.

<u>Spørsmål: Hva vil du si er en matematisk argumentasjon?</u>

16 Elise: *Vise utregning, Der du argumenterer for hvorfor svaret er det du fikk, eller hvordan du kom frem til det.*

Elise viser en grundig forståelse av hva matematisk argumentasjon kan innebære. Hun indikerer at matematisk argumentasjon involverer presentasjon av utregninger, etterfulgt av en begrunnelse for hvorfor man har kommet til det gitte svaret og hvordan dette ble utført. Elise understreker viktigheten av å inkludere elementer som «hvordan» og «hvorfor» i argumentasjonen, spesielt i konteksten av å presentere matematiske utregninger.

17 Knut: *At det er jeg som prøver å overbevise at akkurat dette svaret er riktig, men at det fortsatt ikke er riktig*.

Knut sin oppfatning av matematisk argumentasjon antyder at han har en forståelse av at dette innebærer å overbevise andre om at noe er korrekt. Samtidig indikerer hans forståelse at dette forutsetter at det opprinnelige svaret er feil, hvor man deretter forsøker å overbevise andre om at det er korrekt. Dette avslører en visst misforståelse av begrepet matematisk argumentasjon. Likevel reflekterer Knuts oppfatning også en assosiasjon av undervisningsmetoden som er blitt brukt, hvor elevene blir presentert med påstander fra læreren som de deretter undersøker for å verifisere eller motbevise. På denne måten kan Knut ha utviklet en oppfatning av matematisk argumentasjon basert på sine erfaringer i undervisningen.

18 Tina: *Bruke matte i språket når du argumenterer for noe.*

Tina gir uttrykk for en god forståelse av matematisk argumentasjon ved å knytte det sammen med bruken av matematikk i spårket når man argumenterer. Dette viser Tina til at man legger sammen det å argumentere opp mot det matamtiske. Tina hadde tidligere indikert at argumentasjon har en relasjon til det språklige uttrykket, der man forsøker å fremlegge påstander for å bekrefte deres gyldighet. Derfor, da hun forsøkte å forklare begrepet matematisk argumentasjon, kom hun frem til en logisk slutning om at der er gjennom matematikk vi formidler argumenter for å bevise eller motbevise en påstand.

Resultatene indikerer at elevene har en delvis forståelse av begrepet matematisk argumentasjon, både teoretisk og i praksis. Knut tolket hvordan oppgavene ble presentert i øktene, og dette førte til at han tolket matematisk argumentasjon som å overbevise andre om sannheten av et feilaktig svar. Han understreket viktigheten av begrepet «overbevise» i denne sammenhengen. På den andre siden trakk både Tina og Elise en logisk slutning om at matematisk argumentasjon involverer bruk av matematiske begreper eller utregninger. Denne varierte tolkningen indikerer at elevene har ulike perspektiver, og at deres forståelse kan være påvirket av deres erfaringer og tolkninger av undervisningsmetoden.

Det siste spørsmålet og de tilhørende svarene som jeg valgte å inkludere for å analysere elevenes oppfatning av matematisk argumentasjon, omhandlet deres opplevelse og oppfatning av å diskutere matematikk med de andre på gruppa.

<u>Spørsmål: Hva synes du om å drøfte ulike påstander/teorier med andre?</u>

19 Elise: *Bra, for da får du ut alt, og så kan du få en mot-mening, og så blir det egentlig en diskusjon, der du må argumentere da. Det er gøy. Da får du liksom delt meningen da, og du blir jo hørt, for de vil jo prøve å motbevise. Da må du tenke mer og forklare hvorfor du mener at de har feil, og at du har rett.*

Elise betraktet det som positivt å diskutere matematikk med andre, da det ga henne muligheten til å utforske ideer og tanker sammen med andre som kunne bidra til å løse oppgavene. Hun understreket viktigheten av å uttrykke sine egne ideer og meninger, selv om dette kunne føre til uenighet og behovet for å argumentere for ens synspunkter. Elise oppfattet det å diskutere med andre som gøy, da det ga henne muligheten til å bli hørt og utfordret når hun prøvde å motbevise andres synspunkter. Det virket som om Elise, basert på svarene fra intervjuet, ble oppmuntret til å forklare hvorfor hennes synspunkter var gyldige og hvorfor andre ikke var det.

20 Knut: *Ja. (…) fordi da fikk vi alle sin mening, og ikke bare en sin mening.*

For Knut var det å diskutere matematikk med andre en positiv opplevelse, da han satte pris på at alle fikk muligheten til å dele sine meninger om oppgavene og svarene. Dette sikret at det ikke bare var en enkelt mening som dominerte diskusjonen, noe som kunne oppstå.

21 Tina: *Bra. (…) Da må man jo argumentere da. For om det du mener er sant, eller om det den andre mener er riktig. Så kan man tenke, komme frem til en løsning i midten. Bare tenke litt mer over det.*

Som forsker måtte jeg be Tina om å utdype svaret sitt om hvorfor det var bra å diskutere matematikk med andre. Her ser vi at Tina anvender begrepet argumentasjon for å indikere at det er viktig å forklare hvorfor det de mener er sant, i tillegg til å vurdere andre ideer og meninger som oppstår i gruppen. Dette krevde derfor samarbeid for å finne en løsning, og de brukte sine egne ideer og argumenter for å oppnå dette. Diskusjonen i gruppen første også til at deres tanker og ideer ble utfordret, som vi kan, basert på Tina sitt svar, si at oppmuntret til ytterligere utforskning og drøfting.

Oppsummert viser resultatene at elevene hadde en positiv oppfatning og opplevelse av å diskutere matematikk kollektivt i gruppa. De var også bevisste på å diskutere på en matematisk måte. Å få muligheten til å utveksle ideer i fellesskap med andre var spesielt verdsatt, da det var viktig for dem at alle ble hørt og at de sammen kunne komme til en felles konklusjon basert på deres diskusjoner og argumenter.

Kapittel 5: Diskusjon av analyse

I denne studien har jeg utforsket utviklingen av matematisk argumentasjon i en 8.klasse og samtidig undersøkt elevenes oppfattelse av både matematisk argumentasjon og undervisningsmetoden *tenkende klasserom*. Diskusjonen av analysen vil bli delt inn i tre separate deler som fokuserer på hver av de tre matematikktimene som ble observert. Avslutningsvis vil jeg presentere en diskusjon av analysene i forhold til forskningsspørsmålet som ble adressert gjennom elevintervjuene som ble gjennomført som en del av denne studien.

5.1 Diskusjon av analyse, første matematikktime

I teorikapittelet er det referert til Ball (2020) som definerer rike oppgaver som oppgaver som er tilgjengelige for alle elever som stimulerer elevene til å sette i gang arbeidet selv. Liljedahl (2023) viser til oppgaver som krever at elevene må reflektere og tenke kritisk, og disse betegnes som problemløsningsoppgaver. Basert på observasjonene virket oppgavene som ble gitt i studien av den første matematikktimen å være av en slik karakter at de oppmuntret alle elevene til å delta aktivt og samarbeide med andre for å løse problemene. Imidlertid var det enkelte oppgaver som ikke var like utfordrende for alle elever, og dette førte til at noen elever mistet interessen og begynte å diskutere andre temaer. Når lærer observerte at disse tilfellene utspilte seg, gikk læreren direkte inn i gruppen for å sette i gang diskusjonen til videre oppgaveløsning. Dermed støtter analysen opp under teorien om at det å tilby oppgaver som er tilstrekkelig utfordrende for å stimulere selvstendig tenking blant elevene er viktig.

Toulmin (2003) viser til at når elever utfordres på sine påstander, blir de nødt til å underbygge dem og vise deres gyldighet med dokumentasjon. Derfor fører lærerens spørsmål, som kan betraktes som motspørsmål (Liljedahl, 2023), til at elevene responderer og deretter samhandler for å finne dokumentasjon og bevis som støtter påstanden. Dermed kan det hevdes at lærerens deltakelse i elevsamtaler initierer til diskusjon. For eksempel i utdrag 1, linje 1, innleder læreren en diskusjon om forholdet mellom telleren og nevner, noe som legger grunnlaget for elevenes respons og påstander. Til tross for lærerens forsøk på å oppfordre elever til å utdype sine påstander, viser analysen at elevene mangler evnen til å argumentere og forklare sine påstander grundigere. Argumentene deres forblir i stor grad overfladiske og bygger hovedsakelig på observasjoner og tidligere eksempler. Fosnot & Jacob (2010) fremmer ulike teknikker for å utvikle matematiske bevis. Analysen viser at elevene benytter seg av teknikker som deduksjon, logisk resonnering og induksjon, med veiledning om hvordan man starter og gradvis bygger på dette. For eksempel i utdrag 2, linje 28, bruker eleven en deduktiv tilnærming til resonnement angående regneregler for brøk. I kontrast viser utdrag 1 en induktiv tilnærming der elevene mottar veiledning fra læreren og deretter bygger videre på det.

Knudsen et al. (2018) presenterer en argumentasjonsmodell som identifiserer fire klare nivåer av argumentasjon. Ved å analysere den første matematikktimen, observerer vi at elevene fremlegger argumenter som primært tilhører nivå 0 (N0), deres argumentasjon er begrenset til å henvise til autoriteter (Hovik & Kleve, 2021). Videre benytter elevene seg også av argumentasjonsnivå 1 (N1), der de gir begrunnelser støttet av konkrete eksempler (Hovik & Kleve, 2021). For eksempel, i linje 30 av utdrag 2, bruker eleven eksempler som er presentert på tavlen for å forklare sitt resonnement basert på disse eksemplene.

Samtidig viser analysen fra den første matematikktimen til et tilfelle der en elev, også fra utdrag 2 linje 28, presenterer noe som kan klassifiseres som nivå 2 argumentasjon. Eleven bruker også eksempler, men i tillegg identifiserer eleven et mønster mellom eksemplene ved å anvende en deduktiv tilnærming (Fosnot & Jacob, 2010). Dette mønsteret hjelper eleven til å bedømme sannhetsverdien av påstanden (Knudsen et al., 2018). Imidlertid er denne tilnærmingen alene ikke tilstrekkelig for en fullstendig gyldig argumentasjon. Den representerer likevel bevegelse mot en nivå 2 argumentasjon. Som konklusjon viser analysen at flertallet av argumentene som kommer frem er hovedsakelig på nivå 0 (N0) og nivå 1 (N1).

Analysen av den første matematikkøkten i 8.klassen, der forskningen ble gjennomført, gir verdifulle innsikter i omfanget av matematisk argumentasjon i et *tenkende klasserom*. Funnene indikerer at elevene har et potensial for forbedring når det gjelder deres evne til å konstruere mer dyptgående argumenter. Vi observerer at elevene er i stand til å formulere påstander (P), presentere dokumentasjon (D) ved hjelp av tavlene og verbalt språk, samt gi sikringer (S) i forsøket på å initiere diskusjon og argumentasjon i samspill med medelever (Toulmin, 2003). Lærerens rolle er også tydelig da de oppmuntrer elevene til å gi grundigere begrunnelser for sine påstander, både gjennom å stille spørsmål og direkte deltakelse i diskusjonen (Conner et al., 2014). Dette samsvarer også med resultater fra tidligere forskning om lærerens tilrettelegging av argumentasjon har en stor innvirkning på elevenes argumentasjon (Fossen & Berglund, 2022)

Elevene viser potensial for å utvikle seg til å nå høyere nivåer av argumentasjon, spesielt med tilstrekkelig veiledning og praktisk trening. Læreren kan spille en aktiv rolle i denne utviklingen ved å oppmuntre til generalisering. Dette inkluderer evnen til å identifisere mønstre og sammenhenger, samt bruk av eksempler i tråd med bruk av tavle og verbalt språk, slik at elevene kan utlede argumenter som gjelder for bredere konsepter og prinsipper innenfor temaet.

5.2 Diskusjon av analyse, andre matematikktime

I løpet av den andre matematikktimen kom det frem flere funn fra analysen (utdrag 3 og 4) . Elevdiskusjonene som ble produsert i løpet av økten, og som utdragene er basert på for forskningen avslørte interessante forskjeller og likheter i elevenes argumentasjon i et tenkende klasserom. Jeg vil først undersøke elevenes argumentasjon og deres utvikling, deretter vurdere bruken av eksempler som støtte for deres påstander. Deretter vil jeg drøfte lærerens rolle i denne konteksten og hvordan en gradvis generalisering av matematiske begreper blir formet basert på funnene.

Ved å sammenligne analysen og funnene, observerer vi en gradvis utvikling i elevenes argumentasjonsnivå. I utdrag 3 er påstandene og argumentene plassert på et argumentasjonsnivå 0 (N0) (Knudsen, 2018). Først på linje 13 ser vi en fremgang til nivå 1 (N1), der eleven bruker eksempler som dokumentasjon (D) og en sikring (S) for å støtte sine påstander (Toulmin, 2003). I utdrag 4 ser vi en raskere progresjon i gruppen sin argumentasjon. Allerede på linje 55 når elevene nivå 1 (N1) ved å gi en begrunnelse i form av en deduktiv tilnærming (Fosnot & Jacob, 2010), der de bruker logikk og eksempler for å underbygge og bevise påstanden. Den gradvise utviklingen av argumentasjonsferdighetene deres gjennom utdraget, samt gjennom timen, demonstrerer en inngående ferdighet i argumentasjon.
For å fremme ytterligere utvikling i elevenes argumentasjonsevner, bør argumentasjon anerkjennes som en matematisk praksis som kan avdekke sannheter gjennom språk (Knudsen et al, 2018)

Hovik & Kleve (2021) henviser til Russell et al.`s modell, som beskriver typiske nivåer for utførelse av matematisk argumentasjon blant elever. Det andre nivået av modellen innebærer begrunnelse av konkrete eksempler (Hovik & Kleve, 2021). Analysen viser en tendens av at elevene støtter seg på eksemplene for å bevise påstandene og argumentere for dem. Dette viser at det å bruke eksempler spiller en viktig rolle for elevenes forståelsesprosess, samtidig øker deres evne til å argumentere og kommunisere sine synspunkter. Samtidig viser Fosnot & Jacob (2010) til at bruk av eksempler for å verifisere en påstand ikke nødvendigvis ikke gir et gyldig bevis som kan stemme for alle tilfeller. Samtidig fortsetter de med å vise til at flere matematikere har konkludert med at eksempel kan føre til et gyldig bevis hvis dersom forholdene tilsier det. Elevene kommer også med mange spesifikke påstander gjennom utdragene, da altså i form av tall eller utregninger (Knudsen et al., 2018), som vi kan anse som eksempler. Eksempler kan anses som bevis for å vise til om påstanden stemmer eller ikke, og som imøtegår det matematiske problemet (Lesseig, 2016). Derfor kan vi konkludere med at det at elevene bruker eksempler for å bevise eller produsere nye påstander bidrar til å føre dem videre i argumentasjonsprosessen. Da ved at elevene fikk bruke vertikale ikke-permanente tavler (Liljedahl, 2016) for å vise til eksemplene, førte det til at elevene fikk en raskere start på arbeidet, og derfor kom raskere i gang med argumentasjonsprosessen. Svorkmo og Valbekmo (2021) viser til en konklusjon, gjennom deres forskning, at vertikale tavler ble brukt som inspirasjon, der bruken av vertikale tavler bidro positivt til å støtte elevenes prosess med matematisk problemløsning (Svorkmo og Valbekmo, 2021)

Begge analysene fra elevens samtaler i det tenkende klasserommet viste til at læreren deltok aktivt i diskusjonen. Læreren stiller motspørsmål, som i noen tilfeller kan føre til negative reaksjoner hos elevene da de ikke får et direkte svar på om de har riktig eller ikke, men samtidig i å henhold til Liljedahl (2023) så ville motspørsmål fungere ved at læreren trakk seg tilbake hyppig etter at spørsmålet ble gitt. For eksempel spør læreren om elevene kan komme opp med en annen definisjon på hvordan telleren kan forklares (linje 42). Dette var også tilfellet av analysen og observasjonene som hadde blitt gjort. Læreren måtte bevege seg fra gruppe til gruppe for å veilede deres diskusjoner, men beveget seg aktivt imellom. Dette førte til at elevene fortsatte sin diskusjon etter at læreren forlot gruppa. Vygotskij mente også at utviklingsprosessen til elevene er koblet til samarbeid for å løse problemer og utvikle tenking. Det skjer først i samhandling med andre, deretter får eleven en individuell læring (Helland et al., 2018). Denne undervisningsmetoden viste til at elevene fikk løst problemer og utfordret elevenes tenking ved å ha muligheten til å kunne få spørsmål fra læreren, men samtidig bruke det kollektive arbeidet for å finne en løsning i samarbeid med andre på en gruppe i form av språk og visuelle fremstillinger, som analysen viser til at elevene klarte. Læreren etterspør matematiske ideer, da ved å spørre dem om de kan enten koordinere deres besvarelser, sammenligne og å lage generelle matematiske ideer i samhandling med hverandre (Conner et al., 2014, s. 420)

Begge analysene kan vise til at begge utdragene viser samlet sett en gradvis generalisering av konseptene om brøk. For eksempel ser vi en utvikling i elevenes argumentasjon og generalisering både fra linje 43 til 51, utdrag 3, og linje 60 til 65, utdrag 4. Elevene starter med enkle eksempler deretter fortsetter prosessen ved å formulere spesifikke påstander. Elever vil som regel starte med å presentere løsningen til et konkret problem, før de går over til å utvikle en metode som skal gjelde for alle lignende problemstillinger (Knudsen et al., 2018). Samtidig kan vi se en forskjell fra de ulike utdragene når det kommer til funnene og generalisering. Utdrag 3 viser at det var hovedsakelig en elev som tok rollen for å argumentere for påstandene. Eleven presenterte eksempler for så å argumentere for at nevneren kan variere. Utdrag 4 viser derimot til en større grad av en gradvis generalisering og med en økende grad av argumentasjon. Både elev 1 og elev 2 fra utdrag 4 bidro med flere eksempler for å støtte påstandene. Så gjennom samarbeid styrket elevene sine argumenter.

Samlet sett viser analysen fra den andre matematikkøkten at elevene har en progresjon når det kommer til deres argumentasjonsnivå, men fortsatt ligger på nivå 1 av argumentasjon (Knudsen et al., 2018) der de kommer frem til påstander som kan regnes som eksempler, men argumentasjonen begrenser seg til disse eksemplene (Knudsen et al., 2018). Fra utdrag 4 ser vi at elevene samarbeider for å komme med argumenter, til forskjell fra utdrag 3 der elev 2 viser til de fleste av argumentene som kommer frem gjennom utdraget. Analysen fra utdrag 4 viser derfor at ved samarbeid fikk elevene jobbet sammen for å komme videre på veien mot en mer gradvis generalisering, altså de lærte fortere ved å samarbeide (Helland et al., 2018), enn den andre gruppen fra denne analysen.

5.3 Diskusjon av analyse, tredje matematikktime

For denne delen av diskusjonen av analysen vil funn fra utdrag 5 og 6 bli diskutert, da vi skal se på likheter og ulikheter ved disse utdragene. Jeg vil først diskutere elevens argumentasjon og argumentasjonsnivå, deretter gå over på kritisk tenking og bruk av eksempler. Deretter se på lærerens rolle for videre utvikling av argumentasjon i et tenkende klasserom. Deretter elevenes grad av generalisering fra disse utdragene.

Begge analysene viser at elevene jobber med oppgaver som baseres på forholdet mellom brøk, prosent og volum. I begge analysene ser vi at elevene bruker både påstander (P) og dokumentasjon (D) for påstandene. For eksempel ser vi fra utdrag 5 (linje 67) og utdrag 6 (linje 79) bruker elevene både påstand og dokumentasjon for argumentasjonen deres. Ved at elevene blir utfordret for påstanden deres, må elevene bruke faktaene for å underbygge påstanden, da ved å appellere til fundamentet for påstanden, som man refererer til som dokumentasjon (D) (Toulmin, 2003). Elevene trekker deduktive slutninger for å følge en logiske slutninger fra tidligere fastsatte informasjoner i samsvar med anerkjente matematiske regler (Fosnot & Jacob, 2010). De bruker derfor logikk for å argumentere for deres påstander i begge utdragene.

Analysen fra utdrag 5 viser til at elevene i stor grad oppfyller nivå 3 av argumentasjon. Elevene har et omfang av eksempler som berører oppgaven, der de har flere eksempler, forsvarer påstandene og har gyldige antakelser i forbindelse med oppgaven. Oppgavene krevde bevis samtidig som de varierte mellom disse punktene. De er derfor mer tilbøyelige for å skape ulike kvalitative bevisaktiviteter i klasserommet (Stylianides, 2016). De bruker deduktiv tilnærming (Fosnot & Jacob, 2010) og forklaringer til å støtte opp om argumentene. De har i tillegg til påstand (P) og dokumentasjon (D) med både sikring (S) og ryggdekning (R) (linje 67). Eleven kommer med generelle og hypotetiske uttalelser som gir sikring og videre bruker ryggdekning for som bygger videre på sikringen (Toulmin, 2003).

Analysen av utdrag 6 viser derimot at elevene har en større variasjon når det kommer til argumentasjonsnivåene deres. En elev når høyere nivåer (linje 79) mens resten forblir på lavere nivåer. Elevene svarer på spørsmålene som kommer fra læreren, men dette indikerer dermed ikke som matematiske argumenter. De kommer enten med en ny påstand eller gjentar påstanden (Knudsen et al., 2018). Dette utdraget viser til at elevene har behov for ytterligere veiledning og støtte for å utvikle deres argumentasjonsferdigheter. Begrunnelsesferdigheter er ferdigheter som må utvikles over tid og med bevissthet. De skal få muligheten til å reflektere selvstendig. Dette kan være gjennom verbalt uttrykk, visuelle representasjoner på tavler er avgjørende for utviklingen (Cioe et al., 2015). Undervisningsmetoden til Liljedahl (2016) legger opp til at elevene kan utvikle deres argumentasjonsferdigheter, men her trengs det også øving i å argumentere ved bruk av denne undervisningsmetoden viser analysen. Det å kunne identifisere sammenhenger og mønstre, samt anvende ulike metoder for å representere matematikk er essensielt i henhold til Fuglestad (2010).

Bruk av eksempler kan også bidra til at elevene får bedre forståelse, som kan vises fra utdrag 5. I argumentasjonsfasen fungerer eksempler som konkrete bevis eller illustrasjoner av de matematiske prinsippene (Knudsen et al., 2018). Spesielt på de høyere nivåene (Utdrag 5) bruker elevene eksempler som bevis, i samsvar med en deduktiv tilnærming. Dette indikerer, da basert på analysen, at forskjellene i tilnærmingen til problemene og bruk av konkrete eksempler kan bidra til å tydeliggjøre og styrke elevenes argumentasjon.

Samlet sett ser vi at analysen fra utdrag 5 og 6 som baseres på den tredje matematikktimen og dermed den siste dagen i felten viste til at det var et tydelig skille fra analysen. Utdrag 5 viser til at elevene klarte å oppnå nivå 3 av argumentasjon med å bruke en deduktiv tilnærming til deres resonnementer og argumenter ved bruk av eksempler som bevisføring. Analysen fra utdrag 6 viser derimot at elevene har behov for enda mer støtte og veidlening for å komme seg videre i deres argumentasjonsprosess. Ved å arbeide ytterligere med bevisføring og argumentasjonsferdigheter kan elevene muligens få til ved å fortsette med bruk av visuelle representasjoner, verbale uttrykk og tavler for deres utvikling.

5.4 Diskusjon av analyse, elevintervju

For denne diskusjonen av analysen tar jeg sikte for å forsøke å besvare forskningsspørsmålet jeg har valgt for denne oppgaven: Hva er elevenes oppfatning av tenkende klasserom og matematisk argumentasjon. Bakgrunnen for valget av forskningsspørsmålet var på bakgrunn av å få en innsikt i hva elevene selv opplever å argumentere matematisk, og om de hadde et konsept fra tidligere av om hva dette kunne innebære. Med utgangspunkt i læreplanen (LK20) er argumentasjon og resonnering implementert, og på bakgrunn av definisjonen til utdanningsdirektoratet (2020), hvor det blir beskrevet at matematisk argumentasjon er evnen elever kan begrunne sine metoder, løsninger og resonnementer, så bør argumentasjon anerkjennes som en matematisk praksis (Knudsen et al., 2018). Når det kommer til undervisningsmetoden tenkende klasserom (Liljedahl, 2016) så er jeg opptatt av at elevene skal være en aktiv deltaker i matematikkundervisningen. Dette kan oppmuntres ved å fokusere på å bevise eller motbevise påstander, fremfor å memorere regler, og dette kan skje i samhandling med andre med å utforske og diskutere og trekke logiske konklusjoner (Stylianides, 2016). Kunnskapen konstrueres gjennom diskusjoner og aktiviteter ved bruk av et tenkende klasserom, da gjennom samhandling (Liljedahl, 2016). Jeg skal først ta for meg en diskusjon av analysen da henholdsvis til oppfatningen undervisningsmetoden, deretter oppfatningen av matematisk argumentasjon.

LIST-oppgaver ble forsøkt under feltarbeidet. Dette er oppgaver som er lette å sette i gang med, men gir samtidig elevene de faglige utfordringene de trenger. Slike rike oppgaver er gode for samarbeid og utforskning (Matematikksenteret, u.å.-x). Elevene opplevde oppgavene som åpne og passe utfordrende. De utforsket også ulike tilnærminger og så muligheten for en kollektiv problemløsning. Rike oppgaver har som krav at de burde tillate flere løsningsmetoder (Ball, 2020). Elevene kom frem til flere løsningsmetoder for oppgavene, samtidig kunne det vært noe mer utfordrende for å skape en enda større takhøyde for oppgavene ser jeg i ettertid. Samtidig syntes elevene at oppgavene var stimulerende og de følte selv at oppgavene bidro til å øke engasjementet og læringen.

Ved at jeg brukte kort for å danne gruppene, der de trakk selv fra en bunke, viste elevene at det ikke var noen indikasjon på at dette var negativt. Synlig tilfeldig gruppedannelse viste seg å være positivt fra Liljedahls (2016) studie. Sammenlagt bemerker vi oss i analysen at det var noe variasjon fra hva elevene mente var riktig størrelse på gruppen for å sikre aktiv deltakelse fra alle gruppemedlemmene. Elevene mente at et ideelt antall per gruppe lå mellom 2 og 4 personer. Dette tilsvarer omtrent det Liljedahl (2023) også forklarer som det ideelle, der en gruppesammensetning med tre elever kan oppnå en gunstig balanse mellom mangfold og resonans.

Elevene burde kunne identifisere mønstre og sammenhenger, samtidig som de tar i bruk ulike metoder for å representere matematikk. Dette kan være i form av ulike grafer, formler, tabeller og matematiske uttrykk. Det er derfor pedagogisk hensiktsmessig å benytte seg av en utforskende og spørrende arbeidsmetode (Fuglestad, 2010). Alle elevene trodde at en slik undervisningsmetode kunne bidra til dybdelæring og problemløsning. De fikk muligheten til å bruke ulike tilnærminger for å identifisere mønstrene og sammenhenger. Dette støttet prosessen til elevene gjennom arbeidet, og mente at det å samarbeide i grupper var en stor del av dette. Torkildsen (2017) definerer begrepet problem som «en oppgave der eleven ikke umiddelbart ser hvordan han kan komme videre i løsningsprosessen, og ingen kjent løsningsmetode kan brukes». Elevene fremhevet verdien av å ha muligheten til å finne løsningene i samarbeidet med gruppa. Ved min observasjon og etter å ha analysert elevintervjuene, merket jeg ikke en forskjell i elevenes problemløsningsferdigheter før den tredje matematikktimen, da spesifikt på den siste oppgaven. Det var her jeg så at elevene ble utfordret til den grad som Torkildsen (2017) beskriver som et problem. Liljedahl (2023) gir eksempler på utforskende tilnærminger til matematikk i et tenkende klasserom. Dette kan involvere korttriks, grubleoppgaver og virkelighetsnære oppgaver. Elevene ble presentert en virkelighetsnær oppgave på slutten, da med flasker. Jeg merket en stor forskjell fra arbeidet deres og deres argumenter når det kom til denne oppgaven. Selv om elevene var godt kjent med eksempelet og forsto oppgaven, ble dette med en gang utfordrende fordi elevene ikke så umiddelbart hvordan de skulle komme videre.

Problemløsning er som en aktivitet, beskrevet som bevisste grunner som bygger på personlige meninger og grunner, for å for eksempel få en personlig gevinst ut av det (Frawley, 1997). Språket er nøkkelen til å forstå menneskers utvikling og læring. Vi lærer fortere ved samarbeid (Helland et al., 2018). Elevene fikk spørsmål om hva de syntes om å drøfte ulike påstander med andre. Elevenes oppfattelse av å kunne diskutere matematikk i grupper i et tenkende klasserom var overveiende positivt. Elise viste til at det var positivt å kunne samarbeide med andre i prosessen av å diskutere ideer og meninger i samsvar med andre (besvarelse 19). Alle elevene svarte ved å si en form for ordet «mening», der Knut viste til at alle får sagt sin mening slik at ikke bare en får gjort det (besvarelse 20). En vellykket gruppe krever mangfold og resonans, der elevene bringer ulike ideer og synspunkter samtidig som de deler lignende kunnskaper og erfaringer (Liljedahl, 2023). Elevens oppfattelse av å diskutere matematikk i grupper tilsvarte en positiv holdning og skapte engasjement for elevene, der de fikk uttrykt sine egne ideer samtidig som de fikk drøftet dem med andre på gruppa.

Et av spørsmålene som ble stilt under intervjuet var basert på hva elevene tenkte argumentasjon betydde. Elevenes definisjoner varierte. Karlsen (2015) definerer begrepet argumentasjon som evnen til å overbevise en eller flere individer om sannheten eller usannheten i en påstand, eller overbevise dem om at noe skal være på en spesifikk måte. Fra analysen ser vi at elevene definerer begrepet som «begrunnelse og kommunikasjon» (besvarelse 13), «vise at noe er riktig» (besvarelse 15) og at det involverte «kommentarer» (besvarelse 14). Elise sin forklaring angående begrepet argumentasjon indikerte en god forståelse av begrepet. Elise bruker i tillegg ordene «Hvordan» og «Hvorfor» i sin forklaring (besvarelse 13). Dette henger godt sammen opp mot Fosnot & Jacob (2010) sin forklaring om matematikernes reflekterende tanker om hvordan å komme frem til visse svar, da ved å finne ut hvordan og hvorfor for å bevise om noe stemmer eller ikke stemmer. Knut sin forklaring derimot viser en mer overfladisk forståelse. Han forklarte det som «kommentarer» (besvarelse 14) uten noe dypere forklaring på hva det kunne innebære. Samtidig har Knut en oppfattelse av at det har med språket å gjøre, som for så vidt stemmer til en viss grad. Samtidig ser vi at Tina sin innsikt i hva argumentasjon kan innebære for så vidt stemmer da hun forklarer det som å «si ring som kan vise at noe er riktig» (besvarelse 15), som da går på språklig kommunikasjon. Vi kan dermed konkludere med at elevene har en helt grei oppfatning av hva argumentasjon kan innebære, da alle ga et inntrykk av at det har med det språklige aspektet med å forklare om noe stemmer eller ikke.

Analysen viste til at begrepet matematisk argumentasjon var mer omfattende for elevene, samtidig hadde noen av dem en viss oppfattelse av hva det kunne innebære. Matematisk argumentasjon kan forstås som den interaktive praksisen blant matematikere, og gjør grunnlaget for å engasjere seg i matematiske dialoger (Knudsen et al., 2018). Elise sin besvarelse (besvarelse 16) viser til en forståelse av argumentasjon opp mot matematikken, der hun forklarer det samme som ved argumentasjon, men legger til at her må man ha med utregning og forklaring på svar, derav løsninger på matematiske oppgaver. Knut viste derimot en forvirring, der hans oppfattelse av matematisk argumentasjon tilsvare å overbevise andre hvis man i utgangspunktet visste at man hadde feil (besvarelse 17). På en annen side så viser Knut at han har en bevissthet om prosessen av å argumentere matematisk. Tina viste tydelig at hun har forstått sammenhengen mellom argumentasjon og matematikk, der hun forklarte at man bruker matematikk i språket for å argumentere for noe (besvarelse 18). Alle elevene hadde en oppfatning av at matematisk augmentasjon også her innebar språket, men mer rettet mot å overbevise andre om at en løsning stemmer eller ikke stemmer, da med å argumentere, men ikke bare argumentere, argumentere matematisk derav bruke matte i språket for å kommunisere med hverandre gjennom en diskusjon. Argumentasjon, da matematisk, trer tydelig frem når man kan forklare hvorfor en bestemt tilnærming er valgt og underbygger hvorfor denne tilnærmingen er gyldig (Enge & Valenta, 2011).

5.6 Videre forskning

Når jeg nå avslutter min femårige studieperiode ved lærerhøgskolen med en endt master, dukker det naturligvis opp spørsmål og tanker som jeg mener ville vært interessante å utforske nærmere. Etter å ha valgt en kvalitativ forskningsmetode, med deltagende observasjon og elevintervjuer, som satte søkelys på sosiale fenomener, vekker det min nysgjerrighet hvordan denne studien ville ha utviklet seg og hvilke funn som ville kommet fram ved bruk av en kvantitativ tilnærming. Ved å velge en kvalitativ tilnærming er det klart at funnene mine ikke nødvendigvis ville vært de samme ved en annen tilnærming og et annet oppsett. Likevel har det vært fascinerende å se hvilke funn som har kommet frem gjennom denne tilnærmingen.

For fremtidig forskning ville det være interessant å utforske denne tilnærmingen, bruken av metoder og forskningsspørsmålene over en utvidet tidsperiode. Ved å se på videre arbeid med å fremme argumentasjon og bruk av tenkende klasserom for å øke argumentasjonsnivået, ville det sannsynlig avdekket interessante funn. Det ville vært ideelt å undersøke hvordan elevenes ferdigheter utvikler seg fra starten av skoleåret til slutten.

I min forskning fant jeg ut at oppgaver, bruk av eksempler, veiledning og støtte fra læreren, gruppesammensetning og samarbeid var sentrale faktorer for å utvikle elevenes argumentasjonsevner og forståelse av matematikk. Argumentasjonsnivået var hovedsakelig på nivå 1, så det ville vært fascinerende å se om dette gjaldt for alle trinn, både på ungdomsskolen og barneskolen. En annen mulig videre forskning basert på analysen min ville være å undersøke om elever som ikke har kjennskap til undervisningsmetoden fra før, også opplever samme grad av nytte av å bruke den, og om deres matematiske argumentasjon er tilsvarende lik eller ikke.
Dette er et svært spennende og komplekst tema å utforske, så videre forskning på både undervisningsmetoden og temaet matematisk argumentasjon vil være relevant for lærerpraksisen.

Kapittel 6: Konklusjon

I min forskningsoppgave har jeg forsøkt å komme frem til et svar på min problemstilling og forskningsspørsmål. Problemstillingen som lyder som følger: *Hvordan kan matematisk argumentasjon foregå i et tenkende klasserom?* Etterfulgt av forskningsspørsmålet: *Hvordan oppfatter elevene tenkende klasserom og matematisk argumentasjon?*

I min analyse kom det frem at alle aspektene i Toulmins argumentasjonsmodell (2003) og Knudsens modell (2018) var til stedet i datamaterialet. Likevel var det tydelig at elevene sjelden nådde et høyt nivå av argumentasjon. De møtte utfordringer med å begrunne gyldigheten av de matematiske påstandene, enten de ble presentert av læreren eller av dem selv. Argumentasjonen deres baserte seg i hovedsak på eksempler, og når de ble utfordret på sine resonnementer, ble prosessen ofte stanset inntil læreren kom med veiledning.

For å komme til en konklusjon om hvordan matematisk argumentasjon kan foregå i et tenkende klasserom, konkluderte jeg med følgende funn basert på forskningen:

Læreren fungerer som støtte og gir veiledning under elevenes argumentasjonsprosess ved å initiere kritiske spørsmål som utfordrer deres påstander og dokumentasjon. Analysen indikerer også at elevene ofte støter på utfordringer kort tid etter at læreren har trukket seg tilbake, hvilket resulterer i at deres augmentative ferdigheter ikke utvikler seg. Valget av oppgavene bidrar til elevenes engasjement, og disse oppgavene baseres på problemstillinger som oppfordrer til utforskning gjennom gruppediskusjoner. Det er viktig at oppgavene er tilstrekkelig utfordrende for å fremme elevenes læringsutbytte. Elevene benytter eksempler som støtte for deres argumenter og refererer til disse som dokumentasjon for de påstandene som fremmes i løpet av økten. Selv om dette representerer et nivå av argumentasjon som karakteriseres som nivå 1, er det likevel en begynnende progresjon mot en mer fullverdig generalisering. Den synlige tilfeldige sammensetningen av grupper muliggjør naturlige diskusjoner, men hvis antall elever per gruppe overskrider tre elever, kan dette svekke argumentasjonsprosessen. Samarbeid fremmer en kollektiv utvikling av argumentasjon, hvor elevene støtter seg på hverandre gjennom arbeidet. Alle faktorene spilte en vesentlig rolle i elevenes arbeid med å produsere matematiske argumenter.

Når det gjelder elevenes oppfatning av tenkende klasserom og matematisk argumentasjon viser resultatene en generelt positiv oppfattelse. Det tenkende klasserommet ble oppfattet i tråd med Liljedahls (2016) sin studie der resultatene tydet til ved at hvor elevene engasjerer seg i matematiske problemer, gir dette en betydelig innvirkning på elevenes følelsesmessige opplevelse i faget (Liljedahl, 2016). Likevel ser det ut til at elevene ikke har en full forståelse av hva matematisk argumentasjon innebærer, noe som peker på behovet for å tydeliggjøre viktigheten av argumentasjon som en integrert del av matematikkundervisningen.

For å vise til en konklusjon av forskningsspørsmålet, om hva elevenes oppfattelse var av undervisningsmetoden og matematisk argumentasjon, kom jeg frem til dette basert på forskningen: Elevene indikerer en overveiende positiv opplevelse av gruppesammensetningen. Likevel deler alle elevene en felles oppfattelse av at det ikke burde være for mange på en gruppe da dette kan negativt påvirket utviklingen av deres arbeid og diskusjoner. Oppgavene er tilpasset slik at de er både utfordrende og mulige å løse, med en balanse mellom nødvendig kompleksitet og oppnåelige løsninger. Dette gjør det mulig for elevene å utvikle løsninger og presentere sine svar på tavlene. I denne konteksten uttrykker en elev en bekymring for at tavlene mulig kan begrense deres kognitive utforskning, samtidig erkjenner samme elev verdien av tavlene som fremmer gruppediskusjoner. Diskusjonene i gruppen fremmes som en arena for kritisk tenkning og det å bli utfordret av deres egne påstander, hvor elevene føler seg forpliktet til å forsvare sine synpunkter ved å presentere bevis for deres gyldighet eller feilbarhet. Argumentasjon var de noe innforstått med, da de henviste det til bruk av språk for å forklare at noe stemmer eller ikke. Matematisk argumentasjon hadde en elev en oppfattelse av at var vanskelig å begrunne. Samtidig la de sammen at det har noe med å bevise for at noe stemmer, da i en matematisk kontekst.

Det er tydelig at denne studien har en relevans for lærere, spesielt med tanke på rollen argumentasjon og resonnering har beskrevet i læreplanen (LK20). Implementeringen av matematisk argumentasjon som en praksis er utfordrende, men jeg håper mine funn kan bidra til å oppmuntre til refleksjon og gi inspirasjon til lærere, ikke bare i matematikk, men også i andre fag. Å lære elever å reflektere over sine valg og resonnementer er ikke bare viktig for deres faglige utvikling, men også deres generelle dannelse.

7 Litteraturliste

Atkinson, J.M. & Heritage, J. (1984). *Structures of Social Action*. Cambridge University Press.

Ball, C.M. (2020) Preik, humør og rike oppgaver. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 31*(1). 10-14. Hentet 18.02.24 fra tangenten-1-2020-Ball.pdf

Fossen, I.L. & Berglund, T.M. (2022). *Lærerens støtte av matematisk argumentasjon på småtrinnet og mellomtrinnet*. [Masteroppgave, Norges Arktiske Universitet]. Munin.uit.no. thesis.pdf (uit.no)

Brenna, T. (2023). *Hode og Hender – Læring, Tillit, og Fellesskap i en mer Praktisk Skole*. Res Publica.

Cioe, M., King, S., Ostien, D. Pansa, N. & Staples, M. Moving Students to «the Why». *National Council of Teachers of Mathematics*. Hentet 28.02.24 fra https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.20.8.0484

Conner, A., Singletary, L., Smith, R., Wagner, P., & Francisco, R. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students` engangement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 86. https://www.jstor.org/stable/43589858

Dalen, M. (2011). *Intervju som forskningsmetode – en kvalitativ tilnærming*. (2.utg.). Universitetsforlaget.

Enge, O. & Valenta, A. (2022). Resonnering og Argumentasjon på Barnetrinnet – Noen Sentrale Begreper. *NTNU*. Hentet 03.04.2024 fra 0b1dd50f-f5ba-e835-41d5-ddafdbafd00e (ntnu.no)

Enge, O. & Valenta, A. (2011). Argumentasjon og regnestrategier. *Matematikksenteret*, 29-30. Hentet 10.02.2024 fra Enge_Valenta_Argumentasjon_og_regnestrategier.pdf (matematikksenteret.no)

Fangen, K. (2010). *Deltagende observasjon*. (2.utg.). Fagbokforlaget.

Fosnot, C. T. & Jacob, B. (2010). *Young matthematicians at work: constructing algebra*. Heinemann.

Fuglestad, A.B. (2010). Læringsfellesskap og inquiry. *Tangenten, 4*, 2. Hentet 18.02.24 fra t-2010-4.pdf (tangenten.no)

Frawley, W. (1997). *Vygotsky and Cognitive Science – Language and the Unification of the Social an Computational Mind*. Harvard University Press.

Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2.utg). Fagbokforlaget.

Helland, T., Lillejord, S., Manger, T. & Nordahl, T. (2013). *Livet i skolen 1* (2.utg.). Fagbokforlaget.

Herheim, R. & Johnsen-Høines, M. (2016). *Matematikksamtaler. Undervisning og Læring - analytiske perspektiv.* Casper Forlag.

Hovik, E.K. & Kleve, B. (2021). *Undervisningskunnskap i Matematikk* (2.utg.). Cappelen Damm Akademisk.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D.I. (2011). *Læreren med forskerblikk* (1.utg). Høgskoleforlaget.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D.I. (2011). *Strukturen som et kontinuum*. [Figur]. Høgskoleforlaget.

Jenks, C. J. (2011). *Trancribing Talk and Interaction*. John Benjamins Publishing Company.

Karlsen, G. (2018). *Språk og argumentasjon*. Fagbokforlaget

Knudsen, J. Kim, H. Lara-Meloy, T. Shechtman, N. & Stevens, H. (2018). *Mathematical Argumentation In Middle School – The What, Why, and How.* Corwin Mathematics.

Knudsen, J. Kim, H. Lara-Meloy, T. Shechtman, N. & Stevens, H. (2018). *Four-part Model for Argumentation.* [Figur]. Corwin Mathematics.

Knudsen, J. Kim, H. Lara-Meloy, T. Shechtman, N. & Stevens, H. (2018). *Spesific and General Conjecture*. [Figur]. Corwin Mathematics.

Krumsvik, R. J. (2014). *Forskningsdesign og Kvalitativ metode*. Fagbokforlaget.

Krumsvik, R.J. (2019). *Kvalitativ metode i lærerutdanninga*. Fagbokforlaget

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju.* (2.utg.). Gyldendal Akademisk.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju.* (3.utg.). Gyldendal Akademisk.

Lantolf, J.P. & Poehner, M.E. (2014). *Sociocultural Theory and the Pedagigical Imperative in L2 Education*. ESL & Applied Linguistics Professional Series.

Lesseig, K. (2016). *Conjecturing, generalizing an justifying: Building theory around teacher knowledge of proving.* Hentet 03.03.24 fra Lesseig (2016) (1).pdf

Liljedahl, P. (2005). Mathemathical discovery and affect: the effect of AHA! Experiences on undergraduate mathematics students. *International jounal of mathematical education in science and technology*, Vol. 36, Nos. 2-3, 2005, 219-234. Hentet 26.02.24 fra Mathematical_discovery_and_affect_The_effect_of_AH (1).pdf

Liljedahl, P. (2016). Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem Solving. I (s. 361 - 386). (Reseach in Mathematics Education). Cham: *Springer International Publishing*. Hentet 26.02.24 fra BuildingThinkingClassrooms.pdf

Liljedahl, P. (2023). *Å bygge tenkende klasserom i matematikk. 14 praksiser for bedre læring* (1.utg.). Cappelen Damm Akademisk.

Matematikksenteret. (u.å). *Vanlige misoppfatninger knyttet til Brøk og prosent.* [Figur]. Matematikksenteret. Vanlige misoppfatninger knyttet til Brøk og prosent | Matematikksenteret

Matematikksenteret. (u.å.). *Kom i gang: Lærer*. MatteLIST. Hentet 18.02.24 fra Kom i gang | Mattelist

Nosrati, M. & Wæge, K. (2015). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. *Matematikksenteret.* Hentet 10.02.2024 fra Sentrale kjennetegn.pdf (matematikksenteret.no)

Sikt - Kunnskapssektorens tjenesteleverandør. (u.å.). *Om Sikt*. Hentet 01.03.2024 fra Om Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør

Stylianides, A. (2016). *Proving in the elementary mathematics classroom.* Oxford University Press.

Svorkmo, A.-G. & Valbekmo, I. (2021). Whiteboards as a problem-solving tool. *Skrifter från Svensk förening för matematikdidaktisk forskning*, 14, 281-288. Whiteboards+as+a+problem-solving+tool.df.pdf (ntnu.no)

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og Innlevelse – en innføring i kvalitative metoder.* (5.utg.). Fagbokforlaget.

Tjora, A. (2017). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis*. (3.utg.). Gyldendal Akademisk.

Torkildsen, S.H. (2017). Matematisk problemløsning. *Matematikksenteret*. Hentet 12.02.24 fra Torkildsen Matematisk Problemløsing.pdf (matematikksenteret.no)

Toulmin, S. E. (2003). *The Uses of Argument – Updatet Edition.* Cambridge University Press.

Toulmin, S. E. (2003). *The Layout og Arguments*. [Figur]. Cambridge University Press.

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Grunnleggende ferdigheter Matematikk 1-10 (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. Grunnleggende ferdigheter - Læreplan i matematikk 1.–10. trinn (MAT01-05) | udir.no

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan Matematikk 1-10 (MAT01-05) – Kjerneelementer*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. Kjerneelementer - Læreplan i matematikk 1.–10. trinn (MAT01-05) | udir.no

Vogler, K. (2008). Asking Good Questions. *Educational Leadership*, 65. Hentet 28.02.24 fra Holle-Questioning-Techniques.pdf (csun.edu)

Høgskolen i Innlandet

8 Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykke til elever og foresatte

Vedlegg 2: Søknad til Sikt

Vedlegg 3: Godkjenning fra Sikt

Vedlegg 4: Intervjuguide elever

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykke til elever og foresatte

Vil du delta i forskningsprosjektet Matematisk argumentasjon i tenkende klasserom

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke om undervisningsmetoden *tenkende klasserom* av Petter Liljedahl skaper matematisk argumentasjon. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

I henhold til læreplanen fra 2020, har det blitt satt mer søkelys på problemløsning og dybdelæring. Nye undervisningsmetoder vil derfor komme til syne i skolehverdagen til elevene. Spørsmålet er da hvordan disse nye undervisningsmetodene påvirker elevenes matematiske drøfting og argumenter.

Matematikk har de siste årene hatt mer søkelys på det matematiske muntlige språket og hvordan de drøfter matematiske problemer i fellesskap. Dette er noe nye undervisningsmetoder kan bidra til. En mulig tilnærming baserer seg på undervisningsmetoden til Peter Liljedahl. Han er en professor og lærer fra Canada, som har forsket med å jobbe tett på både elever, lærere og utdanningssystemet. Undervisningsmetoden han har forsket på blir kalt «Building thinking classroom». Kort fortalt baserer metoden seg på bruk av vertikale tavler som blir plassert i klasserommet. Elevene blir fordelt i randomiserte grupper på 2-3 elever per gruppe. Hver gruppe får utdelt en tusj, og blir gitt åpne og utforskende oppgaver de skal besvare sammen på hver sin tavle. Dette er et oppsett som er lagt opp til at elevene skal drøfte i fellesskap, og derfor vil jeg undersøke om undervisningsmetoden kan bidra til å løfte opp matematisk argumentasjon i klasserommet. Omfanget av forskningen er at to til tre grupper vil bli tatt lydopptak av under gjennomføringen av metoden. I tillegg ønsker jeg å gjennomføre et intervju i etterkant med 3-5 elever fra disse gruppene.

Problemstillingen jeg skal prøve å besvare i min masteroppgave lyder som følger:

«Hvordan kan matematisk argumentasjon foregå i et tenkende klasserom?»

Forskningsspørsmål:

«Hva er elevenes oppfattelse av tenkende klasserom og matematisk argumentasjon?»

Disse spørsmålene skal jeg analysere for min masteroppgave i lys av forskningen.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

HINN, Høgskolen i Innlandet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Jeg har spurt læreren for denne klassen om de ønsker å delta i prosjektet med klassen sin. Læreren takket ja. En annen grunn til at klassen er trukket for dette prosjektet er på bakgrunn av interessen for å utprøve metoden for dette spesifikke alderstrinnet, og for å undersøke om matematisk argumentasjon manifesterer seg for elever tidlig i ungdomsskolen. Hele klassen vil få tilbud om de ønsker å ville bli tatt lydopptak av under undervisningsøktene. Jeg vil i etterkant spørre 3-5 elever om å delta i et intervju i etterkant av prosjektet.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at det vil bli tatt lydopptak av samtalene du har med de andre på din gruppe under undervisningstimene. Dette vil skje gjennom 3 undervisningsøkter. Samtalene vil bli tatt opp via et sikret program. Senere vil jeg transkribere samtalene. Deretter blir lydopptakene slettet. Bakgrunnen for denne gjennomførelsen er for å få et innblikk i hvilke matematiske argumentasjoner og drøftinger dere foretar dere under denne metoden.

Dersom du blir spurt om å være med på semistrukturert intervju vil jeg stille utfyllende spørsmål baserer seg på din opplevelse av gjennomføringen av metoden. Jeg vil også spørre angående egen opplevelse av argumenter, drøftinger og samtaler etter gjennomføring av prosjektet. Spørsmålene kan være: «Engasjerte denne metoden deg til å drøfte matematikk sammen med de du var på gruppe med?» «Følte du at du bidra til å argumentere matematisk?» «Hva synes du om oppgavene dere har gjennomført denne uka?» «Syntes du oppgavene var utfordrende?». Jeg ønsker å ta lydopptak av intervjuene, som blir gjennomført på samme måte som arbeidet med gruppene under undervisningsøktene. Det vil også bli foretatt notater under intervjuet.

Deltagere og foresatte kan få se intervjuguide i forkant dersom dere ønsker dette.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Dette gjelder både for lydopptak av samtaler gjennom undervisningsøktene og intervjuet. Det vil ikke påvirke hvordan du vurderes i matematikk eller andre fag. Jeg har taushetsplikt både som lærer og forsker. Jeg kan derfor ikke benytte informasjon fra forskningen til annet enn masterprosjektet. Det samme gjelder informasjon om din prestasjon eller karakter i matematikk kan ikke brukes i forskningen. Det er frivillig å delta i at jeg tar lydopptak av samtaler som skjer i klasserommet, det samme gjelder eventuelt intervju.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Det er bare jeg og min veileder, Ove Antvord Haugereid ved HINN, som vil ha tilgang til de opplysningene som du gir fra deg i klasserommet og under intervjuet. Intervjuet og samtalene vil bli anonymisert. Det vil bli gjort lydopptak, både fra klasserommet og eventuelt intervju, som blir transkribert på et transkriberingsprogram. Det vil si at ingen andre enn jeg vil ha tilgang til dataen.

I masteren vil alle navn bli anonymisert.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Prosjektet vil avsluttes når masteren er godkjent, noe som etter planen er i juni 2024.
Personopplysninger og lydopptak vil bli destruert.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Høgskolen Innlandet har Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Masterstudent: Thea Hedquist, hedquist.thea@gmail.com
- Prosjektansvarlig ved HINN: Ove Antvord Haugereid, Ove.Haugereid@inn.no
- Vårt personvernombud: Anna S. Lofthus, anlo006@lillestrom.kommune.no

Hvis du har spørsmål knyttet til vurderingen som er gjort av personverntjenestene fra Sikt, kan du ta kontakt via:

- Epost: personverntjenester@sikt.no eller telefon: 73 98 40 40.

Med vennlig hilsen

Thea Hedquist

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «implementering av undervisningsmetoder i matematikk», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i lydopptak av matematiske samtaler i grupper under 3 undervisningsøkter
- ☐ å delta i et intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av prosjektdeltaker og foresatt, dato)

Vedlegg 2: Søknad til Sikt

Sikt Norsk Thea Hedquist

Meldeskjema / Implementering av undervisningsmetoder i matematikk / Eksport

Meldeskjema

Skriv ut

Referansenummer
467181

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Stemme på lydopptak

Prosjektinformasjon

Tittel
Implementering av undervisningsmetoder i matematikk

Sammendrag
Prosjektet tar utgangspunkt i undervisningsmetoden "Building thinking classroom" av Peter Liljedahl. Kort fortalt er formålet med dette prosjektet å undersøke hvordan denne undervisningsmetoden påvirker læringsutbyttet og holdningene til matematikk for elever på ungdomstrinnet.

Hva er formålet med behandlingen av personopplysninger?
Dette er en forskning som tar utgangspunkt i elever på ungdomstrinnet. Da vil alder og trinn være en del av forskningen. Derfor er har denne forskningen behov for å behandle personopplysninger.

Ekstern finansiering
Ikke utfyllt

Type prosjekt
Master

Kontaktinformasjon, student
Thea Hedquist, hedquist.thea@gmail.com, tlf: +4790247885

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig institusjon
Høgskolen i Innlandet / Fakultet for lærerutdanning og pedagogikk / Institutt for matematikk, naturfag og kroppsøving

Prosjektansvarlig
Ove Antvord Haugereid, Ove.Haugereid@inn.no, tlf: +4762517837

Er behandlingsansvaret delt med flere institusjoner?
Nei

Beskriv utvalget
Elever på ungdomstrinnet.

Beskriv hvordan du finner frem til eller kontakter utvalget
Jeg har funnet utvalget fra min praksis, og kontakter utvalget gjennom deres kontaktlærer.

Aldersgruppe
13 - 16

Hvilke personopplysninger vil bli behandlet om utvalg {{i}}? 1
- Stemme på lydopptak

Hvordan innhentes opplysningene om utvalg 1?

Personlig intervju

Vedlegg

Intervjuguide.docx

Lovlig grunnlag for å behandle alminnelige personopplysninger
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?
Foreldre/foresatte

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år?
Foreldre/foresatte

Felteksperiment/feltintervensjon

Lovlig grunnlag for å behandle alminnelige personopplysninger
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?
Foreldre/foresatte

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år?
Foreldre/foresatte

Informasjon til utvalg 1

Mottar utvalget informasjon om behandlingen av personopplysningene?
Ja

Hvordan mottar utvalget informasjon om behandlingen?
Skriftlig (papir eller elektronisk)

Informasjonsskriv

samtykkeskjema.docx

Utvalg 2

Beskriv utvalget
Elever på ungdomstrinnet

Beskriv hvordan du finner frem til eller kontakter utvalget
Kontakt med praksis lærer

Aldersgruppe
13 - 16

Hvilke personopplysninger vil bli behandlet om utvalg {{i}}? 2
- Stemme på lydopptak

Hvordan innhentes opplysningene om utvalg 2?

Deltakende observasjon

Lovlig grunnlag for å behandle alminnelige personopplysninger
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?
Foreldre/foresatte

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år?
Foreldre/foresatte

Informasjon til utvalg 2

Mottar utvalget informasjon om behandlingen av personopplysningene?
Ja

Hvordan mottar utvalget informasjon om behandlingen?
Skriftlig (papir eller elektronisk)

Informasjonsskriv

samtykkeskjema.docx

Tredjepersoner

Innhenter prosjektet informasjon om tredjepersoner?
Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?
- Manuelt (papir)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?
Samtykket kan trekkes tilbake når som helst. Da kontakter de masterstudent ved e-post eller mobil.

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet personopplysninger om seg selv?
Ved å kontakte masterstudent eller prosjektansvarlig på enten på e-post eller mobil.

Totalt antall registrerte i prosjektet
1-99

Tillatelser

Vil noen av de følgende godkjenninger eller tillatelser innhentes?
Ikke utfyllt

Sikkerhetstiltak

Vil personopplysningene lagres atskilt fra øvrige data?
Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?

- Kryptert lagring
- Adgangsbegrensning

Hvor blir personopplysningene behandlet?

- Maskinvare
- Mobile enheter

Hvem har tilgang til personopplysningene?

- Prosjektansvarlig
- Student (studentprosjekt)

Overføres personopplysninger til et tredjeland?
Nei

Avslutning

Prosjektperiode
20.11.2023 - 30.06.2024

Hva skjer med dataene ved prosjektslutt?
Data anonymiseres (sletter/omskriver personopplysningene)

Hvilke anonymiseringstiltak vil bli foretatt?

- Personidentifiserbare opplysninger fjernes, omskrives eller grovkategoriseres
- Lyd- eller bildeopptak slettes
- Koblingsnøkkelen slettes

Vil enkeltpersoner kunne gjenkjennes i publikasjon?
Nei

Tilleggsopplysninger

b2e10a108

Vedlegg 3: Godkjenning fra Sikt

Sikt — Norsk — Thea Hedquist

Meldeskjema / Implementering av undervisningsmetoder i matematikk / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Skriv ut — 30.10.2023

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
467181	Standard	30.10.2023

Tittel
Implementering av undervisningsmetoder i matematikk

Behandlingsansvarlig institusjon
Høgskolen i Innlandet / Fakultet for lærerutdanning og pedagogikk / Institutt for matematikk, naturfag og kroppsøving

Prosjektansvarlig
Ove Antvord Haugereid

Student
Thea Hedquist

Prosjektperiode
20.11.2023 - 30.06.2024

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 30.06.2024.

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Sikt har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

FORELDRE SAMTYKKER FOR BARN
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna.

OBSERVASJON I KLASSEROMMET
Du oppgir at du skal gjennomføre observasjon i klasserommet. Vi minner om at du bare kan samle inn identifiserende opplysninger (personopplysninger) om de elevene og lærerne som har samtykket til deltakelse.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Vi har vurdert at du har lovlig grunnlag til å behandle personopplysningene, men husk at det er institusjonen du er ansatt/student ved som avgjør hvilke databehandlere du kan bruke og hvordan du må lagre og sikre data i ditt prosjekt. Husk å bruke leverandører som din institusjon har avtale med (f.eks. ved skylagring, nettspørreskjema, videosamtale el.).

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Se våre nettsider om hvilke endringer du må melde: https://sikt.no/melde-endringar-i-meldeskjema

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

b2e10a108

Vedlegg 4: Intervjuguide elever

Intervjuguide om matematisk argumentasjon i tenkende klasserom

Gi en kort introduksjon: formålet med intervjuet, hva som skal skje, anonymitet, opptak

Formålet: Bakgrunnen for dette intervjuet er at jeg ønsker å høre fra ditt perspektiv hvordan disse øktene har vært for deg og om hvordan du opplever både oppgavene og samtalene mellom de du var på gruppe med.

Hva som skal skje: Jeg kommer til å spørre deg spørsmål om metoden vi har brukt for disse timene, generelt om matematikkfaget, oppgavene og argumentasjonene som kan ha oppstått i undervisningen.

Anonymitet: alt er anonymt, det vil si at ingen personopplysninger om deg vil bli nevnt, eller brukt i oppgaven.

Du kan når som helst trekke ditt samtykke til å la deg bli intervjuet, også etter intervjuet.

Opptak: jeg kommer til å ta opptak av samtalen, deretter vil jeg transkribere samtalen (skrive den ned), og plukke ut den informasjonen jeg mener kan være relevant for oppgaven. Ditt navn eller andre personvernopplysninger vil ikke bli tatt med.

<u>Undervisningsmetode:</u>

Start med en kort gjenfortelling om undervisningsøktene og hvordan metoden ble brukt

- Har du gjort denne type undervisningsmetode tidligere?

- Var det noe spesielt som du likte med disse øktene?

- Har synet ditt på matematikk endret seg etter disse øktene?

- Hvordan ser en normal matematikktime ut for deg?

- Tror du at en slik type undervisningsmetode kan bidra til problemløsning og dybdelæring?

- Tror du at en slik metode kan bidra til økt læring? Sosialt, drøfting, komme med argumenter og påstander osv.

- Tror du at gruppeoppsett og antall personer per gruppe har en viktig rolle for hvordan gjennomføringen blir?

Generelt om matematikkfaget

- Synes du at matematikk er et viktig fag å lære på skolen?

- Hva tenker du i forhold til at du kan få bruk av faget utenfor klasserommet?

- Hvordan er du som elev i en vanlig matematikktime?

- Er det noe spesifikt du tenker du kan ha bruk for videre i livet som du lærer i matematikk?

- Hva er den største endringen du har sett i matematikken fra barneskolen til ungdomsskolen? Er det noe du føler er blitt mer fokus på?

- Er det noe du savner i matematikkfaget?

Oppgaver

- Hva synes du om oppgavene som ble gitt under disse undervisningsøktene?

- Lærte du noe nytt?

- Synes du at gruppa di klarte å komme frem til eksempler sammen, og begrunnet hvorfor dere gjorde slik dere gjorde?

- Kom dere frem til en/flere konklusjoner i løpet av disse øktene? Kan du gi noen eksempler?

- Hva synes du om oppbyggingen av oppgavene som dere fikk gjennom timen?

- Er det noen oppgaver du syntes var utfordrende? Eventuelt hvorfor?

- Hva mener du om hvordan oppgavene ble gitt fra lærer? Burde det blitt gjort på en annen måte?

- Hva synes du om veiledningen fra lærer gjennom timen? Var det noe spesielt lærer gjorde for å veilede deg/dere?

- Vil du si at oppgavene var utforskende eller ledende?

Argumentasjon

- Vil du si noe om hvordan dere som gruppe kom frem til besvarelsene deres?

- Synes du alle på gruppa var deltagende og inkludert i ideene som dere kom frem til?

- Hvilken rolle spilte du i gruppa?

- Hva var det læreren gjorde for å skape en samtale i gruppa?

- Er det noe læreren kunne gjort annerledes for å forbedre samtalen mellom dere på gruppa?

- Var det noen tilfeller der dere ikke var enige med konklusjonen dere kom frem til? Hvilke?

- Hva vil du si er en argumentasjon?

- Hva vil du si er en matematisk argumentasjon?

- Føler du at du selv klarte å argumentere for hvorfor du mente det du mente?

- Ved at lærer kommer med en påstand/ide til klassen, skapte dette en annen entusiasme for deg? Hvorfor/hvorfor ikke? Begrunn.

- Hva synes du om å drøfte ulike påstander/teorier med andre?

- Hva synes du om å drøfte matematikk sammen med andre?

- Fikk du noe utnytte av å snakke matematikk med andre på en gruppe?