Høgskolen i Innlandet

Fakultetet for lærerutdanning og pedagogikk

Liv Bente Larsen – Kandidatnummer 301

Masteroppgave
En analyse av kognitive krav i oppgaver innenfor algebra i Campus Inkrement på 6. og 7. trinn

An analysis of cognitive demands within tasks in the subject area of algebra, in the 6th and 7th grade, in Campus Inkrement

Master i realfagenes didaktikk

2MROPPG2

2024

Forord

Da er tre års videreutdanning over for min del, jeg har fått fylt faglig på innen matematikkdidaktikk, men også tatt 30 studiepoeng i engelsk i samme periode. Jeg vil takke lærerne på Høgskolen i Innlandet, avdeling Hamar, for gode faglige og motiverende forelesninger. Jeg har gått i fra å være en lærer som holdt meg til å lese oppsummeringer i større forskningsartikler, til å nå like å lese hele artikkelen. Det har ført meg på mange digresjoner gjennom arbeidet med teorikapittelet og jeg er takknemlig for tiden jeg har hatt som student, med til tider redusert stilling som lærer.

Jeg vil takke veilederen min, Bjarte Rom for gode, konkrete og kjappe tilbakemeldinger. Takk for tålmodigheten du har visst i en hektisk tid i livet med sjonglering av familieliv, arbeidsliv og studentliv.

Den største takken går til mine fire skatter, Aurora Emilie, Maximilian, Olivia Emine og Ravn Sebastian; tusen takk for at dere er akkurat dere, og for at dere har holdt ut med en mamma som okkuperer hele spisestuebordet med ark og bøker, som har jaget tidsfrister og har måtte utsatt både lek og filmkvelder til fordel for skriving, og ikke minst som ventet hjemme på meg når jeg fløy over nesten hele Norge for å være med på samlinger i Hamar. Dere tre største fikk heldigvis være med en tur til slutt for å se hvor mamma hadde studert. Dere har også ventet tålmodig på at jeg endelig skulle få levert oppgaven, etter et par utsettelser på grunn av vannkopper på alle fire, brekt fot på minstemann og generelt livet. Det er lærdom i det også. Vi har likevel hatt tid til å planlegge og gjennomføre konfirmasjonen til Aurora Emilie, og vi hadde en fantastisk feiring med venner og familie. Og en ekstra takk til dere tre store som har hjulpet med å underholde lillebror når han har vært utålmodig, slik at jeg kunne få skrive bare litt til på oppgaven. Mamma, resten av familien og venner fortjener også få en stor takk for gode samtaler og oppmuntring underveis. Nå skal det bli godt å endelig kunne få være lektor med opprykk.

Liv Bente Larsen,
Alta, mai 2024

Norsk sammendrag

I denne masteroppgaven har de kognitive kravene i oppgavene, innenfor emnet algebra på mellomtrinnet, fra det digitale læreverket Campus Inkrement blitt analysert, samt at svartypen i oppgavene er kategorisert. Algebra kommer inn som et eget delkapittel på 6. og 7. trinn. Oppgavene er delt inn i fire læringsstier differensiert etter vanskegrad, og det er blitt analysert 21 diskusjonsoppgaver og 186 oppgaver fra 6.trinn, og 15 diskusjonsoppgaver og 226 oppgaver fra 7.trinn, samt 4 aktiviteter som er forventet lærerstyrt og var felles for begge trinnene. For å utføre analysen ble deler av rammeverket til Charalambous, Delaney, Hsu og Mesa (2010) brukt. Det er et rammeverk som er utviklet med tanke på lærebokanalyser, og bruker en horisontal og vertikal analyse for å se på helheten av verket. Den horisontale analysen tar for seg bakgrunnsinformasjonen og strukturen til læreboken; tittel, forfatter, utgiver, årstall, antall sider, hvordan boken er organisert, tilleggsressurser, antall sider til hvert emne, hvilke emner som er dekt og rekkefølgen på emnene. Den vertikale analysen består av tre deler, *kommunikasjon* til elevene, *krav* til elevene og *koblinger* i oppgavene. I denne oppgaven ble hovedfokuset lagt på den vertikale analysen og oppgavene ble analysert etter kravene de stilte til elevene. Analyseskjemaet for kognitive krav etter Smith og Stein (1998) ble brukt for å analysere og kategorisere oppgavene i lavt eller høyt kognitive krav. Oppgavene ble kategorisert etter hvilken type svar de etterspurte. Campus Inkrement er et heldigitalt læreverk og det ble derfor valgt å kombinere Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk med Gueudet, Pepin, Restrepo, Sabra og Trouche (2016) sin makroanalyse, som de har brukt når de forsket på elektroniske lærebøker, e-lærebøker.

Etter analysen fremkommer det at det i liten grad stilles høye kognitive krav til elevene. Det er ikke noen oppgaver som er blitt kategorisert innenfor det høyeste kognitive kravet; å arbeide matematisk. De fleste oppgavene etterspør «kun svar», det var totalt 14 oppgaver som etterspurte «matematisk setning» eller «forklaring» og ingen oppgaver etterspurte «begrunnelse». Med aktivitetene som er tenkt igangsatt av læreren kan elevene få jobbet med det høyeste kravet *kun* om lærer selv er bevisst dette, ut ifra selve oppgaveteksten til aktiviteten blir de ikke kategorisert til det høyeste kognitive kravet. Dette viser at det er læreren som er det viktigste delen for at elevene skal få jobbe med oppgaver som er kognitivt krevende.

Engelsk sammendrag (abstract)

Title: “An analysis of cognitive demands within tasks in the subject area of algebra, in the 6th and 7th grade, in Campus Inkrement”.

This master thesis consists of an analysis of cognitive demands in tasks within the subject of algebra, at the middle school level, from the digital textbook Campus Inkrement. The tasks have also been categorized after the types of responses they require. Algebra is introduced as a separate chapter in the 6th and 7th grades. The tasks are divided into four differentiated learning paths, and the total of 452 tasks were analyzed from both the 6th and 7th grade. Parts of the framework by Charalambous, Delaney, Hsu, and Mesa (2010) were utilized for the analysis. This framework, developed for textbook analyses, uses horizontal and vertical analysis. The horizontal analysis addresses background information and the structure of the textbook, including title, author, publisher, year, number of pages, organization, additional resources, number of pages per topic, topics covered, and their sequence. The vertical analysis comprises three parts: *communication* to students, *required* of student, and *connections*. The main focus of this thesis was on the vertical analysis, and the tasks were analyzed based on the requirements they imposed on students. The Task Analysis Guide by Smith and Stein (1998) was employed to analyze and categorize tasks into low or high level potential cognitive demands. Tasks were categorized based on the type of response they required. Since Campus Inkrement is a fully digital textbook, it was chosen to combine the framework by Charalambous et al. (2010) with the macro-analysis by Gueudet, Pepin, Restrepo, Sabra and Trouche (2016), which they used in their research on electronic textbooks.

The analysis revealed that the tasks required fewer higher-level demands from students, then lower-level demands. There were no tasks categorized within the highest cognitive demand; doing mathematics. Most tasks only require "only answers", with a total of 14 tasks requesting a "mathematical statement" or "explanation", and no tasks requesting "justification". With the activities intended to be initiated by the teacher, students can engage with the highest demand *only* if the teacher is consciously aware of it; based on the task instructions these activities are not categorized as the highest cognitive demand. This highlights the crucial role of the teacher in enabling students to work on high cognitive demanding tasks.

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

I dette kapittelet går jeg gjennom bakgrunnen for valg av emne til denne masteroppgaven, hovedområdet er kognitive krav i algebraoppgaver og jeg tar for meg faglig og samfunnsmessig teori som har relevans for temaet. Jeg presenterer problemstillingen og forskningsspørsmålene på slutten av innledningen og går kort inn på hvordan jeg skal svare på problemstillingen.

1.1 Bakgrunn for valg av emne

Tanken på å undersøke de kognitive kravene i matematikkoppgaver kom da jeg var "lærer 2" i undervisningsøkter der hovedlæreren for det meste brukte Campus Inkrement i undervisningen. I timene der jeg var inne som «lærer 2», så innebærer det at det er «hovedlæreren» som har hovedansvaret for undervisningstimen og som planlegger øktene. På vår skole er «lærer 2» ofte inne i undervisningen som støtte for enkeltelever eller en liten gruppe elever, og kan ha med seg egne aktiviteter og konkreter for «sin gruppe». Min kommune har gått bort fra fysiske lærebøker i de fleste fag og gjort innkjøp av digitale læreverk, i matematikk har de valgt Campus Inkrement. Bøkene som min skole har på lager har vært klar til utskiftning for mange år siden, da vi kun har en eldre utgave av Multi 1 – 7, dette medfører at alle trinnene bruker Campus Inkrement i større eller mindre grad.

I Campus Inkrement kan læreren gå inn og få en oversikt over hvilke oppgaver elevene har løst, vi kan se tidsbruk og hvilke svaralternativer de har prøvd før et eventuelt riktig svar ble valgt. Det som forbauset meg, var tidsbruket på hver oppgave, eller i mine øyne mangel på tidsbruk. En tekstoppgave på flere setninger ble lest og besvart på 5-7 sekunder av en stor del av elevgruppen, men om man pratet med dem i etterkant av oppgaven så stod flere fast på spørsmål og kunne ikke forklare hvordan de hadde tenkt underveis eller hvorfor de valgte å løse oppgaven på akkurat den måten. Det fikk meg til å undre over læringsutbytte elevene har med å løse flervalgsoppgaver i digitale læreverk. Dette utgangspunktet kunne gitt mange vinklinger på en forskningsoppgave; jeg kunne blant annet sett på elevmedvirkning og motivasjonen blant elevene, hvilke instruksjoner elevene fikk fra lærer, hvordan undervisningen var lagt opp som helhet, hvordan samarbeid og diskusjoner blant elevene ble prioritert, hvor stor mengde oppgaver de skulle gjennom i løpet av time, etterarbeid av oppgavene, ble det en diskusjon, gjennomgang av oppgaver av lærer eller deling fra elevene sine tanker, vektlegging på forskjellige fremgangsmåter eller som jeg endte opp med; å se på selve oppgavene og hva de krevde av elevene.

En annen faktor for at jeg ville se på oppgavene i matematikk var innføringen av ny læreplan høsten 2020, Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020, LK20. Den nye læreplanen ble innført for å utruste elevene bedre for en fremtid som inneholder yrker som vi ikke har i dag, derfor vektlegges dybdelæring, elevmedvirkning, algoritmisk tekning og det å "lære å lære" i den nye planen. Det er blitt færre kompetansemål, men også innført 3 tverrfaglige emner; «folkehelse og livsmestring», «demokrati og medborgerskap», og «bærekraftig utvikling» som skal jobbes med på tvers av alle fag, noen tverrfagligemner vektlegges mer i enkelte fag. (Utdanningsdirektoratet, 2021). Under prinsipper for læring, utvikling og danning, som er en del av overordnet del i læreplanen, har det "å lære å lære" et eget punkt. I punkt 2.4 presiseres det at "Skolen skal bidra til at elevene reflekterer over sin egen læring, forstår sine egne læringsprosesser og tilegner seg kunnskap på selvstendig vis." (Kunnskapsdepartementet, 2017). Skolen skal legge grunnlag for livslang læring og gi elevene innsikt i egne læringsstrategier og prosesser. Også i læreplanen for matematikk blir evnen til selvstendighet og det å lære å lære vektlagt, der skal faget bidra til "at elevene utvikler evne til å jobbe selvstendig og samarbeide med andre gjennom utforsking og problemløsing, og kan bidra til at elevene blir mer bevisste på sin egen læring. Når elevene får mulighet til å løse problemer og mestre utfordringer på egen hånd, bidrar dette til å utvikle utholdenhet og selvstendighet." (Kunnskapsdepartementet, 2019). Med dette i bakhodet og med et tilbakeblikk på en undervisningsøkt der elevene sitter en og en og kjapt raser gjennom digitale oppgaver, uten å kunne prate om oppgavene i etterkant, så savner jeg en kobling til læreplanens overordnede mål. Det får meg til å undres om elevene må tenke for å løse oppgavene og om de blir utfordret slik at læring setter spor og utruster dem til videre studie- og yrkesliv.

Gjennom mitt skoleliv som både elev, lærerstudent og som matematikklærer gjennom et tiår, har jeg erfart i både mitt og andres klasserom at matematikkfaget er preget av tradisjonell og i stor grad lærebokstyrt undervisning, noe som innebærer at mange følger læreboken og dens oppbygning etter emner og oppgaver. Med lærebok mener jeg både fysiske lærebøker og digitale læreverk og -bøker som blir mer vanlig nå. Med tradisjonell undervisningstime viser jeg til Alseth et al (2003, s.190) som fant at de fleste matematikktimer starter med en lærerstyrt introduksjon om emne, lærer gjennomgår eksempler og undervisningstimen ender med at elevene løser oppgaver tilknyttet introduksjonen og eksemplene. De påpekte også at det er mange lukkete oppgaver i lærebøker og at eleven som oftest kun har en blyant til hjelpemiddel når de løser oppgaver fra læreboken. Dette gir lite differensiering til enkeltelevene og med oppgaver som kun har rett eller galt svar, så forsvinner muligheten til å diskutere matematikken. I denne masteroppgaven skal jeg se på kravene til svarene i oppgavene. Alseth et al (2003, s.191) erfarte at når elevene fikk jobbe med mer åpne aktiviteter, så fikk de bruke varierte hjelpemidler og oppgavene førte til bedre tilpassing til hver elev, mer kommunikasjon, utforskning og bedre tilknytning til dagliglivet. Ifølge Eikrem et al. (2012, s.86) kan oppgaveløsing i matematikktimene utgjøre over 60 % av undervisningstiden. Når oppgaveløsning er hovedinnholdet i undervisningen er det veldig viktig at vi som lærere har kunnskap til å vurdere læringspotensialet i oppgavene vi velger ut for elevgruppen. Dette er en arbeidsoppgave jeg personlig synes det blir viet for lite tid til, eller rett og slett at det er andre mer pressede oppgaver som tar tiden til lærerne. Det har derfor vært lærerikt og kunne hatt tid til å gå gjennom alle oppgavene på et emne "med lupe" og vurdert valg av ordlyd, tall, spørsmål og ønsket svar i oppgavene. Å ha fått jobbet inngående med analyse av matematikkoppgavene innenfor et tema, tror jeg ruster meg til å i fremtiden kunne velge ut oppgaver som passer elevgruppen min innenfor de kognitive kravene som trengs. Denne fagdidaktiske kunnskapen om faglig innhold og elever, er en del av seks elementer som utgjør undervisningskunnskapen i matematikk som Ball et al. (2008) har forsket på og som bygger på Shulman (1986) sin forskning om lærerkompetansen i matematikk. Undervisningskunnskapen som Ball et al. mener en matematikklærer bør inneha, er delt i to hovedområder; *fagkunnskap* og *fagdidaktisk kunnskap*, med underelementene allmenn fagkunnskap, matematisk horisontkunnskap og spesialisert fagkunnskap, og kunnskap om faglig innhold og elever, kunnskap om faglig innhold og undervisning og læreplankunnskap (Ball et al, 2008, s.403). Lærerens evne til å legge opp til en god og tilpasset undervisning er det som til syvende og sist avgjør utbytte av læring, men som også kan åpne opp lukkede oppgaver i lærebøker og øke det kognitive kravet i oppgavene.

Da jeg skulle avgrense oppgaven min innenfor et emne, så hadde jeg snevret meg inn til to valg, og det stod mellom geometri og algebra. Dette er begge emner jeg personlig liker å arbeide med og å undervise i. Jeg valgte algebra på bakgrunn av erfaringene mine i klasserommet, det er ofte et emne som kan bli møtt med litt forutinntatte negative holdninger, både fra elever og foreldre, med tanke på vanskelighetsnivå og bruksverdi. Det er også et emne som blir omtalt i media til tider, og da gjerne med negativt fortegn på at det går dårlig for norske elever innen algebra. Etter internasjonale kartleggingsprøver som Programme for International Student Assessment, PISA, og Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS, er det ofte avisoppslag om resultatene. I Tønnessen (2023) sin artikkel med overskriften «*PISA: Nedslående resultater for norske elever i matematikk, naturfag og lesing*», vises det til Pisa 2022 der matematikk var hovedområdet. Tallene peker fortsatt nedover for matematikken og det blir flere elever som presterer på det laveste nivået (Tønnessen, 2023). Vinje (2023) skrev i NOKUT om «*det norske matteproblemet*» etter resultatene fra nasjonal deleksamen, som er obligatorisk for alle grunnskolelærerstudenter, ble presentert. Blant lærerstudentene på 1. – 7. trinn var det en strykprosent på 40 %, og blant de som skal undervise på 5. – 10.trinn var det i overkant av 20% styrk. Denne prøven måler «studentens kompetanse i algebraisk tenkning og didaktiske problemstillinger knyttet til å undervise algebra i grunnskolen» (Vinje, 2023). I følge TIMSS og PISA presterer norske elever dårligere i algebra enn i de andre nordiske landene. Artikkelen viser til Utdanningsdirektoratet som drar en kobling mot at norske elever introduseres for sent for algebra (Vinje, 2023). Med dette som bakgrunn mener jeg at det er behov for forskning innenfor det kognitive nivået på kravene i oppgavene innenfor algebra.

1.2 Problemstilling, forskningsspørsmål og avgrensning

Da det er stor enighet om at lærebøkene har en betydningsfull rolle i matematikk-undervisningen og at oppgavene utgjør en stor del av bøkene (Valverde et al., 2002), ville jeg i denne masteroppgaven benytte muligheten til å gå i dybden på oppgavene innenfor kapittelet «Algebra» i Campus Inkrement og de kravene som ligger i dem. Jeg ville undersøke hvilke potensielle kognitive krav oppgavene krever av elevene og jeg har utarbeidet følgende problemstilling:

«Hvilke krav stilles til elevene i algebraoppgavene på 6. og 7.trinn på Campus Inkrement?»

Til støtte med å besvare problemstillingen vil jeg i oppgaven belyse to forskningsspørsmål:

1. ***«Hvilke potensielle kognitive krav stiller oppgavene i algebrakapitlene på 6. og 7.trinn i Campus Inkrement?»***
2. ***«Hvilken type svar kreves av oppgavene i algebrakapitlene på 6. og 7. trinn i Campus Inkrement?»***

På grunn av denne masteroppgavenes størrelse begrenser jeg meg til et avgrenset emne på mellomtrinnet, og det var på 6. og 7. trinn Campus Inkrement har et eget kapittel som heter «Algebra». Jeg har ikke lett etter algebraiske oppgaver innenfor andre kapitler. I min forskning anser jeg oppgaver som både de nummererte oppgavene i kapittelet, samt aktivitetene som er foreslått i kapittelet. Dette samsvarer med de tre aspektene som Doyle (1983) har delt akademiske oppgaver inn; *produktet* elevene skal formulere, som svaret på en oppgave, *operasjonene* som trengs for å generere produktet, som memorering eller resonnering og *ressursene* som er tilgjengelig for å løse oppgaven, som konkreter eller modeller. Oppgaver blir definert av svarene som kreves av elevene og mulige veier frem til målet (Doyle, 1983, s.161). Stein et al (1996) spesifiserer videre at oppgaver i deres forskning blir knyttet til aktiviteter i undervisningen, og har som mål å rette elevenes fokus mot en bestemt matematisk idé eller konsept (Stein et al, 1996, s.460). Det vil i denne forskningen ikke bli sett på hvordan oppgavene kan brukes i en undervisningssituasjon, til tross for at det er ved bruk at potensialet kan leves ut. Oppgavene blir analysert ut ifra slik de står alene, med fokus på hvilke *potensielle* kognitive krav de har og dermed hvilket utgangspunkt oppgavene kan gi. Charalambous et al (2010) har presisert at de kognitive kravene i oppgavene avhenger av elevenes tidligere erfaringer og forkunnskaper. Men; selv om en lærebok har vært innom emner tidligere, så er det ikke gitt at elevene har hatt læringsutbytte av det (Charalambous et al, 2010, s,129). En lærer kan med bevissthet rundt oppgavetyper og formålet med undervisningen sin, endre en lukket oppgave til en åpen oppgave og øke eller senke de kognitive kravene i oppgaver (Chapman, 2013, s.1). Fordi det ikke tatt hensyn til elevenes forkunnskaper eller hvordan oppgavene blir brukt i boken i analysen, omtales kravene som kun potensielle.

For å finne svar på problemstillingen min har jeg kombinert deler av rammeverket til Charalambous et al. (2010, s.123) og noe fra Gueudet et al. (2016), for å analysere oppgavene. Rammeverket til Charalambous et al. tar for seg en horisontal og en vertikal analyse. Den horisontale analysen dekker bakgrunnsinformasjon om læreboken som blant annet tittel, utgiver, tilleggsressurser og strukturen i læreboken, og fordi jeg har analysert et digitalt læreverk har jeg tilpasset den horisontale analysen med punkter fra Gueudet et al. (2016) sin makroanalyse. Den vertikale analysen til Charalambous et al. (2010) er tredelt med fokus på hva som blir kommunisert til elevene, kravene til elevene og koblinger og kontekst. Jeg har kun hatt fokus på delen som tar for seg *krav,* og derunder de potensielle kognitive kravene elevene møter i oppgavene og hvilken type svar som kreves.

1.3 Oppbygning av oppgaven

I masteroppgavens første kapittel har jeg presentert bakgrunnen for oppgavens problemstilling, jeg har sett på flere vinklinger hvorfor oppgaven er relevant, med både faglige og personlige grunner til valget. Deretter har jeg presentert problemstillingen og forskningsspørsmålene som jeg har arbeidet med i denne oppgaven. Jeg har avgrenset problemstillingen min og forklart noen av begrepene som er sentrale i oppgaven.

I kapittel 2 tar jeg for meg teori og tidligere forskning på lærebokanalyser. Jeg plasserer oppgaven min innenfor tidligere forskningsteori og belyser annen teori som har vært viktig i arbeid med oppgaven. Rammeverkene til Charalambous et al (2010) og Gueudet et al (2016), som jeg bygger analysedelen min på, blir presentert i teorikapittelet, og avslutningsvis presenterer jeg kort et alternativt rammeverk fra Brändström (2005).

Kapittel 3 handler om oppgavens forskningsdesign og metodevalg. Her vil jeg gå inn på selve metoden og analyseskjemaene jeg har brukt i for å finne svar på problemstillingen min. Læreboken og oppgavene jeg har arbeidet med blir presentert under metodekapittelet, jeg blir å vise til analyseskjemaet og forklare noen av valgene i kodingen for noen oppgaver jeg har analysert. Til slutt i kapittelet diskuterer jeg oppgavens validitet, relabilitet og forskningsetiske betraktninger. Eksemplene vises med ferdig utfylt svar i de fleste tilfeller, da skjermbildene er tatt i lærerversjonen, som automatisk viser fasiten.

I kapittel 4 presenterer jeg resultatene av i den horisontale og vertikale analysen, før jeg drøfter funnene i kapittel 5, sett opp mot teorien som er blitt presentert i teorikapittelet.

Oppgaven avslutter med kapittel 6 og en oppsummering av problemstillingen, resultater og konklusjoner, samt at jeg vil se på noen av mulighetene for videre forskning.

2. Teori og tidligere forskning

I dette kapitelet skal jeg presentere teori som er benyttet i arbeidet med denne masteroppgaven for å kunne drøfte og finne svar på oppgavens problemstilling og forskerspørsmål. Det blir presentert tidligere forskning innenfor lærebøker, oppgaver i matematikk, lærerens rolle og algebra. Problemstillingen i denne masteroppgaven er å se på hvilke kognitive krav elevene møter i oppgavene og hvilken type svar som blir etterspurt innenfor emnet algebra. Det vil derfor bli presentert forskning på generelt grunnlag som bakgrunnsinformasjon til oppgaven og noe mer spesifikt inn på algebra i matematikk. Avslutningsvis blir rammeverket som er brukt i denne forskningsoppgaven presentert i korte trekk og et alternativt rammeverk blir også løftet frem.

2.1 Tidligere forskning på lærebøker

Selv om vi har hatt lærebøker i matematikk helt siden Euklids lære, ca. år 300 f.Kr, så har ikke lærebøker i matematikk vært et stort forskningsområde, sammenlignet med andre matematiske og didaktiske områder. Det er først siden 1980-tallet at forskningsfeltet har økt i omfang og kredibilitet, og ikke lengre kan bli omtalt som «spredt, ikke-konkluderende og trivielt» som det ble noen tiår tidligere (Fan et al. 2013, s.633). Fan et al. (2013) har en studie hvor de systematisk har analysert og undersøkt relevant tidligere forskning, avhandlinger, avisartikler og konferansebidrag (*conference proceedings)* som har lærebøker i matematikk som fokusområde, dette for å kunne identifisere den fremtidige retningen forskingsområde har. De lagde et rammeverk for å klassifisere forskningsområdet og det ble delt i fire forskjellige kategorier (Fan et al. 2013, s.635):

1. Lærebøkenes rolle
2. Lærebokanalyse og sammenligning
3. Bruk av lærebøker
4. Andre områder.

I dette delkapittelet presenteres noe av forskningen som er gjort innad i de forskjellige områdene.

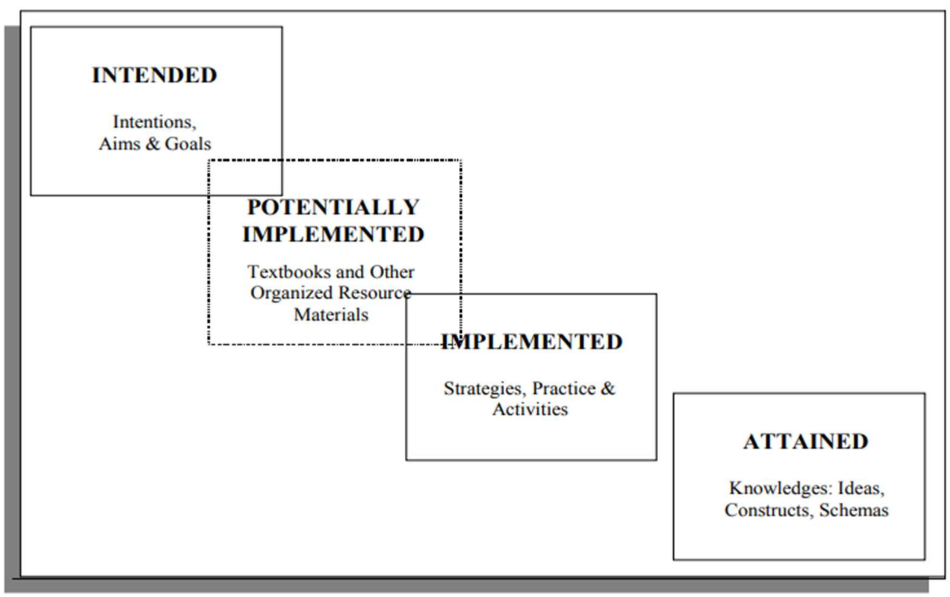
2.1.1 Lærebokens rolle i matematikk

Den første kategorien til Fan et al. (2013) er lærebøkenes rolle i undervisningen. Det har lenge vært en bred enighet i forskningsmiljøet at i matematikkfaget har læreboken en større rolle i undervisningen enn i noen andre fag, «avhengigheten av en lærebok er mer karakteristisk i matematikk» (Robitaille og Travers, 1992, s.706). Usiskin (2013, s. 715 – 716) omtaler læreboken som «a vehicle for learning mathematics» og som "the centerpiece of a course", og mener at det kun er læreren som har en like viktig rolle som læreboken i undervisningen. Læreboken i matematikk har en viktig rolle i faget og blir betraktet som en av de viktigste resursene. Valverde et al. (2002) påpeker at læreboken har en medierende rolle mellom den tiltenkte læreplanen og det som læreren vektlegger i undervisningen (Valverde et al., 2002, s.3). De mener at læreboken sin struktur påvirker undervisningen, og at både formen og strukturen har en pedagogisk grunntanke, som forplanter seg i undervisningen først når læreboken blir tatt i bruk Valverde et al, 2002, s.54). Med dette hevder Rezat (2009, s.1290) at lærebøker i matematikk ikke bør analyseres som en enhet alene, men sett i en kontekstuell sammenheng, med bruk av oppgaver, instruksjoner og aktiviteter i klasserommet. Gilbert (1989, sitert i Fan et al., 2013, s.640) mener at en lærebokanalyse kan prøve å forutse bruken av læreboken, men at det faktiske bruket kan være annerledes enn tiltenkt, så det er viktig å forske på lærebøkenes bruk i matematikken, og ikke kun innhold og struktur. Største delen av forskningen på lærebøker i bruk er blitt utført fra læreren sitt perspektiv, så mer forskning fra elevens bruk er ønskelig fremover (Fan et al, 2013, s.642).

Siden læreboken er et viktig hjelpemiddel og retningsledende i undervisningen for mange lærere, så er innholdet og kvaliteten på innholdet viktig. Det er som oftest ikke opp til den enkelte lærer å bestemme lærebok for trinnet sitt, Lepik (2015, s.135) fant i sin forskning der de undersøkte lærebokbruket til over 400 lærere i Estland (241 lærere), Finland (94 lærere) og Norge (67 lærere), at lærebokinnkjøp blir bestemt i et lærerfelleskap og at læreboken skal vare i flere år fremover. Det er skolen eller kommunen som må vurdere innholdet i bøkene og om det dekker læreplanmålene godt nok, for 1. august 2000 ble den statlige godkjenningsordningen for lærebøker opphevet etter å ha vært gjeldene siden 1889 (Meld. St.20 (2012 –2013), s.61). Siden da var det læreplanen som skulle være styrende i undervisningen fremover, og ikke den enkelte læreboken. Tidligere måtte alle lærebøkene bli godkjent av konsulenter som arbeidet med å sjekke at lærebøkene dekket kriteriene som var satt. Det styrte i stor grad skolens innhold, elevens skolehverdag og lærerens valgfrihet av lærestoff. I etterkant av ordningen skulle det bli mer frihet til læreren for å tolke læreplanen, mulighet til lokal tilpasning og fritt metodevalg (Bratholm, 2001). Pepin et al. (2013) har i sin forskning funnet ut at lærerne i stor grad bruker læreboken både i planlegging av undervisningen og i selve undervisningsøkten, både i form av oppgaver og andre aktiviteter, noe som synliggjør viktigheten av at en lærer kan vurdere oppgavene til det aktuelle ønsket læringsutbytte. Introduksjonen en lærer ofte har i forkant av oppgaveløsning er også ofte hentet fra læreboken (Pepin, 2013, s.695 - 696). Johansson (2006a, s.1) viser til tidligere forsking fra Freeman & Porter (1989); Reys et al. (2003) at emner som ikke er omtalt i lærebøkene uteblir fra undervisningen. Med dette ser vi hvor stor rolle og påvirkningskraft en lærebok har innenfor matematikkundervisningen, og dermed hvor viktig det er at bøkene og dens innhold er av god kvalitet.

2.1.2 Bruk av lærebøker

Læreboken i matematikk har vært et betydningsfullt artefakt for læring i store deler av menneskets historie, vi kan se helt tilbake til Euklids lære fra ca. 300 år f.Kr. Hans bøker har vært med å bevare og videreformidlet kunnskap og kompetanse innenfor matematikkfaget. Ifølge Selander (1988, sitert i Johansen, 2005, s.44 – 45), har lærebøker vært et viktig hjelpemiddel for den vestlige verdens undervisningspraksis og utvikling siden 1700- og 1800-tallet. Lærebøker er bøker som er ment å bli brukt i undervisningssammenheng, en definisjon fra Stray (1994) sier at de er «..designed to provide an authoritative pedagogic version of an area of knowledge» (Stray, 1994, s.4). Med denne definisjonen så skal lærebøker være en autorisert, eller allmenngyldig, pedagogisk versjon av et matematisk emne. Med autorisert menes at den skal være godkjent, ikke lengre av en nemd her i Norge, men godkjent til bruk av skolen eller læreren i faget. Lærebøker er som oftest skrevet for elevene og læreren er ment som et bindeledd og skal hjelpe til å formidle innholdet (Johansen, 2005, s.45). Med bøkene følger det en tiltenkt progresjon i emnene som er valgt, samt i oppgavene og aktivitetene som er i lærebøkene. I de forskjellige lærebøkene er det en tanke bak alle valgene, om det er uteblivelse av fagstoff, hva som skal læres før noe annet, når begreper eller algoritmer skal innføres. I følge Usiskin (2013) ligger emnene i lærebøkene så tett opp til det som faktisk blir undervist i timene at læreboken kan ses på som en proxy for den den implementerte læreplanen (Usiskin, 2013, s.716). Valverde el al (2002) har gjennom en tredeling av læreplan dimensjonene skilt mellom den tiltenkte (*intended*), implementerte (*implemented*) og oppnådde (*attained)* læreplan, eller curriculum (Valverde et al, 2002, s.5). Den tiltenkte læreplanen er politisk bestemt, det er innholdet i Læreplanverket for Kunnskapsløftet (LK20), læreboken brukes som et hjelpemiddel når lærerne implementerer læreplanen og den oppnådde læreplanen er hva elevene sitter igjen med etter undervisningen. Inndelingen i de forskjellige dimensjonene kan bidra til å få et overblikk over mulighetene i utdanninginstitusjonen sett i fra det politiske-, nasjonale- og systemnivået (det tiltenkte), det lokale-, lærer-, hjem-, og skolenivå (det implementerte) og den oppnådde kompetansen og utbytte på elevnivået (det oppnådde). Den fjerde læreplan dimensjonen, som er kommet til senere, er den potensielle (*potentially implemented)* læreplanen, herunder kommer lærebøker og andre læringsressurser inn; " textbooks are designed to translate the abstractions of curriculum policy into operations that teachers and students can carry out. They are intended as mediators between the intentions of the designers of curriculum policy and the teachers that provide instruction in classrooms'' (Valverde, 2002, s.2). Det er mange faktorer som påvirker opplæringen og læringsutbytte for elevene, blant annet læreren og hva som blir vektlagt, læringsmiljøet på trinnet, forkunnskaper til elevene, motivasjon for læring og valg av oppgaver og aktiviteter.



Figur 2.1 Textbooks and the tripartite model (Valverde et al, 2002, s.13)

Matematikkbøkene står i en særstilling til å inneholde «selve» matematikken for elevene, det som står innenfor algebrakapitelet tolkes til å være det svaret på hva algebra er, og det som blir dekt innenfor geometri ses på å være svaret på hva geometri er (Usiskin, 2013, s.716). Lærebøker er ofte bygd likt opp, det starter med en presentasjon av fagstoff, så påfølgende eksempler og avsluttes med oppgaver elevene skal løse selv. Eksemplene blir sett på som prototyper til oppgavene og kan være enkle å kopiere når elevene løser oppgavene. Oppgavene er ofte lagt opp i økende vanskelighetsgrad, og noen har parallelle oppgavesett med forskjellig vanskelighetsgrad. Denne oppbygningen kaller Love og Pimm (1996, s.388) for "exposition – examples – excercice»-modellen, og med den oppbygningen så følger gjerne et læringssyn at elevene lærer best når de følger en steg-for-steg progresjon. Oppbygningsmodellen i franske matematikkbøker hadde en annen oppbygning, de fulgte en «activities-cours-exercises»-modell. Denne modellen legger opp til utforskning gjennom en aktivitet først, for så at læreren har en kursdel som gjennomgår hva som skal læres, også her blir eksempler brukt, før elevene selv jobber med oppgaver (Johansson, 2003, s.21). Ifølge Lepik et al. (2015, s.144) viste det seg at 51 % av de norske lærerne i forskningen brukte oppgavene i læreboken som eneste kilde i halvparten av timene sine, og for 18 % var det eneste kilde til oppgaver i hver undervisningstime. 30 % av lærerne i Estland og 7 % av lærerne i Finland brukte oppgavene som eneste kilde i annenhver undervisningstime, og 62 % og 90 % i alle undervisningstimene. Oppgavene i læreboken ble brukt som hjemmelekse av 90 % av lærerne i landene. 45 % av lærerne brukte læreboken som en oppgaveressurs og andre elementer av læreboken ble lite brukt, mens 32 % av lærerne vektla bruken av læreboken som et verktøy for elevene der de måtte lete etter fagstoff i boken for å løse oppgaver (Lepik, 2015, s.148). Lepik (2015, s.145) oppsummerer med at oppgavedelen er den mest brukte delen av læreboken, og at bruken av læreboken som kun en oppgavebok kan redusere mulighetene læreboken kan gi som en mangefasettert læringsressurs (Lepik, 2015, s.129).

2.1.3 Lærebokanalyse og sammenligning

63% av forskningslitteraturen havner ifølge Fan et al. (2013) i den andre kategorien, lærebokanalyse og sammenligning, hvor 34% er lærebokanalyse og 29% er sammenligning av lærebøker. Lærebokanalyse omfatter analyser av enkeltbøker eller et helt læreverk, der fokuset ofte er på hvordan spesifikke fagområder og interesseområder blir behandlet. Videre ut ifra en lærebokanalyse, kan flere lærebøker eller læreverk sammenlignes, enten innad i et land eller noe som er mer vanlig, mellom flere land, dette kalles komparative lærebokanalyser. Da sammenlignes ofte likheter og forskjeller innenfor fem hovedområder (Fan et al, 2013, s.635 – 637):

1. Matematisk innhold og matematiske emner
2. Kognitive krav og pedagogikk
3. Kjønn, etnisitet, økonomi, kultur og verdier
4. Sammenligning av ulike lærebøker
5. Konseptualisering og metodiske forhold

2.1.3.1. Hovedområder innen lærebokanalyse

Det største området innenfor lærebokanalyse er (1) matematisk innhold og matematiske emner, her har det blant annet blitt forsket på selve innholdet i lærebøker, koblinger mellom forskjellige emner, repetisjon og innføring av emner i lærebøker over flere årstrinn og oppbygning av læreboken. Charalambous et al. (2010) sammenlignet lærebøker fra Kypros, Irland og Taiwan innenfor emnet addisjon og subtraksjon av brøker for å kunne forstå forskjellene i undervisning og resultater i fra de forskjellige landene. De utviklet rammeverket som er benyttet i denne masteroppgaven, som blir utdypet i kapittel 2.4.

Innenfor (2) kognitive krav og pedagogikk har tidligere forskning sett på oppgaver som stiller høyere kognitive krav. Nicely (1985, sitert i Fan et al., 2013, s. 638) fant en nedadgående trend i både i mengde oppgaver som krevde elevinvolvering og færre høyere kognitive krav innad i oppgavene. Forskningen konkluderte med at lærebøker alene ikke er nok til å aktivt involvere elever i utvikling, øving og oppnåelse av evnen til kognitiv tenkning på høyt nivå. Andre resultater som Fan et al (2013) fant i sin sammenfatning av forskningen var Vincent og Stacey (2008) som undersøkte «shallow teaching syndrome», overflatisk innlæring. De undersøkte prosedyre kompleksiteten, løsningsprosessen, grad av repetisjon, mengden av problemer som krever deduktiv resonnering og «application» problemer, som innebærer oppgaver der elevene selv må gjøre et valg og ta i bruk tidligere lærte prosedyrer, så oppgavene er i større grad konseptuelt krevende enn drilloppgaver (Hiebert et al., 2003, s. 90). Funnene konkluderte med at det var en stor mengde oppgaver med en lav prosedyre kompleksitet, betraktelig repetisjon og en fraværende tilstedeværelse av deduktiv resonnering (Vincent og Stacey, 2008, s.82). Zhu og Fan (2006) undersøkte oppgavetyper i lærebøker i fra Kina og Amerika, de så blant annet på tilstedeværelsen av oppgaver som var åpne/lukket, tradisjonelle/ikke-tradisjonelle og rutine/ikke-rutine oppgaver. Om en oppgave var åpen, så var det ikke tenkt i selve prosessen, men i svaret, de etterså om den hadde kun én løsning eller flere mulige løsninger. De utradisjonelle oppgavene var oppgaver som man tradisjonelt ikke finner så ofte i lærebøker, for eksempel at elevene skal formulere oppgaver ut i fra en gitt informasjon, Puzzle/gåte-oppgaver, som drar matematikken inn i oppgaver som elevene må fundere og utforske for å finne løsninger, prosjektoppgaver, som kan innebære datainnsamling, bearbeiding av data, måling og kommunikasjon, eller skriveoppgaver der elevene, for eksempel, skal forklare en prosedyre eller emne til noen som ikke kan noe om det. En ikke-rutine oppgave er en oppgave som ikke kan løses med en gitt algoritme eller prosedyre som gjerne nettopp er presentert gjennom et eksempel, en rutine oppgave er en oppgave som åpenbart følger en oppskrift eller en algoritme som elevene skal øve på. (Zhu og Fan, 2006, s.613). I begge landene var mer enn 96 % tradisjonelle og rutineoppgaver og 93 % lukkede oppgaver.

Forskningen innenfor (3) kjønn, etnisitet, økonomi, kultur og verdier viser til en positiv utvikling der det ikke er en stigmatisering eller lagd stereotyper av noen i lærebøker. Det er lite forskning som har dette som hovedområde per nå, og det er nok på grunn av fremgangen ellers i samfunnet på samme området (Fan et al, 2013, s.638- 639). Nibbelink et al (1986) konkluderte med at bøkene ikke var kjønnsdiskriminerende, men heller ikke anti-kjønnsdiskriminerende.

Den største undersøkelsen som er gjort på tvers av landegrenser, innenfor (4) internasjonal læreboksammenligning, er Valverde et al (2002) sin forskning som tar for seg hundrevis av lærebøker fra nesten 40 land. De så på hvilke utdanningsmuligheter elevene kunne få, med sammenligninger innenfor blant annet, pedagogiske situasjoner i bøkene, valg av og rekkefølge av emner, hvor mye fokus det var på abstraksjon, kompleksiteten i emnene, de fysiske egenskapene til bøkene, som størrelse og lengde og hvilken grad av elevinvolvering lærebøkene ønsket å fremkalle (Valverde et al, 2002, s.14).

Forskningsområdene innenfor lærebokanalyse kan overlappe hverandre, da forskningsfeltet ikke er så stort. Charalambous et al (2010) sin studie som sammenligner to emner innen brøk i lærebøker, i tre land, kan plasseres både innenfor (1) matematisk innhold og matematiske emner, (2) kognitive krav og pedagogikk, (4) internasjonal læreboksammenligning og (5) konseptualisering og metodiske forhold. De har lagd et rammeverk som tar for seg tre brede kategorier; horisontal analyse, vertikal analyse og kontekstuell analyse. Fan et al. (2013) kritiserer Charalambous et al. (2010) for å ha med den kontekstuelle analysen, altså hvordan læreboken blir brukt, innenfor lærebokanalyse, da de mener at lærebokanalyser kun går under dokumentanalyser (Fan et al, 2013, s.640). Charalambous et al. (2010) mener derimot at ved å kombinere den vertikale og horisontale dimensjonen, så gir det en forutsetning til en kontekstuell analyse, og man får kunnskap som kan avsløre egenskaper til lærebøkene som ellers ikke ville blitt oppdaget (Charalambous et al. 2010, s.120). Pepin og Haggarty (2001, sitert i Fan et al. 2013) gjorde en omfattende litteraturstudie og delte i sitt rammeverk inn lærebokanalyse inn i fire områder; (1) den matematiske hensikten, (2) den pedagogiske hensikten, (3) den sosiologiske konteksten og (4) kulturelle tradisjoner representert i boken, de påpeker at lærebøker bør analyseres ut i fra innhold og struktur, samt prosesskomponenten, altså bruken i undervisningssituasjonen.

Med lærebokanalyser kan man få et innblikk i forskjeller og likheter innen emner, oppbygging, introduksjon til emner, kompleksitet og kognitive krav på tvers av lærebøker i et eller flere land, man får innblikk i matematiske tradisjoner og kan dra nytte av hverandres erfaringer og resultater. Fan et al (2013) fant at de fleste studier i lærebokanalyse konkluderer, i større og mindre grad, med at lærebøker er utilstrekkelig i å presentere matematisk innhold, emner og problemløsning. Det ble funnet store forskjeller i forskjellige læreverk, og da særlig på tvers av land, noe som påpeker at den kulturelle og sosiale tradisjonen har stor lojalitet hos lærebokforfattere og forlag. Det viser seg også at det er et stort gap mellom den tiltenkte læreplanen og lærebøkene, så videre forskning på område og videre utvikling av fagstoff trengs fortsatt (Fan et al, 2013, s. 640).

2.1.4 Andre områder og e-lærebøker

Under Fan et al. sin fjerde kategori «*andre områder*», ligger et forskningsområde som dekker 12 % av lærebokstudiene som ble sammenfattet, det innebærer blant annet sammenhengen mellom lærebøker og læringsutbytte eller tester. Flanders (1994, sitert av Fan et al., 2013, s.642) forsket på forholdene mellom den tiltenkte læreplanen, den implementerte læreplanen og den testede læreplanen og fant ut at prøvene ikke representerte læreplanen som var definert av lærebøkene. Området dekker også studier med lærevansker koblet mot oppgavetype i lærebøker, så ikke et rent spesialpedagogisk område, lærerens preferanser i en lærebok og elektroniske lærebøker, e-lærebøker. Fan et al. (2013) hevder at området innenfor e-lærebøker var skuffende og nesten ikke-eksisterende, da de ikke fant mye forskning med tydelige forskningsspørsmål, metode og resultater. Gueudet et al. (2016) har, i ettertid av Fan et al. (2013) sin forskning ble utgitt, forsket på e-lærebøker der de utviklet et rammeverk som har fokus på *«connectivity»,* som de definerer som «connecting potential for a given user (student or teacher) both practically as well as cognitively.» (Gueudet et al., 2016, s.545). De har delt rammeverket inn i makro- og mikronivå for analysen. En makroanalyse er likt Charalambous et al. (2010) sin horisontale analyse, hvor læreboken blir sett på i sin helhet. Mikroanalysen er tilsvarende til den vertikale analysen til Charalambous et al (2010), der emner, oppgaver, introduksjoner eller matematiske områder som for eksempel resonnering og argumentasjon eller problemløsning blir analysert (Gueudet et al., 2016., s.542). Makroanalysen til Gueudet et al. (2016) har blitt brukt i den horisontale analysen sammen med punkter fra Charalambous et al. (2010) siden oppgavene som er analysert i denne masteroppgaven kommer fra et digitalt læreverk.

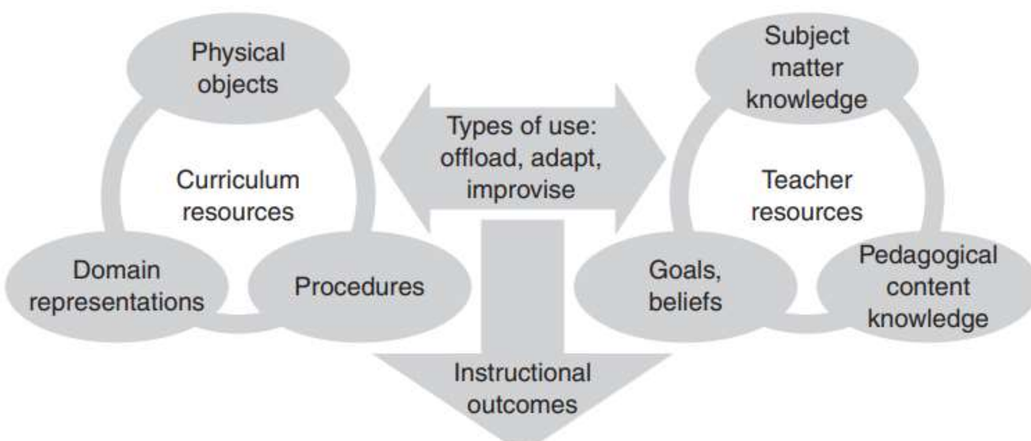
Table 1 Macro level grid (resources network)

Connections to/in terms of
Official text of the national curriculum
Teacher guide
Across grades to: textbooks of the same family (resp. making links to notion before and notion follow up of a given notion of the given textbook)
Across disciplines to: textbooks of the same family (resp. making links to related notions linked, in the other disciplines, to the math. notion at stake)
Exam texts, assessments
Website or other resources authored by the editor of the textbook
Other websites or resources (not authored by the editor of the textbook), in particular open resources, collaborative websites
Software, calculators. Different from web links to a free software or calculator: mentioning the use of software, giving a tutorial in the textbook etc.
Possibility of annotations
Teachers' own resources: possibility for the teacher to incorporate his/her own resources in the textbook
Possibility for the teacher to download parts of the textbook, to incorporate elements of the textbook at stake in her own resources (in her progression, in her lesson plan, in her repertoire of exercises…
Teachers' collective work: e.g. forum, possibility to build resources collectively, to share resources etc.
Teachers' and students' joint work: e.g. space for discussion, possibility for the teacher to propose homework, for the students to upload homework etc.
Teachers and textbook authors or editors
Other joint work or communication: between students and students: e.g. space for discussion, for working collectively; between teachers and parents etc.

Figur 2.2 Makroanalyseskjema (Gueudet et al, 2016, s.547)

2.2 Lærerrollen

Brown (2009) ser på undervisningen som en aktivitet der læreren er aktiv og designer undervisningen ved hjelp av ressurser, som for eksempel kan være en lærebok. Lærere oppfatter og tolker ressurser, evaluerer begrensingene, vurderer fordeler og ulemper og lager en strategi for gjennomføring for å nå læringsmålet. Brown (2009) trekker frem at lærerens kompetanse, kunnskaper, holdninger, mål og kontekster påvirker tolkningen og bruken av ressurser og at det er viktig å se på forholdet mellom de for å skjønne mer av relasjonen mellom lærer og ressursbruk (Brown, 2009, s. 22 – 23). Han utviklet et rammeverk for å se på sammenhengen mellom læreren sine ressurser, og samspillet med ressursene eller hjelpemidlene tilgjengelig, Design Capacity for Enactment Framwork (DCE) (Brown, 2009, s.26). Læreren har tre grader av tilpasning i interaksjonen med ressursene, Brown (2009) kaller det *offloading, adapting* og *improvising*, der de viser til i hvor stor grad læreren gir ansvaret over til ressursen, fordeler ansvar eller beholder ansvaret selv. I valg av tilpasningen av ressursene, så kommer didaktiske avgjørelser også inn i bilde. Der for eksempel en nyutdannet lærer velger å jobbe med oppgaver direkte fra boken, offloading, på bakgrunn av en større tillit til læreboken enn seg selv eller fra tidligere erfaringer som sier at «slik er en god undervisningstime i matematikk», så kan en erfaren lærer begrunne det samme valget med å få tid til å gi tilbakemeldinger til enkeltelevene mens de arbeider selvstendig (Brown, 2009, s.25).



Figur 2.3 Modell av The Design Capacity for Enactment Framework (Brown, 2009, s.26).

Det er mange elementer som påvirker valgene fram til en undervisningsplan og flere elementer som påvirker planen videre til en utført plan. Brown (2009) påpeker at det ikke er en uttømmende liste i rammeverket hans, og at flere lærerressurser er til stede i virkeligheten, men det måtte begrenses i rammeverket. Brown (2009, s.26) har tatt med *subject matter knowledge*, som er fagkunnskapen en lærer innehar og *pedagogical content knowledge*, som er den fagdidaktiske kunnskapen som den enkelte lærer innehar, etter Shulman (1989). Disse to kunnskapene utgjør undervisningskunnskapen til en matematikklærer ifølge Ball, Thames og Phelp (2008). Innenfor fagkunnskaper ligger tre underområder; allmenn fagkunnskap, matematisk horisontkunnskap og spesialisert fagkunnskap, og den fagdidaktiske kunnskapen har også tre underområder; læreplankunnskap, kunnskap om faglig innhold og elever, og kunnskap om faglig innhold og undervisning. I tillegg har Brown (2009) *goals* og *beliefs* med i lærerens ressurser, et område som viser til lærerens holdninger og motivasjon for et fagområde eller emne, og hvilke mål læreren vil oppnå (Brown, 2009, s.27).

Freeman og Porter (1989) analyserte fire lærere sin undervisningspraksis og sjekket overlapping mot lærebøkene i løpet av et helt skoleår. De fikk et resultat som var motstrøms med den vanlige oppfatningen av lærebokbruk og undervisningspraksis, som Usiskin (2013) sine resultater som nevnt tidligere (Freeman og Porter, 1989, s.403). De fant flere forskjeller mellom lærerne i studien, ikke alle lærerne var bundet opp til læreboken i like stor grad og de fant forskjeller på både tidsbruk innen hvert emne, tilpassing til elevgrupper eller enkeltelever, grupperinger blant elevene og måloppnåelse kriteriene (Freeman og Porter, 1989, s.403 – 404). Det var én av de fire lærerne som brukte læreboken «fra perm til perm», noe som ble forventet av skoleledelsen der, og det ble forsvart med at de som fulgte oppbygningen i læreboken ikke ble å gå glipp av viktige emner og følge innlæringen i riktig rekkefølge. Her har læreren tillit til at læreboken har en høy standard, og dekker det elevene trenger å lære. Etter opptelling på slutten av skoleåret, viste det seg at læreren og elevene ikke kom gjennom 40 % av læreboken, enten for det ble hoppet over oppgaver eller at tiden ikke strakk til. En annen lærer fokuserte på basiskunnskapene, hun hadde valgt ut områder hun mente var viktig at eleven mestret godt før de gikk videre i matematikken, og hun plukket ut relevant fagstoff fra læreboken. Læreboken ble da en av flere ressurser, selv om også denne læreren egentlig skulle «følge boken», ifølge skoleledelsen. Det viste seg at for å finne ekstra fagstoff til elever med stort læringspotensial, så ble læreboken brukt som støtte (Freeman og Porter, 1989, s.408 – 409). Remillard (1999) har i sin forskning vært enig med Freeman og Porter (1989) sine funn, og sier at læreren i stor grad påvirker den implementerte læreplanen med sine personlige oppfatninger. Lærerens personlige oppfatninger påvirker valg av emner, vektlegging av emner, ressurser og tidsbruk, samt valg av oppgaver og aktiviteter, gjennomføringen av undervisningen og tilbakemeldingene til elevene (i Fan, 2013, s.641).

2.3 Algebra

2.3.1 Algebra gjennom tidene, en firedelt inndeling

Historisk sett har algebra blitt betraktet som vitenskapen om likningsløsning, og er ifølge Kieran (2004) en tanke som fortsatt henger igjen. Forskning fra 1970-80 visste at algebra var et utfordrende emne for mange elever på ungdomskolen og i slutten av 1980-årene begynte arbeidet med å finne kjernen innenfor algebra og plukke ut deler som kunnes innføres på yngre trinn, dette i håp om å gjøre algebra tilgjengelig for en større gruppe elever. Tidligere var strukturen på opplæringen at aritmetikken først skulle læres, før algebra kunne innføres etter elevene hadde grunnforståelsen for tallære på plass, det førte til at algebra ikke var et emne elevene møtte før på ungdomsskolen (Kieran, 2004, s.139). Algebra har ikke en felles gitt definisjon på grunn av forskjellige tolkninger og vektlegging gjennom tidene, og på grunn av algebraens brede bruksområde. Kongelf (2015, s.85) så i sin forskning på definisjoner som er gitt over tid, og delte kjernen av algebra inn i fire deler.

1. Operasjonell symbolisme
2. Tenkemåte
3. Generalisert tallære
4. Strukturer

Operasjonell symbolisme ser på algebra som et symbolsystem utviklet over tid, og en klassisk tredeling av representasjonsformen innebærer retorisk, synkopert og symbolsk. Retorisk algebra brukte vanlig språk og ord i matematikken, synkopert algebra forkortet ned ordene og i symbolsk algebra brukes symboler og formelspråk som vi bruker i vår tid (Thorvaldsen, 2002, s.37).

Algebra som *tenkemåte* har heller ingen felles gitt definisjon. Kongelf (2015, s.85) påpeker at en av de viktigste sidene ved algebraisk tenkning er betydningen av generalisering. Generalisering innebærer blant annet å oppdage likheter, å repetere, å klassifisere og kategorisere. I LK20 under kjerneelementene handler generalisering om; “... at elevene oppdager sammenhenger og strukturer og ikke blir presentert for en ferdig løsning. Det vil si at elevene kan utforske tall, utregninger og figurer for å finne sammenhenger og deretter formalisere ved å bruke algebra og hensiktsmessige representasjoner.” (Kunnskapsdepartementet, 2019). Mason (1996) mener at algebra er en tenkemåte som kan få elever til å se det spesielle i det generelle, og det generelle i det spesielle (s.72) og dersom elevene hadde blitt vant til å generalisere fra starten av, hevder Mason (s.65) at algebra ikke hadde vært problematisk for elevene. “Generalization is the heartbeat of mathematics, and appears in many forms. If teachers are unaware of its presence, and are not in the habit of getting students to work at expressing their own generalizations, then mathematical thinking is not taking place.” (Mason, 1996, s.65).

Algebra som *generalisert tallære* eller generalisert aritmetikk er trolig det synet på algebra som er mest dominerende i læring og undervisning av elementær algebra i skolen (Kongelf, 2015, s.85). Det kan deles inn i to områder; abstraksjon og generalisering. Dette er et av kjerneelementene i LK20, der abstraksjon innebærer “...at elevene gradvis utvikler en formalisering av tanker, strategier og matematisk språk. Utviklingen går fra konkrete beskrivelser til formelt symbolspråk og formelle resonnementer.” Generalisering innebærer «…at elevene oppdager sammenhenger og strukturer og ikke blir presentert for en ferdig løsning. Det vil si at elevene kan utforske tall, utregninger og figurer for å finne sammenhenger og deretter formalisere ved å bruke algebra og hensiktsmessige representasjoner.» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Sfard og Linchevski (1994, sitert i Kongelf, 2015, s.85) omtaler algebra som en generalisert tallære med en operasjonell og strukturell dualitet. Det vil si at et utrykk kan i aritmetikken bli sett på som en prosedyre, og samtidig bli betraktet som et objekt i algebraen, som igjen kan være en del av en større prosedyre og videre sett på som et større objekt.

Den siste inndelingen av algebra er *strukturer* eller *abstrakt algebra*. Dette er ikke et emne før universitetsnivå, og blir derfor ikke omtalt her, da denne masteroppgaven tar for seg oppgaver på mellomtrinnet.

2.3.2 Algebra i LK20

I LK20 under kjerneelementene omtales algebra som utforskning av strukturer, mønstre og relasjoner og påpeker at algebra er en viktig forutsetning for å kunne generalisere og modellere i matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2019). Vi finner kompetansemål som omhandler algebra og algebraisk tenkning allerede etter 2.trinn; som «kjenne igjen og beskrive repeterende enheter i mønstre og lage egne mønstre», «ordne tall, mengder og former ut fra egenskaper, sammenligne dem og reflektere over om det kan gjøres på flere måter», «utforske tall, mengder og telling i lek, natur, billedkunst, musikk og barnelitteratur, representere tallene på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene», «eksperimentere med telling både forlengs og baklengs, velge ulike startpunkter og ulik differanse og beskrive mønstre i tellingene» og «utforske og beskrive generelle egenskaper ved partall og oddetall» (Kunnskapsdepartementet, 2019).
Mason (1996, s.78) mener at algebra kan innføres uavhengig av aritmetikken, og at barn innehar "the power to think and articulate abstractions and generalities independent of numbers.", noe som er likt det LK20 legger opp til med disse tidlige kompetansemålene innen algebra. Kompetansemålene i matematikk er i LK20 delt opp etter trinn, og alle trinnene på mellomtrinnet har kompetansemål som omhandler deler fra algebra eksplisitt og implisitt. Begrepet algebra blir ikke brukt i kompetansemålene, men begreper som naturlig tilfaller innunder algebra emnet er nevnt, som *ligninger, variabler, sammensatte regneuttrykk* og *lineær ligning.*

Kompetansemål fra 5. trinn som kan inkludere algebra er at elevene skal kunne

- «formulere og løse problemer fra egen hverdag som har med brøk å gjøre»
- «løse ligninger og ulikheter gjennom logiske resonnementer og forklare hva det vil si at et tall er en løsning på en ligning»
- «lage og løse oppgaver i regneark som omhandler personlig økonomi»
- «formulere og løse problemer fra egen hverdag som har med tid å gjøre»
- «lage og programmere algoritmer med bruk av variabler, vilkår og løkker»

Kompetansemål på 6.trinn som kan inkludere algebra er at elevene skal kunne

- formulere og løse problemer fra sin egen hverdag som har med desimaltall, brøk og prosent å gjøre, og forklare egne tenkemåter

- måle radius, diameter og omkrets i sirkler og utforske og argumentere for sammenhengen
- utforske mål for areal og volum i praktiske situasjoner og representere dem på ulike måter
- bruke ulike strategier for å regne ut areal og omkrets og utforske sammenhenger mellom disse
- bruke variabler og formler til å uttrykke sammenhenger i praktiske situasjoner
- bruke variabler, løkker, vilkår og funksjoner i programmering til å utforske geometriske figurer og mønstre

Kompetansemål på 7.trinn som kan inkludere algebra er at elevene skal kunne

- utvikle og bruke hensiktsmessige strategier i regning med brøk, desimaltall og prosent og forklare tenkemåtene sine
- representere og bruke brøk, desimaltall og prosent på ulike måter og utforske de matematiske sammenhengene mellom disse representasjonsformene
- utforske negative tall i praktiske situasjoner
- bruke sammensatte regneuttrykk til å beskrive og utføre utregninger
- bruke ulike strategier for å løse lineære ligninger og ulikheter og vurdere om løsninger er gyldige
- lage og vurdere budsjett og regnskap ved å bruke regneark med cellereferanser og formler
- bruke programmering til å utforske data i tabeller og datasett

2.3.3 Utfordringer i algebra

Naalsund (2012) sin doktoravhandling tar for seg utfordringer innen algebra på ungdomsskolen. Hun oppdaget at elevene oppfatter algebra som en meningsløs manipulasjon, der prosedyrer blir brukt etter en innlært regel, fremfor en dypere forståelse, elevene sliter med misoppfatninger knyttet til å kunne generalisere aritmetisk kunnskap til algebra og mange forstår ikke begrepene som trengs for å mestre algebraen. Ekvivalens, parenteser og negative tall er områder som er vanskelig, og om elevene ikke har forståelse for dette, så blir algebra ekstra vanskelig. Naalsund etterspør mer diskusjon i norske klasserom, og påpeker at det er viktig at læreren i tillegg til en solid fagkunnskap også innehar kunnskap om elevens tankegang

og ulike læringsstrategier. Det er viktig at elevene får jobbet med matematiske utfordringer og får mulighet til å forklare hvordan de har løst oppgaven og hvorfor de valgte den aktuelle løsningen, med støtte og veiledning fra læreren (Jakobsen, 2012).
Naalsund (2012, s.38) påpeker et kognitivt gap mellom uformelle og formelle resonnement blant elevene. I det elevene skal gå fra aritmetisk regning, som ofte er prosedyrekunnskap, til algebraisk regning, så kan de møte på problemer når det som i aritmetikken er et regnestykke, blir til et objekt i algebraisk sammenheng. Filloy og Rojano (1984, i Naalsund, 2012) understreker viktigheten av å bygge bro mellom ligninger som kan løses aritmetisk som «ax + b = c» og mellom likninger med ukjente på begge sidene, som oftest må løses algebraisk, som «ax + b = cx + d», for at elever skal mestre formelle resonnement innenfor algebra. Herscovics og Linchevski's (1994, i Naalsund, 2012) har i sin forskning funnet at elever kan løse lineære ligninger med ukjente på begge sidene av likhetstegnet uten forkunnskaper. Da forsøkte elevene å løse ligningen med å prøve og feile med å gjette verdien av den ukjente, men den ukjente variabelen ble uberørt, frem til den ble erstattet av et tall, og kunne regnes med. "It can be conjectured that such a cognitive gap would establish an upper boundary to the scope of the students' informal equation-solving procedures" (Naalsund, 2012, s.38). Kieran (1992, i Naalsund, 2012, s.104) påpeker at når elevene har lært den formelle metoden å løse ligninger på, så slutter de å bruke prøve og feile/substitusjon som løsningsmetode. Elever som har brukt prøve/feile metoden før de lærer den formelle prosedyren, skjønner prosedyren for ligningsløsning bedre ifølge Kieran (1992, i Naalsund, 2012), og de får en bedre forståelse for ekvivalensen i ligninger. Elever som utfører symmetriske regneoperasjoner på hver sin side av likhetstegnet, vil potensielt kunne utvikle en god relasjonell forståelse, mens elever som utfører «flytte-bytte-regelen», ikke nødvendigvis vil utvikle en dypere forståelse av hvorfor noe blir gjort, men kun bruke regelen blindt og dermed øve på en instrumentell forståelse. Skemp (2006, s.89) forklarer den instrumentelle forståelsen som regler uten forståelse, *rules without reasons,* og den relasjonelle forståelsen som å vite både *hva* en skal gjøre og *hvorfor* en gjør det. Naalsund (2012) oppdaget i intervjuene av elevene at de slet med å forklare betydningen av ekvivalensen, og «at man må gjøre det samme på begge sidene» kunne være innlært som en regel og dermed en instrumentell kunnskap.

Kieran og Saldanha (2005, s.195) uttrykker at ekvivalensen er hjertet i arbeidet med algebraiske uttrykk. I aritmetikken kan likhetstegnet tolkes av mange elever «som her kommer svaret» eller «løsningen er», og det at likhetstegnet skal vise en lik verdi på begge sidene kan bli forbigått.

Forståelsen for at et utrykk på hver sin side av likhetstegnet skal ha samme verdi, er vesentlig for den algebraiske kompetansen. I Naalsund (2012) sin forskning fant hun at flere av elevene i forskningen ikke hadde en konseptuell forståelse for likhetstegnet.

2.3.4 En god introduksjon til algebra

Mønsterutforskning har ifølge Mason (2005) blitt anbefalt av flere forskere innen matematikkdidaktikk som en god introduksjon til algebra på grunn den dynamiske representasjonen av variabler. Generalisering er en viktig del av kjernen i algebraisk aktivitet, og det å generalisere med numeriske verdier ses på som en bro mellom den uformelle og formelle algebraen. Det gir også en link til elevenes forkunnskaper innen aritmetikken og kan hjelpe elever med symbolske representasjoner og abstraksjons evne (s.233). Det er en prosess å få elever til å kunne se mønster og formulere en generell regel, ofte starter de med å prøve og feile, og de lager regler som passer det aktuelle figurnummeret, det Mason (1996, i Mason, 2005) kaller *local tactics*. Mason (2005) deler generaliseringen inn i eksplisitte og ikke-eksplisitte strategier. Ikke-eksplisitte strategier innebærer å intuitivt kunne se et mønster, men å ha vanskeligheter å formulere det til en regel, eller å tegne figuren for å telle seg frem til det aktuelle figurnummeret. Eksplisitte strategier innebærer å bruke en del av helheten til å prøve å lage en regel, prøve og feile- strategi eller at eleven uttrykkelig identifiserer et mønster. Lannin (2005) sine funn viser at elever som mester eksplisitte generaliseringsstrategier hadde en tendens til å ha en bedre konseptuell forståelse for figurmønster. Naalsund et al. (2015, s.20) viser til studier som har gitt gode resultater med bruk av heuristiske arbeidsmetoder, der utforskningen starter i en kontekstualisert og kjent situasjon, som for eksempel med figurtall, og der forklaringer, begrunnelser og diskusjoner er viktige elementer for å stadig opparbeide en dypere forståelse for algebraiske sammenhenger og begreper. Å arbeide med en slik metode i et klasserom krever gode fagkunnskaper av læreren i tillegg til kunnskaper om elevers matematiske resonnement, som tidligere er nevnt under lærerrollen og undervisningskunnskapen til en matematikklærer. Naalsund et al. (2015) viser også til studier som konkluderte med at dersom elevene i stor grad løser prosedyreoppgaver, som ved algoritmisk oppgaveløsning, så kan læringsutbytte være liten, eller til og med negativ. Potensialet for et godt læringsutbytte bedres når elevene får jobbet med oppgaver som støtter begrepsforståelsen, strategisk kompetanse og når de får bruke ulike representasjonsformer

2.4 Rammeverk

I denne delen vil jeg presentere rammeverkene jeg har brukt for å finne svar på problemstillingen min. Jeg har hovedsakelig brukt Charalambous et al. (2010) sitt konseptuelle rammeverk, og lagt til noen punkter fra Gueudet et al. (2016) for å ta hensyn til at det er i et digitalt læreverk. I arbeidet med å analysere lærebøker og oppgaver er det viktig å ha et solid rammeverk å støtte seg på, for å enklere å kunne kode oppgavene, og avgrense og spesifisere hva man ser etter.

2.4.1 Overordnet konseptuelt rammeverk

Charalambous et al. (2010, s.117) utviklet et rammeverk som brukes for å analysere læringsmulighetene i lærebøker, med vektlegging på presentasjon av innholdet og kravene i oppgavene. Det ble basert på funn og mangler i tidligere forskning på området (Charalambous et al., 2010, s.121- 122). Rammeverket ble brukt da de sammenlignet lærebøkenes tilnærming til addisjon og subtraksjon av brøker i fra Kypros, Irland og Taiwan, der rammeverket tar for seg både bredden og dybden av hvordan en lærebok er bygd opp og hva den presenterer. Charalambous et al. (2010, s.119) ville sammenligne likheter og forskjeller mellom lærebøkene i flere land, og se på hvilke forventninger og krav elevene møtte i bøkene, både gjennom eksempler og oppgaver. Rammeverket tar for seg tre tilnærminger som er vanlig i lærebokstudier, horisontal, vertikal og kontekstuell analyse. I denne masteroppgaven er det valgt å kun se på den horisontale og den vertikale analysen, da det er den delen av rammeverket som brukes til å se på intensjonen i den valgte delen av lærerboken. Det er en lærebokanalyse som ser på læringsmulighetene som finnes, forutsatt at elevene hadde løst alle oppgavene i læreboken i oppsatt rekkefølge (Mesa, 2004, s.255 - 256).

Den horisontale analysen tar for seg boken som en helhet og gir et overblikk over lærebokens bakgrunn og oppbygning, Charalambous et al. (2010) har delt den horisontale analysen inn i to underkategorier; bakgrunnsinformasjon og overordnet struktur. Bakgrunnsinformasjonen tar for seg tittel, antall bøker i et læreverk, sideantall, forfatter, forlag, utgivelsesår og tilleggsressurser. Den overordnede strukturen omfatter kapittel og sideantall, hvilke emner som er dekt og strukturen i kapitlene (Charalambous et al., 2010, s.122). Den horisontale analysen strukturerer overflatisk informasjon, men skaper et godt overblikk over læreboken og kan gi struktur til analysen og resultatene.

Den vertikale analysen går i dybden på læreboken ved å se på et matematisk emne eller område som boken dekker og er delt inn i tre underkategorier, med flere underpunkter. (1) Det som blir kommunisert til elevene, *communicated to students,* ser på hva som blir presentert i form av matematisk innhold, definisjoner, regler, matematisk praksis med eksempler og modellering og holdninger og synspunkter på matematikk (Charalambous et al., 2010, s.123). Innenfor (2) det som kreves av elevene, *required of students,* er fokuset hvilke potensielle kognitive krav elevene møter og hvilke typer oppgavesvar som kreves (Charalambous et al., 2010, s.123). I kategorien (3) hvilke sammenhenger læreboken har, *connections.* blir forbindelser innad og mellom matematiske områder analysert, sammenhenger mellom det som står i læreboken og instruksjoner gitt i klasserommet og sammenhenger med situasjoner utenfor skolen (Charalambous et al., 2010, s.123). Med å kombinere en horisontal og en vertikal analyse påpeker Charalambous et al. (2010, s.120) at man kan avdekke egenskaper ved læreboken som kan bli borte om man kun ser på en av dimensjonene. Under viser figur 2.4 en sammenfatning av rammeverket til Charalambous et al. (2010).

HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Background Information	Overall Structure
• Title • Number of books • Pages (Number and Density) • Profile of authors and advisory committee • Publisher and year of publication • Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials)	• Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson • Structure of units/lessons • Topics covered • Sequencing of topics

VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Communicated to Students	Required of Students	Connections
Mathematical Content • Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs) • Definitions, rules, conventions • Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics) *Mathematical Practices* • Worked examples • Modeling thinking *Attitudes* • Equity • View of mathematics	• Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics) • Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification)	• Connecting within and between strands • Classroom instruction - textbook connections • Connecting to situations outside of school

Figur 2.4 Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk

2.4.2. Potensielle kognitive krav

Charalambous et al. (2010) har brukt Smith og Stein (1998) sin oversikt av egenskaper i matematiske oppgaver, *Task Analysis Guide,* i sin vertikale analyse der de tar for seg de potensielle kognitive kravene. Kravene blir delt inn i fire kategorier;

1. Memorering, *memorization*
2. Prosedyrer uten sammenheng, *procedures without connections*
3. Prosedyrer med sammenheng, *procedures with connections*
4. Arbeide matematisk, *doing mathematics*

Memorering og prosedyrer uten forbindelser stiller lave kognitive krav, *lower-level demands,* og oppgaver med forbindelser og å "arbeide matematisk", stiller høye kognitive krav, *higher-level demands*. Rammeverket kan også brukes som et refleksjonsverktøy for lærerne for å vurdere om oppgavene man bruker i undervisningen tilrettelegger for at elevene kan tenke og resonnere (Smith og Stein, 1998, s.347). Om målet er å lære elevene å arbeide matematisk, så er det ifølge Stein og Smith (1998, s.344) viktig å arbeide med oppgaver som stiller høye kognitive krav, da oppgaven har en viktig rolle for å utvikle elevenes evner til å tenke, resonnere og jobbe med problemløsning. Selv om en oppgave har høye kognitive krav, så er det ikke en garanti for at elevene arbeider på et høyt nivå, men Smith et al. (1998, s.344) påpeker at en lavt kognitiv krevende oppgave nesten aldri fører til et høyt kognitivt engasjement hos elever. Dette er kompetanser som Kunnskapsløftet vektlegger; «Matematikk skal forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dem kompetanse i utforsking og problemløsing… Kritisk tenkning i matematikk omfatter kritisk vurdering av resonnementer og argumenter og kan ruste elevene til å gjøre egne valg og ta stilling til viktige spørsmål i sitt eget liv og i samfunnet.» (Utdanningsdirektoratet). Med å løse oppgaver som stiller lave kognitive krav øver elevene på prosedyrekunnskap og en instrumentell forståelse av matematikk, og med å bruke oppgaver som stiller høyere kognitive krav øves elevenes konseptuelle forståelse (Stein & Smith, 1998, s.269).

I figur 2.5 vises oversikten, *Level of Demands*, til Smith og Stein (1998) der de har delt inn kravene i lavt og høyt kognitive krav. I metodedelen kommer det en oversatt versjon av oversikten, som har blitt brukt i arbeidet med å analysere oppgavene fra Campus inkrement. På bakgrunn av at Smith og Stein (1998) brukte analyseverktøyet på oppgaver innenfor multiplikasjon av brøker, vil eksemplene, som kommer under, vise til dette emnet. Smith og Stein (1998, s.346) lagde en oversikt over oppgaver som passer innenfor hver av kategoriene i de kognitive kravene, *The task-sort activity.* Der lærere kan gå gjennom oppgavene og sortere ut hvilken kategori de mener oppgaven tilhører. Det er ikke alltid lærerne er enig i "fasiten" til Smith og Stein (1998), men det er viktig å få en diskusjon om oppgavene som brukes og en bevissthet på hvilke kognitive krav de forskjellige oppgavene stiller. I denne masteroppgaven har jeg valgt å vise oppgavene direkte fra artikkelen på engelsk, for å bevare egenarten til eksemplene Smith og Stein (1998) har valgt.

Levels of Demands

Lower-level demands (memorization):
- Involve either reproducing previously learned facts, rules, formulas, or definitions or committing facts, rules, formulas or definitions to memory
- Cannot be solved using procedures because a procedure does not exist or because the time frame in which the task is being completed is too short to use a procedure
- Are not ambiguous. Such tasks involve the exact reproduction of previously seen material, and what is to be reproduced is clearly and directly stated.
- Have no connection to the concepts or meaning that underlie the facts, rules, formulas, or definitions being learned or reproduced

Lower-level demands (procedures without connections):
- Are algorithmic. Use of the procedure either is specifically called for or is evident from prior instruction, experience, or placement of the task.
- Require limited cognitive demand for successful completion. Little ambiguity exists about what needs to be done and how to do it.
- Have no connection to the concepts or meaning that underlie the procedure being used
- Are focused on producing correct answers instead of on developing mathematical understanding
- Require no explanations or explanations that focus solely on describing the procedure that was used

Higher-level demands (procedures with connections):
- Focus students' attention on the use of procedures for the purpose of developing deeper levels of understanding of mathematical concepts and ideas
- Suggest explicitly or implicitly pathways to follow that are broad general procedures that have close connections to underlying conceptual ideas as opposed to narrow algorithms that are opaque with respect to underlying concepts
- Usually are represented in multiple ways, such as visual diagrams, manipulatives, symbols, and problem situations. Making connections among multiple representations helps develop meaning.
- Require some degree of cognitive effort. Although general procedures may be followed, they cannot be followed mindlessly. Students need to engage with conceptual ideas that underlie the procedures to complete the task successfully and that develop understanding.

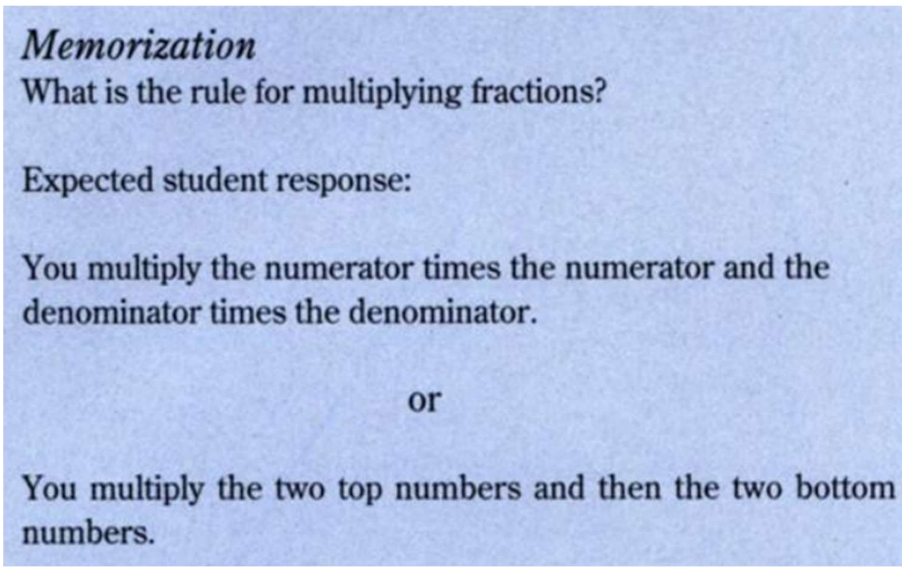
Higher-level demands (doing mathematics):
- Require complex and nonalgorithmic thinking—a predictable, well-rehearsed approach or pathway is not explicitly suggested by the task, task instructions, or a worked-out example.
- Require students to explore and understand the nature of mathematical concepts, processes, or relationships
- Demand self-monitoring or self-regulation of one's own cognitive processes
- Require students to access relevant knowledge and experiences and make appropriate use of them in working through the task
- Require students to analyze the task and actively examine task constraints that may limit possible solution strategies and solutions
- Require considerable cognitive effort and may involve some level of anxiety for the student because of the unpredictable nature of the solution process required

These characteristics are derived from the work of Doyle on academic tasks (1988) and Resnick on high-level-thinking skills (1987), the *Professional Standards for Teaching Mathematics* (NCTM 1991), and the examination and categorization of hundreds of tasks used in QUASAR classrooms (Stein, Grover, and Henningsen 1996; Stein, Lane, and Silver 1996).

Figur 2.2. Task analysis guide (Smith og Stein, 1998, s.348).

2.4.2.1 Memoreringsoppgaver

Memoreringsoppgaver stiller lave kognitive krav, eleven skal reprodusere eller gjengi tidligere lært fakta, regler, formler eller definisjoner, og de kan løses uten prosedyrer. Det er entydige oppgaver som ikke knytter fagstoffet til underliggende begreper eller matematiske sammenhenger (Smith og Stein, 1998, s.348). Et eksempel gitt i Smith og Stein (1998, s.349) som kodes til memorering er gjengitt i figur 2.6 under.



Memorization

What is the rule for multiplying fractions?

Expected student response:

You multiply the numerator times the numerator and the denominator times the denominator.

or

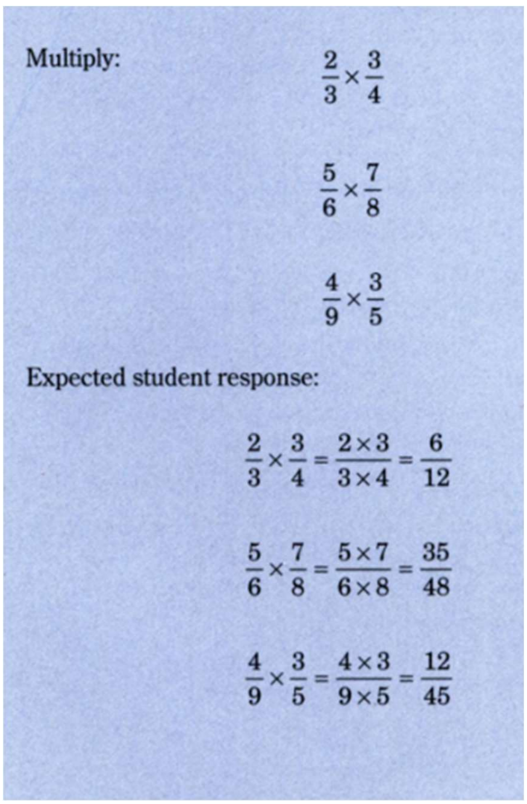
You multiply the two top numbers and then the two bottom numbers.

Figur 2.6 Eksempeloppgave på memoreringsoppgave (Smith og Stein, 1998, 349).

Som figur 2.6 og eksempeloppgaven viser blir eleven spurt hva *regelen, the rule,* er for å multiplisere med brøk. Det legges opp til at de skal gjengi en bestemt regel som allerede er memorert, og det er ikke kobling til underliggende begreper eller matematisk sammenheng. Eleven må ikke argumentere for hvorfor reglen er slik, og de må heller ikke bruke en prosedyre, da svaret kan oppgis kort med hva som multipliseres med hva.

2.4.2.2 Prosedyreoppgaver uten sammenheng

Prosedyreoppgaver uten sammenheng utgjør sammen med memoreringsoppgavene de lave kognitive kravene, forskjellen er at oppgavene som oftest er av algoritmisk karakter. De har heller ingen kobling mot underliggende begreper eller sammenhenger i prosedyren som blir brukt, det er en oppgave for å øve på en algoritme. Det er entydig oppgave både i hva elevene skal gjøre og hvordan det skal bli utført. Oppgavene gir en tydelig føring på hvilken algoritme som skal brukes, enten eksplisitt eller ut ifra tidligere instrukser eller oppgaven sin plassering i læreboken og fokuset ligger på korrekt utførelse av prosedyren og ikke på å utvikle matematisk forståelse. Oppgavene i denne kategorien krever heller ingen begrunnelse på hvordan eller hvorfor man utførte prosedyren (Smith og Stein, 1998, s.349). Et eksempel fra Smith og Stein innenfor kategorien prosedyrer uten sammenheng ses i figur 2.7 under. Her består oppgaveteksten kun av ett ord, *multiply, multipliser.* Det er tydelig hva elevene skal gjøre i oppgaven, regnestykkene er oppstilt, og en innlært regel kan komme frem til riktig svar. Det kreves ikke forklaring til utregningen eller at elevene skal sette det inn i en realistisk kontekst, noe som hadde hevet de kognitive kravene.



Multiply:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{7}{8}$$

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{5}$$

Expected student response:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12}$$

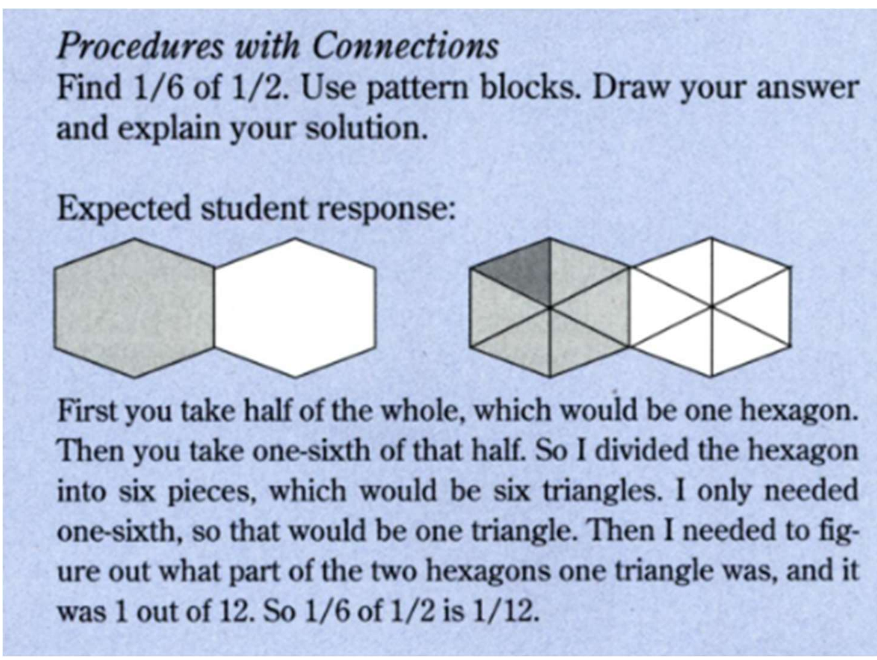
$$\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{5 \times 7}{6 \times 8} = \frac{35}{48}$$

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{9 \times 5} = \frac{12}{45}$$

Figur 2.7 Eksempeloppgave på prosedyrer uten sammenheng (Smith og Stein, 1998, s.349).

2.4.2.3 Prosedyreoppgaver med sammenheng

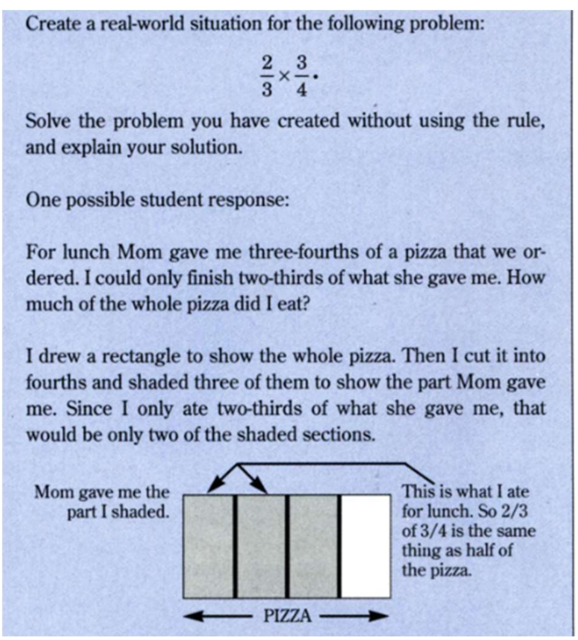
Oppgavene som befinner seg innenfor denne kategorien er fortsatt algoritmiske oppgaver, men på dette nivået blir elevens oppmerksomhet fokusert på bruken av prosedyrer for å utvikle en dypere forståelse for matematiske konsepter, det blir implisitt og eksplisitt foreslått brede og generelle strategier som er nært knyttet til underliggende konseptuelle idéer. Oppgavene er ofte representert på flere måter, som ved hjelp av diagrammer, konkreter, symboler og situasjoner som må løses, dette er en fordel da ulike representasjoner og sammenhengen mellom dem hjelper å utvikle den matematiske forståelsen. For å løse oppgavene og utvikle den konseptuelle forståelsen kreves noe kognitiv innsats og prosedyrer kan ikke følges blindt, elevene må selv forsøke å forstå underliggende sammenhenger og begreper (Smith og Stein, 1998, s.349). Figur 2.8 viser en oppgave som Smith og Stein (1998) har kodet til kategorien prosedyrer med sammenheng. Her blir elevene bedt om å finne 1/6 av 1/2 og å forklare løsningen sin etter at de har tegnet svaret. Det er ikke et oppstilt regnestykke som skal løses, men elevene må selv tenke hvordan de skal løse oppgaven. Det bes eksplisitt om flere representasjoner av svaret; tegning og forklaring, noe som er et kjennetegn for prosedyrepoppgaver med sammenheng. Oppgaven kan løses med en prosedyre, men det er ikke åpenbart hvilken som kan brukes. Oppgavetypen åpner opp for at elevene får en dypere forståelse for matematiske sammenhenger.



Figur 2.8 Eksempeloppgave på prosedyreoppgave med sammenheng (Smith & Stein, 1998, s.349).

2.4.2.4 Oppgaver som krever "å arbeide matematisk"

Den siste kategorien innen kognitive krav er det høyeste nivået av krav, det å arbeide matematisk. Oppgaver i denne kategorien er sammensatte og krever selvstendig tenkning, da hverken oppgaver, instruksjoner eller eksempler i forkant legger føring på valg av fremgangsmåte eller algoritme. Å arbeide med oppgaver på dette nivået utvikler forståelse for matematiske konsepter, prosesser og relasjoner, og elevene må inneha selvregulering og ha innsikt i egne kognitive prosesser. Elevene må arbeide utforskende og oppgavene stiller krav til at elevene skal kunne analysere oppgaven og bruke sine forkunnskaper og erfaringer til å løse oppgaven. Oppgavene krever høy kognitiv innsats og kan skape usikkerhet og motstand hos elevene på grunn av uforutsigbare elementer i oppgaven og løsningsprosessen (Smith & Stein, 1998, s.348). Problemløsningsoppgaver kan ofte bli kodet til denne kategorien. Figur 2.9 viser en eksempeloppgave fra Smith og Stein (1998, s.349) som er kodet til å "arbeide matematisk". Denne oppgaven ber elevene lage en virkelighetsnær situasjon av et oppstilt multiplikasjonsstykke med to brøker, deretter skal de løse oppgaven, men uten å bruke regelen for å multiplisere brøker med hverandre. Oppgaven krever en konseptuell forståelse for brøkregning, da de ikke får bruke algoritmen for å løse oppgaven, og de må koble det til en virkelighetsnær situasjon. Da må elevene bruke forkunnskapene sine på en relevant måte, løsningene blir forskjellige fra hver enkelt elev, og de må vurdere om løsningen er hensiktsmessig. De må forklare løsningsprosessen sin og vise forståelsen for matematiske konsepter. En slik oppgave som har en åpen løsning, kan være en god oppgave til en helklassesamtale for å samtale om forskjellige fremgangsmåter og tankeprosesser blant elevene.



Figur 2.9 Eksempeloppgave på å arbeide matematisk (Smith & Stein, 1998, s.349).

2.4.3. Type svar

Charalambous et al. (2010, s.129) klassifiserte hver oppgave etter hvilket svar oppgaven krevde, de startet med tre svartyper i deres forskningsarbeid, men endte med å klassifisere svarene i fire svartyper etter de hadde hatt første runde med analysering:

1. Kun svar, *answer only*
2. Svar og matematisk setning, *answer and mathematical sentence*
3. Forklaring, *explanation*
4. Begrunnelse, *justification*

Oppgaver som kun krever et numerisk svar eller numerisk uttrykk, blir klassifisert i kategorien “kun svar”. I den andre klassifiseringen finner vi oppgaver som etterspør et numerisk svar/utrykk og en matematisk setning som viser fremgangsmåten eller utregningen som ble brukt. Innenfor den tredje klassifiseringen hører oppgaver som ber om en forklaring på svaret eller prosessen til. Den siste klassifiseringen favner om oppgaver som ber om en begrunnelse for fremgangsmetoden eller en vurdering om svaret er rasjonelt. Oppgaver som krever forklaring av fremgangsmåte eller svaret, eller oppgaver som krever begrunnelse for prosessen er med å styrke den matematiske forståelsen hos elevene (Charalambous et al., 2010, s.124).

2.4.4 E-lærebok

Gueudet et al. (2016) sin forskning på e-lærebøker er en del av French National Agency for Research sitt ReVEA-prosjekt som forsker på interaksjonen mellom *secondary school teachers,* tilsvarende ungdomsskole- og videregåendelærere i Norge, og deres tilgjengelige ressurser i fire skolefag, deriblant matematikk (Gueudet, 2016, s.541). Forskningen har sett på læringsmuligheter gitt av e-lærebøker og Schmidt (2012, s.143) påpeker at designet til en lærebok åpner et vindu inn i matematikkens verden som elevene er forventet å lære, og den medierer mellom instruksjonen som blir gitt og handlingene til elevene som påvirker læringsmulighetene deres. Gueudet et al. (2016, s.541) har hatt fokus på hvilke *connections,* tilkoblingsmuligheter lærerne og elevene hadde i forskjellige digitale læreverk og lærerens mulighet for å justere e-læreboken ved behov. Justeringene kunne være muligheter for å laste ned deler av læreboken, bruke deler av læreboken i andre ressurser, legge til eget stoff digitalt, kunne legge til linker til nettsider og andre ressurser. Pepin et al. (2016, s.644) definerer en e-lærebok som: "an evolving structured set of digital resources, dedicated to teaching, initially designed by different types of authors, but open for re-design by teachers, both individually and collectively". Pepin et al. (2016, s.640) har delt e-lærebøker inn i tre kategorier.

1. En *integrative,* kombinert e-lærebok, er en bok der den digitale utgaven av en tradisjonell lærebok er tilkoblet andre læringsobjekter.
2. En *evolving or "living" e-textbook* er en e-lærebok som stadig er i utvikling med innspill fra lærere eller forskningsmiljøer.
3. En *interactive,* interaktiv e-lærebok er laget for digitalt bruk alene og kan ses på som en verktøykasse, der lærestoffet og oppgavene kan kombineres og lenkes ut ifra lærerens valg.

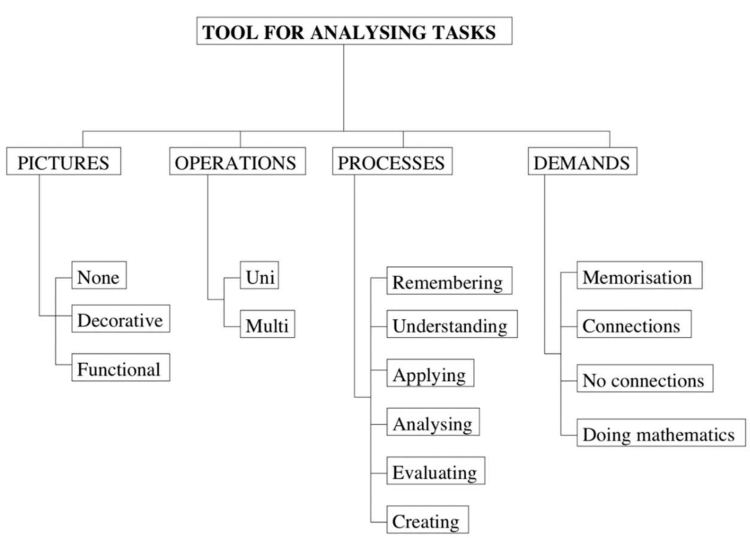
Gueudet et al. (2016, s.544) deler sin analyse av e-lærebøker inn i makro- og mikronivåer. En analyse av makronivået tilsvarer Charalambous et al. (2010) sin horisontale analyse, der helheten blir analysert ut ifra tilkoblingsmulighetene mellom/til brukerne og ressurser og verktøy utenfor læreboken. Dette kan være tilkoblingsmuligheter mellom elevene, elev - lærer, lærer - lærer, elev/lærer - utvikler/forlag/forfatter, og koblinger til nettsider og ressurser utenfor læreboken. Koblinger til læreplan, læringsmål, andre fagområder, emner på andre trinn og vurderingsmuligheter er koblinger som blir analysert på makronivået.

En analyse på mikronivået tilsvarer Charalambous et al. (2010) sin vertikale analyse, der ett matematisk område er i fokus for analysen (Gueudet et al., 2016, s.544). Læreboken blir da ansett som "the environment for construction of knowledge" ifølge Herbst (1995, s.3). På mikronivået analyserer Gueudet et al. (2016, s.544) koblinger mellom forskjellige matematiske emner, koblinger mellom semiotiske representasjoner som tekst, figurer, statisk og dynamisk, og koblinger mellom forskjellige matematiske konsepter, koblinger mellom forskjellige problemløsningsstrategier, koblinger på innføring av forskjellige emner, vurderingsmuligheter og koblinger til forskjellige elevers forskjellige behov.

I denne oppgaven blir ikke mikronivået til Gueudet et al. (2016) benyttet, kun makronivået i sammenheng med den horisontale analysen til Charalambous et al. (2010).

2.4.5 Alternativt rammeverk

Brändström (2005, s.1) viser til Skolverket (2003) sine observasjoner om et omfattende bruk av lærebøker i matematikkundervisningen i svenske klasserom, og at differensierte læringsstier former undervisningen både pedagogisk og organisorisk. Differensierte oppgaver er viktige for alle elever bør få arbeide med oppgaver innenfor sin proksimale utviklingssone, der de får utviklet sin kunnskap, forståelse og matematiske evner (Brändström, 2005, s.1). Med bakgrunn i Smith og Stein (1998, s.348) sine kognitive krav og Bloom's taksonomi utviklet Brändstöm et rammeverk som analyserer forskjellene og differensieringen i elevenes oppgaver i matematikk-lærebøker (Brändström, 2005, s.47). Bloom's taksonomi er ofte brukt av lærere for å klassifisere ulike typer læringsmål etter deres kompleksitet og hvilke kognitive ferdigheter som kreves for å oppnå dem (Brändstöm, 2005, s.27). Brändstöm (2005) sitt rammeverk tar for seg de forskjellige delene som matematikkoppgaver ofte består av. Den ser på *bildebruk* og bildet sitt funksjon; ingen, dekorativ eller funksjonell, hvor mange *operasjoner* det er i oppgaven; en eller flere, hvilke *prosesser* oppgaven krever; blant annet evaluering, forståelse og analysering og til slutt hvilke *kognitive krav* oppgaven stiller. De kognitive kravene Brändström refererer til er rammeverket som er utviklet av Smith og Stein (1998, s.348). Figur 2.10 viser rammeverket til Brändström i sin helhet (2010, s.47). Dersom jeg hadde valgt å bruke Brändström (2005) sitt rammeverk, så kunne oppgaven strekt seg ut mot forskning som tar for seg kjønn, etnisitet, økonomi, kultur og verdier, fordi bildeanalysering er en del av rammeverket



Figur 2.10 Brändström's rammeverk (2005, s.67)

Problemstillingen til denne masteroppgaven søker å finne svar på hvilke kognitive krav som oppgavene i algebra stiller til elever på mellomtrinnet. Jeg kunne brukt krav-delen i Brändström (2005) sitt rammeverk, men valget falt derimot på Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk med horisontal og vertikal analyse, der de samme kognitive kravene fra Smith og Stein (1998) er med, i tillegg til å se på kravene til svarene i oppgavene. Det er et godt verktøy for å vurdere ulike sider ved lærebøker i matematikk, som både går i dybden og bredden av læreboken. Det er et rammeverk som kan brukes som utviklingsverktøy for lærere og kunnskap om bruk av rammeverket kan bidra til å utvikle egen undervisningskompetanse senere i arbeidslivet.

3 Metode

I dette kapittelet går jeg gjennom metoden jeg har brukt for å svare på problemstillingen og forskningsspørsmålene mine. Jeg ser tilbake på prosessen jeg har vært gjennom i løpet av perioden med å utføre forskningsarbeidet. Først går jeg inn på hvilken forskningsmetode jeg har benyttet meg av, og hvilke analyseenheter jeg har brukt. Jeg går gjennom oppsettet på Campus Inkrement ganske nøye, både for å danne et bilde av hvordan læreverket er bygd opp, men også fordi det er et digitalt læreverk, og oppsettet kan lett endres, så dersom en lignende forskning skal gjennomføres senere, så kan man se hva som er likt og ulikt. Jeg har med sammendrag fra delkapitlene for de ble brukt som bakgrunnsinformasjon til analysearbeidet, dersom jeg ikke hadde hatt teorien med i forkant av kategoriseringen, så hadde det blitt andre resultater av kodingen. Jeg forklarer mine valg av lærebok, oppgaver og rammeverk, og jeg gir eksempler på oppgaver innenfor de forskjellige kodekategoriene. Til slutt ser jeg på studienes kvalitet, der validiteten, reliabiliteten og forskningsetiske betraktninger gjøres.

3.1 Forskningsmetode

For å hjelpe meg å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålene i denne masteroppgaven, som innebærer å kartlegge de kognitive kravene og forskjellige svartyper i algebrakapitlene på mellomtrinnet i Campus Inkrement, har jeg benyttet meg av en kvalitativ innholdsanalyse, med noen kvantitative aspekter. Mer spesifikt har jeg benyttet meg av en teoridrevet innholdsanalyse, som Fauskanger og Mosvold (2015) kaller prosessen når man tar utgangspunkt i tidligere forskning og teori for å lage kategoriene som brukes i kodingen av et skriftlig materiale. Analysemetoden innebar en deduktiv prosess, da kategoriene var bestemt før selve kodingen startet (Fauskanger og Mosvold, 2015, s.82 – 83). Gjennom analysen samlet jeg inn kvantitative data i form av antall oppgaver innenfor de forskjellige kategoriene, og resultatene fremstilles i tabeller som gir en oversikt over generelle trekk og sammenhenger i datamaterialet. Krippendorff (2004, sitert i Fauskanger & Mosvold, 2014, s.127) omtaler kvalitative tilnærminger til innholdsanalyse som en fortolkende tekstanalyse. Tolkning er en stor del av denne oppgaven, da jeg leser oppgavene og kvalitativt fortolker og kategoriserer oppgavene etter rammeverket, slik at de blir enheter som kan telles og systematiseres på en kvantitativt opptellende måte. I fra Fauskanger og Mosvold (2014, s.137) siteres det;

«Kvalitativ innholdsanalyse ses på som en fleksibel tilnærming til analyse av tekstdata (Cavanagh, 1997), og det er samtidig en velegnet metode for å klassifisere og identifisere mønstre i dataene (Berg & Lune (2012); Hsieh & Shannon (2005))». Den fleksible tilnærmingen som er mulig i en kvalitativ innholdsanalyse hadde jeg med meg i bakhodet under analyseprosessen, selv om kategoriene var forhåndsbestemt. Dersom jeg hadde sett behov for å endre ordlyden eller legge til en ny kategori, så tillater den kvalitative teoridrevne metoden å gjøre tilpassinger underveis i prosessen (Fauskanger & Mosvold, 2015, s.81). Fordelen med en teoridrevet innholdsanalyse er at jeg kan støtte meg på teori utviklet av forskere på området, da kan den eksisterende teorien både støttes og videreutvikles. Det kan også være en ulempe, da man kan se seg blind på den valgte teorien og da overse andre kontekstuelle aspekter i analysen (Fauskanger & Mosvold, 2014, s.138). Man må være oppmerksom på at man vurderer det skriftlige materialet «…with an informed, but none the less, strong bias» (Hsieh & Shannon 2005, s. 1283).

3.2 Valg av lærebok og oppgaver

Når det kom til å velge hva jeg skulle forske på i masteroppgaven min, så startet prosessen først med utgangspunktet i læreboken, før jeg utarbeidet selve problemstillingen i etterkant. Jeg startet med et ønske å gå dypere inn i det heldigitale læreverket, Campus Inkrement, som kommunen min har bestemt at alle skolene skal bruke fra 1.-10. årstrinn. Min tidligere erfaring med Campus Inkrement har vært som supplerende oppgavebruk i egne timer og som mer tradisjonell undervisning som «lærer 2» i andre sine undervisningstimer. I disse timene fikk elevene se videoleksjonene hver for seg, på sin egen skole iPad. Hovedlæreren argumenterte med at det var for at elevene kunne stoppe og eventuelt gå tilbake i videoen ettersom de trengte, og etter de hadde sett videoleksjonen jobbet de som oftest alene med oppgavene inne i Campus Inkrement. De valgte som regel et fargeløp selv i oppgavedelen og dersom de ble ferdig med sin løype ble de oppfordret til å gjøre neste fargeløype. I lærerdelen på nettsiden til Campus får læreren oversikt over *hvilke* oppgaver elevene har løst, og man kan se hvor lang *tid* de har brukt på hver oppgave, og hvilke *svaralternativer* de har prøvd før de fikk riktig svar, man kan også se om de har valgt å se *fasiten*. Læreren kan velge om fasiten skal være synlig for elevene eller ikke. Det var flere elever som hadde trykt systematisk på svaralternativene til de kom på riktig svar, de hadde startet på svaralternativ a, så neste forsøk på b, og så videre til de fikk riktig svar. Det var og mange oppgaver som elevene kun hadde brukt sekunder på å lese og å besvare, og når jeg pratet med dem, så klarte kun fåtallet å forklare hva de hadde tenkt eller hvordan oppgaven var løst. Det var blant annen statistikken på lærersiden som fikk meg til å undre over læringsutbytte til elevene, bruken og organiseringen av oppgavene og de potensielle kognitive kravene som lå i oppgavene. Ved hjelp av forskningslitteraturen og inspirasjon fra forelesningene på høyskolen ble problemstillingen og forskningsspørsmålene utarbeidet og jeg endte på å analysere de potensielle kognitive kravene og svartypene i oppgavene innenfor algebra kapitlene på mellomtrinnet. Jeg valgte å bruke oppgavene på mellomtrinnet, for det er der jeg har hatt lengst arbeidserfaring, samt at det er på 6. og 7.trinn Campus Inkrement har egne kapitler som heter «Algebra». Jeg har kategorisert oppgavene kun ifra de to kapitlene som heter «Algebra», og jeg valgte å ikke «gå på jakt» etter algebraiske oppgaver i andre emner eller på andre trinn. Jeg har valgt lærebok, emne og trinn etter hva jeg jobber med til daglig, og ønsket å øke kompetansen min innenfor kognitive krav i oppgaver, slik at jeg kan ha utbytte av det videre i lærerhverdagen min.

3.2.1 Campus Inkrement

Læreboken som jeg har tatt som utgangspunkt i til denne masteroppgaven er det heldigitale læreverket Campus Inkrement, som er driftet av Inkrement AS. Campus Inkrement har læreverk fra 1. trinn og til videregående skole i matematikk, Campus matte er delt inn i «bolker» på 1. – 4. trinn, 5. – 7. trinn, 8. – 10. trinn og videregående skole. Læreverket vektlegger dybdelæring og tilpasset opplæring. De har også læreverk i naturfag, og mindre kurs i fysikk, økonomi og engelsk. På nettsiden deres står det at «Campus Matte er et komplett læreverk utviklet til Kunnskapsløftet 2020, med mål om å løfte alle elever i matematikk. Læreverket inneholder teori, nivådifferensierte oppgaver, prøver og aktiviteter til klasserommet.» (Campus.inkrement.no). De nivådifferensierte oppgavene deles inn i oppgaveløyper med forskjellige farger, i stigende vanskegrad fra grønn, rød, svart og gul. Oppgavene har et symbol bak oppgavenummeret som viser hvilken læringssti oppgaven tilhører, en grønn sirkel, rød firkant, en svart rombe eller en gul trekant. Gule oppgaver er «off pist» oppgaver og har oppgaver utenfor det aktuelle temaet også. Oppgavene har øverst i hjørne en anbefaling av hjelpemidler, som for eksempel papir og blyant, linjal, kalkulator. På hver oppgave har elevene mulighet å rekke opp hånda ved å trykke på et ikon, de kan jobbe videre med andre oppgaver mens de venter på hjelp, eller læreren kan se om det er flere som har rekt opp hånda på samme oppgave. Læreverket er bygd opp rundt omvendt undervisning, *flipped classroom,* der tanken bak er at elevene ser videoleksjoner hjemme i lekse slik at de møter forberedt til undervisningen, og at tiden på skolen kan brukes til diskusjon og oppgaveløsning med støtte fra læreren. Læreverket sine videoleksjoner og oppgaver blir, ifølge nettsiden til Campus Inkrement, utviklet av pedagoger med lang erfaring fra norsk skole, men de er ikke navngitt. Det er kun den som står som pedagogisk ansvarlig som er navngitt på oversiktssiden til Campus matte, og det er Bjørn Ove Thue, som sammen med Roger Markussen er en av grunnleggerne av Campus Inkrement, et arbeid som startet i 2010. I 2017 de passerte 100 000 brukere i Norge (Campus.inkrement.no, a). Campus Inkrement har flere videoleksjoner til hvert kapittel, med tilhørende flervalgsoppgaver, og noen oppgaver der svaret selvstendig skal skrives inn. Thue påpeker i et intervju i Fædrelandsvennen (Igland, 2016) at Campus Inkrement ikke er et selvstudium, og at alle trenger noen å diskutere og forstå sammen med, og at i hans klasserom bruker elevene nesten bare blyant og papir og det vektlegges diskusjoner og veiledning fra lærer. Våren 2024 lanserte Campus Inkrement fysiske oppgavebøker som støtte til det digitale læreverket til 1. og 2. trinn. (Campus.inkrement.no, b). Det er ikke en egen fil eller nettside som heter «lærerveiledning», slik det ofte er til fysiske læreverk, men Campus Inkrement har flere videoer som tar for seg bruk av læreverket og tips fra lærere som allerede bruker Campus Inkrement, samt at det er flere webinar lærere kan melde seg på, der de også kan stille spørsmål til de som leder webinaret. Campus Inkrement har en nettside med en kunnskapsbase med «ofte stilte spørsmål» og det er mulig å få kundestøtte på e-post.

3.2.2 Elementene på Campus Inkrement

Oppsettet på nettsiden starter med «Forelesning» øverst på siden og under videoforelesningene ligger «Diskusjon» og «Mattelabb», med «Oppgavesamling» og «Egenvurdering» nederst. Videre kommer en kort presentasjon og noen eksempler av de forskjellige elementene som er med på elevenes nettside. Videoforelesningene oppsummeres i neste delkapittel, siden de ble brukt som vurderingshjelp under kodingen av oppgavene.

3.2.2.1 Diskusjonsoppgaver

Diskusjonsoppgavene er lagt opp til at de skal diskuteres i små grupper, gruppen svarer på sin enhet, og svaret kommer anonymt opp på en fellesskjerm, dette blir utgangspunktet for en klassediskusjon. (Campus.inkrement.no,c). Det blir anslått cirka 8 minutter på hvert spørsmål, uansett hvilken type spørsmålet er.

3.2.2.2 Aktiviteter og temaarbeid

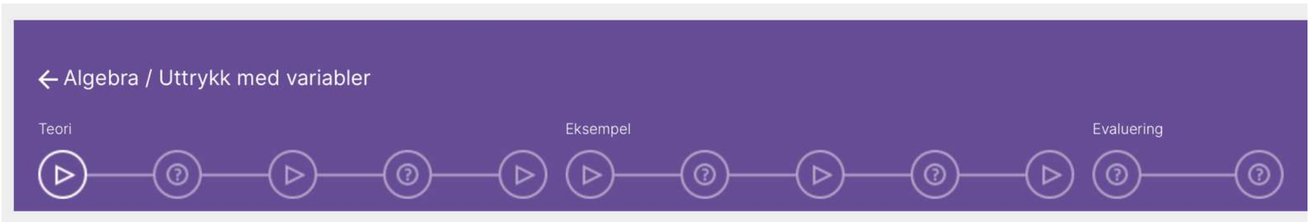
Aktivitetene i Campus Inkrement er knyttet til det aktuelle emnet, mens temaarbeid er oppgaver som, ifølge Campus Inkrement, skal dekke flere emner og dermed blir tverrfaglig arbeid. Jeg har i denne oppgaven ikke analysert noen temaoppgaver, da det ikke var noen temaoppgaver i kapitlene om algebra. Aktivitetene er tenkt som samarbeidsoppgaver i enten grupper eller par, og det kan være spill eller en annen aktivitet.

3.2.2.3 MatteLabb

Oppgavene som ligger under MatteLabb er ifølge Campus Inkrement sine nettsider, oppgaver som øver på grunnleggende ferdigheter og regnestrategier. De er lagt opp som et kortspill der 12 svarkort ligger ute, også kommer det et og et oppgavekort som tilhører et svarkort hver. Elevene velger svarkortet og når alle 12 er ferdig, så får elevene opp tiden sin og én MatteLabb er fullført. Elevene konkurrerer kun med seg selv på tiden, og MatteLabb er inspirert av spillelementer for å skape læringsmotivasjon for elevene og det gir en øvelse i å anvende ulike strategier. Hvert sett består av 12 oppgaver, så det er kort vei til mestringsfølelsen for alle elevene (Campus.inkrement.no, d). Jeg har i denne masteroppgaven ikke tatt MatteLabb med i analyseenhetene, både på grunn av oppgavens omfang som nevnt tidligere, og fordi oppgavene er ment som øvelse i grunnleggende ferdigheter og regnestrategier, så da antar jeg at oppgavene har lave kognitive krav, og de går også på tid, så det er ment til drilling av forskjellige prosedyrer.

3.2.2.4 Sammendrag fra videoleksjonene

Videoleksjonene er likt bygd opp i alle kapitlene. De starter med en del som kalles «teori» med et eller flere underveisspørsmål. Spørsmålene underveis omtaler jeg senere som kontrollspørsmål, for de går rett på oppgaver som er omtalt i videoen, og svarene gjennomgås i neste videodel. Så kommer det en del som kalles «eksempel», som også har underveisspørsmål og det avsluttes med en «egenvurdering» på sin egen forståelse med en tallvurdering fra 1-5 og et spørsmål om hva som var vanskeligst i leksjonen.



Figur 3.1 Skjermdump fra Campus Inkrement

3.2.2.4.1 Kapittel 2.1 Partall, oddetall og primtall (6.trinn)

Videoteorien tar for seg en fremgangsmåte hvordan man finner ut om et tall er et par-, odde- og/eller primtall. Det blir sagt at ingen primtall er partall, uten 2 som er et unntak, og at primtall er tall man ikke finner som svar i gangetabellene. Alle primtallene opp til 40 blir vist. Det er 4 kontrollspørsmål underveis i filmen, som sjekker at eleven klarer å gjenta det som er blitt sagt i videoen. Det er 4 diskusjonsoppgaver til delkapittelet og 24 vanlige oppgaver. Diskusjonsoppgavene er like, de skal avgjøre om forskjellige tall er par-, odde- og/eller primtall. Det er beregnet cirka 32 minutter på diskusjonsspørsmålene.

3.2.2.4.2 Kapittel 2.2 Utrykk og variabler (6.trinn)

Videoteorien forteller at bokstavene i et regnestykke kalles variabler fordi at de «kan variere». Begrepet uttrykk blir brukt uten å forklare hva det er. Det er 3 kontrollspørsmål underveis, 2 spørsmål om uttrykkene til et aldersforhold mellom to dyr og 1 spørsmål om forholdet antall og pris. Det første spørsmålet har 3 svaralternativer, det andre har 2 bokser der det skal settes inn tall og variabel i, med regnetegnet imellom, og i det tredje spørsmålet skal en tabell fylles ut. På det siste spørsmålet er et det mulighet å trykke på «rekk opp hånda»-ikonet. Det er 4 diskusjonsoppgaver og 52 vanlige oppgaver. De to første diskusjonsoppgavene er nesten lik, men endrer på tall og hvem uttrykket er lagd til, det er flervalgsoppgaver. Oppgave 3 er fyll inn oppgave, med regnearten allerede satt inn, og oppgave 4 er å finne et uttrykk selv. Det er beregnet cirka 32 minutter på diskusjonsspørsmålene.

3.2.2.4.3 Kapittel 2.3 Tallmønster (6.trinn)

Videoteorien tar for seg tallmønster med gulrøtter lagt som trekanter og å lage en tabell over figurnummeret og antall gulrøtter. Det er 3 kontrollspørsmål underveis. Det første kontrollspørsmålet er en flervalgsoppgave der elevene skal se på tabellen og se etter sammenhenger mellom antall gulrøtter og figurene. Det andre spørsmålet er å fylle videre ut tabellen, som eksempelet i videoen har vist. Den ukjente *n* blir innført, og formelen forklart for n antall gulrøtter. Neste eksempel i videoleksjonen er en tallrekke som mønsteret blir begynt på, så skal de løse en oppgave der de fortsetter på de neste to tallene. Det er 4 diskusjonsspørsmål og 46 vanlige oppgaver. Diskusjonsspørsmålene er tallrekker som mangler noen tall, 3 av oppgavene er lik eksemplene i videoene, 1 er annerledes med at det varierer med 2 tall som det er tatt utgangspunkt i. Det er beregnet cirka 32 minutter på diskusjonsspørsmålene.

3.2.2.4.4 Kapittel 2.4 Figurtall (6.trinn)

Videoteorien forteller hva figurtall er og hvordan man undersøker en trekant bestående av flere små trekanter, de vektlegger mønsteret og økingen, og elevene skal regne ut neste etasje i kontrollspørsmålet. Det er 3 kontrollspørsmål underveis. Neste eksempel tar for seg bord og stoler, og hvor mange det blir plass til rundt bordet etter hvert som nye småbord blir lagt til. Det er 3 diskusjonsspørsmål og 40 vanlige oppgaver til delkapittelet. Dette eksempelet er omtalt tidligere under diskusjonsoppgaver. Det er beregnet cirka 24 minutter på diskusjonsspørsmålene.

3.2.2.4.5 Kapittel 7.1 Uttrykk med variabler (7.trinn)

Videoleksjonen forteller at vi bruker bokstaver til å regne med når et tall varierer. Så vises regnestykket «a + 5» når a = 3, videre skal elevene selv regne ut svaret på regnestykket når a = 20. Neste oppgave tar for seg prisen på pølser i brød som kan variere, så lager de et uttrykk for hvor mye 2 pølser koster, 2x, og ber elevene lage et uttrykk for hvor mye 5 pølser koster. Det presiseres at de skal bruke samme formel som i 2 pølsebrød. Det er et «rekk opp hånda»-ikon til oppgaven.

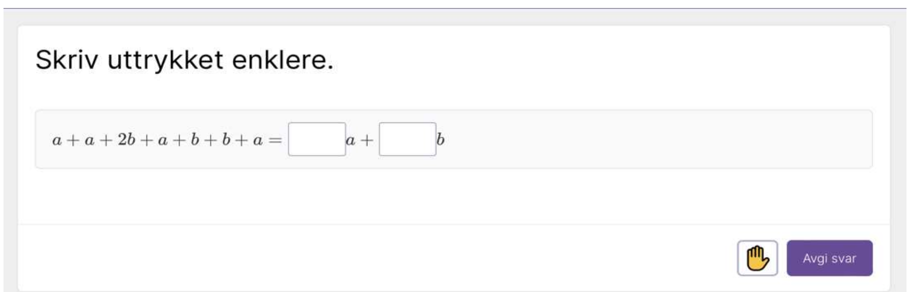
Figur 3.2 Skjermbilde fra videoleksjonen til «Uttrykk med variabler», 7.trinn

I eksempeldelen av videoen viser de en oppgave som tar for seg prisen på bananer og epler. Elevene skal lage et uttrykk for 3 kg epler og 2 kg bananer, der de skal fylle inn i en blank rute på uttrykket _ x + _ y. «Rekke opp hånden»-ikonet er på oppgaven. Videre skal de regne ut hva det koster når de får kilosprisen på eplene og bananene, før de får se svarvideoen og gjøre egenvurderingen. Delkapittelet har 4 diskusjonsoppgaver som det er beregnet cirka 32 minutter til og 55 nummererte oppgaver.

3.2.2.4.6 Kapittel 7.2 Forenkling av uttrykk (7.trinn)

Videoleksjonen viser et eksempel med et langt addisjonsstykke med tall, og hvordan man kan telle antallet like tall og multiplisere det, for så å legge det sammen med det andre tallet som også er telt opp i antall ganger. Så vises et annet eksempel med variablene a og b. Det blir gjentatt fra tidligere leksjoner at man ikke skriver multiplikasjonstegnet mellom et tall og en bokstav. I kontrollspørsmålet skal elevene forenkle et uttrykk, med å skrive tall inn i ruten før variabelen. «Rekke opp hånden»-ikonet er på oppgaven.

Figur 3.3 Skjermbilde fra videoleksjonen «Forenkling av uttrykk», 7.trinn



Figur 3.4 Skjermbilde av kontrollspørsmålet til «Forenkling av uttrykk», 7.trinn

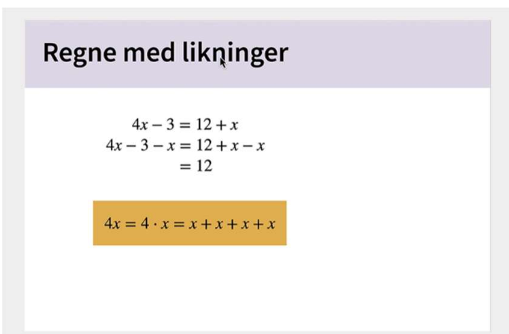
I eksempeldelen av leksjonen viser de en addisjonsoppgave med 3 ledd som de forenkler. Så skal elevene selv forenkle et uttrykk med 3 ledd i kontrollspørsmålet, med å skrive inn i en tom boks foran variabelen. Det er 4 diskusjonsoppgaver, som det er beregnet cirka 32 minutter til, og 42 oppgaver til delkapittelet.

3.2.2.4.7 Kapittel 7.3 Uttrykk med parenteser (7.trinn)

Videoleksjonen forteller at vi noen ganger må man bruke parenteser for å skille regneoperasjoner som skal regnes ut hver for seg. Så starter de på et eksempel med kilopriser og antall kilo, og underveis spør de hva elevene tror man regner ut først. Det er første gang i videoleksjonene at svaret ikke er gitt eller gjennomgått et lignende eksempel rett før spørsmålet. I eksempeldelen av videoen viser de et eksempel med å sette inn verdier for variablene og hvordan man regner det ut. Kontrollspørsmålet er å regne ut verdien til et utrykk. Regnerekkefølgen står på et skilt på spørsmålet og senere i videoen når de gjennomgår eksempelet. Det er 5 diskusjonsoppgaver som det er beregnet cirka 40 minutter til, og 40 oppgaver til delkapittelet.

3.2.2.4.8 Kapittel 7.4 Likninger (7.trinn)

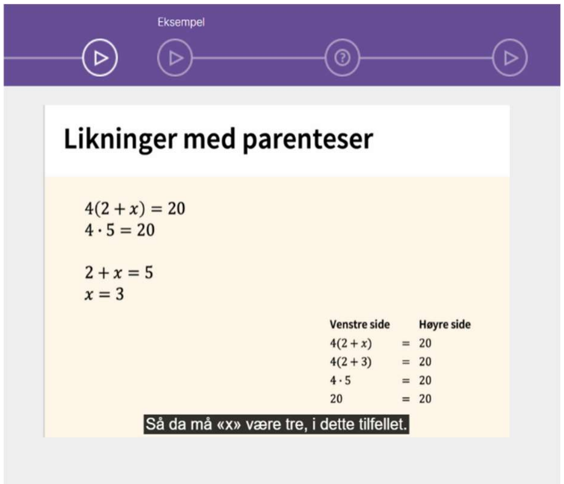
I denne videoleksjonen spør videoen om elevene husker hva en likning er, så det antas at dette er repetisjon fra tidligere. Det blir fortalt at en likning et matematisk uttrykk der tall og bokstaver er bundet sammen til hverandre med et likhets, og at venstre og høyre side skal være «like stor». I kontrollspørsmålet skal elevene finne x i likningen x + 6 = 10 og det blir spurt hvilket tall 6 må adderes med for å få 10. Videre i videoleksjonene går de gjennom regelen for hvordan man får x alene på en side og tallene alene på den andre siden, med å «nulle ut» det de vil ha bort, og at det må gjentas på den andre siden, på grunn av at begge sidene skal være like store. Det gjentas flere ganger at når et tall og en bokstav står ved siden av hverandre uten regnetegn imellom, så betyr det at de skal multipliseres. Kapittelet har 4 diskusjonsoppgaver og 25 nummererte oppgaver.



Figur 3.5 Skjermbilde fra videoforelesning «Likninger», 7.trinn

3.2.2.4.9 Kapittel 7.5 Likninger med parenteser (7.trinn)

I dette kapittelet jobbes det med å finne ut hva som skal være inni en parentes med å ta utgangspunkt i hvilken faktor som mangler i regnestykkene, som i 4(2 + x) = 20. Det brukes regnestykker som finnes i gangetabellen, så selve gangestykket skal være greit å finne, elevene skal så løse 2 + x = 5. De lærer å sette prøve på svaret for å se om sidene er like store. Kapittelet har 4 diskusjonsoppgaver og 15 nummererte oppgaver.



Figur 3.6 Skjermbilde fra videoforelesningen «Likninger med parenteser», 7.trinn

3.2.3 Oppgaver som analyseenhet

Denne masteroppgaven tar for seg de potensielle kognitive kravene og hvilken type svar som oppgavene i algebra krever av elevene på 6. og 7.trinn, det som utgjør analyseenheten til denne masteroppgaven, er oppgavene på 6. og 7.trinn under «Algebra»-kapitlene i Campus Inkrement. Jeg har analysert *oppgavene som er nummererte*, *diskusjonsoppgavene*, som er ment at elevene diskuterer i små grupper først, før en helklassesamtale, og *aktivitetene* som er tenkt som samarbeidsoppgaver i læringspar eller grupper. Jeg har valgt å avgrense oppgavene til disse og har ikke analysert oppgavene som ligger under «*prøver*» og *«MatteLabb*», på grunn av denne oppgavens begrensing både på tid og størrelse. Oppgaver som består av flere deloppgaver blir analysert som flere oppgaver totalt, da de kognitive kravene kan være forskjellige i hver deloppgave. Jeg har i analyseskjemaet trukket sammen oppgavene som blir kategorisert til samme krav for å komprimere skjemaet, og der en deloppgave har blitt vurdert til høyere eller lavere kognitivt nivå, har deloppgaven fått sin egen rad i skjemaet. Dersom en oppgave består av deloppgaver a, b, c og d, så har jeg analysert de som fire oppgaver, og ikke én oppgave, det antas at oppgavene er løst i rekkefølgen som er oppsatt i læreboken. Jeg har sett på videoforelesningene i forkant av analysen av oppgavene, for når jeg gikk rett på analyse av oppgavene var det vanskelig å kategorisere dem uten tilknytning til teorien og de antatte forkunnskapene forelesningene skal gi. Jeg har kategorisert oppgavene i lys av videoleksjonene og eksemplene som er gitt. Siden Campus Inkrement har differensiert oppgaver i form av fargeløyper, har jeg markert oppgavenumrene i tilsvarende farge på analyseskjemaet.

3.3 Oversikt over valgt rammeverk

Etter at problemstillingen min var klar og jeg skulle velge rammeverk, så testet jeg først både Charalambous et al. (2010) og Brändström (2005) på et lite utvalg oppgaver, for å se om de var hensiktsmessige å bruke for å besvare problemstillingen. Begge rammeverkene har Smith og Stein (1998) sin Task Analysis Guide som en del av rammeverket sitt. Dersom jeg hadde brukt Brändström (2005) i sin helhet, hadde jeg hentet inn mer data enn det problemstillingen min etterspør, og jeg hadde ikke fått besvart det andre forskningsspørsmålet mitt som er «Hvilken type svar kreves av oppgavene?». Jeg hadde heller ikke behov for hele rammeverket til Charalambous et al. (2010), derfor bestemte jeg meg for å bruke en avgrenset del av det, og jeg benyttet meg av delen som tar for seg kravene til elevene, der begge mine forskningsspørsmål ble besvart ved hjelp av den vertikale analysedelen. Jeg valgte også å ta med deler av rammeverket til Gueudet et al. (2016) for å imøtekomme den digitale siden av Campus Inkrement, den komplementerer den horisontale analysen til Charalambous et al. (2010), og utfyller analysen med å gi en oversikt over de digitale tilkoblingene som læreverket har. Campus Inkrement kategoriseres til en, *interactive,* interaktiv e-lærebok etter Pepin et al. (2016, s.640) sin inndeling av e-lærebøker. Det er en heldigital lærebok, uten fysiske ressurser, og kan ses på som en verktøykasse, der lærestoffet og oppgavene kan kombineres og lenkes som læreren setter opp økten. Det er den vertikale analysedelen som er hovedfokuset i denne masteroppgaven, men jeg valgte å ta med den horisontale delen for å vise strukturen og bakgrunnsinformasjonen til læreverket. Dette gir leseren et helhetlig overblikk over Campus Inkrement, og Charalambous et al. (2010) påpeker at å både bruke en horisontal og vertikal analyse hjelper å identifisere forskjellige læreboktrekk som kan være viktige for elevenes innlæring (Charalambous et al., 2010, s.143). Den vertikale analysen ga meg muligheten å utføre en systematisk analyse av oppgavene og til å få et oversiktlig bilde av fordelingen av kognitive krav i oppgavene.

3.3.1 Horisontal og vertikal analyse

Den horisontale analysen er delt inn i to deler, en bakgrunnsinformasjon og en oversikt over strukturen i læreboken. Den vertikale analysen er to-delt, der hver del belyser hvert sitt forskningsspørsmål, den består av kognitive krav og type svar. Underpunktene til de kognitive kravene er de fire kategoriene fra Smith og Stein (1998), *memorering, prosedyrer uten sammenheng, prosedyrer med sammenheng* og *å arbeide matematisk.* Svartyper består av de fire kategoriene *svar*, *svar og matematisk setning*, *forklaring og begrunnelse*. For å bli kategorisert i de forskjellige kategoriene, så kodes svartypene etter en eksplisitt forespørsel etter typene som er nevnt. «Hvor mye er…?», «Hvor mange..?», «Hva er differansen…?» er eksempler på spørsmål som etterspør kun et svar. Svar og matematisk setning kan være oppgaver som spør etter svar og en algoritme, formel eller fremgangsmåte, men uten at det kreves en forklaring eller begrunnelse av den. Både å forklare og å begrunne krever en god matematisk forståelse av fagstoffet, å forklare handler om å gjøre informasjon forståelig eller tilgjengelig for andre, og å begrunne handler om å gi støtte eller argumentasjon for en påstand eller konklusjon, å begrunne har et høyere kognitivt nivå enn å forklare. Tabell 3.1 viser en helhetlig oversikt over alle delene som blir brukt i analysen.

<table>
<tr><td colspan="2">Horisontal analyse</td></tr>
<tr><td>Bakgrunnsinformasjon
Tittel
Forfatter
Utgiver/årstall
Antall bøker
Tilleggsmateriale</td><td>Struktur
Kapittelinndeling
Temainndeling
Antall videoer?
Antall oppgaver
Koblinger innad og utad i læreverket</td></tr>
<tr><td colspan="2">Vertikal analyse</td></tr>
<tr><td>Kognitive krav
Memorering
Prosedyre uten sammenheng
Prosedyre med sammenheng
Å arbeide matematisk</td><td>Type svar
Svar
Svar og matematisk setning
Forklaring
Begrunnelse</td></tr>
</table>

Tabell 3.1 Oversikt over horisontal og vertikal analyse

3.3.2 Potensielle kognitive krav i oppgavene

I denne teoridrevne innholdsanalysen har jeg tatt utgangspunkt i den ene av de tre kategoriene til Charalambous et al. (2010) som ser på kravene til elevene, både i oppgaven og i svarene. Charalambous et al. (2010) har brukt Smith og Stein (1998) sin Task Analysis Guide som en del av kategoriseringen av kravene som gjelder oppgavene. Task Analysis Guide er opprinnelig er skrevet på engelsk, den er til bruk i denne masteroppgaven oversatt til norsk, med støtte i den norske oversettelsen av Valenta (2016). Når man oversetter tekster kan det i mangel av et tilsvarende begrep på det andre språket forekomme endringer i ordlyden, som kan gi en noe endret tolkning for rammen. Det kan også være en misforståelse eller feiltolkning av original teksten, som får en feil i oversettelsen. Jeg har derfor brukt oversettelsen til Matematikksenteret og Valenta (2016) som støtte for begreper, men har likevel valgt å oversette den siste kategorien «doing mathematics» til «å arbeide matematisk», der Valenta har oversatt den til «matematisk tenkning». Jeg kunne ha oversatt den direkte til «å gjøre matematikk», men personlig synes jeg at det høres ut som dårlig norsk og i min tolkning, så kan man «*gjøre* matematikk» på flere nivåer, men om du skal «*arbeide* matematisk», så ligger tankegangen og prosessene underforstått for å få til å arbeide, da er man selvstendig og har til tider automatikk i noe av det man gjør. Dette er et eksempel på endring av ordlyd og hvordan den subjektive meningen kan nyansere og påvirke ordvalg, og dermed også tolkninger i selve analysen. I tabell 3.2 under er Smith og Stein (1998) sine kategorier over kognitive krav i oppgaver oversatt til norsk. Jeg har prøvd å oversette ganske direkte og har valgt å beholde alle kulepunktene selv om ikke alle ble benyttet i kategoriseringen, dette for at tabellen skal kunne brukes på andre oppgaver ved en eventuell senere anledning.

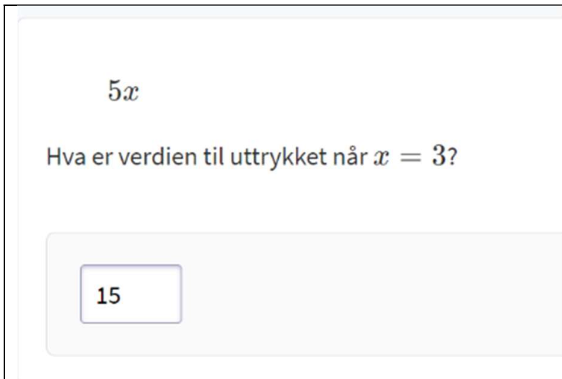
Kravene oppgavene stiller til *memorering – lavt kognitivt nivå*
• Reprodusere eller bruke tidligere innlærte fakta, formler, definisjoner og regler der hensikten er å memorere • Kan ikke løses med prosedyrer, enten for at det ikke finnes en prosedyre eller at for at avsatt tid til oppgaven ikke gir tid til å bruke en • Det er tydelig uttrykt hva som skal reproduseres, de går eksakt på reproduksjon av tidligere innlært stoff. • Knytter ikke fakta, regler, formler eller definisjoner til underliggende begreper og sammenhenger
Kravene oppgavene stiller til *prosedyrer uten sammenheng – lavt kognitivt nivå*
• Øver på en algoritme, bruker en prosedyre som enten er spesifikt nevnt eller bestemt ut i fra tidligere instrukser, erfaring eller oppgavens plassering innenfor boken/temaet • Det er tydelig hva elevene skal gjøre og hvordan de skal gjøre det. Krever lite kognitivt for å vellykket fullføre oppgaven • Det er ingen kobling mot underliggende begreper og sammenhenger i prosedyren som blir brukt • Fokus på korrekt svar, og ikke på å utvikle matematisk forståelse • Krever ingen begrunnelse eller kun en forklaring på hvordan man utførte selve prosedyren
Prosedyrer med sammenheng - høyt kognitivt nivå
• Fokuserer elevens oppmerksomhet på bruken av prosedyrer, for å kunne dypere utvikle elevens forståelse av matematiske konsepter og idéer • Foreslår eksplisitt eller implisitt brede og generelle strategier som er nært knyttet til underliggende konseptuelle idéer • Representeres på flere måter, som ved diagrammer, konkreter, symboler og situasjoner som må løses, siden ulike representasjoner og sammenhengen mellom dem hjelper å utvikle den matematiske forståelsen • Krever noe kognitiv innsats for å fullføre oppgaven vellykket. Selv om prosedyrer følges, kan de ikke følges blindt, elevene må selv forsøke å forstå underliggende sammenhenger og begreper for å løse oppgaven og for å utvikle den konseptuelle forståelsen
Å arbeide matematisk - høyt kognitivt nivå
• Krever kompleks og selvstendig tenkning, da hverken oppgaven, instruksjoner eller eksempler i forkant legger føring på valg av fremgangsmåte eller algoritme • Krever at elevene utforsker og utvikler forståelsen for matematiske konsepter, prosesser og relasjoner • Krever selvregulering og oversikt over sine egne kognitive prosesser • Krever at elevene kan ta i bruk relevante forkunnskaper og erfaringer og bruke dem til å løse oppgaven • Krever at elevene må analysere oppgaven og aktivt undersøke oppgavens begrensninger som kan begrense mulige strategier og løsninger • Krever høy kognitiv innsats og kan skape usikkerhet for elevene på grunn av uforutsigbare elementer i fremgangsmåten

Tabell 3.2 Smith og Stein (1998, s.348) Task Analysis Guide oversatt til norsk

3.3.2.1 Memorering – lavt kognitivt krav

Oppgavene som ble kategorisert til memorering er oppgaver som er lite kognitivt krevende, det kan være oppgaver som etterspør et svar uten behov for utregning, bruk eller reproduksjon av tidligere innlærte fakta, formler og regler. Oppgaver som er åpenbare hva som skal gjøres og som samtidig er tilnærmet lik eksemplene har blitt kategorisert under memorering, det kan være endring av tallene eller en ganske lik situasjon som er beskrevet, da trenger man bare å huske hva som er blitt gjort og gjøre det samme uten en kobling til hvorfor man gjør det (Smith & Stein, 1998, s.348).

Oppgavene som er i tabell 3.3 under viser eksempler på oppgaver med lavt kognitivt nivå, og reproduksjon av eksempler fra videoforelesningene.

 	Rød oppgave, «Uttrykk og variabler», 6.trinn Denne kunne vært kategorisert til en prosedyreoppgave uten sammenheng, men på grunn av den er så lik videoleksjonene, så blir det enkelt å gjengi det som var i videoene. Det er en oppgave med 5 deloppgaver, så det ikke avsatt lang tid på hver oppgave.
 	Grønne oppgaver, «Uttrykk og variabler», 6.trinn Denne typen oppgaver blir kodet til memorering, på grunn av likhet til videoleksjon, og regnestykker som 12 – 10 og 4 + 5, er tidligere innlært stoff på 6.trinn.

Gøran har 5 flere klinkekuler enn Peter. Hvor mange klinkekuler har Gøran hvis Peter har 17 klinkekuler? Hvis Peter har 17 klinkekuler, har Gøran 22 .	Grønn oppgave, «Uttrykk og variabler», 6.trinn Denne oppgaven kategoriseres til memorering, fordi det er en oppgave som inneholder fagstoff som er lite kognitivt krevende for elever på 6.trinn. Det er ikke kobling til variabler eller uttrykk.

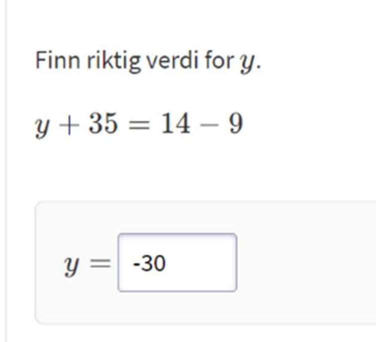
Tabell 3.3 Eksempler på oppgaver som er kodet til memorering

3.3.2.2 Prosedyrer uten sammenheng – lavt kognitivt krav

Oppgavene som blir kategorisert til å inneha prosedyrer uten sammenheng, er algoritmiske oppgaver som øver på en algoritme eller gjentar en prosedyre fra et eksempel. Oppgaven etterspør ikke forklaring på hva eller hvorfor oppgaven blir løst som den blir, og hovedhensikten er å øve på en gitt prosedyre, som enten er oppgitt eller bestemt ut fra tidligere instrukser. Det kreves lite kognitivt for å løse oppgaven, og der memoreringsoppgavene hovedsakelig ikke kan løses med en algoritme, så er denne kategorien tydelig algoritmisk (Smith & Stein, 1998, s.348). I tabell 3.4 vises det eksempler på oppgaver som er kodet til denne kategorien.

Regn ut verdien til uttrykket når $a = 2$ og $b = 5$. $5a + 2(a + b) =$ 24	Grønn oppgave, «Uttrykk med parenteser», 7.trinn Her skal elevene øve på det som er gjennomgått i videoleksjonen, så det blir å øve på å sette inn verdier for variabler, som er å øve på en prosedyre.

Jar skolekorps skal selge lodd. Alle i korpset skal selge 6 lodd hver. Hvor mange lodd skal skolekorpset selge til sammen hvis det er 12 barn i korpset? Hvis det er 12 barn i korpset, skal korpset selge 72 lodd.	Rød oppgave, «Uttrykk og variabler», 6.trinn Denne oppgaven må elevene kjenne til en prosedyre for å kunne sette opp regnestykket og løse oppgaven. Det er likevel tydelig hva elevene skal gjøre og det krever liten kognitiv innsats for å løse oppgaven, derfor kodes den til prosedyreoppgave uten sammenheng.
1 liter bensin koster x kr. Kaja fyller 12 L bensin på scooteren sin. Hvor mye må hun betale hvis literprisen er 16 kr? Da må Kaja betale 192 kr.	Svart oppgave, «Uttrykk og variabler», 6.trinn I denne oppgaven må elevene kunne en algoritme for å finne svaret, x er nevnt i oppgaveteksten, men står ikke et uttrykk. Elevene kan løse oppgaven uten kobling til variabler. Oppgaven er kategorisert til prosedyre uten sammenheng fordi den øver på prosedyren og fokus er kun på svaret.
Hva er verdien til x i likningen $10(4+x)=110$? $x =$ 7	Grønn oppgave, «Likninger med parenteser», 7.trinn Denne oppgaven øver på hva som ble gjennomgått i videoleksjonen, der elevene skal finne ut hva som må multipliseres med 10 for å få 110, og deretter løse likningen som er i parentesen. Oppgaven ble kodet til en prosedyreoppgave uten sammenheng, fordi det er en oppgave som er lik instruksene i videoleksjonen, men har en hensikt at elevene øver på selve prosedyren.

	Svart oppgave, «Likninger», 7.trinn I denne oppgaven øver elevene på det som ble gjennomgått i videoleksjonene, der fremgangsmetoden for å løse likninger ble gjennomgått steg for steg. Den er derfor kodet til en prosedyreoppgave uten sammenheng.

Tabell 3.4 Eksempeloppgaver på prosedyreoppgaver uten sammenheng

Under viser jeg to av de fire *aktivitetene* som ligger under algebrakapitlene, «Eratostenes sil» og «Tallfølge med terning». Aktivitetene kommer med et elevark og en lærerveiledning.

«Eratostenes sil» har et anslått tidsbruk på 15 minutter og læringsmålet er å kunne forklare hva et primtall er. Elevene følger instruksjonene som er å «krysse ut alle tall i en 100-rute som kan deles på 2, 3, 5 og 7, utenom tallet selv». «De tallene som nå ikke er krysset ut er alle primtall mellom 2 og 100», står det etter instruksjonene. Lærerveiledningen består av 8 stikkord, med grunnleggende ferdighet, læringsmål, anslått tidsbruk, gjennomføring, utvide og sentrale spørsmål. På gjennomføring står det at elevene skal følge instruksjonene på arket. Selve aktiviteten vil jeg kategorisere med lavt kognitivt krav og under *prosedyrer uten sammenheng*, da oppgaven forteller steg for steg hva som skal gjøres og hva som skal oppdages til slutt. Den øver på en prosedyre som senere kan brukes av elevene for å avgjøre om et tall er primtall eller ikke, men fokuserer ikke på hvorfor akkurat de tallene er valgt til å dele med. Læringsmålet å forklare hva et primtall er blir ikke innfridd med oppgavearket alene, da instruksene kun er å krysse ut tall. Læringsmålet kan innfris med å bruke «utvide og sentrale spørsmål» som er i lærerveiledningen, i «utvide» skal elevene finne alle primtallene opp til 200 og lage en egen regel for hva primtall er. De sentrale spørsmålene spør hva primtall er og hva som skjer dersom vi deler et primtall på noe annet enn 1 eller seg selv. Det potensielle utbyttet av aktiviteten er dermed helt avhengig av opplegget rundt aktiviteten og hvordan læreren lager muligheter for å utvikle en dypere forståelse.

«Tallfølge med terning» har et anslått tidsbruk på 15 minutter og kompetansemålet er å «bruke variabler og formler til å uttrykke sammenhenger i praktiske situasjoner.» Elevene skal kaste terning og fylle ut en tallrekke med å multiplisere, addere eller subtrahere et oppgitt tall med terningens verdi, så skal de lage en regel om hva som skjer i tallrekka. Eksempelet i tabellen viser en regel der «hvert tall i tallfølgen øker med to fra det forrige tallet.» Kompetansemålet som var å bruke variabler og formler til å uttrykke sammenhenger i praktiske situasjoner blir ikke innfridd med oppgavearket alene, da føringen er lagt å utføre regneoperasjoner og gjenta regneoperasjonen som en regel. Her er også læringsutbyttet avhengig av opplegget rundt aktiviteten og spørsmålene fra lærerveiledningen kan være til hjelp, «hvordan kan vi lage en regel til en tallfølge?» og «fungerer denne regelen uansett hvilket tall i tallfølgen vi vil finne?». Selve aktiviteten vil jeg kategorisere med lavt kognitivt krav og under *prosedyrer uten sammenheng*, da oppgaven øver på tre regnearter og reglen de skal lage allerede er bestemt når de velger regnearten.

3.3.2.3 Prosedyrer med sammenheng – høyt kognitivt krav

Oppgavene som blir kategorisert til prosedyreoppgaver med sammenheng, skiller seg fra de lavt kognitivt krevende oppgavene ved å prøve å utvikle en dypere forståelse for matematiske konsepter og oppgavene er ikke åpenbare hvordan de skal løses. Det kreves mer kognitiv innsats for å løse oppgavene med sammenheng og selv om algoritmer kan brukes, så kan de ikke alltid følges blindt (Smith & Stein, 1998, s.348).

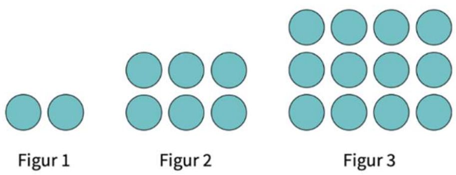
Summen av 4 og det dobbelte av et ukjent tall er 14. Hvilken likning passer? ◉ $4+2x=14$ ○ $2x=14+4$ ○ $4+x=14$ ○ $4+2x=14-x$	Rød oppgave, «Likninger», 7.trinn Denne oppgaven øver på å sette opp et uttrykk, og når høyre side er lik 14, så er det to alternativer for elevene å velge mellom. For å se koblingen mellom uttrykkene, så må elevene forstå uttrykket og skjønne sammenhengen innad i uttrykket. Derfor er denne oppgaven kodet til prosedyre med sammenheng, den prøver å utvikle forståelsen av uttrykk med å koble begreper til uttrykk, og å velge bort «like» uttrykk.

<table>
<tr>
<td>Lag ditt eget tallmønster.

Skriv de første 4 tallene.

Få en klassekamerat til å fylle inn de neste 4 tallene.

Husk å lage fasit.</td>
<td>Gul oppgave, «Tallmønstre», 6.trinn

Denne oppgaven har potensiale til å bli kognitivt krevende, alt etter hva eleven legger i mønsteret sitt. Den er derfor kodet til prosedyre med sammenheng, for den kan utvikle en dypere forståelse for tallmønster om eleven er motivert for det. Oppgaven kan også løses på et enkelt vis for de elevene som trenger det.</td>
</tr>
<tr>
<td>

Finn tallmønsteret og fyll ut tabellen.
<table>
<tr><th>Figur nummer</th><th>Antall sirkler</th></tr>
<tr><td>4</td><td>20</td></tr>
<tr><td>6</td><td>42</td></tr>
<tr><td>8</td><td>72</td></tr>
<tr><td>11</td><td>132</td></tr>
<tr><td>12</td><td>156</td></tr>
</table></td>
<td>Svart oppgave, «Figurtall», 6.trinn

I denne oppgaven skal elevene finne tallmønsteret, og de har de tre første figurene til hjelp, og de har en tabell med figur nummer 4 og 6 utfylt. I oppgaven skal de finne tallene i figur nummer 8, 11 og 12, da må de både finne tallmønsteret, og potensielt kunne lage et uttrykk for økningen for så å bruke det til å finne tallene til figurene de trenger. Oppgaven kan også løses med å tegne opp alle figurene, og telle seg oppover, men den har potensiell til å kreve en høyere kognitiv innsats, så den er derfor kodet til prosedyreoppgave med sammenheng.</td>
</tr>
<tr>
<td>Sett inn parenteser på ulike plasser i uttrykket $7x + y + x + 2x + y + y$.

Hvor mange ulike uttrykk får du?

Regn ut verdien av de ulike uttrykkene når $x = 5$ og $y = 3$.</td>
<td>Svarte oppgaver, «Uttrykk med parenteser», 7.trinn</td>
</tr>
</table>

Regn ut verdien til uttrykkene når $x = 13$ og $y = 5$. $10x - y + 4x + 3 =$ 180 $10(x - y) + 4x + 3 =$ 135 $10x - y + 4(x + 3) =$ 189 $10(x - y) + 4(x + 3) =$ 144	Begge disse oppgavene har et potensiell til å få elevene til å skjønne formålet med bruk av parenteser, de driller ikke kun på løsning, men vil utvikle en dypere forståelse for uttrykk og regning med parenteser. Begge oppgavene er kodet til prosedyre med sammenheng.

Tabell 3.5 Eksempeloppgaver på prosedyreoppgaver med sammenheng

3.3.2.4 Å arbeide matematisk

Oppgavene som blir kategorisert til å arbeide matematisk er oppgaver med de høyeste kognitive kravene, og det er ikke åpenbart hvordan de kan løses. De krever selvstendig tenkning og at elevene utforsker forståelsen for matematiske konsepter, prosesser og relasjoner. Elevene må analysere oppgaven før de vet hva de skal starte med, og ofte blir problemløsningsoppgaver kategorisert til dette kravet. Da ingen oppgaver ble kodet til denne kategorien, er det ingen eksempler å vise til her.

3.3.3.5 Type svar

I Charalambous et al. (2010, s.123) sin analyse for krav, *Required of Students,* omfattes både de potensielle kognitive kravene og svar typer som oppgavene krever. Jeg har i denne oppgaven valgt å ha med begge kravene for å få en dypere innsikt i kravene som algebraoppgavene i Campus Inkrement krever av elevene på 6. og 7. trinn. Jeg har valgt å beholde rammeverket likt Charalambous et al. (2010) og har de fire forskjellig svartypene som er nevnt tidligere i teorien. Jeg har skilt mellom de forskjellige svartypene med å vektlegge hva som faktisk blir etterspurt, og ikke hva jeg som lærer hadde spurt mer inngående om, ved en gjennomgang av oppgaven med elevene. Hovedskillet går mellom de to første kategoriene, «*svar*» og «*svar og matematisk setning*» og mellom de to siste kategoriene, svar som krever «*forklaring*» og «*begrunnelse*». De to siste kategoriene krever en større kognitiv innsats og bedre matematisk forståelse for å kunne besvares enn de første to, der er selve svaret det viktigste og ikke den matematiske tenkningen og prosessen. I analyseringen synes jeg at å kategorisere svarene var enklere enn å kategorisere selve oppgaven. Eksempler på oppgaver innenfor de forskjellige svar typene kommer i kapittelet med resultater, under vertikal analyse og type svar.

3.4 Analyseprosessen

Jeg startet analysearbeidet med å prøve ut to rammeverk på 40 oppgaver, der jeg etter en prøvekoding endte på at Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk ville dekke min problemstilling best. Jeg erfarte tidlig i prosessen at jeg måtte se oppgavene i lys av videoleksjonene med teorien og eksemplene som var blitt gjennomgått for å kunne kategorisere oppgavene mest mulig presist. Jeg har lest gjennom oppgavene, vurdert verbene og hva som blir etterspurt i oppgavene, sett på hvilke tall eller mengde som er benyttet, vurdert svaralternativene alene og opp mot hverandre for å se hvor enkelt det er å utelukke noen svaralternativ foran andre, eller om det er små marginer mellom alternativene, og da kan det bli vanskeligere å skille de forskjellige alternativene. De oppgavene som jeg har vært usikker på underveis har jeg notert ned, og fikk i etterkant en tidligere kollega, som nylig har skrevet en master i matematikk didaktikk, til å kode. Vi sammenlignet svarene og der vi hadde kodet ulikt, diskuterte vi kategoriseringene våre. Når jeg selv var i tvil, så har jeg kodet oppgaven til det høyeste av de to kategoriene den havnet mellom, om oppgaven hadde noe av kriteriene, så har oppgaven blitt vurdert oppover. Oppgavene ble først kodet etter de potensielle kognitive kravene innenfor memorering, prosedyrer uten sammenheng, prosedyrer med sammenheng eller å arbeide matematisk, før jeg vurderte svarene etter kun svar, svar og matematisk setning, forklaring eller begrunnelse. Analyseskjemaet ble lagt i Excel, og når oppgavene var telt opp, så lagde jeg diagrammer for å oversiktlig kunne fremvise de forskjellige resultatene. Videre kommer det kort om de ulike kravene og eksempler innenfor de kategoriene som ble funnet i oppgavene. Eksempler fra det høyeste kognitive kravet, å arbeide matematisk, fant jeg ikke i oppgavene hos Campus Inkrement, men har tidligere vist til et eksempel fra Smith og Stein (1998).

3.5 Studiens kvalitet

Postholm og Jakobsen (2021) hevder at forskning som holder høy kvalitet ikke bare er avhengig av at noen finner den nyttig i dag. En nyttig forskning i dag, kan bli sett på som unyttig senere og motsatt, så Postholm og Jakobsen påpeker at det er prosessen og hvordan kunnskapen er produsert som avgjør forskningens kvalitet (Postholm & Jakobsen, 2021, s.219). Funnene i en forskning vil være kontekstuelle, da den er konstruert med utgangspunkt i forskerens problemstilling og forskningsspørsmål i møte med analyseenhetene som er valgt. Forskningens kvalitet avhenger også av forskningens møte mellom teori og empiri, møte mellom forskere, og mellom forskere og mottakere av forskningen. Det å gå i dialog med tidligere forskning og relatere egne funn til teorien og tidligere forskning, kalles den substansielle tolkningen, og er, sammen med den metodologiske tolkningen, viktig for å holde en høy kvalitet på forskningen. Den metodologiske tolkingen handler om at forskeren er bevisst sin rolle i forskningsprosessen og hvordan forskeren sine valg underveis kan ha påvirket dataen og funnene (Postholm & Jakobsen, 2021, s.220). I de neste avsnittene skal jeg se på validiteten, reliabiliteten og forskningsetikk knyttet til denne masteroppgaven som en indikator på forskningens kvalitet.

3.5.1 Validitet – gyldighet

Validiteten i en oppgave viser til forskningens gyldighet, og ifølge Postholm og Jakobsen (2021) er det å vurdere hvilke konklusjoner forskeren har dekning til å trekke ut i fra de dataene som er samlet inn (Postholm & Jakobsen, 2021, s.222). Gyldigheten deles inn i indre og ytre gyldighet.

Det den indre gyldigheten, eller den interne validiteten, vurderer er om det er samsvar mellom det som studeres og teorien som er brukt og dermed om studien gir svar på problemstillingen (Postholm & Jakobsen, 2021, s.229). Det handler om hvor hensiktsmessige valgene av de ulike delene av forskningsdesignet er og om metoden og utvalget er egnet til å svare på problemstillingen (Gleiss & Sæther, 2021, s. 204). Den ytre gyldigheten, eller den eksterne validiteten, vurderer i hvilken grad funn fra en kontekst kan overføres til andre kontekster. For å styrke overførbarheten er det viktig å beskrive forskningsprosessen sin og gjøre den transparent for leseren (Postholm og Jakobsen, 2021, s.238).

Denne masteroppgaven har, som nevnt tidligere, trekk i fra både den kvalitative og kvantitative metoden, der analyseenheten blir tolket og kategorisert inn i forhåndsbestemte kategorier, før de blir systematisert i diagrammer og tolket. Jeg har tatt i bruk et allerede etablert rammeverk fra tidligere forskning, Charalambous et al. (2010) som igjen støtter seg på Smith og Stein

(1998) sin forskning fra en del av et større forskningsprosjekt. Charalambous et al. (2010) gjennomførte en sammenligning av læreverk, og selv om jeg ikke har sammenlignet læreverk, så er en del av rammeverket utarbeidet for å analysere potensielle kognitive krav og type svar, og på bakgrunn av dette er rammeverket hensiktsmessig å bruke i denne masteroppgaven. Jeg har i denne oppgaven tatt med teori og tidligere forskning som er relevant for problemstillingen og forskningsspørsmålene, og drøftet funnene mine opp mot teorien. En sammenheng mellom rammeverket, funnene og teorien styrker validiteten til oppgaven. Jeg har videre valgt å beholde kategoriene fra det originale skjemaet til Smith og Stein (1998), selv om ikke alle kulepunktene ble direkte benyttet i min analyse, dette for å beholde validiteten, både i at skjemaet ikke ble tynnet ut til å kun passe min analyseenhet og slik at det kan brukes likt på andre lignende teoridrevne innholdsanalyser. Jeg har på denne måten forholdt meg så nøytral som mulig til analyseverktøyet, og det er ikke påvirket i av min subjektive synsing, men støtter seg til teorien og tidligere forskning på området. Jeg har avgrenset problemstillingen og analyseenheten min, og forklart begreper underveis, og en innholdsanalyse er i seg selv er en mye brukt metode i utdanningsforskning, så dette styrker oppgavens indre validitet.

Denne oppgaven har ikke hatt som formål å lage generaliserbar forskning, men å undersøke et matematisk emne i et gitt læreverk. Funnene i analysen kan gi antakelser om hvordan kravene i resten av læreverket er, men kan ikke generalisere hele læreverket. På den andre siden kan funnene til en viss grad generalisere hvilken matematiske krav oppgavene, innenfor algebra, stiller til mellomtrinnselevene for de som bruker Campus Inkrement. Campus Inkrement sine offentlige tall på brukere, er at «over 1000 skoler bruker læreverket» (tall oppgitt i fra Campus Inkrement), men det er ikke oppgitt statistikk på hvor mange bruker det er på hvert trinn. Fra egen arbeidsplass vet jeg at hele kommunen er brukere av læreverket og at mange skoler kun har gamle og slitte fysiske lærebøker, så jeg vil anslå at det blir brukt hyppig, også fordi kommunen bruker iPader som læringsenheter for elevene.

3.5.2 Reliabilitet

Reliabiliteten handler i følge Gleiss og Sæther (2021, s.202) om kvaliteten på forskningsprosessen og om undersøkelsen er til å stole på. Det er viktig å etterstrebe å være så objektiv som mulig, men i et sosialkonstruktivistisk syn vil det vil tas utgangspunkt i at all forskning vil ha et spor av forskerens subjektivitet. Gleiss og Sæther (2021, s.203) omtaler det som undersøkelseseffekter eller bias, og det er noe som finnes i hver forskning, derfor er det viktig å redegjøre for forskningsprosessen og valg som er tatt underveis slik at forskningen ikke skal kunnes repliseres av andre, men at andre skal kunne vurdere valgene som er tatt i forskningsprosessen. Jeg har i denne masteroppgaven fått hjelp av en tidligere kollega til å kode et utvalg oppgaver, jeg valgte noen oppgaver som jeg var trygg på min egen koding, og noen som jeg var litt usikker på. Dette var for min egen del for å være tryggere på at jeg tolket oppgavene mest mulig objektiv. Jeg har ikke regnet ut Cohens's Kappa, slik Charalambous et al. (2010, s.131) gjorde, for jeg har i etterkant tenkt at jeg og den tidligere kollegaen har ganske lik bakgrunn både fra felles studier og arbeidsplass, og oppgaven min ble diskutert gjennom hele prosessen, så det er godt mulig at jeg har overført mitt syn på krav i oppgaver til henne, og at det var derfor det bare var noen få oppgaver vi tolket forskjellig. Jeg har likevel valgt å trekke oppgavene som sto i skillet mellom to kategorier, mot den høyeste kategorien, med mindre jeg kunne begrunne hvorfor den tilhørte i den laveste kategorien.

Ulempen med at Campus Inkrement er et digitalt læreverk i forhold til reliabiliteten er at innholdet og oppgavene kan endres hyppig, noe som fører til at de som kanskje skal gjennomføre en lik analyse neste skoleår, møter på andre oppgaver og emner, så det kan bli vanskelig å sammenligne resultatene. Med en fysisk bok, så kan bruke nøyaktig den samme analyseenheten som utgangspunkt, men dersom forlaget har en nyere versjon tilgjengelig, ville man kanskje likevel valgt den nyeste og forbedret utgaven. Fordelen med et digitalt læreverk er den samme som ulempen, for brukerne kan det være fordelaktig at oppgavene lett kan endres, og da må man som med fysiske læreverk, stole på at forfatterne gjør endringer til det bedre. Jeg har i denne oppgaven markert oppgavene med den fargeløypen den har i Campus Inkrement, så selv om oppgavene endrer nummer eller innhold etter oppgraderinger, så kunne man dratt linjer til differensieringen i oppgavene, så lenge den ble beholdt av læreverket.

3.5.3 Forskningsetiske betraktninger

«Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) er et uavhengig og rådgivende organ, som har ansvar for å utarbeide nasjonale forskningsetiske retningslinjer» (NESH, 2023, s.4). Forskningsetikkens mål er å fremme forsvarlig forskning med vektlegging på sannhetsnormen som plikter redelighet og ærlighet, den metodologiske normen som sikrer at vitenskapelige normer følges på en forsvarlig måte og institusjonelle normer som skal sikre at forskningen er åpen, kollektiv og kritisk (NESH, 2023, s.5). NESH (2023, s.14) har delt de forskningsetiske retningslinjene inn i fem deler som angir ulike forskningsetiske forpliktelser ovenfor; (1) forskerfellesskapet, (2) hensyn til personer, (3) grupper og institusjoner, (4) oppdragsgivere, finansiører og samarbeidspartnere og (5) forskningsformidlingen.

Jeg har i denne oppgaven tatt hensyn til forskerfelleskapet ved å anerkjenne andres arbeid med å referere til teorien jeg har brukt. Jeg har analysert deler av en lærebok, og lærebøker anses å være et offentlig dokument og til fritt bruk (Gleiss & Sæther, 2021, s. 141), men jeg har likevel valgt å be om tillatelse fra Campus Inkrement til å bruke bilder fra oppgavene deres, noe som jeg fikk tillatelse til. Campus Inkrement har ikke oppgitt forfattere slik som fysiske lærebøker har, det er kun en person som står som pedagogisk ansvarlig, så personhensynet veier ikke så tungt i dette tilfellet. Jeg har ingen personlige koblinger til læreverket og prøver å møte materialet så objektivt som mulig, funnene presenteres også så nøytralt og objektivt som mulig, og i analysen blir funnene diskutert på en saklig måte. Da det ikke lengre forkommer en offentlig lærebokgodkjenning, vil jeg tro at både lærere og forlag kan dra nytte av dyptgående studier av matematikkoppgaver.

4 Resultater

I dette kapittelet presenteres funnene fra den horisontale og vertikale analysen, som er gjort av oppgavene innenfor algebra på mellomtrinnet i Campus Inkrement. Analysen ble gjennomført for å besvare på problemstillingen og forskningsspørsmålene, som ble presentert i innledningen, og gjengis her:

«Hvilke krav stilles til elevene i algebraoppgavene på 6. og 7.trinn på Campus Inkrement?»

- *«Hvilke potensielle kognitive krav stiller oppgavene i algebrakapitlene på 6. og 7.trinn i Campus Inkrement?»*
- *«Hvilken type svar kreves av oppgavene i algebrakapitlene på 6. og 7. trinn i Campus Inkrement?»*

Den horisontale analysen tar for seg bakgrunnsinformasjon og strukturen, under strukturen blir de digitale tilkoblingsmulighetene presentert i et eget skjema. Bakgrunnsinformasjonen og strukturen blir presentert med hver sine skjema for å gi et oversiktlig bilde av Campus Inkrement. Den vertikale analysen, som har hovedfokuset i denne masteroppgaven, blir fremstilt med diagrammer og forklaringer, og jeg viser til eksempler innenfor de forskjellige kategoriene.

4.1 Horisontal analyse

I dette delkapittelet blir funnene av den horisontale analysen presentert. Både bakgrunnsinformasjonen og strukturen blir framsatt i form av tabeller, og strukturen i algebrakapittelet blir beskrevet nærmere. Campus Inkrement er et digitalt læreverk, så jeg har valgt å ta bort «sidetall» fra bakgrunnsinformasjonen, og jeg har i strukturdelen tatt med forslaget på antall uker undervisningstid som Campus Inkrement har i sin årsplan.

4.1.1 Bakgrunnsinformasjon

I tabell 4.1 under vises et oversiktsbilde av Campus Inkrement, dette kan være en god hjelp om man skal vurdere flere læreverk mot hverandre, og en oversiktlig måte å se omfanget av det aktuelle læreverket. Flere av elementene som vises i bakgrunnsinformasjonen blir utdypet i neste delkapittel, under bokens struktur.

Bakgrunnsinformasjon	
Tittel	Campus Inkrement Campus Matte 6 Campus Matte 7
Forfatter	Ingen navngitt forfatter, pedagogisk ansvarlig: Bjørn Ove Thue
Utgiver	Inkrement AS
Antall bøker	En nettside med digital lærebok til hvert årstrinn
Tilleggsmateriale	Årsplan med forslag til tidsprogresjon, mål og egenvurdering Aktiviteter tilhørende hvert emne Temaarbeid tilhørende noen emner Elevrapporter Undervisningsplanlegger for læreren Prøver En fysisk lærebok for 1. og 2.trinn

Tabell 4. 1 Horisontal analyse - Bakgrunnsinformasjon

4.1.2 Lærebokens struktur

Campus Inkrement er et læreverk som dekker hele grunnskolen og den videregående skolen, men i denne oppgaven tar jeg kun for meg Campus Inkrement som gjelder for barnetrinnet, siden oppgavens problemstilling etterspør oppgavenes krav på 6. og 7.trinn. Læreverket er bygd opp etter skolens årstrinn, men man kan også velge å ha småtrinnet eller mellomtrinnet samlet. Da får du alle emnene i samme meny inne i kurset, det markeres med hva som tilhører hvert spesifikke trinn, men kapittelnummereringen fortsetter inn i det neste trinnet. Det vil si at istedenfor at det er kapittel 1 til 12 på 5.trinn, og nye kapittel 1 til 10 på 6.trinn, så fortsetter 6.trinn fra kapittel 13 til 22 og så videre. Hvert kapittel tar for seg et matematisk emne og har flere underkapitler med egne overskrifter, som algebrakapittelet på 6.trinn med «Partall, oddetall og primtall», «Utrykk og variabler», «Tallmønster» og «Figurtall» som delkapitler. I dette delkapittelet presenteres læreverket sitt oppsett av kapitler i en tabell, en for 6.trinnsboken og en for 7.trinnsboken, før sammendragene av algebrakapitlene kommer avslutningsvis.

Campus matte 6 **Kapittel**	**Beregnet tid, i uker fra årsplan**	**Totalt antall oppgaver**	**Diskusjons-oppgaver**	**Nummererte oppgaver**	**Aktiviteter (+temaoppgaver)**
Tall og tallsystemer	3	408	32	371	5
Algebra	3	203	15	186	2
Divisjon	3	149	12	135	2
Brøk og prosent	5	280	19	254	5 (+ 2)
Mål og enheter	3	193	13	179	1
Geometri	3	437	19	412	5 (+ 1)
Koordinatsystem	4	284	20	261	3
Areal og omkrets	3	280	22	256	1 (+ 1)
Volum	3	210	12	195	3
Programmering	3	131	18	113	0
Totalt	**33**	**2577**	**182**	**2362**	**31**

Tabell 4.2 Oversiktstabell over Campus Matte 6

Campus matte 7 **Kapittel**	**Beregnet tid, i uker fra årsplan**	**Totalt antall oppgaver**	**Diskusjons-oppgaver**	**Nummererte oppgaver**	**Aktiviteter (+temaoppgaver)**
Tall	4	170	16	151	2 (+1)
Multiplikasjon og divisjon	4	323	25	291	6 (+1)
Statistikk	6	225	16	206	2 (+1)
Tall og tallsystem	3	147	12	132	3
Brøk	7	565	49	511	4 (+1)
Prosent	2	129	9	117	2 (+1)
Algebra	3	249	21	226	2
Programmering	4	186	25	161	0
Multiplikasjon	3	174	13	156	4 (+1)
Totalt	**36**	**2168**	**186**	**1951**	**31**

Tabell 4.3 Oversiktstabell over Campus Matte 7

Tabell 4.2 viser oppbygningen til Campus Matte 6, og tabell 4.3 viser oppbygningen til Campus Matte 7. I tabellen er overskriften på hvert hovedkapittel er tatt med, foreslått tidsbruk som ligger i årsplanen til Campus Inkrement og hvilke typer oppgaver og antall som er i hvert kapittel. I algebra er det tiltenkt 3 uker på 6.trinn og 3 uker på 7.trinn, til å arbeide med temaet. Matematikkfaget har avsatt 328 timer fordelt på 5.-7.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2020). Det gir gjennomsnittlig timeantall for matematikk på 2 timer og 52 minutter for hvert årstrinn på mellomtrinnet. På vår skole har vi økter på 90 minutter, så det utgjør to matematikkøkter per uke. Det er ikke ment at alle elevene skal gjennom alle oppgavene, siden de er nivådifferensierte, og tidsmessig er det heller ikke tid til å gjennomføre alle diskusjonsoppgavene og aktivitetene. Diskusjonsoppgavene på 6.trinn ville tatt 120 minutter om anbefalt tid fra Campus Inkrement hadde blitt fulgt, og 2 aktiviteter hadde tatt 30 minutter.

4.1.2.1 Lærebokens tilkoblingsmuligheter

Campus Inkrement kategoriseres, som nevnt tidligere, til en interaktiv e-lærebok etter Pepin et al. (2016, s.640) sin inndeling. Det er fordi det er en heldigital lærebok, uten fysiske ressurser, og kan ses på som en verktøykasse, der lærestoffet og oppgavene kan kombineres og lenkes som læreren setter opp økten. Jeg vil i den horisontale analysen legge til tilkoblingsmulighetene, *connections*, i fra Gueudet et al. (2016) sitt makronivå. Oversikten som er i tabell 4.4 gir et godt overblikkbilde av Campus Inkrement og mulighetene som læreverket kan gi, og det får plassert Campus Inkrement i forhold til andre muligheter for digitale læreverk.

Koblinger til/med	**Campus Inkrement**
Offisielle læreplanmål	Ikke på selve nettsiden, men i årsplanen står kompetansemålene som skal jobbes med i det kommende kapittelet.
Lærerveiledning	Ikke et eget dokument eller fane som heter «lærerveiledning», som tar for seg kapittel for kapittel. Det er videosnutter på bruk at de forskjellige verktøyene og det holdes webinar for bruk av Campus Inkrement. En supportside med innsendte ofte stilte spørsmål som går på det tekniske eller bruk av Campus Inkrement.

Koblinger mellom forskjellige trinn	Ja, man kan bruke teori og oppgaver fra andre trinn, enten til enkeltelever, en gruppe eller hele trinnet.
Koblinger mellom andre fag	Ikke direkte. Men lærer kan lage sine egne undervisningstimer på nettsiden, og da kan man legge inn linker, filer, videoer og bilder, og man kan lage egne oppgaver og diskusjonsoppgaver
Prøver og vurderinger	Lærer kan legge ut prøver, elever kan ta «Test deg selv» på eget initiativ
Nettsider fra samme utgiver eller andre ressurser	Nei, men elevene har tilgang til alle kapitlene som er lagt i læreboken for trinnet.
Nettsider fra andre utgivere eller organisasjoner, åpne oppgaver på nett	Nei, det ligger ikke linker ut til andre ressurser
Software, kalkulatorer. Tips til bruk eller bruksanvisning for programmet	Ikke kalkulatorer, men GeoGebra blir bruk i et delkapittel under geometri.
Mulighet til å ta notater	Nei
Lærerens egne ressurser inn i læreverket	Ja, man kan lage sin egen undervisningøkt med linker, filer, bilder, video, og man kan lage egne oppgaver og diskusjonsoppgaver
Mulighet å laste ned deler av læreboken og bruke i andre ressurser	Nei
Mulighet for å samarbeide med andre lærere, nettverk eller forum og kunne dele ressurser og lage ressurser sammen	Nei
Mulighet for lærer og elev å dele arbeid, diskutere, mulighet å legge til lekser og laste opp lekser	Nei, ikke mulighet til et digitalt samarbeid, med det finnes et «rekk opp hånda»-tegn, og det kan skrives noen ord på egenvurderingen av elevene.
Mulighet for samarbeid med utgiverne av læreboken	Nei, ikke direkte inne i Campus Inkrement. Man kan skrive til support på e-post, og stille spørsmål under webinarer.
Mulighet for kommunikasjon mellom elevene	Nei
Mulighet for kommunikasjon mellom lærer og foresatte	Nei

Tabell 4.4 Oversikt over koblinger i Campus Inkrement, skjema oversatt fra Gueudet et al. (2016, s.548)

4.2 Vertikal analyse

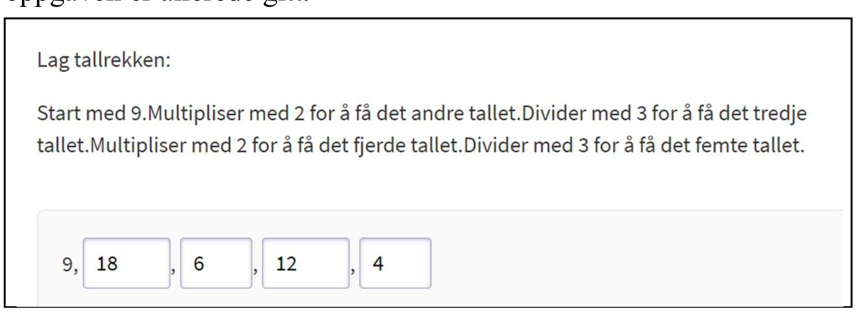
I dette kapittelet blir funnene fra den vertikale analysen presentert, det er analysen av de kognitive kravene og hvilken type svar som oppgavene krever, som har hovedfokuset i denne masteroppgaven. Funnene blir presentert ved hjelp av diagrammer, tabeller og forklaringer.

4.2.1 Potensielle kognitive krav

I denne masteroppgaven har det blitt brukt Smith og Stein (1998) sin Task Analysis Guide, som er en del av rammeverket til Charalambous et al. (2010), for å kategorisere oppgavene i algebrakapitlene på 6. og 7. trinn i Campus Inkrement. Før selve funnene blir presentert, så vises noen eksempler fra kodingen, samt tvilstilfeller, og jeg forklarer hvorfor jeg kategoriserte det til det valgte kravet. Det var ingen oppgaver som ble kategorisert til det høyeste kognitive kravet og det er derfor kun eksempler med fra de tre første kategoriene. Kategoriene blir ikke utdypet i dette kapittelet, da det er gjort i de tidligere kapitlene.

4.2.1.1 Eksempeloppgaver med memorering

Oppgavene som har vært veldig lik eksemplene som er gjennomgått i videoforelesningen er kodet til memorering, men mindre det har vært oppgaver som øver på algoritmer, samt oppgaver som reproduserer innlært fakta. I figur 4.1 og 4.2 under, så blir en rød oppgave kodet til memorering fordi det ikke krever mye kognitiv innsats å følge oppskriften som oppgaven gir, her er det bare å «blindt» følge instruksjonene. Videre i deloppgave b), så skal elevene fylle inn de to siste rutene med å følge det oppgitte mønsteret. Her blir det ikke fortalt eksplisitt hva de skal regne, men jeg beholder oppgaven fortsatt på det første kognitive nivået, for mønsteret i oppgaven er allerede gitt.

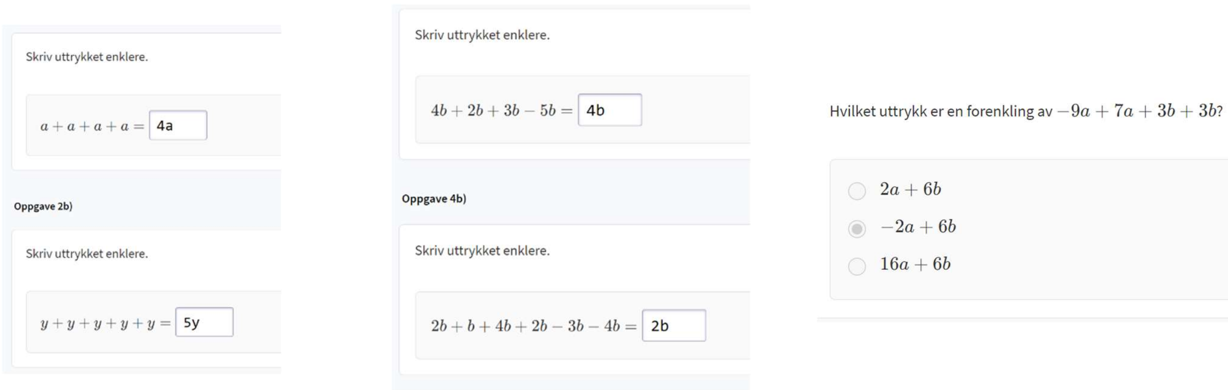


Figur 4.1 Røs eksempeloppgave fra 6.trinn, «Tallmønster», oppg.a

Figur 4.2 Eksempeloppgave fra 6.trinn, «Tallmønster», oppg.b)

Andre oppgaver som er blitt kategorisert til memorering er oppgaver som gjentar det som blir sagt i videoleksjonene, som i kapittelet om å forenkle uttrykk. Der ble det sagt at man skulle telle de forskjellige bokstavene og tallene og trekke de sammen. Det var kun eksempler med addisjon, og oppgaver på rødt nivå hadde med subtraksjon. Jeg har valgt å kategorisere også oppgavene med subtraksjon til memorering, siden dette er oppgaver på 7.trinn, og det forventes at elevene kan håndtere addisjon og subtraksjon på samme nivå. Eksempelet i figur 4.3 viser først et bilde fra videoforelesningen, og figur 4.4 viser 3 memoreringsoppgaver med forskjellig differensiering i fargestier, oppgavene er fra 7.trinn og forenkling av uttrykk. Utfordringen på svart løype er at det ene leddet har et negativt fortegn, men siden dette er 7.trinn, så legger jeg til grunn at de er kjent med negative tall som er kompetansemål fra tidligere trinn, og da blir oppgavene veldig like både eksempelet og hverandre. På svart løype er denne oppgaven en flervalgsoppgave, og det kan i noen tilfeller forenkle oppgaver, slik jeg har tolket at det gjorde i denne oppgaven. Her er det å trekke sammen slik som i eksempelet, og dersom de ble usikker på grunn av negativt fortegn, så ligger «-2a + 6b» som et forslag. Jeg har kategorisert det til memorering, og ikke til en prosedyreoppgave uten sammenheng, fordi det er så likt eksempelet og det er kun en opptelling som skal gjøres, så det blir en reproduksjon av tidligere innlært stoff.

Figur 4.3 Eksempel fra «Forenkling av uttrykk», 7.trinn

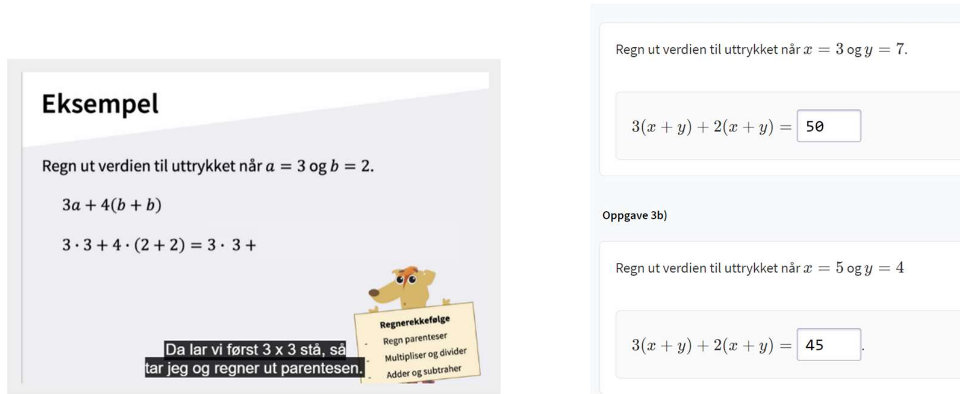


Grønn oppgave | Rød oppgave | Svart oppgave

Figur 4.4 Skjermbilde av forskjellige differensierte oppgaver fra 7.trinn i kapittelet «Forenkling av uttrykk»

4.2.1.2 Eksempeloppgaver med prosedyrer uten sammenheng

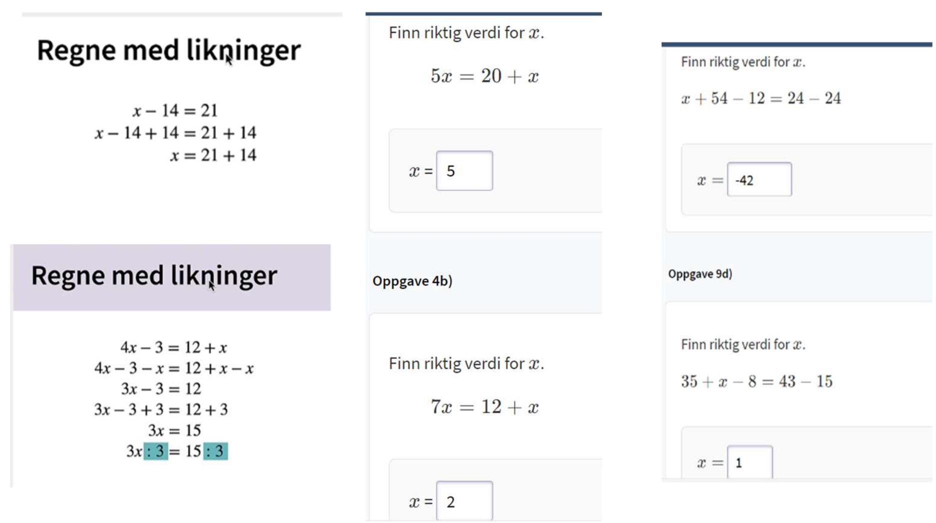
Oppgaver som er lik eksemplene eller videoforelesningene, som øver på en bestemt algoritme, *men* som ikke går i dybden på hvorfor algoritmen brukes eller har koblinger til andre matematiske emner eller utvikler forståelse for emnet, blir kategorisert under prosedyreoppgave *uten* sammenheng. I denne kategorien ligger oppgaver som driller på bruk av algoritmer. I eksempelet under, i figur 4.5, viser videoforelesningen en fremgangsmåte for å regne ut verdien på et uttrykk når variablene er oppgitt, regnerekkefølgen er gjennomgått tidligere i videoforelesningen og den blir stående nede i hjørnet helt til videoen er ferdig. Elevene skal så regne ut verdien på to uttrykk. Grunnen til at disse oppgavene ikke blir kategorisert til memorering, for elevene kan reprodusere det eksempelet har gjort, er fordi de øver på en algoritme. Elevene skal her øve, eller drilles, i å sette inn verdier for variabler og kunne løse uttrykk med parenteser, derfor blir den kategorisert til prosedyreoppgave uten sammenheng.



Eksempel | Grønn oppgave

Figur 4.5 Skjermbilder av eksempel og oppgave fra 7.trinn og uttrykk med parenteser

Et annet eksempel der hensikten er å øve inn selve algoritmen for å løse ligninger vises i figur 4.6. Videoleksjonen har sagt at det første man gjør er å «kvitte seg med 14, og det gjør jeg ved å legge til 14» og når man «vil ha vekk x fra en side, så trekker man fra x», og «da må man gjøre det på andre siden også». Videoleksjonen har ikke forklart noe med metoden for å løse likningen, kun gjennomgått den steg for steg, og oppgaven til elevene krever heller ikke en forklaring eller begrunnelse.



Videoleksjon | Grønn oppgave | Svart oppgave

Figur 4.6 Skjermbilder fra videoforelesningen «Likninger» og oppgaver, 7.trinn

4.2.1.3 Eksempeloppgaver med prosedyrer med sammenheng

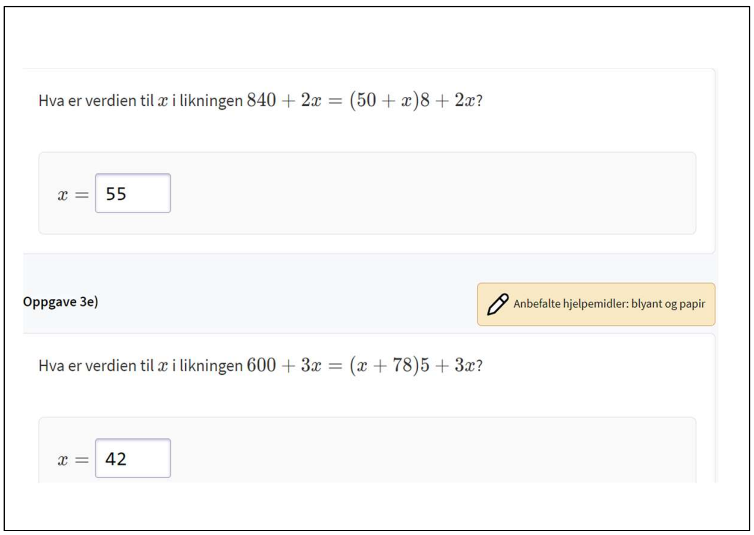
Oppgavene som har blitt kodet til prosedyreoppgaver *med* sammenheng, er oppgaver som kan løses med algoritmer, men disse oppgavene har også et fokus på å utvikle en dypere forståelse for matematiske konsepter, ideer og underliggende sammenhenger. Oppgavene krever noe kognitiv innsats og det er ikke alltid åpenlyst hvilke prosedyrer som kan brukes for å løse oppgaven og elevene kan få muligheten til å utvikle sin konseptuelle forståelse med å arbeide med slike oppgaver. I oppgavene som vises i figur 4.7, fra 7.trinn og kapittelet «uttrykk med parenteser», skal elevene sette inn verdier i et uttrykk. Det som gjør at disse oppgavene blir kategorisert til prosedyreoppgaver med sammenheng er at oppgaven fører elevene dypere inn i forståelsen for å bruke parenteser i et regnestykke og de får erfare forskjellene ettersom hvor parentesen er plassert. I oppgaven fra svart løype skal elevene sette inn samme verdi for variablene i et tilsynelatende likt uttrykk, men parentesene endrer på uttrykkenes regnerekkefølge og verdi. Og i oppgaven fra gul løype skal elevene i tillegg forklare hva som er forskjellen i uttrykkene.

Svart oppgave

Gul oppgave

Figur 4.7 Skjermbilder fra svart og gul løype, «Uttrykk med parenteser», 7.trinn

Oppgavene i figur 4.8, fra 7.trinn og «likninger med parenteser», er også kodet til prosedyreoppgaver med sammenheng. Disse ble kategorisert til denne kategorien fordi videoleksjonene ikke hadde med denne type likninger, med både parenteser og med variabler på begge sidene av likhetstegnet. I videoleksjonen med uttrykk med parenteser så ble det fremstilt en tankegang om å finne verdien av parentesen som en helhet først, også løse parentesen som en egen og da enklere likning. I videoleksjonen om likninger så ble det fremsatt en metode for «å bli kvitt» x fra en side og i kapittelet med likninger med parenteser, så blir regnerekkefølgen presentert. Så når disse tre elementene, og det at faktoren som tilhører parentesen nå er flyttet etter parentesen, møtes i en oppgave, så krever det en noe større kognitiv innsats fra elevene, og de må nå bruke det de har fått presentert tidligere for å finne ut hvordan de kan finne verdien til x.



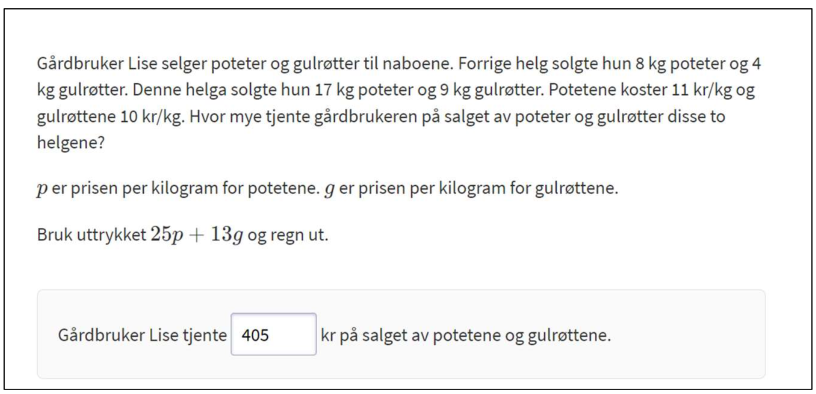
Figur 4.8 Skjermbilde fra svart løype, «Likninger med parenteser», 7.trinn

4.2.1.5 Eksempel på tvilstilfeller

I løpet av kodingen av analyseenhetene var det noen oppgaver som jeg ikke entydig syntes passet direkte i en kategori. Det var noen oppgaver som kunne blitt plassert i grenseland mellom to kategorier, og jeg skal her vise til noen av dem. Jeg har forklart hvorfor jeg har valgt å plassere oppgaven innenfor den endelige kategorien, men om noen andre skulle analysere samme oppgave, så kan det være at de hadde valgt en annen kategori. Jeg har tatt med disse eksemplene for å være gjennomsiktig i mine analytiske valg og for å styrke oppgavenes validitet. Jeg prøvde å se på oppgavene så objektivt som mulig, men fargekodingen fra Campus

Inkrement har vært i bakhodet underveis i kodingen, og jeg hadde nok høyrere forhåpninger til oppgaver fra svart og gul løype, men mener jeg likevel har klart å analysere oppgavene objektivt etter skjemaet, uavhengig av løypenivå.

Oppgaven som er i figur 4.9 synes jeg i utgangspunktet ble litt problematisk å plassere fordi den kunne med første blikk havne i kategorien prosedyre med sammenheng, for her var det flere salgsdager, det var forskjellige priser på salgsvarene og de skulle komme frem til en total pris på et salg. Men; det som har gjort at jeg har satt oppgaven i kategorien prosedyre uten sammenheng er at uttrykket elevene skal bruke er oppgitt i oppgaven. Jeg synes heller ikke oppgaven trekker linjer videre til generelle strategier eller utvikler elevens matematiske forståelse. Dette er fordi uttrykket oppgaven ber elevene bruke, er at antall gulrøtter og poteter står som det faste leddet, selv om de ble variert etter hver dag i oppgaven, og kiloprisen som er oppgitt som fast pris i oppgaven, brukes som variabelen i uttrykket. Da tolker jeg at vi står igjen med et «tilfeldig» uttrykk, der elevene kun skal lese i teksten hva *g* og *p* er oppgitt til å være, før de setter det inn i uttrykket og regner det ut.


Gårdbruker Lise selger poteter og gulrøtter til naboene. Forrige helg solgte hun 8 kg poteter og 4 kg gulrøtter. Denne helga solgte hun 17 kg poteter og 9 kg gulrøtter. Potetene koster 11 kr/kg og gulrøttene 10 kr/kg. Hvor mye tjente gårdbrukeren på salget av poteter og gulrøtter disse to helgene?

p er prisen per kilogram for potetene. g er prisen per kilogram for gulrøttene.

Bruk uttrykket $25p + 13g$ og regn ut.

Gårdbruker Lise tjente 405 kr på salget av potetene og gulrøttene.

Figur 4.9 Skjermbilde fra rød løype, «Forenkling av uttrykk», 7.trinn

En annen oppgave som vises i figur 4.10, er en gul oppgave fra 6.trinn og tallmønstre. Her stod jeg mellom kategoriene prosedyre *med* eller *uten* sammenheng. Jeg vurderte først at det kunne være en prosedyreoppgave uten sammenheng, for i oppgaven blir elevene fortalt hva startpunktet og økningen, innenfor et gitt intervall, skal være. Så skal de lage resten av mønsteret selv og forklare det. Det står ikke hvor komplisert, varierende eller hvilke regnearter som kan være med, så oppgaven blir forholdsvis åpen. Det kan resultere i en enkel løsning med miste motstandsvei, og når eleven skal *forklare* mønsteret, så trenger ikke det å være mer enn at de forteller at de for eksempel startet på 1, og økte med 7, så neste tall var 8, som de videre økte med 7 igjen, for de hadde valgt et gjentakende mønster. *Men* så ligger det mulighet for en mer utfordrende oppgave for de elevene som tar utfordringen, for eksempel med at de starter på 9 som er et kvadrattall, for så å øke med 16, som er innenfor intervallet og et kvadrattall, videre kunne de alternert mellom subtraksjon og addisjon av videre kvadrattall. Og forklaringen hadde da blitt mer utfordrende med å forklare hva kvadrattall er, og eleven hadde lekt seg med tallene videre i utførelsen av mønsteret. Jeg endte derfor med å kategorisere den til prosedyre med sammenheng, for i de tilfeller der jeg ikke klarte å avgjøre sikkert, skulle jeg sette oppgaven til det høyeste av de to mulige kravene.

Start på et tall mellom 1 og 15.
Øk med mellom 7 og 23 fra det første til det andre tallet.
Lag resten av mønsteret selv.

Forklar mønsteret i tallrekken.

Figur 4.10 Skjermbilde fra rød løype, 7.trinn og «figurtall»

Oppgaven som vises i figur 4.11, er fra svart løype på 6.trinn og «uttrykk med variabler», denne oppgaven var jeg i tvil om den skulle plasseres i prosedyreoppgave med eller uten sammenheng. Her blir elevene presentert for en situasjon som de kan kjenne seg igjen i og en kontekst som de kan koble uttrykk til senere, men uttrykket de skal bruke for å regne ut totalpris, blir oppgitt i oppgaven, så de må ikke lage det selv. Spørsmålet blir stilt midt i oppgaven, før uttrykket er presentert, og elevene kan løse oppgaven helt uten uttrykk, så oppgaven vil at elevene skal øve på å sette inn en verdi for variablene og regne ut verdien. I uttrykket er det prisen som blir oppgitt som variabelen, og ikke antall poser, noe som gjør at uttrykket ikke nødvendigvis gir en overføringsverdi til andre situasjoner innen kjøp og salg, med mindre det dreier seg om prisendringer og rabatter. Jeg endte opp med å kategorisere denne oppgaven til prosedyreoppgave uten sammenheng, fordi den ikke er veldig kognitivt krevende når alt blir oppgitt i oppgaven og fordi jeg tolker at oppgaven vil at elevene skal øve på å sette inn verdier i et uttrykk og det er helt tydelig på hva elevene skal gjøre i oppgaven.

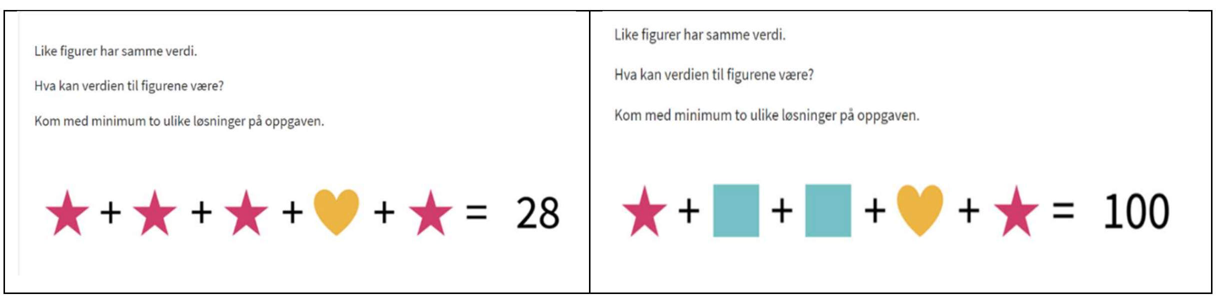
Til sommeravslutningen på skolen kjøper Hilde inn 12 poser med epler og 15 poser med bananer. En pose med epler koster 28 kr og en pose med bananer koster 20 kr. Hvor mye betaler hun til sammen?

Bruk uttrykket $12a + 15b$ og regn ut. a er prisen per pose med epler. b er prisen per pose med bananer.

Hun betaler til sammen 636 kr.

Figur 4.11 Skjermbilde fra svart oppgave, «Uttrykk med variabler», 7.trinn

De gule oppgavene i figur 4.12 var jeg usikker på om jeg skulle plassere i prosedyre uten eller med sammenheng. Med første øyekast er det åpne problemløsningsoppgave der elevene skal komme frem til flere løsninger, og fremgangsmåten er ikke gitt i oppgaven, så det fikk meg til å tenke at det kunne være oppgaver med sammenheng eller til og med å arbeide matematisk. Men; siden elevene skal komme frem til verdiene på venstre side når høyre side har en oppgitt verdi, så forenkler det oppgaven en god del. Det er også kun addisjon i oppgavene, så her kan elevene prøve ut en verdi for en figur, for så å fordele resten av verdien de trenger på den eller de resterende figurene. I oppgaven til venstre i figur 4.12, så forventer jeg at en 7.trinnselev kan 7-gangen, og vet at 7*4 = 28, så verdien på figurene må være lavere enn 7, også kan de prøve videre med de tallene det kan være. Oppgaven etterspør «verdiene» til figurene, så det ligger et større potensial i dette ordvalget. De elevene som liker en utfordring, kan da legge et regnestykke inn i hver figur, fremfor kun ett tall, og de kunne fått inn flere regnearter og eventuelt negative tall også. Etter min tidligere erfaring som matematikklærer, så er elevene ganske tro mot det oppgaven spør om, så det store flertallet av elever ville nok valgt den enkleste løsningen, for så å ha gått til neste oppgave. Jeg valgte å kategorisere disse oppgavene til prosedyreoppgaver med sammenheng, fordi det ligger en mulighet i oppgavene til å utvikle en dypere forståelse for variabler og det er ikke et lignende eksempel i videoleksjonene, så det er ikke gitt med det samme hvordan oppgavene kan løses.



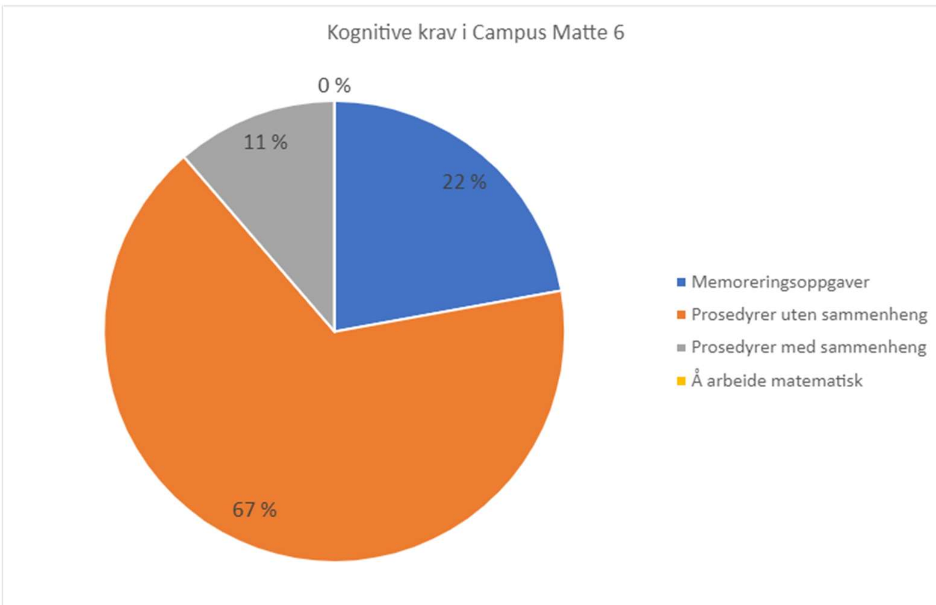
Figur 4.12 Skjermbilder fra gule oppgaver, «likninger», 7.trinn

4.2.1.2 Resultater fra Campus Matte 6

Videre i dette delkapittelet fremstilles resultatene fra 6.trinnsoppgavene for seg selv. I tabell 4.5 vises en oversikt over antall oppgaver innenfor de forskjellige kognitive kategoriene, og vi ser at det er prosedyreoppgaver uten sammenheng som har høyest frekvens, en kategori som anses til å stille lave kognitive krav til elevene. I figur 4.13 vises resultatene med en prosentvis oversikt.

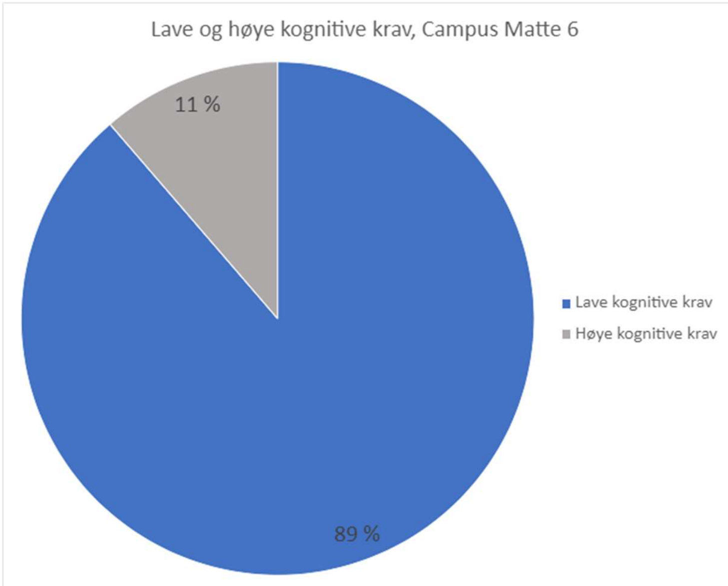
Kognitive krav	Antall	Relativ frekvens
Memoreringsoppgaver	45	≈ 0,22
Prosedyrer uten sammenheng	135	≈ 0,67
Prosedyrer med sammenheng	23	≈ 0,11
Å arbeide matematisk	0	0,00
Total	203	1,00

Tabell 4.5 Oversikt over kognitive krav, 6.trinn



Figur 4.13 Prosentvis oversikt over kognitive krav, 6.trinn

Jeg valgte å vise skillet mellom de lave kognitive kravene og de høye kognitive kravene ved å slå sammen de to kategoriene som tilhører hvert nivå, dette vises i figur 4.14 under, og det er en stor overvekt av lave kognitive krav på 6.trinns oppgavene innen algebra. Hele 89 % prosent av analyseenhetene går inn under den laveste kategorien av kognitive krav, og ingen oppgaver blir kodet til å arbeide matematisk, som er det høyeste kravet i kategoriseringen.



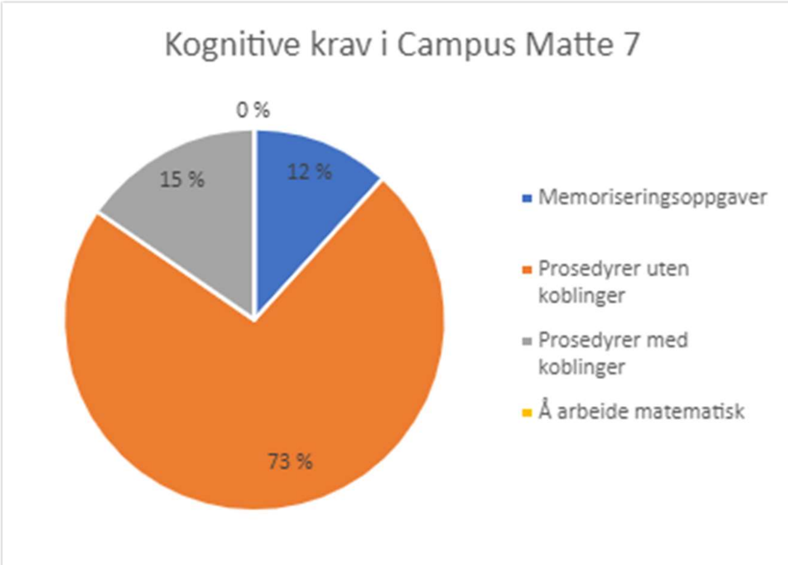
Figur 4.14 Oversikt over lave og høye kognitive krav, 6.trinn

4.2.1.3 Resultater fra Campus Matte 7

I dette delkapittelet fremstilles funnene fra 7.trinnsoppgavene likt som oppgavene fra 6.trinn. I tabell 4.6 vises en oversikt over antall oppgaver kodet til de forskjellige kognitive kravene. Det viser at også på 7.trinn så er kategorien med «prosedyre uten sammenheng» den desidert største, med 182 av 203 oppgaver plassert innenfor en kategori som anses å stille lave kognitive krav til elevene. Figur 4.15 under viser en prosentvis oversikt over de kognitive kravene som ble stilt i oppgavene på 7.trinn, der 12 % blir kodet til memoreringsoppgaver, 73 % av oppgavene blir kodet til prosedyreoppgaver uten sammenheng, og 15 % av oppgavene stiller høye kognitive krav og blir kodet til prosedyreoppgaver med sammenheng. Det var ingen oppgaver som ble kodet til det høyeste kravet, å arbeide matematisk.

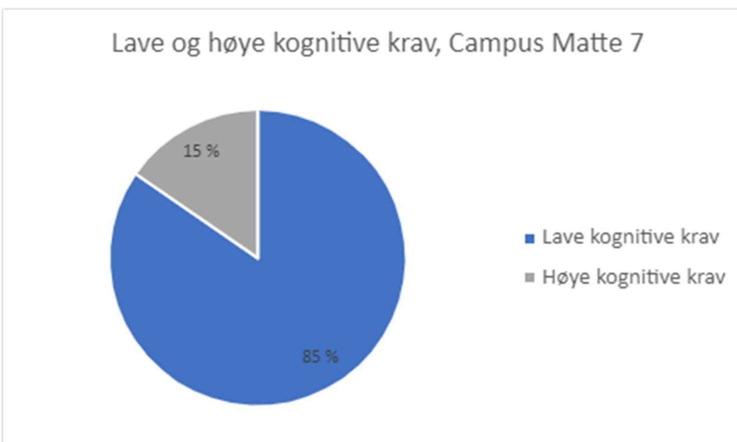
Kognitive krav	**Antall**	**Relativ frekvens**
Memoreringsoppgaver	**29**	≈ **0,12**
Prosedyrer uten sammenheng	**182**	≈ **0,73**
Prosedyrer med sammenheng	**38**	≈ **0,15**
Å arbeide matematisk	**0**	**0,00**
Total	**249**	**1,00**

Tabell 4.6 Oversikt over kognitive krav, 7.trinn



Figur 4.15 Prosentvis oversikt over kognitive krav, 7.trinn

I figur 4.16 vises de lave og de høye kognitive kravene slått sammen til to kategorier. Denne fremstillingen tydeliggjør de store forskjellene i antall oppgaver på lavt og høyt nivå. Det er litt flere oppgaver som har høyere kognitive krav på 7.trinn enn på 6.trinn.



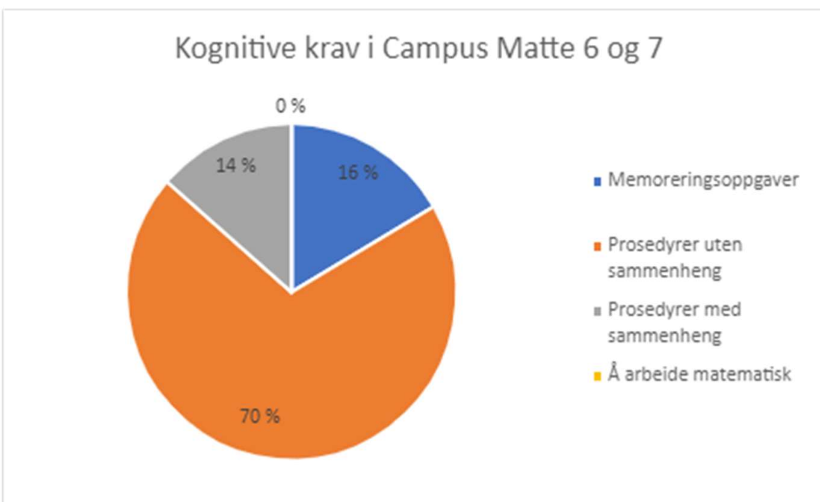
Figur 4.16 Oversikt over lave og høye kognitive krav, 7.trinn

4.2.1.4 Samlet resultater

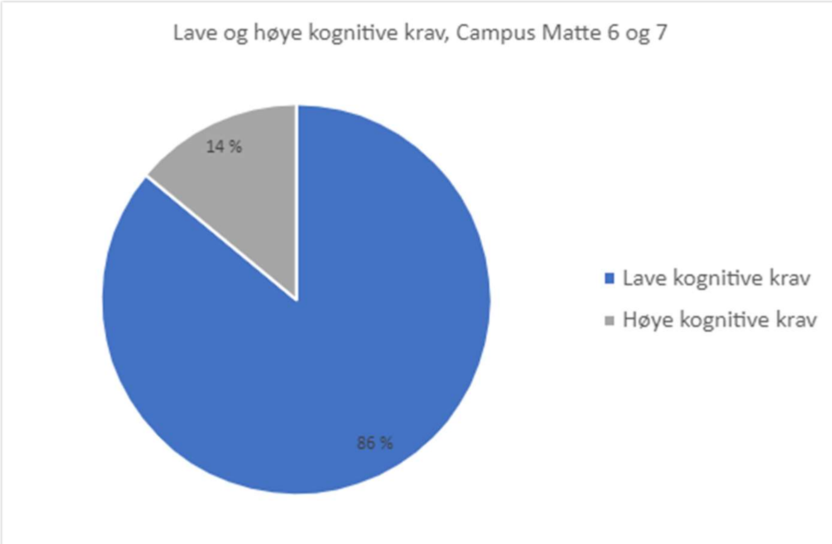
For å få en oversikt over alle oppgavene, så har jeg samlet funnene for analyseenhetene fra både 6.trinn og 7.trinn i dette delkapittelet, i tabell 4.7. Her ser vi at totalt sett blir den største kategorien «prosedyre uten sammenheng», 70 % av oppgavene er i denne kategorien, som hovedsakelig øver på algoritmer, og det er oppgaver som er lett å skjønne hva de skal gjøre og hvordan. Det fokuseres ikke på underliggende konseptuelle idéer, krever ikke forklaring og det er lite kognitiv innsats som trengs for å løse oppgavene i denne kategorien. I figur 4.17 vises en prosentvis oversikt over de kategoriene som ble funnet i denne analysen, og figur 4.18 viser de kognitive kravene inndelt i lave og høye krav. Det kan oppsummeres med at i Campus Inkrement så er 86 % av oppgavene på 6. og 7.trinn innen algebra, lavt kognitivt krevende oppgaver.

Kognitive krav	**Campus Matte 6**	**Campus Matte 7**	**Antall**	**Relativ frekvens**
Memoreringsoppgaver	45	29	74	≈ 0,16
Prosedyrer uten sammenheng	135	182	317	≈ 0,70
Prosedyrer med sammenheng	23	38	61	≈ 0,14
Å arbeide matematisk	0	0	0	0,00
Total	203	249	452	1,00

Tabell 4.7 Samlet oversikt over kognitive krav, 6. og 7.trinn

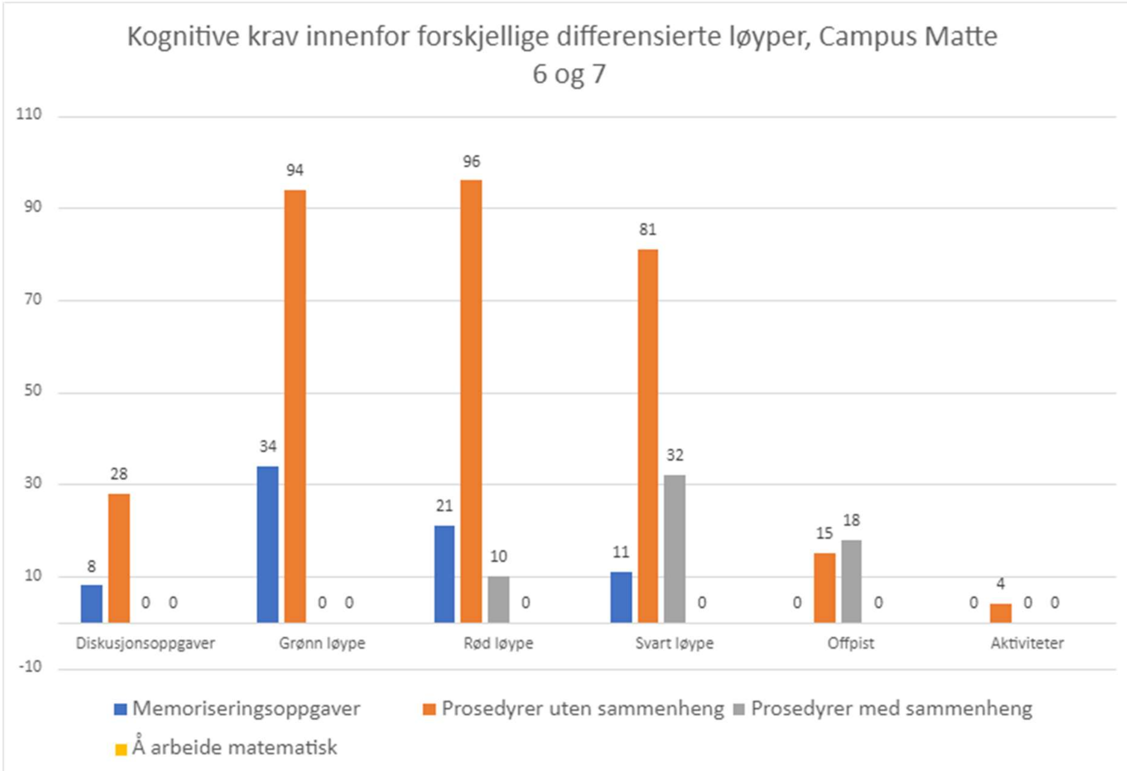


Figur 4.17 Oversikt over de kognitive kravene på 6. og 7.trinn



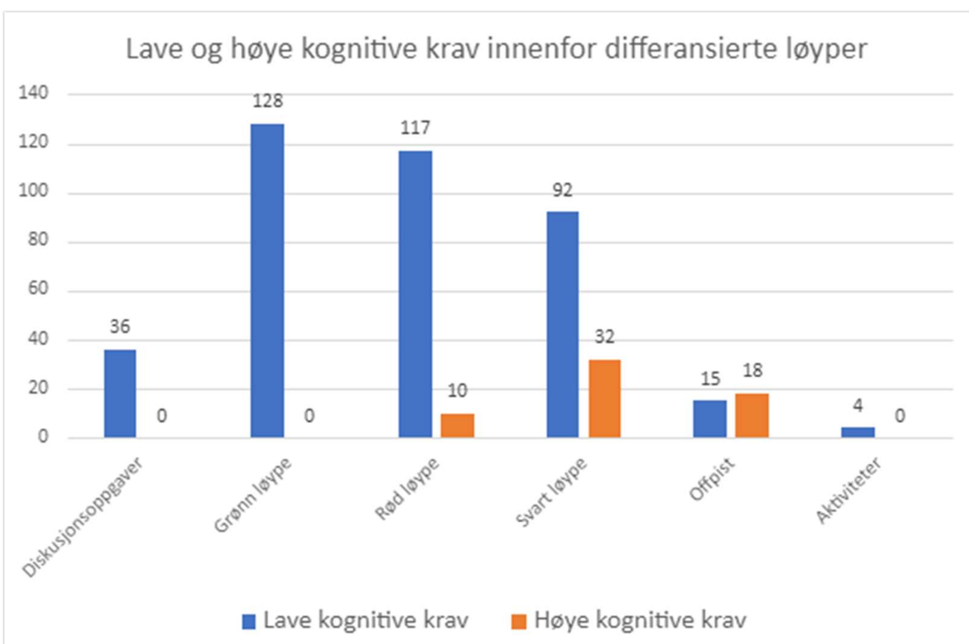
Figur 4.18 Prosentvis oversikt over lave og høye kognitive krav, 6. og 7.trinn

Campus Inkrement er et læreverk som vektlegger å ha differensierte oppgaver, og det er da interessant å se på de forskjellige kognitive kravene innenfor de forskjellige løypene. Figur 4.19 viser en oversikt over hvilke kognitive krav oppgavene innenfor hver fargeløype krever av elevene. Alle diskusjonsoppgavene, som er ment å samarbeide om i par eller grupper først, før en klassesamtale, kategoriseres til lavt kognitivt krevende, med en fordeling på 8 innen memorering og 28 innen prosedyre uten sammenheng. Den grønne løypa, som er den enkleste, har alle sine oppgaver innenfor de lavt kognitivt krevende kategoriene, med 34 memoreringsoppgaver og 94 prosedyreoppgaver uten sammenheng. Rød løype som er en middels vanskelig løype, har flertallet av oppgaver innenfor de lave kognitive kravene, med 21 memoreringsoppgaver og 96 prosedyreoppgaver, samt 10 oppgaver som er kategorisert til prosedyre med sammenheng. Svart løype er den vanskeligste «ordinære» løypen, og den med mest utfordring skal ifølge Campus Inkrement være gul offpist løype. Svart løype hadde et flertall av lavt kognitivt krevende oppgaver, med en fordeling på 11 oppgaver med memorering og 81 prosedyreoppgaver uten sammenheng, de oppgavene som ble kodet til å være høyt kognitivt krevende, var 32 prosedyreoppgaver med sammenheng. Oppgavene i gul offpist løype var den eneste løypen som hadde flere kognitivt krevende oppgaver enn lavt kognitivt krevende oppgaver, der var det 18 prosedyreoppgaver med sammenheng og 15 prosedyreoppgaver uten sammenheng. Offpist løypene kan inneholde elementer fra andre matematiske emner, men de gule oppgavene omhandlet kun algebra. De 4 aktivitetene som tilhører algebrakapittelet er alle kodet til prosedyreoppgave uten sammenheng.



Figur 4.19 Oversikt over kognitive krav innenfor differensierte løyper, 6. og 7.trinn

Figur 4.20 viser den sammenslåtte oversikten over lave og høye kognitive krav, og der vises det tydelig at de høye kognitive kravene er underrepresentert i alle løypene og helt fraværende i grønn løype, diskusjonsoppgaver og aktiviteter.



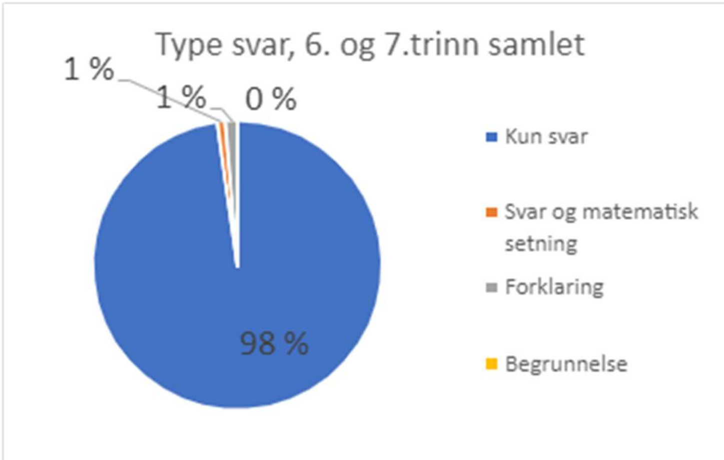
Figur 4.20 Lave og høye kognitive krav, 6. og 7.trinn

4.2.2 Type svar

En del av problemstillingen var å finne ut hvilken type svar oppgavene krevde, og svarmulighetene ble delt inn i 4 kategorier etter Charalambous et al. (2010), det er oppgaver som «kun krever svar», «svar og en matematisk setning», «forklaring» og til sist oppgaver som «krever en begrunnelse». Analysen viste at det hovedsakelig kun etterspørres et numerisk svar eller uttrykk i oppgavene, det var 4 oppgaver som ble kodet til svar og matematisk setning, 6 oppgaver som ble kodet til forklaring og ingen oppgaver som krevde begrunnelse. Videre kommer det eksempler fra svartypene, og den største svartypen, kun svar, som står for 99 % av svarene, blir å vise til flere varianter av svarene som havnet i samme kategori. Oppgaver som kun krever et svar, uavhengig av antall regneoperasjoner for å komme frem til svaret, har blir kodet til denne kategorien. Det har vært ordlyden i oppgaveteksten som har vært avgjørende for plasseringen av svarene. Figur 4.21 viser en prosentvis oversikt over svartypene.

Type svar	Antall 6.trinn	Relativ frekvens 6.trinn	Antall 7.trinn	Relativ frekvens 7.trinn
Kun svar	199	≈ 0,98	243	≈ 0,976
Svar og matematisk setning	0	0,00	4	≈ 0,016
Forklaring	4	≈ 0,02	2	≈ 0,008
Begrunnelse	0	0,00	0	0,00
Total	203	1	249	1

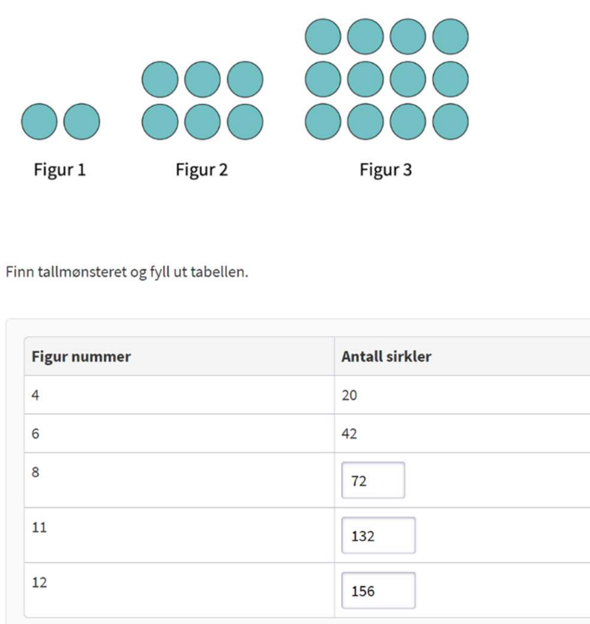
Tabell 4.8 Oversikt over svartypene, 6. og 7.trinn



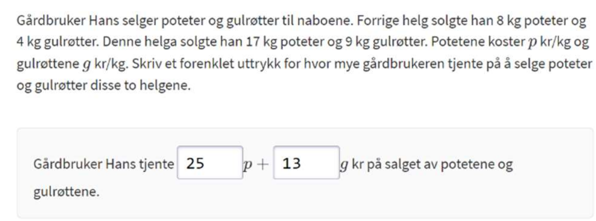
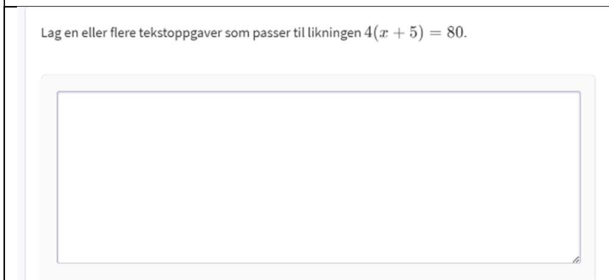
Figur 4.21 Prosentvis oversikt over alle svartypene samlet på 6. og 7.trinn

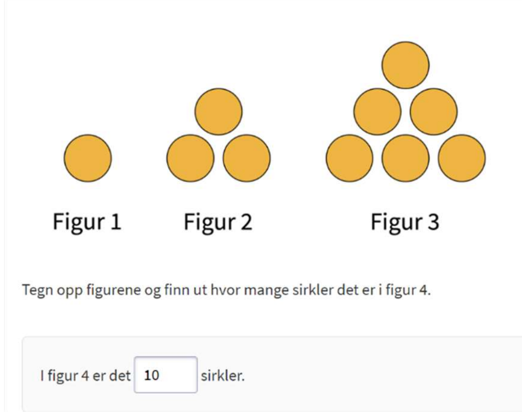
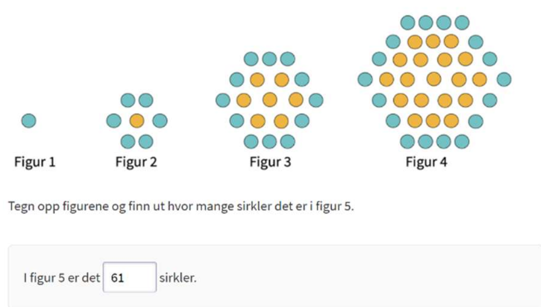
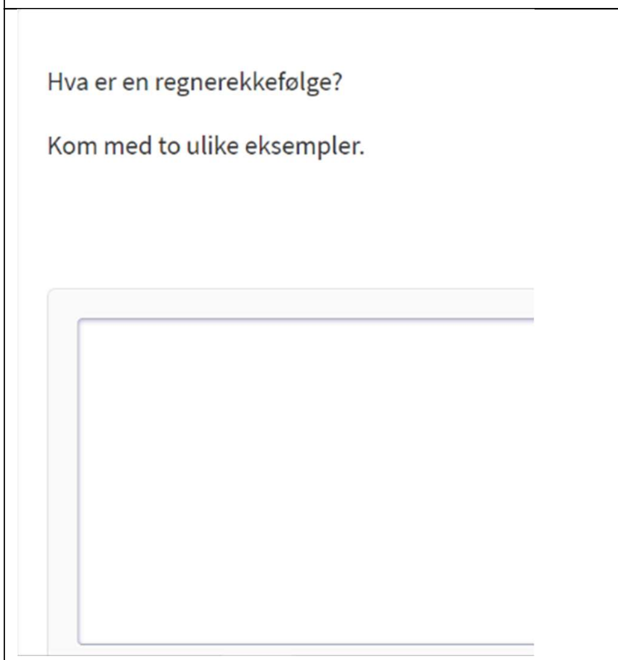
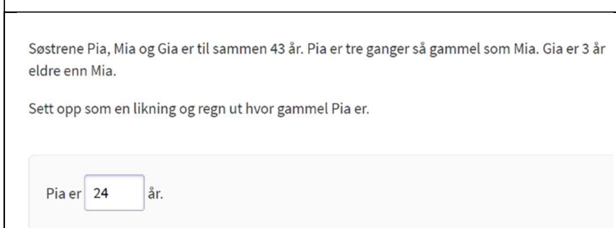
4.2.2.1 Eksempeloppgaver på type svar

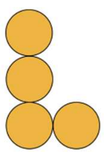
I tabell 4.9, som strekker seg over flere sider, så vises det til oppgaver fra Campus Inkrement på venstre side og på høyre side kommer det en kort forklaring på hvilken kategori oppgaven er kodet til.

<table>
<tr><th>Eksempel på oppgaver</th><th>Koding</th></tr>
<tr><td>
</td><td>Svart oppgave, «Figurtall», 6.trinn

Denne oppgaven ber elevene kun å fortsette å fylle ut tabellen, det står «finn tallmønsteret» i oppgaveteksten, men det står ikke at mønsteret skal forklares, eller skrives ned, så mønsteret kan brukes kun i «hodet». Dette kategoriseres til «kun svar».</td></tr>
</table>

	Rød oppgave, «Forenkling av uttrykk», 7.trinn Her skal elevene fylle inn det faste leddet i et allerede nesten ferdig oppstilt uttrykk, dette kategoriseres til *«kun svar»*.
	Grønn oppgave, «Uttrykk med parenteser», 7.trinn Her skal elevene komme frem til en tallverdi ved å sette inn verdier for variabler. Dette kategoriseres til «*kun svar»*.
	Svart oppgave, «Likninger med parenteser», 7.trinn Elevene skal lage en tekstoppgave, og det tolker jeg som et svar på en oppgave, og dermed etterspør denne oppgaven kun et svar. Det er ikke spørsmål om å forklare eller begrunne hvorfor tekstoppgaven passer til likningen, og likningen skal heller ikke løses. Oppgaven kategoriseres til *«kun svar»*.

 	Grønn og svart oppgave, «Figurtall», 6.trinn Disse oppgavene gir samme instruks, og det er å tegne opp figurene og finne ut hvor mange sirkler det er i neste figur. Det er ingen krav om å finne eller forklare mønsteret eller forklare hvordan elevene har tenkt. Oppgaven etterspør kun et svar, og er kategorisert til *«kun svar»*.
	Svart oppgave, «Uttrykk med parenteser», 7.trinn Denne oppgaven spør om et svar på hva en regnerekkefølge er, og ber samtidig elevene komme med to ulike eksempler. Den ble kategorisert til å være *«svar og en matematisk setning»*. Jeg tolket den til denne kategorien på grunn av de to eksemplene elevene må komme med, som kan vise forståelse for regnerekkefølgen, og da går som en fremgangsmåte for hvordan regnestykkene kan løses.
	Svart oppgave, «Likninger», 7.trinn I denne oppgaven skal elevene både sette opp en likning og de skal regne den ut. De må sette opp likningen selv ut i fra informasjonen gitt i

	oppgaveteksten. Denne oppgaven er kategorisert til *«svar og matematisk setning»* på grunn av elevene må vise utregningen.
Start på et tall mellom 1 og 15. Øk med mellom 7 og 23 fra det første til det andre tallet. Lag resten av mønsteret selv. Forklar mønsteret i tallrekken.	Gul oppgave, «Tallmønster», 6.trinn Denne oppgaven ber elevene forklare et tallmønster de har laget etter instruksjoner fra oppgaven. Det står ikke hvor langt de skal lage mønsteret, så hovedoppgaven er forklaringen av mønsteret. Oppgaven er kategorisert til «*forklaring*».
 Figur 1 Figur 1 er starten på et tallmønster. Fortsett rekken og lag minst 6 figurer med økende tall. Forklar mønsteret.	Gul oppgave, «Figurtall», 6.trinn I denne oppgaven skal elevene lage sitt eget tallmønster. Figur 1, som er i oppgaven, er brukt i videoleksjonen tidligere. Elevene skal forklare mønsteret sitt, og oppgaven blir derfor kategorisert til «*forklaring*».

Tabell 4.9 Eksempeloppgaver på forskjellige type svar

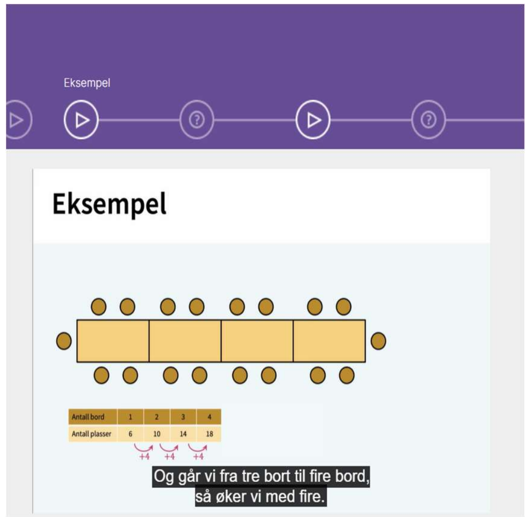
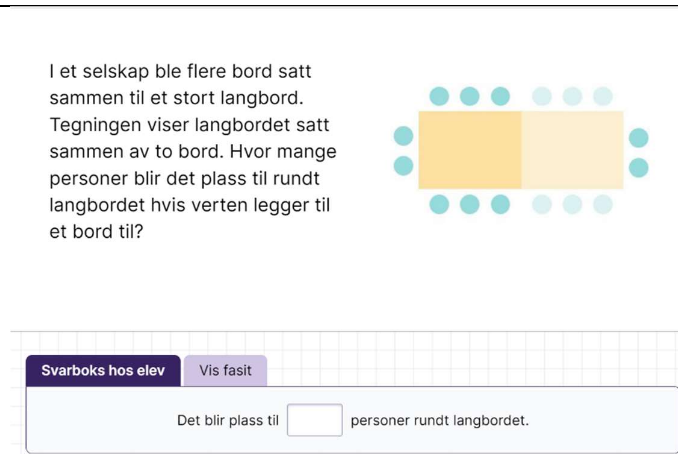
5 Drøfting

I dette kapittelet vil jeg drøfte resultatene fra den teoridrevne tekstanalysen i lys av tidligere forskning og teori som er presentert i kapittel 2. Denne masteroppgaven har hatt som mål å finne ut hvilke krav oppgavene i algebrakapitlene på Campus Inkrement stiller til elevene, med tanke på potensielle kognitive krav og hvilken type svar oppgavene krever. Jeg blir å drøfte hvordan Campus Inkrement har valgt å strukturere algebra kapittelet i læreverket sitt og hvordan algebra blir introdusert ut i fra hva forskningen anbefaler og til sist blir jeg blir å poengtere viktigheten av lærerens rolle i matematikkundervisningen.

5.1 Kognitive krav i oppgavene

I dette kapittelet har jeg valgt å henvise til de samlede resultatene av kodingen av analyseenhetene, da funnene var ganske like på begge trinnene som ble undersøkt, og jeg vil vise det som blir presentert under algebrakapitlene som en helhet, da denne masteroppgaven ikke sammenligner trinnene opp mot hverandre. Tabell 4.7 viser at 86 % av oppgavene har lave kognitive krav, videre inndelt i 16 % memoreringsoppgaver og 70 % prosedyreoppgaver uten sammenheng, 14 % av oppgavene befinner seg innenfor høye kognitive krav, der er alle prosedyreoppgaver med sammenheng, og ingen er vurdert til å arbeide matematisk. Oppgaver som stiller lave kognitive krav kjennetegnes ved at de krever lite kognitiv innsats av elevene, de kan svares på med tidligere innlært eller pugget fagstoff eller kopieres etter et likt eksempel, prosedyreoppgavene som har lave kognitive krav har ingen sammenheng til større matematiske konsepter og utvikler ikke en konseptuell matematisk forståelse, oppgavene er lett for elevene å vite hvordan de skal løses, enten med en oppgitt algoritme eller at de kan gjenta prosedyren fra et eksempel (Smith & Stein, 1998). For å avgjøre hvilke oppgaver som potensielt stiller høye eller lave kognitive krav, så sier Smith og Stein (1998) at man ta hensyn til hvilket trinn oppgaven skal brukes på og elevenes forkunnskaper og erfaringer, dette kunne ikke tas hensyn til i denne analysen, og derfor vurderes de kognitive kravene som *potensielle* krav, ut i fra en antatt aldersadekvat elevgruppe. Det kognitive kravet kan endres etter hvordan og når oppgaven blir presentert, og Smith og Stein (1998) påpeker at det er viktig at elever jobber med oppgaver som stiller høye kognitive krav for å igangsette høyt kognitiv tenkning, som igjen kan utvikle elevenes evne til å tenke matematisk, resonnere og å løse problemløsningsoppgaver. Jeg vil derfor vise til et eksempel fra videoleksjonene og fra diskusjonsoppgavene, og hvordan en endring i rekkefølgen kunne endret de kognitive kravene. Dette er justeringer som læreren må ta stilling til når undervisningsøkten blir planlagt.

Det kunne blitt en forskjell i kategoriseringen av oppgavene alt etter *når* de blir brukt i undervisningstimen. Om det jobbes med oppgavene *før* videogjennomgang, kunne noen blitt kategorisert til et høyere kognitivt krav, og om oppgavene hadde hatt et krav om begrunnelse eller forklaring hadde dette også økt det potensielle kognitive kravet i oppgaven. Dersom de blir brukt *etter* videogjennomgang kan flere kategoriseres som memorering, da oppgavene er veldig lik eksemplene som er brukt i videoene. På nettsiden til Campus Inkrement ligger videoleksjonene først, så diskusjonsoppgavene, MatteLabb og oppgaveløsning, jeg tolker dette som anbefalt rekkefølge på undervisningen, og dermed blir diskusjonsoppgavene kategorisert til memoreringsoppgaver eller algoritmeøvelser. Et eksempel på dette vises under i tabell 5.1 der videoforelesningen tar for seg en oppgave der noen skal ha bursdagsfest, og de skal finne ut hvor mange det er plass til. I eksempelet tar de utgangspunkt i et bord med 1 person på hver kortside, og 2 personer på hver langside. Eksempelet viser mønsteret til økningen etter hvert som antall bord økte og det blir satt opp en tabell underveis. I diskusjonsspørsmålet så er spørsmålet hvor mange som får plass rundt 3 bord, og da er bordsetningen for 2 bord satt opp med 2 på hver kortside og 3 på hver langside av bordet. Dette gjør oppgaven veldig lik eksempelet, så her kan 1 person byttes ut med 2 personer, og de 2 personene på langsiden, kan byttes ut med 3 personer. Så da kan elevene ta mønsteret fra eksempelet der det økes med 4 personer per nye bord, og endre til en økning på 6 per ekstra bord. Videre i diskusjonsoppgave 2, så er spørsmålet hvor mange som får plass om det hadde vært 5 bord, dette kan elevene telle seg videre til, helt likt eksempelet. Og dersom de skulle ha talt feil, så kommer det i diskusjonsoppgave 3, en tabell som skal ferdigstilles, og der er bord nummer 5 allerede ferdig utfylt. Diskusjonsoppgavene i eksempelet er kodet til prosedyreoppgaver uten sammenheng, fordi elevene øver på noe som er tilnærmet likt eksempelet, men det ligger likevel en føring på en prosedyre som kan øves til senere oppgaver.

Eksempel figurtall	
Diskusjonsoppgave 1 fra figurtall	
Diskusjonsoppgave 3 fra figurtall	

Tabell 5.1 Skjermdumper fra Campus Inkrement, 6.trinn og «figurtall»

Når elevene jobber i Campus Inkrement så kan de ha én fane oppe til videoleksjonene og én fane oppe til oppgaveløsningen, så det er digitalt like enkelt som i en fysisk bok å bla seg bak til eksempelet for å se, for så å gå tilbake oppgaven sin. Digitalt kan elevene også dele skjermen i to, så de kan ha videoforelesningen til avspilling på en side, og oppgavene som skal løses på den andre siden av skjermen. Dette er noe som kan senke de kognitive kravene med at det er lett å kopiere prosedyren fra eksempelet og med oppgaver som er ganske lik eksemplene, møter elevene på lite kognitiv utfordring.

Funnene viser også at prosedyreoppgaver totalt sett utgjør 84% av oppgavene, av dette er 14 % av oppgavene kategorisert til høyt kognitivt krevende, mens hele 70 % av oppgavene er kategorisert til prosedyreoppgaver *uten* sammenheng, og dermed lave kognitive krav. Dette kan stemme med Naalsund (2012) sine funn som sier at algebra innebærer mye prosedyrekunnskap i norsk skole. Elevene kan oppfatte algebra som *meningsløs manipulasjon* og at de bruker prosedyrer etter en innlært regel, men ikke har utviklet forståelsen for likhetstegnet da det ble vanskelig for elevene i Naalsund sin forskning å forklare hvorfor de utførte prosedyren slik som de gjorde. Funnene er også i tråd med Zhu og Fan (2006) sine funn, der begge landene de undersøkte hadde mer enn 96 % tradisjonelle- og rutineoppgaver og 93 % lukkede oppgaver, som kan tilsvare type svar, som «kun svar». Naalsund et al. (2015) vektlegger at arbeidsmetoder som innebærer utforskning i en kontekstualisert og kjent situasjon, med fokus på forklaring og diskusjon er viktig for å utvikle en dypere matematisk forståelse, og at et overdrevet bruk av prosedyreoppgaver kan gi liten eller en negativ læringseffekt. Dette må læreren ha med seg i planleggingen av undervisningen, og det er særdeles viktig når læreboken i utgangspunktet ser ut til å vektlegge prosedyreoppgaver slik som funnene i Campus Inkrement viser. Det er mange oppgaver som er ganske lik eksemplene, og fremgangsmåten til prosedyrene blir fortalt hvordan de skal gjennomføres i videoleksjonene, det er lagt opp til lite utforskning, og lite forklaring av hva elevene har tenkt, det var kun 6 av 452 oppgaver som etterspurte forklaring. Jeg beholdt ordet forklaring ganske åpent i tolkningen min, for i noen oppgaver som ba om forklaringer, så kunne det holdt med en beskrivelse av hva de gjorde, for eksempel hvordan et figurmønster ble utført, og i andre kunne det legges en mer dypere forklaring som viser en dypere matematisk forståelse. Når gjennomføringen av prosedyren blir fortalt til elevene, så går elevene glipp av utforskningen som kan være en del av overgangen fra uformelle metoder, som prøve og feile, til å bruke formelle metoder i algebra, og Kieran (1992) påpeker at elever som selvstendig har jobbet med uformelle metoder før de jobber seg over i formelle metoder, har potensialet til å utvikle en god relasjonell forståelse for algebra.

5.2 Tidsbruk og plassering av algebraemnet

Tabellene 4.2 og 4.3 viser den horisontale analysen og at det er foreslått et tidsbruk på totalt 6 uker til algebra på mellomtrinnet. Kapittelet på 6.trinn består av 4 delkapitler og kapittelet på 7.trinn består av 5 delkapitler, med totalt 452 oppgaver. Dette er foreslått fordelt ut på arbeidsuker som har gjennomsnittlig 2 timer og 52 minutter til matematikkundervisningen. På 6.trinn så er algebra kapittelet nummer 2 av 10, men på 7.trinn er algebra kapittelet nummer 7 av 9. Som nevnt under resultatene, så er det ikke forventet at alle elevene skal løse alle oppgavene i Campus Inkrement, da oppgavene er differensiert etter vanskelighetsgrad. Dersom læreren ikke lager en egen «lærerens løype», så legges derimot alle oppgavene i denne løypen automatisk, og det er den rekkefølgen jeg har analysert oppgavene. Denne lærebokanalysen er utført med samme utgangspunkt som Mesa (2004), for å se hva elevene potensielt kan lære om de hadde løst alle oppgavene i oppsatt rekkefølge som boken. Lepik (2015, s.132) viser til tidligere forskning der det blir konkludert med hvor viktig læreboken er i matematikkundervisningen, den er ofte hovedkilden til informasjon for læreren, de pedagogiske valgene blir ofte tatt med støtte fra læreboken og hvordan læreboken behandler emnene, og ikke minst hvilke emner som blir dekket. Freeman og Porter (1989, i Johansson, 2006b, s.57) konkluderte med at, til og med, lærere som fulgte oppsettet i læreboken fra «perm til perm», kun gjennomgikk 60 % av boken. Dersom disse tallene fortsatt stemmer, så kan det i praksis bety at algebra kapittelet på 6.trinn blir gjennomgått, fordi det er tidlig i boken, mens algebrakapittelet på 7.trinn kan bli utelatt på grunn av det kommer sent i boken. Dette kan få en til å undre om lærebøkene er strukturert etter prioriteringer av emner som bør dekkes, og om de siste kapitlene er noe som oftest ikke blir arbeidet med, og om emner overlappes noe i bytte av lærebok, enten fra den første til den andre boken i skoleåret, eller fra årstrinn til årstrinn. For at algebrakapittelet på 7.trinn skal bli arbeidet med, så må mest sannsynlig læreren ta et aktivt valg og prioritere emnet tidligere enn å arbeide med det på vårparten som er planen etter læreboken, da blir det lærerens holdninger og motivasjon for emnet, *goals* og *beliefs* i Brown (2009) som er omtalt i teorikapittelet, som blir styrende for algebrakapittelet på 7.trinn. Dersom det er tilfelle at lærebokforlagene prioriterer de første kapitlene etter hva som mest sannsynlig blir jobbet med i løpet av et skoleår og dermed presenterer «det viktigste» først, og at arbeid med de siste kapitlene ikke i like stor grad blir prioritert på grunn av tiden ikke strekker til, slik som Johansson påpeker (2006b, s,60), så undrer jeg på hvorfor et så viktig emne som algebra blir satt til høsten på 6.trinn og neste kapittel i algebra kommer først på våren 7.trinn. Algebra er et matematisk emne som får mye medieomtale på grunn av dårlige resultater internasjonalt og nasjonalt, både hos lærerstudenter og elever, og det er et viktig emne å mestre for å kunne få gode muligheter i arbeidslivet i fremtiden, jeg synes at det er rart at algebrakapittelet er så langt bak på 7.trinn. Kan det være at det henger igjen en tanke at algebra er noe som blir arbeidet med på ungdomsskolen, så om elevene lærer *litt* på barneskolen, så kommer likevel hovedtyngden av arbeidet med algebra inn på ungdomskolen? Om dette kan være tanken bak plasseringen av algebraemnet nest sist på 7.trinn er spekulasjoner, men det er vurderingen som en lærer må ta inn over seg når fagstoff for undervisningen skal bli valgt ut. Kompetansemålene på 5. trinn blir, ved første øyekast, ikke tatt hensyn til i Campus Inkrement og heller ikke kjerneelementene i matematikk, som blant annet oppfordrer til utforskning, problemløsning, generalisering og argumentasjon. 5. trinn har to kompetansemål der algebra vil være nødvendig å være innom i større eller mindre grad; «løse ligninger og ulikheter gjennom logiske resonnementer og forklare hva det vil si at et tall er en løsning på en ligning» og å kunne «lage og programmere algoritmer med bruk av variabler, vilkår og løkker». Det er likevel mulig at kompetansemålene blir dekt innenfor andre kapitler i Campus Inkrement, jeg har i denne oppgaven ikke analysert alle oppgavene i læreverket, kun de som eksplisitt omhandler algebra. Mason (1996) mener at dersom elevene lærer seg algebra som en tenkemåte, gjennom praktisk problemløsning, eksperimentering med mønstre, utforskning av sammenhenger mellom tall og symboler og ved å løse utfordrende problemer som krever abstrakt tenkning, så kan den algebraiske tankemåten innføres parallelt med aritmetikken, og algebra hadde ikke vært et så vanskelig emne som det er for mange nå, og det hadde heller ikke vært et emne som hadde blitt «utsatt» til ungdomskolen.

5.3 Introduksjon til algebra

Lannin (2005), med flere, anbefaler mønsterutforskning som et emne som fungerer godt til introduksjon til algebra, jeg viser derfor til delkapitlene til algebrakapitlene på 6. og 7.trinn i Campus Inkrement under. Som tabell 5.2 under viser så starter ingen av kapitlene med mønsterutforskning, 6.trinn starter med «partall, oddetall og primtall» og 7.trinn starter med «uttrykk med variabler». Kapittelet på 6.trinn har to kapitler som omhandler mønster, det er tallmønster og figurmønster, som kommer nest sist og sist. Oppgavene som er vist til i denne masteroppgaven som omhandler tallmønster og figurtall (Tabell 3.5, 4.9, 4.10, 5.1, figur 4.8, 4.9), viser oppgaver som ikke er lagt opp til utforskning av mønstre i stor grad. Det er oppgaver der elevene blir fortalt hvilket mønster de skal lage, legg til 15 + 2, legg til 15 + 4 (figur 4.8, 4.9), eller hva utgangspunktet skal være, start på et tall mellom 7 og 15 (tabell 4.9). Det er oppgaver som nesten er identisk med videoforelesningen (tabell 5.1) og oppgaver der elevene skal finne tallmønsteret, men ikke skrive det inn eller forklare det, men så fylle inn tallene som mangler i en tabell som er påstartet (tabell 3.5). At elevene løser disse oppgavene slik de er uttrykt i Campus Inkrement, vil jeg påstå øver på algoritmeregning fremfor å utvikle en dypere forståelse av generalisering og begrunnelse innen algebra. For å gjøre oppgavene noe mer kognitivt krevende, så kan det hjelpe å ikke se videoforelesningen rett før en oppgave som omhandler det samme. Elevene hadde fått en oppgave med figurtall, der de skulle finne et mønster, så kunne de fått tid til å utforske selv, de måtte lete etter mønsteret, samtale med andre, prøve og feile, læreren måtte være i nærheten for å gi passelige små dytt eller bekreftelser på at de var på vei og at det å feile er også et steg fremover, elevene kunne blitt utfordret på å generalisere et uttrykk for mønsteret, og dette kunne hevet en oppgave til å bli mer kognitivt krevende, og dermed utviklet den konseptuelle forståelsen til elevene.

Algebra 6.trinn	**Algebra 7.trinn**
2.1 Partall, oddetall og primtall	7.1 Uttrykk med variabler
2.2 Uttrykk og variabler	7.2 Forenkling av uttrykk
2.3 Tallmønster	7.3 Utrykk med parenteser
2.4 Figurtall	7.4 Likninger
	7.5 Likninger med parenteser

Tabell 5.2 Oversikt over delkapitlene i algebra

5.4 Lærerens rolle

Usiskin (2013, s.715 – 716) påpeker at det kun er læreren som har en like viktig rolle som læreboken i matematikk, men selv om læreren blant annet kan heve de kognitive kravene i oppgaver, så krever det forarbeidet tid, så jo bedre utgangspunktet er i fra boken, jo bedre læringsutbytte kan boken potensielt gi. Smith og Stein (1998, s.344) viser til deres tidligere forskning at en lavt kognitivt krevende oppgave nesten aldri resulterer i høy kognitiv tenkning.

Og dersom målet med en matematikkoppgave er å øke elevenes ferdigheter til å tenke og resonnere, som er et av kjerneelementene i matematikk, da må elevene få jobbe med oppgaver som har høye kognitive krav (Smith & Stein, 1998, s.347). Resultatene fra den horisontale analysen viser at det er klart flest lavt kognitive krav i oppgavene i Campus Inkrement, de utgjør 86 % av oppgavene sett samlet, og prosedyreoppgaver er vektlagt mest. Prosedyreoppgavene, både med og uten sammenhenger, utgjør 84 % av alle oppgavene, og derunder er 70 % av dem oppgaver uten sammenheng, som er oppgaver som øver på algoritmer uten en dypere kobling mot matematiske idéer. Jeg tenker at dersom man velger en lærebok som har hovedtyngden på prosedyreoppgaver uten sammenheng, så vektlegger man muligens den instrumentelle forståelsen i matematikk, mer enn den relasjonelle forståelsen. Stein og Smith (1998, s.269) fremhever at dersom elever arbeider med oppgaver med lave kognitive krav, så øver elevene på prosedyrekunnskap og den instrumentelle forståelsen. Og dersom elevene for det meste jobber med lavt kognitivt krevende oppgaver, så fratar vi dem faktisk muligheten til å utvikle resonneringsevne og en dypere matematisk forståelse (Stein & Smith, 1998, s.272). Dette er noe som jeg personlig vil hevde er en del av gleden av matematikken; det å klare å se sammenhenger, mestringen av å kunne begrunne hvordan matematikken henger sammen, å ha tålmodigheten og ikke minst erfaringen og troen på at man kan klare å jobbe seg gjennom en oppgave, som med første øyekast ser uoverkommelig ut, det er viktige elementer i matematikkglede. Når man vet at matematikklæreboken er så viktig for læringen, og å arbeide med oppgaver utgjør en stor del av matematikktimene, så er kunnskapene om hva elevene kan få ut av oppgavene særdeles viktig. I og med at Norge ikke har en godkjennelses ordning som sikrer et godt faglig innhold i lærebøker, så ligger denne jobben på lærerens skuldre.

Denne masteroppgaven tar for seg de potensielle kognitive kravene som ligger i oppgavene, og har ikke vurdert oppgavene i en reell undervisningssituasjon, men jeg velger likevel å belyse lærerrollen, fordi den er en så vesentlig del for å kunne gi best mulig læringsutbytte for elevene. Å være lærer er et yrke der en ofte må gå inn i seg selv og reflektere over situasjoner og valg en tar, dette gjelder også valg av fagstoff og oppgaver en gir til elevene. En lærer kan både senke og øke de kognitive kravene i en oppgave, så det er viktig å være bevisst sin rolle. Selv om en oppgave har høye kognitive krav, enten det er en prosedyreoppgave med sammenheng eller om det er en oppgave som krever å arbeide matematisk, så kan kravene bli senket etter hva læreren gjør. Det kan være fra måten oppgaven blir presentert, eller hva som er gjort i forkant i form av forelesning, gjennomgått eksempel eller om et spesifikt læringsmål er blitt presentert for timen. Dersom læreren gir for mye hjelp underveis, eller svarer ja/nei på typiske elevspørsmål som «er dette riktig?» eller om læreren er for passiv, så er dette noe som potensielt kan senke kravene og læringsmuligheter for elevene. Læreren bør og tenke gjennom hva formålet med oppgaven er, vurdere hvilke løsninger elevene kan komme med, hvordan elevene eventuelt skal presentere løsningene og hvordan en eventuell helklassesamtale skal foregå, hvilke matematisk område eller prosedyre er det elevene skal lære mer om, hvordan kan læreren kan styre en klassesamtale, men likevel prøve å la samtalen og diskusjonen foregå mellom elevene. Chapman (2013) påpeker at matematikkoppgavene er sentrale i matematikkundervisningen, men at de først tar form i møte med læreren og elevene. Faktorer som påvirker læreren og valgene læreren gjør for oppgavene kan være lærerens fagkunnskaper og fagdidaktiske kunnskaper som blant annet innebærer kunnskap om matematikkoppgavers kognitive krav, kjennskap til elevene, målet med oppgaven og læreren sin holdning om matematikkundervisning (s.2). Dette overlapper med Brown (2009) sitt syn på undervisningsplanlegging, der læreren sine ressurser i form av kunnskap og kompetanse om fag, elever og holdninger, møter fysiske tilgjengelige ressurser, som en lærebok, og læreren sin interaksjon med ressursene ender opp som undervisningsplanen. Det er altså hva læreren gjør ut av oppgavene, som kan gi gode læringsmuligheter for elevene. Dette avhenger ofte av hvor god tid læreren har til å forbedre timene sine, det kan være andre ting som skjer på trinnet som må prioriteres i planleggingstiden, eller det kan, i positiv forstand, være ledelsen som gir tid fra fellestiden til faglærere til for eksempel å diskutere gode måter å arbeide på i faget eller med et spesifikt emne som skal bli prioritert i en periode. Andre faktorer som kan løfte læreren sin kompetanse i faget, både i planlegging, gjennomføring og evalueringen i etterkant, er videreutdanning, felles kursing av kollegaer, planlegging og gjennomføring i fellesskap med kollegaer eller med kollegaobservasjon, samtaler med elever, fagdager med tid til matematisk fordypning og styring fra ledelse med tid til refleksjoner og faglig fokus både individuelt og i fellesskap. Det er mye som påvirker en undervisningsøkt og de potensielle kognitive kravene som ligger i oppgavene, fra en potensiell implementert plan gjennom lærebøker sitt møte med en matematikklærer og læreren sine ressurser, videre til en implementert plan og gjennom selve undervisningsøkten med mulige forstyrrelser, misforståelser og aktivitet til elevene sitter igjen med den oppnådde planen.

6 Avslutning

I dette kapittelet vil jeg besvare problemstillingen og forskerspørsmålene som oppgaven har vært sentrert rundt og jeg vil oppsummere prosessen masteroppgaven har gjennomgått, jeg vil komme med forslag til videre forskning i utvidelse av denne oppgaven og avslutningsvis jeg vil reflektere over hva jeg tar med meg fra prosessen med å arbeide med denne masteroppgaven og hvordan oppgaven kan bidra til andre.

6.1 Problemstilling og konklusjon

I denne masteroppgaven har jeg arbeidet ut i fra problemstillingen som er presentert under;

«Hvilke krav stilles til elevene i algebraoppgavene på 6. og 7.trinn på Campus Inkrement?»

Jeg har også laget to forskningsspørsmål for å avgrense problemstillingen ytterlige.

1. ***«Hvilke potensielle kognitive krav stiller oppgavene i algebrakapitlene på 6. og 7.trinn i Campus Inkrement?»***
2. ***«Hvilken type svar kreves av oppgavene i algebrakapitlene på 6. og 7. trinn i Campus Inkrement?»***

Det jeg søkte å finne svar på var hvilke krav elevene møtte i algebraoppgavene på mellomtrinnet. Læreverket jeg hadde valgt som analyseenhet var Campus Inkrement sine oppgaver innenfor algebra, hovedsakelig på grunn at det er det læreverket skolen jeg arbeider på har tilgang til, samt at det også gjelder de andre grunnskolene i kommunen, dette gjorde oppgavens problemstilling relevant for flere enn meg selv og mine kollegaer.

For å finne svar på problemstillingen har jeg foretatt en kvalitativ teoridreven tekstanalyse, jeg brukte Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk som tar for seg en horisontal og vertikal analyse, med støtte i Smith og Stein (1998) sin Task Analysis Guide. Jeg foretok den horisontale analysen for å få oversikt over bakgrunnsinformasjonen og strukturen i Campus Inkrement, og på grunn av at læreverket er heldigitalt, så la jeg til punkter som omhandler digitale koblinger, *connetions,* fra Gueudet et al. (2016) sin makroanalyse som er en del av et rammeverk de har brukt når de har forsket på e-lærebøker. Det er kun dette tillegget i den horisontale analysen jeg har gjort for å imøtekomme det digitale aspektet ved læreboken, ellers har jeg kodet analyseenhetene på likt grunnlag som jeg ville kodet de i fra en fysisk lærebok. Den vertikale analysen har hatt hovedfokuset i denne masteroppgaven, der benyttet jeg meg av deler av Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk, den delen som omhandler krav, og jeg analyserte oppgavene i algebrakapitlene etter kognitive krav og type svar som krevdes. De kognitive kravene var delt inn i fire kategorier etter Smith og Stein (1998) sitt Task Analysis Guide, memorering og prosedyreoppgaver uten sammenheng gikk under lave kognitive krav, og prosedyreoppgaver med sammenheng og å arbeide matematisk gikk under høye kognitive krav.

For å sikre kvaliteten på analysearbeidet har jeg et eget delkapittel der jeg utdyper mine valg i forhold til oppgavens validitet og reliabilitet. Jeg har blant annet benyttet en velkjent forskningsmetode og etablerte rammeverk, jeg har henvist til andre forskere og deres teori, jeg har diskutert oppgaveanalysene med en kollega med fordypning i matematikk, jeg har vurdert oppgavene nøye og flere omganger, og jeg har vist til flere eksempler og gitt begrunnelser for flere oppgaver innen alle kategoriene som var å finne i analyseenhetene.

Funnene viste seg at oppgavene i stor grad ble kategorisert til lave kognitive krav, og da særlig prosedyreoppgaver uten sammenhenger med matematiske konsepter. Av 452 oppgaver så ble 74 kodet til memoreringsoppgaver, 317 oppgaver ble kodet til å være prosedyreoppgaver uten sammenheng og 61 oppgaver ble kodet til å være prosedyreoppgaver med sammenheng. Det kategoriserer 86 % prosent av oppgavene til lavt kognitivt krevende oppgaver, og ingen oppgaver ble kategorisert til det høyeste kravet som innebærer å arbeide matematisk. Funnene som gjelder hvilken type svar som kreves av oppgavene, viser at det nesten utelukkende var krav om «kun svar», 442 oppgaver krevde kun svar, 4 oppgaver krevde svar og matematisk setning og 6 oppgaver krevde forklaring.

Dersom Campus Inkrement sine videoleksjoner og oppgaver hadde blitt fulgt fra «perm til perm», så kunne bruken med oppgavene rett fra boken resultere i at elevene ikke jobbet nok med oppgaver med høye kognitive krav, som problemløsning og generalisering, og ikke fikk utviklet en god relasjonell matematisk forståelse. Det er en stor overvekt av prosedyreoppgaver i Campus Inkrement, og som Naalsund (2016) poengterer så er prosedyrekunnskap vektlagt i norsk skole, så å arbeide med oppgavene i Campus Inkrement, kan potensielt gi elevene en god instrumentell forståelse. Det at elevene kan bruke algoritmer med god flyt og har noe fagkunnskap som er automatisert er god nytte i arbeid med matematikk, og det frigjør noe av tankekraften og tiden elevene bruker når de løser oppgaver, slik at den kognitive innsatsen kan brukes på andre områder.

Forskningen viser til læreren sin viktige rolle i undervisningen (Remillard, 1999; Brown, 2009; Usiskin, 2013) og i denne masteroppgaven er det læreren som det konkluderes med som den viktigste delen for at elevene får jobbet på best mulig tilpasset kognitivt nivå. Læreren må ha kunnskaper om matematikkoppgaver og kunne analysere hva den aktuelle oppgaven krever, den må kunne justere oppgaven etter hvilket formål læreren har. Endring av oppgaver kan være å for eksempel gjøre den mer kognitivt krevende med å ta bort noe av informasjonen, bruke konkretiseringsmateriale, legge til krav om begrunnelse, utvide oppgaven med tilleggsspørsmål eller krav om andre representasjoner eller generalisering. I og med at ingen oppgaver i Campus Inkrement ble kodet til det høyeste kognitive kravet, *å arbeide matematisk*, så må det nok en del endring til på oppgavene for å innfri det kravet. Lærerens andre ressurser blir da vesentlig, som kompetansen til å kunne lage oppgaver som krever kompleks og selvstendig tenkning og som utfordrer elevene til å utvikle forståelsen for matematiske konsepter, prosesser og relasjoner eller tilgang på slike oppgaver i andre bøker eller nettsteder. Læreren må vurdere hva som skal tilpasses ut i fra oppgavene i boken og i forhold til elevgruppen, det er også viktig at læreren reflekterer over strukturen i en lærebok og ikke bruker boken ukritisk. En enkel justering kan i Campus Inkrement være å jobbe med noen oppgaver før elevene eventuelt får se videoleksjonene, da blir oppgavene mer kognitivt krevende med at de ikke akkurat har sett en lik oppgave gjennomført.

6.2 Videre forskning

Etter mine nettsøk og samtaler med kollegaer, så ser det ut som Campus Inkrement er et unikt heldigitalt læreverk i Norge. Det er flere læreverk som har digitale oppgavebanker som tilleggsressurser, som Gyldendal med Multi Smart Øving og Multi nettoppgaver, mange lærebøker i matematikk er også tilgjengelig via Brettboka, men da som en digital versjon av den fysiske boken. Campus Inkrement er da trolig den eneste digitale læreboken som har videoleksjoner og oppgaver, og de tilbyr læreverk for hele skoleforløpet, fra grunnskolen og ut videregående, og jeg antar derfor at de har den største markedsandelen med over 100 000 brukere allerede i 2017, som er de siste publiserte tallene fra Campus Inkrement (Campus.inkrement.no, a). Den digitale utviklingen i skolen har gått fort fremover etter 2017, der mange skoler nå har en egen digital enhet til hver elev og flere skoler har gått over til heldigitale læreverk i flere fag. Uavhengig av selve innholdet og kvaliteten på Campus Inkrement og andre forlag sine læreverk, så kan Campus Inkrement ha fått brukere på grunn av sitt unike produkt i en tid der flere skoler har blitt mer digitaliserte. En kan undre seg om skolene prioriterer å ta en gjennomtenkt vurdering av de ulike læreverkene som er tilgjengelig før de går til innkjøp av lisenser og/eller bøker, og hva de eventuelt vektlegger og hvem de rådfører seg med. Dette hadde vært et interessant område å forske på, særlig når det er en så bred enighet om lærebokens særdeles viktige rolle i matematikkfaget (Robitaille og Travers, 1992, s.706). Andre vinklinger som hadde vært interessant å forske på innen Campus Inkrement er å lete etter de algebraiske oppgavene som kanskje er innimellom de andre kapitlene, eller at alle oppgavene i ett eller flere årstrinn ble analysert, hadde det vært en større andel av høye kognitive krav på andre trinn, for eksempel ungdomstrinnet eller hadde noen emner vist en tendens til å ha høyere kognitive krav? Campus Inkrement har egne oppgaver som heter aktiviteter, en analyse av kravene innenfor dem hadde vært spennende å se et resultat av, eller en analyse av en fargeløype gjennom et skoleår. Får elevene som konsekvent velger for eksempel grønn løype kun oppgaver som er kategorisert til lavt kognitivt krevende? En annen problemstilling som hadde tatt for seg oppgavene i praksis bruk hadde vært interessant å gjennomføre, kanskje med intervju med elevene og læreren. Det å «sjekke» en lærebok opp mot LK20 sine kjerneelementer og kompetansemål, hadde vært nyttig med tanke på innkjøp av bøker. Fan et al. (2013) konkluderte med at de fleste lærebøker er utilstrekkelig i å presentere matematisk innhold, emner og problemløsning. De fant et stort gap mellom den tiltenkte læreplanen og lærebøkene, og mente at det måtte mer forskning til på området og videre utvikling av fagstoff var også et behov (Fan et al., 2013, s. 640).

Det har vært en spennende prosess å få arbeide med denne masteroppgaven og fått innblikk i ny teori og forskning, og det gir videre inspirasjon til å ha et undersøkende blikk på flere områder innenfor læreryrket. Jeg håper at denne masteroppgaven kan gjøre flere lærere oppmerksomme på de kognitive kravene i en matematikkoppgave og hvilken type svar som etterspørres og være bevist på valg av oppgaver som kan gi ulike læringsmuligheter for elevene.

7 Litteraturliste

Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003): Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering - matematikkfaget som kasus. *Telemarksforskning Notodden*

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Brändström, A. (2005). Differentiated tasks in mathematics textbooks: An analysis of the levels of difficulty (Licentiatavhandling). *Digitala Vetenskapliga Arkivet.*

Bratholm, B. (2001): Godkjenningsordningen for lærebøker 1889 – 2001, en historisk gjennomgang. *Høgskolen i Vestfold, skriftserien* https://www-bib.hive.no/tekster/hveskrift/notat/2001-05/not5-2001-02.html#P138_34941

Brown, M.W. (2009). The Teacher-Tool Relationship: Theorizing the Design and Use of Curriculum Materials. *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction*, 17 – 36.

Campus Inkrement (u.å, a), Campus Matte 5 – 7. Hentet 01.04.2024 fra https://campus.inkrement.no/Home/CampusMatte_5_7

Campus Inkrement (u.å, b), Campus Matte, Arbeidsbøker for 1. og 2. trinn. Hentet 01.04.2024 fra https://campus.inkrement.no/Arbeidsbok

Campus Inkrement (u.å, c), Kunnskapsbase. Hentet 01.04.2024 fra https://support.inkrement.no/support/solutions/articles/75000030735-hvordan-bruker-jeg-diskusjonsoppgavene-

Campus Inkrement (u.å, d), Blogg. Hentet 01.04.2024 fra https://campus.inkrement.no/Blogg/MatteLabb-gir-elevene-regneglede

Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *J Math Teacher Educ*, 16, 1– 6. http://doi.org/10.1007/s10857-013-9234-7

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. Mathematical Thinking and Learning, 12(2), 117–151. http://doi.org/10.1080/10986060903460070

Doyle, W. (1983). Academic work. *Review of Educational Research*, 53(2), 159-199. https://doi.org/10.2307/1170383

Eikrem, B.O., Grimstad, B.F., Opsvik, F., Skorpen, L.B. & Topphol, A.K. (2012): Åleine eller saman? I P. Haug (Red.), Kvalitet i opplæringa: arbeid i grunnskulen observert og vurdert*. Det norske samlaget*

Fan, Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 633–646. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2015). En metodisk studie av innholdsanalyse – med analyser av matematikklæreres undervisningskunnskap som eksempel. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(2), 79–96.

Freeman, D. og Porter A.C. (1989). Do Textbooks Dictate the Content of Mathematics Instruction in Elementary Schools? *American Educational Research Journal*, 26(3), 403-421.

Gleiss, M.S. og Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter, å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Cappelen Damm Akademisk

Gueudet, G., Pepin, B., Restrepo, A., Sabra, H. og Trouche, L. (2016). E-textbooks and Connectivity: Proposing an Analytical Framework. International Journal of Science and Mathematics Education, 16, 539–558 (2018). https://doi.org/10.1007/s10763-016-9782-2

Hiebert, J., Gallimore, R., Gamier, H., Givvhl, K. B., Hollhlgsworth, H., Jacobs, J., Chui, A. M-Y., Wearne, D., Smith, M., Kersthlg, N., Manaster, A., Tseng, E., Etterbeck, W., Manaster, C., Gonzales, P., & Stigler, J. (2003). Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study. *Washington, DC: National Centre for Education Statistics, U.S. Department of Education.*

Hsieh, H.F & Shannon, S.E. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research*, 15 (9), s. 1277–1288.

Igland, T. (2016, 8.januar). Sluttet i jobben, ble mattelærer for nesten 100.000 elever. *Fædrelandsvennen, Magasin.* https://www.fvn.no/magasin/i/2wP5l/sluttet-i-jobben-ble-mattelaerer-for-nesten-100000-elever

Jakobsen, H., Ø. (2012, 31.mai). Derfor er algebra vanskelig. *Forskning.no* https://www.forskning.no/barn-og-ungdom-skole-og-utdanning-matematikk/derfor-er-algebra-vanskelig/703396

Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education: a study of textbooks as the potentially implemented curriculum.* (Licentiate thesis), Luleå University of Technology, Luleå

Johansson, M. (2006a). Textbooks as instruments: three teachers' ways to organize their mathematics lessons. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 11(3), 5–30.

Johansson, M. (2006b). *Teaching Mathematics with Textbooks. A Classroom and Curricular Perspective*. (Doctoral thesis) Luleå University of Technology, Department of Mathematics

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator,* 8 (1), 139-151.

Kieran, C., & Saldanha, L. (2005). Computer algebra systems (CAS) as a tool for coaxing the emergence of reasoning about equivalence of algebra expressions, i H. Chick & J. L. Vincent

(Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, s. 193-200). Melbourne: PME.

Kongelf, T. R. (2015). Introduksjon av algebra i matematikkbøker for ungdomstrinnet i Norge. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3-4), 83-109.

Kunnskapsdepartementet (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen.* Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/overordnet-del

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn (MAT01-05).* Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Lepik, M., Grevholm, B. & Viholainen, A. (2015). Using textbooks in the mathematics classroom – the teachers' view. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3–4), 129–156.

Love, E., & Pimm, D. (1996). This is so: a text on texts. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* Dordrecht: Kluwer Vol. 1, 371-409.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. Bednarz, I.N, Kieran, C., & Lee, L. (red). *Approaches to algebra: perspectives for research and teaching,* 65 - 86. Dordrecht: Kluwer Academic.

Meld. St. 20 (2012-2013). På rett vei: Kvalitet og mangfold i fellesskolen. *Kunnskapsdepartementet*. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld-st-20-20122013/id717308/

Mesa, V. (2004). Characterizing Practices associated with Functions in Middle School Textbooks: An empirical Approach. *Educational Studies in Mathematics, (56), 255 – 286.*

Naalsund, M. (2012). *Why is algebra so difficult? A study of Norwegian lower secondary students' algebraic proficiency.* (Doktorgradsavhandling). Universitetet i Oslo.

Pepin, B., & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. *Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik*, 33(5), 158-175.

Naalsund, M., Dolonen, J.A., Kluge, A. (2015*) Læremidler og arbeidsformer i algebra på mellomtrinnet. En casestudie i prosjektet ARK&APP, matematikk, 5. klasse*. Universitetet i Oslo.

Pepin, B., Gueudet, G., Trouche, L. (2013). Investigating textbooks as crucial interfaces between culture, policy and teacher curricular practice: two contrasted case studied in France and Norway. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 45(5), 685-698. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0526-2

Pepin, B., Gueudet, B., Yerushalmy, M., Trouche, L., & Chazan, D. I (2016). E-textbook in/for teaching and learning mathematics: a potentially transformative educational technology. I L. English & D. Kirshner (Red.), *Handbook of Research in Mathematics Education,* (3), 636 – 661. New York: Taylo*r* & Francis.

Postholm, M. B. & Jacobsen D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.

Usiskin, Z., (2013). Studying textbooks in an information age - a United States perspective. ZDM Mathematics Education 45(5), 713–723. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0514-6

Rezat, S., (2009). The utilization of mathematics textbooks as instruments for learning. Paper presented at the *Proceedings of CERME*. 1260 – 1364.

Remillard, J. T. (1999). Curriculum materials in mathematics education reform: A framework for examining teachers' curriculum development. *Curriculum Inquiry*, 29, 315–342.

Robitaille, D. F., & Travers, K. J. (1992). International studies of achievement in mathematics. In D. A. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning,* 687–709. New York: Macmillan.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15(2), 4–14.

Schmidt, W. H., (2012). Measuring content throught textbooks: The cumulative effect of middle-school tracking. I G. Gueudet, B. Pepin & L. Trouche (Red.), *From text to "lived" resources: Mathematics curriculum material and teacher development.* 143 – 160. New York, NY: Springer.

Smith, M.S, & Stein, M.K. (1998). "Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice." *Mathematics Teaching in the Middle School*", s. 344–50.

Stein, M.K. & Smith, M.S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268 – 275. https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268

Stein, M. K., Grover B. W. & Henningsen, M. (1996) Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488.

Stray, C (1994). "Paradigms Regained: Towards a Historical Sociology of the Textbook," *Journal of Curriculum Studies*, 26(1), 1-29.

Thorvaldsen, S. (2002). *Matematisk kulturhistorie: artikkelsamling,* Vol. 4/2002. Tromsø: Høgskolen i Tromsø, Eureka forlag

Tønnessen, E. (2016, 29.november). Algebratrøbbel er kritisk, *Khrono.* https://www.khrono.no/timss-matemtaikk-naturfag/algebra-trobbel-er-kritisk/148370

Tønnessen, E. (2023, 5.desember). Nedslående resultater for norske elever i matematikk, naturfag og lesing, *Khrono*. https://www.khrono.no/nedslaende-resultater-for-norske-elever-i-matematikk-naturfag-og-lesing/831056

Utdanningsdirektoratet (2020). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn* (MAT01-05).. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/timetall?lang=nob

Utdanningsdirektoratet (2021). *Kunnskapsløftet 2020 – hvorfor har vi fått nye læreplaner?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/hvorfor-nye-lareplaner/

Valenta A. (2016). *Kognitive krav i matematikken.* Publisert på hjemmesiden til Matematikksenteret. http://www.matematikksenteret.no/content/4791/Innholdsside

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). According to the Book. *Springer*. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0844-0

Vincent, J. og Stacey, K., (2008). Do Mathematics Textbooks Cultivate Shallow Teaching? Applying the TIMSS Video Study Criteria to Australian Eighth-grade Mathematics Textbooks. *Mathematics Education Research Journal*, 20(1), 82-107.

Vinje, K. (2023, 25.juli). Det norske matteproblemet. *Nokut-bloggen.* https://www.nokut.no/nokut-bloggen/det-norske-matteproblemet/

Zhu Y. og Fan L., (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: a comparison of selected mathematics textbook from mainland China and the United States. National Science Council, Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education* 2006 (4), 609 – 626.