Høgskolen
i Innlandet

Fakultet for lærerutdanning og pedagogikk

Ellinor Lie

Masteroppgave

Multimodal matematisk argumentasjon på småtrinnet

Multimodal Mathematical Argumentation in Lower Primary Level

Grunnskolelærerutdanning trinn 1-7

2MASTER17

2024

FORORD

Det er med stor glede og vemodighet at fem år i Hamar og på lærerstudiet går mot veis ende. Denne masteren markerer slutten på fem innholdsrike og lærerike år, og jeg ser frem til å (forhåpentligvis) snart kalle meg ferdigutdannet lærer. Arbeidet med masteren har vært en krevende og intens prosess. Å fullføre hadde rett og slett ikke vært mulig uten alle som har bidratt, og mine gode støttespillere. Først og fremst vil jeg takke mamma og pappa for å alltid være behjelpelig. Deres bidrag med korrekturlesing, lufteturer, trøst og gode diskusjoner underveis i prosessen har vært uvurderlig. Jeg vil også takke min veileder Morten Bjørnebye for god veiledning, med raske og konstruktive tilbakemeldinger. Takk for at du har hatt troen på at dette kom til å gå bra. Jeg vil også takke deltakerne i forskningen min, uten dere hadde ikke det ferdige produktet blitt en realitet.

Kanskje viktigst av alt, vil jeg takke mine fantastiske medstudenter og venner som har gjort disse fem årene ved Høgskolen i Innlandet uforglemmelige. Disse årene har vært preget av godt samhold, gode samtaler, latter og endeløse kvelder på dansegulvet. Jeg hadde ikke vært den jeg er i dag uten dere. Jeg vil rette en ekstra takk til mine nære venninner Jenni Elgaaen, Nora Juvhaugen Rønsen og Ida Sundal for et godt samarbeid i og utenfor skolesammenheng. Dere har vært uvurderlig for min utvikling som matematikklærer og har bidratt stort til gleden jeg har funnet i matematikkfaget.

Til slutt vil jeg gi meg selv en klapp på skulderen for å levere et produkt jeg kan være stolt av. Hadde noen fortalt meg i begynnelsen av mars at denne masteren skulle rekke å stå ferdig til 15.mai, hadde jeg ikke trodd dem.

Hamar, mai 2024

Ellinor Lie

SAMMENDRAG

Denne masteravhandlingen undersøker multimodal matematisk argumentasjon på småtrinnet. Problemstillingen er «*Hva karakteriserer 2.trinnselevers multimodale matematiske argumentasjon i arbeid med problemløsningsoppgaver?».* Formålet med studien er å kunne si noe om hvordan småtrinnselevers matematiske argumentasjon vises gjennom multimodalitet, hva som utløser argumentasjonen og om argumentasjonen er matematisk forankret eller ikke. Med en kvalitativ tilnærming ble det gjennomført observasjon med videoopptak av elevenes arbeid med problemløsningsoppgaver. Nordin og Boistrup (2018) sitt rammeverk for å identifisere matematisk argumentasjon, er brukt som overordnet teoretisk rammeverk for oppgaven, og er i en tilpasset versjon brukt for å analysere datamaterialet.

Studiens funn peker på at det multimodale perspektivet er avgjørende for å forstå småtrinnselevers matematiske argumentasjon, og at et fokus på de non-verbale modalitetene gir lærere et godt grunnlag for å støtte elevenes matematiske utvikling. Videre vektlegges det sosiale aspektet ved argumentasjon. Studiens funn peker også på elevenes intuitive tilnærming til matematisk argumentasjon, og løfter viktigheten av å integrere matematisk argumentasjon tidlig i skoleløpet.

ABSTRACT

This master's thesis examines multimodal mathematical argumentation in lower primary level. The research question is *"What characterizes second-grade students' multimodal mathematical argumentation when working with problem-solving tasks?"*. The purpose of this study is to understand how primary school students' mathematical argumentation appears through multimodality, what triggers the argumentation, and whether the argumentation is mathematically grounded or not. Employing a qualitative approach, observations with video recordings of students' work on problem-solving tasks were conducted. Nordin and Boistrup's (2018) framework for identifying mathematical argumentation served as the overarching theoretical framework for the thesis and was adapted to analyze the data.

The findings of this study indicate that the multimodal perspective is crucial for understanding primary school students' mathematical argumentation. With a focus on non-verbal modalities, this perspective provides teachers with a basis for supporting students' mathematical development. Furthermore, the social aspect of argumentation is emphasized. The study also highlights students' intuitive approach to mathematical argumentation, emphasizing the importance of integrating mathematical argumentation in the early years of school.

Innholdsfortegnelse

1.0 Innledning

I dagens komplekse og stadig mer globaliserte samfunn er evnen til å kommunisere med andre avgjørende. Å kunne formulere og vurdere argumenter og på denne måten utvikle argumentasjonsferdigheter er sentralt for effektiv kommunikasjon og sosial læring (Kunnskapsdepartementet, 2017). Utviklingen av argumentasjonsferdigheter bør vektlegges i skolen, da de ikke bare bidrar til akademisk suksess, men også til å forberede elevene på å bli aktive deltakere i samfunnet. Argumentasjonsferdigheter er også sentralt i spesifikke fagområder som matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2019). Å integrere argumentasjonsferdigheter i matematikkundervisningen kan derfor anses som en nøkkel til å utvikle elevenes forståelse av faget og deres evne til å anvende matematikk i ulike kontekster. Som kommende lærer på småtrinnet er jeg nysgjerrig på hvor tidlig argumentasjonsferdigheter i matematikk er synlig hos elever, og hvor tidlig dette aktivt kan jobbes med. Med denne masteravhandlingen ønsker jeg å undersøke hvordan matematisk argumentasjon viser seg i klasserommet, og hva som karakteriserer elevenes intuitive argumentasjonsferdigheter.

1.1 Bakgrunn for tema

1.1.1 Forskning

Det sosiale aspektet ved læring i matematikk har over flere år fått større anerkjennelse (Lerman, 2000), noe som har resultert i forskningsfeltets store fokus på argumentasjon og argumentasjonsferdigheter i matematikkfaget. Flere forskere peker på at argumentasjonsferdigheter er avgjørende for effektiv kommunikasjon og konseptuell forståelse (Lin, 2018; Mueller, 2009; Stylianides, 2007). Matematisk argumentasjon anses som et primært sosialt fenomen (Krummheuer, 1995) og flere ser på argumentasjonens rolle i å lære matematikk (Knudsen et al., 2018; Krummheuer, 2007). Argumentasjon kan anses som en *forutsetning* for å lære matematikk fremfor bare et ønsket resultat, og på denne måten kan vi si at læring av matematikk er *argumentativ* læring (Krummheuer, 2007, s. 62). Knudsen et al. (2018) peker på at matematisk argumentasjon løfter et spørsmål om like muligheter. Gjennom å gi elever tilgang til ferdigheter i matematisk argumentasjon allerede på barne- og ungdomsskolen vil hjelpe elevene mot et høyere nivå av matematisk kunnskap og ferdigheter i senere skoleløp (Knudsen et al., 2018, s. 2).

Flere forskere ser på matematisk argumentasjon i et multimodalt perspektiv (Hancock, 2019; Nordin & Boistrup, 2018; Schwarz & Prusak, 2016). Nordin og Boistrup (2018) peker på at gjennom å inkludere et multimodalt perspektiv, åpnes det muligheter for å fange opp uformell argumentasjon i hverdagslige klasseromssituasjoner. En sentral del av å lære matematikk, er å lære funksjonen til formelle matematiske modaliteter som symboler og matematiske figurer, noe som kan utvikles gjennom å ha et fokus på multimodalitet og elevers bruk av mer uformelle modaliteter (Nordin & Boistrup, 2018).

1.1.2 Utdanning

Argumentasjon er ikke bare fremtredende i forskningsfeltet, men er også sentralt i skolesammenheng og læreplanverk som LK20 og NCTM 2000 (Kunnskapsdepartementet, 2017; National Council of Teachers of Mathematics, 2000). I den norske læreplanens overordnede del, inngår argumentasjon og kommunikasjon som en ferdighet som skal implementeres i skolehverdagen (Kunnskapsdepartementet, 2017), men det knyttes også direkte til matematikkfaget. Resonnering og argumentasjon er et av kjerneelementene i matematikkfaget, og vektlegger at elever i matematikk skal begrunne sine resonnement, fremgangsmåter og løsninger og bevise at disse er gyldige (Kunnskapsdepartementet, 2019). Flere kjerneelement løfter viktigheten av argumentasjon. I kjerneelementet representasjon og kommunikasjon presiseres det at «... kommunikasjon i matematikk handler om at elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnementer» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Kjerneelementene gjelder for alle årstrinn i skolen, og selv de yngste elevene skal kommunisere og uttrykke argumenter i matematikk.

1.1.3 Egen erfaring

Som elev selv, og i praksis som lærerstudent, har jeg erfart at elever allerede på småtrinnet sitter med interessante løsninger og resonnement, men at de ikke nødvendigvis evner å forklare hvorfor løsningene deres stemmer. Dette tenker jeg har en sammenheng med at det gjerne er lite rom for at elevene selv resonnerer og argumenterer, og at elevene ofte blir publikum for lærerens resonnement (Lin, 2018).

Forskning på matematisk argumentasjon gjennomføres ofte på mellomtrinnet og oppover, og forskningen har gjerne et lærerperspektiv på argumentasjon (Kuhn, 1991; Lin, 2018; Makar et al., 2015). Der det er forskning på småtrinnselevers argumentasjon, er dette gjerne med et fokus på hva *læreren* kan gjøre for å fremme utviklingen av disse ferdighetene (Conner et al., 2014; Fielding-Wells & Makar, 2012; Lin, 2018). Det er tilsynelatende gjennomført mindre forskning med et elevperspektiv, og på elevers intuitive argumentasjon i småskolealder. Jeg ønsker derfor å rette fokus på de yngre elevenes argumentasjonsferdigheter. På grunn av deres unge alder har jeg som Nordin og Boistrup (2018) tatt et multimodalt perspektiv for å fange opp eventuell uformell argumentasjon og elevenes bruk av ulike modaliteter.

For å ha et spesifikt matematisk tema eller område å knytte den matematiske argumentasjonen til, har jeg valgt problemløsning. Matematiske problem og problemløsning har også fått større plass i matematikkfaget (Kunnskapsdepartementet, 2019). Schoenfeld (2016) legger frem et syn på problemløsning der problemløsning ikke nødvendigvis blir ansett som et mål i seg selv, men at problemløsning brukes i skolen for å lette oppnåelsen av andre mål. I denne masteravhandlingen brukes problemløsning med formål om å fange opp matematisk argumentasjon.

1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

Med min masteravhandling ønsker jeg å undersøke elevenes intuitive argumentasjonsferdigheter, forekomsten av multimodal matematisk argumentasjon og hvordan disse kommer til uttrykk i klasserommet. Derfor har jeg valgt å formulere problemstillingen min slik:
Hva karakteriserer 2.trinnselevers multimodale matematiske argumentasjon i arbeid med problemløsningsoppgaver?

For å kunne svare på denne problemstillingen har jeg formulert tre forskningsspørsmål:

1. *Hvordan viser matematisk argumentasjon seg hos elevene gjennom multimodalitet?*
2. *Hva utløser elevenes multimodale argumentasjon i problemløsningsprosessen?*
3. *I hvilken grad er argumentasjonen forankret matematisk?*

1.2.1 Bakgrunn for utforming av forskningsspørsmål

For å kunne si noe om hva som karakteriserer elevenes multimodale matematiske argumentasjon, så jeg det nødvendig å se på flere element ved argumentasjon, og formulerte derfor tre forskningsspørsmål.

Første forskningsspørsmål handler om hvordan elevenes argumentasjon viser seg. Gjennom å bruke rammeverket til Nordin og Boistrup (2018), forsøker jeg i dette forskningsspørsmålet å identifisere hva som finnes av matematisk argumentasjon og hvordan denne argumentasjonen vises gjennom bruk av multimodalitet.

Forskningsspørsmål 2 er utviklet for å fange opp *når* elevenes argumentasjon kommer. Målet med forskningsspørsmålet er å undersøke om det noe spesifikt som må til for at elevene argumenterer og hva som utløser argumentasjonen. Jeg så det nødvendig å ha med et forskningsspørsmål knyttet til dette, fordi jeg ønsker å se på elevenes argumentasjon uten innføring og helt intuitivt hvordan elevene argumenterer, eller om de argumenterer i det hele tatt.

På grunn av elevenes alder, ønsker jeg også å avdekke om elevenes argumentasjon er matematisk eller ikke, noe som førte til forskningsspørsmål 3. For å kunne si noe ytterligere om hva som karakteriserer elevenes argumentasjon, valgte jeg derfor å inkludere dette forskningsspørsmålet i håp om å avdekke i hvor stor grad argumentasjonen er knyttet til matematiske element, eller om argumentasjonen heller er knyttet til kontekst og eventuelle andre ting.

1.3 Oppgavens oppbygging

For å gi et helhetlig bilde av studiens forskningsprosess er masteravhandlingen strukturert på følgende måte: I neste kapittel vil jeg trekke frem teorier og tidligere forskning som er relevant for min vinkling av oppgaven som fundament for datainnsamling, analyse og drøfting. Her vil også det overordnede teoretiske rammeverket jeg benytter presenteres. Deretter, i kapittel 3 metode, blir mitt vitenskapsteoretiske ståsted presentert, metodiske valg vil beskrives, begrunnes og reflekteres over. Etiske refleksjoner, samt tilpasninger og begrensninger som er tatt i betraktning underveis i forskningsprosessen vil også presenteres i dette kapittelet. I kapittel 4 blir analysen og resultatene av forskningen presentert. Videre, i kapittel 5 drøftes funnene i lys av teori og forskning presentert i oppgavens teorikapittel. Til slutt vil både funn og forskningsprosess oppsummeres, og det blir presentert forslag til videre forskning og avsluttende kommentarer.

2.0 Teori og tidligere forskning

I dette kapittelet presenteres teori og tidligere forskning relevant for denne studien. Kapittelet tar først for seg sosiokulturell læringsteori og setter det sosiale aspektet som ramme for oppgaven. Videre redegjøres det for matematisk argumentasjon, og sentrale element ved dette. Deretter presenteres multimodalitet og oppgavens overordnete rammeverk, for å tydeliggjøre sammenhengen mellom matematisk argumentasjon og multimodalitet. Rammeverket presenteres for å gi en oversikt over hvilket overordnede rammeverk som brukes for å identifisere og analysere funn knyttet til studiens problemstilling. Videre presenteres tidligere forskning, før det redegjøres for matematisk og kontekstuell forankring. Avslutningsvis i kapittelet presenteres begrepet sosiomatematiske normer.

2.1 Sosiokulturell Læringsteori

Det finnes flere ulike tilnærminger til hva læring er, og hva som bør fokuseres på i skolen og klasseromsundervisning, avhengig av hvilket teoretisk perspektiv man har. Denne masteravhandlingen tar utgangspunkt i en sosiokulturell forståelse av læring og utvikling, og ser på læring og læringsaktiviteter som primært sosiale fenomener (Wittek, 2004, s. 53). I likhet med Wittek (2004), forstås læring i denne sammenheng som en prosess som ikke kan ses uten kontekst, det må ses i lys av det sosiale livet den lærende personen deltar i (Wittek, 2004, s. 51). Sosiokulturell læringsteori introduserer et syn på læring og utvikling hvor sosial aktivitet og sosiale relasjoner er sentralt for et individs kognitive utvikling (Walshaw, 2017, s. 294). Vygotskij (1934/2001) gjør rede for en teori hvor kommunikativ eller sosial tale er sentralt i barns evne til logisk tenking og utvikling av språk. Dette synet tar utgangspunkt i at utviklingen av tenking skjer i en prosess fra det sosiale til det individuelle (Vygotskij, 1934/2001, s. 50). Teorien knytter også logisk tenking sammen med kommunikasjonen mellom barnets og andres bevissthet, og peker på at konstruksjon av kunnskap, og utvikling av tenking og språk skjer i samspill med omgivelsene rundt oss (Vygotskij, 1934/2001).

Et slik syn på læring og kognitiv utvikling kan knyttes til elevers utvikling av matematisk tenkning (Walshaw, 2017, s. 295). Ifølge Walshaw (2017), med utgangspunkt i Lev S. Vygotsky sine teorier, er matematisk utvikling i en sosiokulturell forståelse konseptualisert som en prosess som involverer blant annet deltakelse, kommunikasjon, inkludering og samarbeid (Walshaw, 2017, s. 293). For å utvikle matematisk tenkning kan læreren bruke språket for å tilby elevene en mulighet til å forbedre sin etablerte kunnskap og skape nye felles forståelser; med andre ord kan språket brukes som verktøy for å skape og styrke en felles forståelse i det matematiske klasserommet (Walshaw, 2017, s. 295). Videre i denne masteravhandlingen er sosiokulturell forståelse forankret som mitt teoretiske ståsted, og vil fungere som en ramme for hva som presenteres av teori og tidligere forskning.

2.2 Matematisk argumentasjon

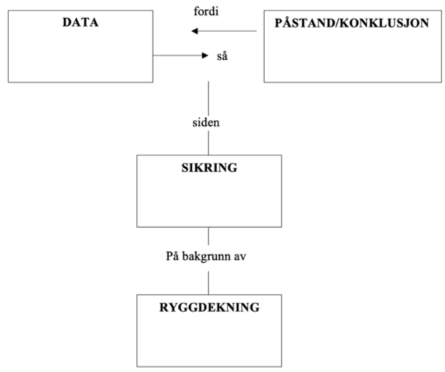
Matematisk argumentasjon er en ferdighet som ofte drøftes og anses som et sentralt begrep i matematikkfaget, noe som understrekes både i forskningslitteraturen (Krummheuer, 1995; Nergård, 2021; Nordin & Boistrup, 2018) og i undervisningsplanverk (Kunnskapsdepartementet, 2019; National Council of Teachers of Mathematics, 2000).
I dette delkapittelet fremlegges ulike definisjoner og forståelser av konseptet matematisk argumentasjon, som setter rammen for senere drøfting. For å gi en bredere forståelse for matematisk argumentasjon, løftes også andre sentrale element ved argumentasjon i følgende del.

2.2.1 Argumentasjon som prosess

Krummheuer (1995) legger frem at de kommunikative aspektene ved argumentasjon er viktig. Han vektlegger at argumentasjon ikke bør ses på som en isolert aktivitet, på grunn av de argumentative aspektene ved hverdagslige aktiviteter. Videre vektlegger han at man bør se på samspillet mellom bevisst argumentasjon og de argumentative aspektene ved hverdagslige situasjoner (Krummheuer, 1995, s. 231). Krummheuer (1995) beskriver argumentasjon som prosessen der en enkeltperson forsøker å overbevise et publikum. Det er ifølge Krummheuer (1995) fort å knytte matematisk argumentasjon til bevis. Videre vektlegger han at begrepene argument og argumentasjon ikke nødvendigvis trenger å eksklusivt knyttet til formell logikk, slik som i bevis og bevisføring (Krummheuer, 1995, s. 235). Argumentasjon handler i større grad om å overbevise seg selv og andre, og derfor trenger ikke matematisk argumentasjon nødvendigvis å føre til en logisk korrekt konklusjon for å bli betraktet som et argument (Krummheuer, 1995, s. 237).

For å vektlegge og styrke forståelsen av argumentasjon som en prosess, trekker Krummheuer (1995) frem to ulike aspekt ved argumentasjon; argument som *resultat av* argumentasjon og argument som *del av* en argumentasjon. Han ser altså på argumentasjon både som de argumentene som presenteres i etterkant av en resonnering og argumentasjonsprosess, og de argumenter som skjer underveis i argumentasjons- og resonneringsprosessen (Krummheuer, 1995, s. 235). Krummheuer (1995) legger frem at den grunnleggende ideen om funksjonaliteten i en argumentasjon ligger i at man forsøker å støtte en påstand som er satt tvil ved. Dette gjøres ved å trekke slutninger eller komme til en forståelse basert på andre uttalelser (Krummheuer, 1995, s. 240).

For å utforske det funksjonelle aspektet ved argumentasjon har Krummheuer (1995) utviklet en revidert modell for matematisk argumentasjon, med utgangspunkt i Toulmin (1969) argumentasjonsmodell. Han poengterer av modellen er et skjema for å representere en ideell modell av argumentasjon, men at argumentasjon i faktiske situasjoner ofte forekommer delvis eller med stor variasjon (Krummheuer, 1995, s. 239, 240). Modellen består av fire ulike deler, som har ulike roller i argumentasjonsprosessen; data, claim, conclusion, warrant og backing (Krummheuer, 1995, s. 247). De norske oversettelsene som blir brukt videre i masteravhandlingen er data, påstand, konklusjon, sikring og ryggdekning. Videre presenteres de ulike komponentene i modellen, sammen med andre definisjoner av tilsvarende begrep.



Figur 1: Argumentasjonsmodell basert på Krummheuer (1995), egen oversettelse. (Se figur 3 for stor versjon)

Når vi argumenterer må det foreligge noe å argumentere rundt eller for (Knudsen et al., 2018; Krummheuer, 1995; Nordin & Boistrup, 2018). Nordin og Boistrup (2018) peker på at for at et utsagn skal kunne regnes som en del av et argument eller en argumentasjon, må noen komme med en *påstand*. Påstander er matematiske utsagn som vi tenker kan være sann, og som vi kan avgjøre om er sann eller ikke (Knudsen et al., 2018, s. 5, 40). En påstand kan ifølge Krummheuer (1995) være noe man antar er sant og er gjerne det samme som vi ender opp med å konkludere med. Påstander kan også bare være svaret på et problem, da det er noe man tror er sant (Nordin & Boistrup, 2018, s. 18).

Data er det grunnlaget den som har kommet med en påstand, forankrer påstanden sin i (Krummheuer, 1995, s. 241; Nordin & Boistrup, 2018, s. 18). Data er gjerne fakta, uttalelser eller uttrykk som påstanden baserer seg på. Nordin og Boistrup (2018) peker på at i en multimodal tilnærming kan data uttrykkes gjennom ulik typer modaliteter, og gjennom flere enn én modalitet av gangen.

For å koble sammenhengen mellom data og påstanden, kommer argumentasjonens *sikring*. For at noe skal kunne regnes som argumentasjon vektlegger Nordin og Boistrup (2018) at det må være en klar kobling mellom data og påstand. Sikring er de elementene i argumentasjonen som sikrer sammenhengen mellom data og påstand (Nordin & Boistrup, 2018, s. 20). Ifølge Nordin og Boistrup (2018) anses sikringen i en matematisk argumentasjon som valid dersom den er matematisk forankret, nærmere forklart i kapittel 2.6.

I noen tilfeller er ikke en sikring nok til å «godkjenne» påstanden, og det er behov for et videre element som knytter sikringen, dataen og påstanden sammen (Krummheuer, 1995, s. 243). Dette elementet kalles *ryggdekning*. Dette elementet presiserer hvorfor sikringen er valid, og hvordan den er anvendbar i argumentasjonen. Ifølge Nordin og Boistrup (2018, s. 18) anses ryggdekning som et potensielt fjerde element i en argumentasjon, da det ikke alltid er behov for en videre presisering av sikringen.

I argumentasjon er ofte påstand og *konklusjon* det samme utsagnet, og Krummheuer (1995) har beskrevet denne sammenhengen gjennom å knytte påstand og konklusjon til argumentasjonens data. Krummheuer (1995) basert på Toulmin (1969) beskriver denne sammenhengen som: påstand fordi data og data, så konklusjon (Krummheuer, 1995, s. 241). Krummheuer (1995) legger også frem et aspekt; argument som *resultat* av argumentasjon. Her er argumentene som foreligger et resultat av elevenes resonnering og argumentasjonsprosess og kan ses på som en konklusjon til påstanden. Krummheuer (1995) vektlegger likevel at matematisk argumentasjon i større grad handler om å overbevise seg selv og andre, og at argumentasjonen ikke nødvendigvis trenger å føre til en logisk korrekt konklusjon for å betraktes som argument.

Durand-Guerrier et al. (2012) legger også frem en forståelse av argumentasjon, og tar et utdanningsperspektiv. Argumentasjon ses i denne sammenheng på som «… any written or oral discourse conducted according to shared rules, and aiming at a mutually acceptable conclusion about a statement, the content or the truth of which is under debate» (Durand-Guerrier et al., 2012, s. 349). Her anses altså enhver diskurs, både skriftlig og muntlig, som kommer i forbindelse med å etablere en akseptert konklusjon rundt den påstanden, sannheten eller temaet som er under utforsking.

Til informasjon forstås diskurs i denne masteravhandlingen som samtaler i gitte kontekster (Grue, 2023). Diskurs beskriver mønstre i måten vi samtaler, og viser gjerne til felles forståelser og tankesett. Disse mønstrene gir språklige og sosiale betingelser (Grue, 2023). Dette begrepet blir ikke videre redegjort for, men brukes i flere sammenhenger for å beskrive elevenes felles diskurs i matematikk og i klasserommet.

Durand-Guerrier et al. (2012) vektlegger også at kommunikasjonskompetanse er svært viktig, spesielt i et utdanningsperspektiv. For å få trent denne ferdigheten kreves det minst én lytter som kan reagere, utfordre eller gjøre mening av det som kommuniseres (Durand-Guerrier et al., 2012, s. 359). Denne ferdigheten trekker de særlig frem i forbindelse med arbeid med matematisk argumentasjon på skolen.

Knudsen et al. (2018) peker på at for å forstå hva matematisk argumentasjon er, må vi forstå hva det *ikke* er. De legger frem et syn hvor problemløsning ofte krever løsninger som er nøye resonnert, men ikke nødvendigvis argumenter (Knudsen et al., 2018, s. 3). De viser derfor til et skille mellom matematiske praksiser som problemløsning, modellering og argumentasjon, og hvordan matematikk anvendes i de ulike kontekstene. De matematiske praksisene kan ha samme utgangspunkt, men formuleringen på oppgaven avgjør hvilken matematisk praksis som blir etterspurt. Med Knudsen et al. (2018) forståelse vil problemløsningsoppgaver altså spørre etter en eller flere løsninger, mens argumentasjonsoppgaver ofte bruker spørsmål som «er dette alltid sant?», for å fremme argumentasjon og ikke bare løsninger (Knudsen et al., 2018, s. 3). Argumentasjonsoppgaver eller spørsmål er ifølge Knudsen et al. (2018) ute etter *hvordan* eller *hvorfor* og har et fokus på å overbevise andre om en påstand eller et utsagn er sant eller ikke.

I likhet med Krummheuer (1995) ser Knudsen et al. (2018) på matematisk argumentasjon som en prosess. Knudsen et al. (2018) presenterer argumentasjonsprosessen i en modell bestående av fire deler; generere eksempler, lage påstander, argumentere og konkludere. Argumentasjonsprosessen er ikke nødvendigvis kronologisk hvor den samme rekkefølgen alltid forekommer, elevene kan veksle frem og tilbake mellom de ulike fasene i modellen (Knudsen et al., 2018, s. 4). En god argumentasjon er ifølge Knudsen et al. (2018) å gå utover en personlig utforskning av en idé; det er en sammenhengende kjede av uttalelser som overbeviser andre om påstanden er sann eller usann (Knudsen et al., 2018, s. 62).

Første fase i Knudsen et al. (2018) argumentasjonsmodell er generere eksempler. I denne fasen utforsker elevene eksempler og oppgaver, de bygger et grunnlag å lage påstander på. I modellens andre fasen er fokuset på å konstruere påstander. Denne fasen handler om å utforme gode påstander som videre skal argumenteres for, basert på de eksemplene elevene har utforsket i første fase. Argumentasjonsmodellens tredje fase er argumentere eller begrunne. I denne fasen kommer elevene med argumenter for om påstanden er sann eller ikke. Knudsen et al. (2018) siste fase er konklusjonsfasen. De vektlegger at i en argumentasjonsprosess trenger vi å konkludere med om påstanden er sann eller usann. I konklusjonsfasen skal klassen eller de som jobber sammen i gruppe komme til en enighet rundt argumentasjonen og påstanden. Knudsen et al. (2018, s. 7) deler konklusjonsfasen i to: det skal avgjøres om påstanden stemmer eller ikke basert på argumentene som ble presentert, og det argumentasjonen skal oppsummeres i en logisk rekkefølge.

I forståelsene av matematisk argumentasjon presentert ovenfor bygger argumentasjon på elevenes resonnering, og resonnering er derfor sentralt å definere. Lithner (2008, s. 257) definerer resonnering som tankeprosesser, som produktet av disse prosessene, eller begge deler. Resonnement blir derfor sett på som tankegangen eller prosessen som blir tatt i bruk for å produsere påstander og komme til konklusjoner i oppgaveløsning (Lithner, 2008, s. 257). For å sette resonnering i direkte sammenheng med matematisk argumentasjon kan vi se til kjerneelementet resonnering og argumentasjon i læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2019). Der vektlegges det at resonnering handler om «... å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer at elevene skal forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Læreplanen vektlegger at i matematikkfaget skal elevene utforme egne resonnement. Resonnering kobles til argumentasjon gjennom at elevene i matematisk argumentasjon skal «... begrunne fremgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige» (Kunnskapsdepartementet, 2019).

2.2.2 Ulike element ved matematisk argumentasjon

I kommende del fremlegges ulike aspekt eller element ved argumentasjon. Dette er ikke uttømmende, men presenterer deler som er sentrale for å kunne drøfte masteravhandlingens problemstilling. Her presenteres uformell argumentasjon, forskjellen på argumentasjon og bevis, kollektiv argumentasjon, argumentasjon som en ferdighet som må læres, og sosio-kognitiv konflikt.

2.2.2.1 Uformell argumentasjon

Selv om barn og «nybegynnere» i matematikk ikke nødvendigvis følger formell matematisk tankegang, evner de ifølge Tall et al. (2012, s. 16) og Lin (2018), å utforske virkelige situasjoner, diskutere mønstre, oppdage sammenhenger og utvikle språk til å beskrive disse sammenhengene og egenskapene. Denne utforskningen gir barn muligheten til å etter hvert bruke egenskapene og operasjonene de har erfart til å etablere regler og mønstre. Disse reglene og mønstrene er ikke nødvendigvis fullstendig korrekte, men er en viktig form for matematisk tenkning og resonnering som spiller en rolle for elevenes videre utvikling av logiske resonnement (Lin, 2018; Tall et al., 2012).

Uformell argumentasjon kan også knyttes til elevenes alder. Kuhn (1991) peker på at argumentasjonsferdigheter som observeres ved en spesifikk alder kan observeres tidligere. Gjennom å endre oppgavens betingelser til å være mer støttende og tilrettelagt alderen (Kuhn, 1991, s. 287). Her vil gjerne argumentasjonsferdighetene fremstå delvis utviklet eller av uformell grad. Argumentasjonsferdighetene vil med alder bli mindre avhengig av kontekst og de alderstilpasningene som er gjort. Kuhn (1991, s. 288) løfter frem at gjennom å fremkalle ferdighetene i strukturerte og forenklede sammenhenger i takt med økende alder, kan argumentasjonsferdighetene forbedres.

2.2.2.2 Argumentasjon og bevis

Fosnot og Jacob (2010) legger frem et syn på at man kan oppmuntre barn til å utvikle overbevisende argumenter og deres syn på skillet mellom argumentasjon og bevis. Gjennom å spørre «hvorfor» og gjennom å inkludere barn i et fellesskap hvor de blir sett på som små matematikere, legger vi opp til en utvikling av en god diskurs rundt bevis og argumentasjon i det matematiske klasserommet (Fosnot & Jacob, 2010, s. 175). I likhet med andre forskere (Knudsen et al., 2018; Krummheuer, 1995; Nordin & Boistrup, 2018) vektlegger Fosnot og

Jacob (2010) viktigheten av å ha et publikum for argumentasjonen og det å øve seg på å vurdere andres (og egne) argumenter (Fosnot & Jacob, 2010, s. 175). Ved å legge til rette for publikum for elevenes argumenter og resonnering, legges det et grunnlag for utvikling av mer presist språk og å kunne uttrykke egne resonnement. For de yngste elevene leder dette ofte til bevisstheten rundt egne resonnement og resonneringsevne (Fosnot & Jacob, 2010, s. 175). Videre trekker Fosnot og Jacob (2010) frem at for å få elever til å forstå kompleksiteten og «the beauty» av matematisk argumentasjon og senere bevis, må vi skape et miljø og en klasseromskultur hvor de kan utvikle argumenter, reflektere, være kritisk og stille spørsmål (Fosnot & Jacob, 2010, s. 191). De peker også på at elever bør modellere tankegangen sin og hvilke strategier og konsept som ligger bak, slik at de kan drøfte logikken i resonneringen sin.

Tall et al. (2012, s. 171) legger frem at det i matematikkundervisningen har blitt vanlig å bruke begrepet bevis for ekte eller fullstendige bevis, mens begrepet argumentasjon blir brukt om resonnering som ikke enda er fulle bevis. Også Fosnot og Jacob (2010) trekker frem at barns «bevis» eller argumentasjon ser annerledes ut enn den formelle bevisføringen profesjonelle matematikere driver med, men at gjennom å støtte og oppfordre til argumentasjon kan selv unge barns argumenter baseres på flere logiske sammenhenger (Fosnot & Jacob, 2010, s. 192). Gjennom å få formulere argumenter, bygger elever et godt grunnlag for mer avansert matematikk de vil møte senere i skoleløpet (Fosnot & Jacob, 2010, s. 192).

2.2.2.3 Kollektiv argumentasjon

Argumentasjon forekommer ikke bare som en individuell ferdighet; kollektiv argumentasjon er også relevant for unge elevers matematiske argumentasjon. En måte å definere kollektiv argumentasjon på, er argumentasjon som dannes i samspill mellom lærer og elever, eller små grupper med elever (Conner et al., 2014; Zhuang & Conner, 2022). Her ses kollektiv argumentasjon på som en prosess hvor matematiske påstander konstrueres og argumenteres for sammen. Selv om matematisk argumentasjon anses som et sosialt fenomen, er det gjerne én person som utvikler en hel argumentasjonsprosess, fra påstand, til argumenter i form av sikring og ryggdekning, helt til konklusjonen. Krummheuer (1995) vektlegger at nettopp på grunn av sosiale aspektet vil argumentasjon noen ganger utføres av flere deltakere samtidig. I kollektiv argumentasjon kan derfor påstanden komme fra én person mens de andre argumentasjonskomponentene kan komme fra lærer eller medelever, og utformes sammen i en kollektiv prosess (Conner et al., 2014; Zhuang & Conner, 2022). Krummheuer (1995) vektlegger også at en kollektiv argumentasjon ikke nødvendigvis er harmonisk eller følger en logisk tankerekke. I kollektiv argumentasjon forekommer gjerne rettelser, modifiseringer eller erstatninger av tanker, utsagn og ideer om hverandre (Krummheuer, 1995).

2.2.2.4 Argumentasjon- en ferdighet som må innføres

Flere viser til at elever eksplisitt må lære hva argumentasjon er for å utvikle argumentasjonsferdigheter (Knudsen et al., 2018; Kuhn, 1991). Kuhn (1991) trekker frem et perspektiv på skolens og lærerens rolle i utviklingen av argumentasjonsferdigheter. Her trekkes det frem at skolen forsterker og styrker allerede eksisterende ferdigheter som kanskje er implisitte eller lite formell, fremfor å innføre ferdigheter som er fraværende (Kuhn, 1991, s. 191). Knudsen et al. (2018) legger også frem at elever trenger hjelp og veiledning til å forstå hva argumentasjon er i en matematisk kontekst (Knudsen et al., 2018, s. 4). Videre vektlegger de lærerens rolle i å oppfordre til å komme med påstander, stille spørsmål om «hvorfor er dette alltid sant?» for å oppfordre til argumentasjon og presenterer ulike lærergrep som kan brukes i de ulike delene av argumentasjonsprosessen (Knudsen et al., 2018). Det er ikke nødvendigvis slik at elever vet hva påstander er, hva det vil si å komme med en påstand, eller i det hele tatt hva argumentasjon er for noe (Knudsen et al., 2018). Det samme gjelder argumenter og begrunnelser, det er ikke sikkert elevene vet hva som skal til for å begrunne noe, og peker på at det er en pågående prosess å tydeliggjøre for elevene hva påstander og begrunnelser innebærer. Knudsen et al. (2018) vektlegger derfor lærerens rolle og kommer med ulike tips og lærergrep som kan brukes for å få elevene til å bruke presist matematisk språk i argumentasjonsprosessen, og for at elevene skal forstå hva det vil si å argumentere (Knudsen et al., 2018, s. 44–45).

2.2.2.5 Sosio-kognitiv konflikt

Schwarz og Prusak (2016) kobler matematisk argumentasjon til kognitiv konflikt. Kognitiv konflikt er en indre konflikt som oppstår når en elev konfronteres med noe som avviker fra det som er forventet av resultat, fakta eller meninger, og trigges av usikkerhet, overraskelser og nysgjerrighet (Schwarz & Prusak, 2016, s. 389). Ifølge Schwarz og Prusak (2016) er kognitiv konflikt ansett som en nødvendighet for å konstruere kunnskap, og de peker på at stort sett alle modeller som prøver å forklare konstruksjon av kunnskap har vektlagt kognitiv konflikt. Kognitiv konflikt knyttes til Piaget og assimilering og akkomodasjons rolle for kognitiv utvikling (Schwarz & Prusak, 2016, s. 389). Ifølge Schwarz og Prusak (2016) ser

Mugny og Doise (1978) derimot på kognitiv konflikt som noe som forekommer i sosiale settinger fremfor et psykologisk og individuelt konsept, og bruker begrepet sosio-kognitiv konflikt. Denne masteravhandlingen tar videre utgangspunkt i begrepet sosio-kognitiv konflikt, da denne forståelsen av kognitiv konflikt er et aspekt som blir viktig i senere drøfting. I sosio-kognitive konflikter er det flere deltakere involvert, og de møter argumenter, bevis eller spørsmål som utfordrer deres synspunkt (Schwarz & Prusak, 2016, s. 389). Både lærer, medelever og dataen elevene håndterer kan være grunnlaget som utløser denne konflikten, og behovet for å avgjøre en uenighet. Mugny og Doise (1978) peker på at sosio-kognitiv konflikt er en viktig faktor i argumentasjon, både individuell og kollektiv. De hevder videre at utvikling hos elevene gjerne er mest fremtredende når elever med ulikt kognitivt utgangspunkt jobber sammen med ulike tilnærminger til den samme oppgaven (Mugny & Doise, 1978, s. 183).

Hva som skal til for å løse en sosio-kognitiv konflikt er ifølge Schwarz og Prusak (2016) svært komplekst. Denne kompleksiteten er det som ledet Schwarz og Prusak (2016) til å se på matematisk argumentasjon i situasjoner hvor sosio-kognitive konflikter oppstår der elever har samarbeidet i arbeid med krevende oppgaver. Deres funn viser at oppgaver som utløser sosio-kognitive konflikter eller uenigheter leder til god argumentasjon (Schwarz & Prusak, 2016, s. 403). Funnene deres viser også at argumentasjonen som forekom som resultat av disse sosio-kognitive konfliktene var produktive fordi elevenes argumenter og matematiske forklaringer viste at de hadde lært den matematiske ideen som var målet med oppgaven (Schwarz & Prusak, 2016, s. 403).

2.3 Multimodalitet og representasjoner

Multimodalitet handler om bruken av flere ulike modaliteter sammen for å skape og formidle mening (Kessler, 2022, s. 551). I dette delkapittelet presenteres multimodalitet og hvordan bruk av modaliteter og representasjoner knyttes til matematisk argumentasjon. De non-verbale modalitetene gester og manipulering av konkreter presenteres også her.

2.3.1 Multimodalitet

En modalitet er en sosialt skapt semiotisk ressurs for å skape mening i representasjon og kommunikasjon, og innebærer eksempelvis språk, skriving, tegning, gester, bilder og det visuelle (Kress, 2010, s. 79). Ulike modaliteter har ulikt potensiale for å skape mening, og denne forskjellen har en innvirkning på hvilken eller hvilke modaliteter vi velger i ulike situasjoner vi ønsker å kommunisere (Kress, 2010, s. 79).

Med et fokus på multimodalitet presenterer Kress (2017) to begrep; modalitetens *functional load* og *functional specialization.* Disse begrepene handler om funksjonaliteten til modaliteten. *Functional load* referer til modalitetens tyngde i oppgaven, hvilken modalitet som er sentral i oppgaven, og mengden av den spesifikke modaliteten eller elementer av denne (Kress, 2017, s. 50). Begrepet oversettes heretter til *modalitetens tyngde*. *Functional specialization* referer til hvordan modaliteten brukes til spesifikke formål. Her ser man på hvilken modalitet som egner seg best til en oppgave eller spesifikke deler av oppgaven (Kress, 2017, s. 50). Etter mangel på en god direkte oversettelse av begrepet *functional specialization* refereres begrepet heretter til som *modalitetens egnethet.*

Multimodalitet og representasjoner har også en sentral rolle i den norske læreplanen og matematikkfaget, og «Representasjon og kommunikasjon» er et av kjerneelementene i faget (Kunnskapsdepartementet, 2019). Her vektlegges det at elevene skal lære å bruke ulike måter å uttrykke matematikk på. Representasjoner (eller modaliteter) kan her eksempelvis være visuelle, verbale, symbolske, konkrete eller kontekstuelle (Kunnskapsdepartementet, 2019). Videre vektlegger dette kjerneelementet bruken av representasjoner og matematisk språk i samtaler, resonnering og argumentasjon (Kunnskapsdepartementet, 2019), og vi ser her at sammenhengen mellom multimodalitet og matematisk argumentasjon er tillagt tyngde i matematikkfaget.

2.3.2 Representasjoner i argumentasjon

I argumentasjon kan det brukes ulike typer representasjoner. Knudsen et al. (2018) trekker frem at matematikklærere ofte tenker på «de tre store»: grafer, tabeller og ligninger eller funksjoner, og at disse så klart er viktig i argumentasjon. Det de likevel trekker frem som viktig, er å ha en bredere forståelse av representasjoner (Knudsen et al., 2018). I argumentasjon kan man også bruke tegning, digitale representasjoner, språket og gester. Gjennom å åpne for at elever kan bruke alle disse representasjonsformene i argumentasjon, kan lærer få en bedre forståelse for elevenes matematiske tenking (Knudsen et al., 2018, s. 86).

Med en multimodal tilnærming til kommunikasjon, løftes spørsmål om modalitetenes potensiale og begrensninger frem (Kress, 2010, s. 84). Kress (2010) trekker frem at språket og den muntlige modaliteten tradisjonelt har blitt sett på som fullstendig uttrykksmiddel. Muntlig modalitet har på denne måten hatt en sentral rolle, og har ofte uttrykt mening alene. Det er likevel stilt spørsmål ved den muntlige modalitetens plass gjennom det multimodale perspektivet, ved at man ser etter andre måter å uttrykke mening på, og hvilken funksjon de ulike modalitetene har (Kress, 2010, s. 84).

2.3.3 Gester

Gester er en non-verbal modalitet som er sentralt å trekke frem i et multimodalt perspektiv. Goldin-Meadow (2009) trekker frem at gester og gestikulering kan gi oss innsyn i hva et barn vet og er informativt av spesielt to grunner. Gestikulering kan for det første avsløre hva barn vet, men som ikke viser seg for oss gjennom tale (Goldin-Meadow, 2009, s. 107). Den andre grunnen Goldin-Meadow (2009) trekker frem er at endringer i barns gestikulering ofte kan være et tegn på starten av endring i barnets språk eller kognitive evner. Gestikulering kan både gi oss innsyn i barnets endring av kunnskap, og være grunnlaget for endringen (Goldin-Meadow, 2009, s. 107).

Gestikulering kan fungere som en samtalefremmende faktor, gjennom å gi ledetråder til barnets tanker og resonnering som de ikke uttrykker verbalt (Goldin-Meadow, 2009). På denne måten vektlegger Goldin-Meadow (2009) at den som er i dialog med barnet lettere kan gjette seg frem til barnets tanker og bruke dette til å skape en bedre felles forståelse og en mer feilfri kommunikasjon (Goldin-Meadow, 2009, s. 108). Gestikulering kan ifølge Goldin-Meadow (2009) også tilby (matematikk)lærere muligheten til å hjelpe elevene å utvikle sitt språk til de resonneringene og tankene de ikke har språket til enda, som igjen fremmer og effektiviserer elevenes læring (Goldin-Meadow, 2009, s. 108). Goldin-Meadow (2009) legger også frem et perspektiv på hvordan gestikulering også kan spille en mer direkte rolle i elevenes læring. Gjennom å tilby elevene en kroppslig tilnærming og ved å tillate at elevene uttrykker kunnskapen de har med sin egen kropp, har gestikulering en mer direkte påvirkning på elevenes læring og utvikling (Goldin-Meadow, 2009, s. 109).

Knudsen et al. (2018) tydeliggjør gester som representasjon i matematisk argumentasjon, og beskriver det som nonverbale kroppslige bevegelser som sammenfaller med språket for å støtte elevers innlæring av nye konsept, og for å kommunisere deres tanker og matematiske ideer. Gester kan i matematisk argumentasjon tilby elever nye måter å tydeliggjøre ideer på, eller fungere som presisjon av mer uformelle utsagn (Knudsen et al., 2018, s. 95).

2.3.4 Bruk av konkreter

I arbeid med problemløsningsoppgaver er det vanlig å bruke konkreter. Konkreter er fysiske objekter som er designet for å kunne manipuleres til å representere abstrakte matematiske ideer (Moyer, 2001, s. 176). Konkreter har både en taktil appell gjennom at elevene kan manipulere objektene med hendene sine, og en visuell appell (Moyer, 2001, s. 176). Også McNeil og Uttal (2009) bruker begrepet *konkreter* for å skille mellom mer abstrakte objekter som skrevne tall og ligninger, og konkrete objekt. De deler konkreter i tre: fysiske objekter, illustrasjoner og animasjoner. Videre i denne masteravhandlingen begrenses begrepet konkreter eller manipulativer til å handle om kun fysiske objekter som klosser, puslebrikker, kulerammer, kuler eller figurer (McNeil & Uttal, 2009, s. 137).

Bartolini og Martignone (2014) definerer matematiske manipulativer som gjenstander som brukes i matematikkundervisning for å utforske eller tilegne seg matematiske konsept og prosesser, og i arbeid med problemløsningsoppgaver som bygger på sensorisk dokumentasjon som visuelle eller taktile løsninger. Moyer (2001, s. 176) trekker frem at aktiv manipulering av konkretene gir elevene mulighet til å utvikle strategier og bilder som kan brukes når de senere skal drive med mental manipulasjon av abstrakte objekter.

2.4 Teoretisk rammeverk

Denne masteravhandlingen tar utgangspunkt i Nordin og Boistrup (2018) sitt rammeverk for matematisk argumentasjon som overordnet teoretisk rammeverk. I følgende del presenteres rammeverket i sin helhet. En nærmere beskrivelse av hvordan rammeverket tilpasses denne studien, og brukes i analysen blir presentert i oppgavens metodekapittel.

Rammeverket er utviklet for å identifisere matematisk argumentasjon og hvilke modaliteter som brukes for å støtte opp under og representere argumentasjonen. I artikkelen rammeverket er hentet fra, avklarer Nordin og Boistrup (2018) hvilket standpunkt de har tatt til matematisk argumentasjon, og eventuelle rammer de setter for konseptet. Rammeverket er utviklet med et multimodalt perspektiv, og inkluderer et bredt spekter av modaliteter, som eksempelvis tale, tegning og gester. Dette valgte Nordin og Boistrup (2018) å inkludere for å fange opp argumentasjon som viser seg gjennom ulike modaliteter, og eventuell uformell argumentasjon (Nordin & Boistrup, 2018, s. 15). Det er et to-delt rammeverk hvor første del er en steg-for-steg identifikasjon av argumentasjonen som baserer seg på Toulmin (1969) og Krummheuer (1995) modell, og andre del tar utgangspunkt i multimodalitet og modalitetenes funksjon i argumentasjonen etter Kress (2017).

2.4.1 Rammeverkets identifikasjonsprosess

Første del er en identifikasjonsprosess, for å fange opp argumentasjonen. Stegene i identifikasjonsprosessen baseres på begrepene i Krummheuer (1995) modell (se kapittel 2.2.1). Identifikasjonsprosessen i rammeverket har fem steg;

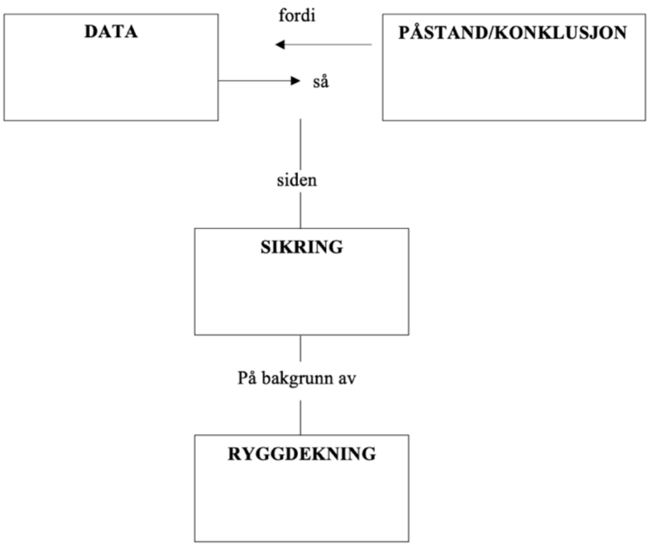
1. Identifisere påstand i transkripsjonen
2. Søke data som støtter påstandene
3. Søke etter sikring som knytter data til påstand
4. Søke etter potensiell ryggdekning til sikringen
5. Rekonstruere argumentasjonen

Figur 2: Identifikasjonsprosessen i rammeverket (Nordin & Boistrup, 2018), egen oversettelse.

Første steg handler om å identifisere påstander i transkripsjonen. Der påstander er identifisert, søkes det videre etter data som støtter påstanden. Nordin og Boistrup (2018, s. 20) bruker i sitt rammeverk begrepet «støttede påstander», da de ikke anser påstander uten argumenter som inneholder matematiske aspekt, som en del av matematisk argumentasjon. Videre søker man i tredje steg etter sikring som knytter dataen til påstanden. Dersom sikring ikke er funnet i identifikasjonsprosessen, regner ikke Nordin og Boistrup (2018) dette som argumentasjon. Det må altså foreligge både påstand, data og sikring for å klassifiseres som matematisk argumentasjon i Nordin og Boistrup (2018) sitt rammeverk.

Dersom sikring som knytter dataen til påstanden er identifisert i steg 3, søker rammeverket videre etter eventuell ryggdekning til sikringen. Dette er ifølge Nordin og Boistrup (2018) bare et *potensielt* element og er ikke nødvendig for å kalle det argumentasjon (Nordin & Boistrup, 2018, s. 18).

I femte og siste steget, rekonstrueres argumentasjonen i en revidert versjon av Toulmin (1969) og Krummheuer (1995) argumentasjonsmodell:



Figur 3: Argumentasjonsmodell basert på Nordin og Boistrup (2018) (se også Toulmin (1969) og Krummheuer (1995)), egen oversettelse.

2.4.2 Modaliteter og modalitetens funksjon i argumentasjonen

I rammeverkets andre del er fokuset på modaliteter og modalitetens funksjon i argumentasjonen. Nordin og Boistrup (2018, s. 20) har avgrenset rammeverket til å transkribere og analysere følgende modaliteter; språk, skriftlig, tegning/objekter og gester. Dette fordi de har vurdert disse modalitetene til å være mest relevant for hva de ønsket å undersøke, og valgte derfor å avgrense rammeverket til å gjelde disse modalitetene (Nordin & Boistrup, 2018).

Nordin og Boistrup (2018) ser på hvordan modaliteter er inkludert i argumentasjonsprosessen. De ser på *hvilke* modaliteter som forekommer i de ulike delene av konstruksjonen av argumentasjonen, etter Kress (2017); modalitetens egnethet. Modalitetens egnethet referer til i hvilken grad modaliteten formidler de spesifikke delene av argumentasjonen og i hvor stor grad modaliteten er egnet til den delen av argumentasjonen (Nordin & Boistrup, 2018, s. 19). Etter å ha identifisert bruken av modaliteter tar rammeverket for seg modalitetens tyngde og ser på hvilke modalitet, både alene og sammen, som formilder (i større eller mindre grad) de matematiske ideene i kommunikasjonen (Nordin & Boistrup, 2018). Her kategoriseres modalitetsbruken i primære, sekundære og likeverdige modaliteter. Denne kategoriseringen ser på hvor vidt modaliteten taler for seg selv (primær), er ment som en støtte til en annen modalitet (sekundær) eller hvor to eller flere modaliteter er likeverdige i argumentasjonsprosessen (Nordin & Boistrup, 2018, s. 20).

2.5 Tidligere forskning

Nergård (2021) har forsket på barnehagebarns matematiske argumentasjon i lekbaserte aktiviteter. Hun brukte Nordin og Boistrup (2018) sitt rammeverk, og en multimodal tilnærming. Et av funnene Nergård (2021) trekker frem var at barnas argumentasjon i flere tilfeller var påvirket av en voksenperson og deres respons (Nergård, 2021, s. 212). Nergård (2021) har delt inn resultatene sine i delvis og fullstendig argumentasjon. Der det dukket opp delvis argumentasjon stilte gjerne den voksne lukkede spørsmål, eller bemerket elevens utsagn med korte kommentarer, og barnets argumentasjon bar ikke videre fra dette. Hun peker også på at der en lærer stilte spørsmål eller kommenterte barnets påstand eller data, kom barna med mer fullstendig argumentasjon. Der de voksne utfordret barnet til å dypere forklare sin resonnering ble de matematiske aspektene i argumentasjonen oppfordret, og barna brukte disse i større grad i sin argumentasjon (Nergård, 2021, s. 212). Det multimodale aspektet ble viktig i Nergårds (2021) forskning, da en god del av barnas argumentasjon lett kunne blitt oversett dersom hun ikke brukte en multimodal tilnærming (Nergård, 2021, s. 213). Nergårds (2021) funn viser til at barnehagebarna brukte et bredt spekter av modaliteter i argumentasjonen, og trekker særlig frem samspillet mellom det muntlige, gester og manipulering av konkreter som sentralt i barnas matematiske argumentasjon.

Schwarz og Prusak (2016) har forsket på multimodalitetens rolle i matematisk argumentasjon, med spesielt fokus på gester og det non-verbale. Tidligere forskning som har sett på multimodalitetens tilstedeværelse i matematikken, mens Schwarz og Prusak (2016) argumenterer for at multimodalitetens funksjon i resonnering og læring (gjennom argumentasjon) ikke nødvendigvis er forstått enda. Schwarz og Prusak (2016) tar et sosiokulturelt perspektiv og ser på hvordan elevenes arbeid i grupper tok en argumentativ retning og at argumentasjonen var multimodal. Et av deres hovedfokus var å identifisere funksjonen til non-verbal aktivitet mot å lære gjennom argumentasjon (Schwarz & Prusak, 2016, s. 389). Schwarz og Prusak (2016) har et syn på argumentasjon som inkluderer samkonstruksjon av argumenter og diskusjoner som oppstod for å avgjøre sosio-kognitive konflikter eller uenigheter. Noe av deres hovedfunn viser til at matematisk argumentasjon har et sosialt aspekt, og argumentasjonen som oppstod i deres forskning oppstod for å vise, forklare andre, overbevise, utfordre eller motbevise andre (Schwarz & Prusak, 2016, s. 403).

Schwarz og Prusak (2016) trekker også frem at argumenter uttrykt gjennom muntlig modalitet generelt ble svekket i sammenligning med gester og det non-verbale (Schwarz & Prusak, 2016, s. 403). I denne sammenheng trekker de frem at generelt sett kom non-verbale modaliteter synkront med den begrensede eller mangelfulle muntlige argumentasjonen. I disse tilfellene var hovedfunksjonen til det multimodale å hjelpe til å uttrykke ideer som var for komplekse å uttrykke verbalt (Schwarz & Prusak, 2016, s. 398). Deres funn peker også på at i noen tilfeller hadde gester en svært enkel funksjon, nemlig bare å hjelpe medeleven å følge resonneringen deres. Schwarz og Prusak (2016) poengtere likevel at dette funnet ikke skal redusere viktigheten av gester og non-verbal aktivitet i sin kognitive funksjon.

Barn bruker tegning lenge før de lærer å skrive (Crespo & Kyriakides, 2007) og tegning er en særlig populær aktivitet hos unge barn (Papandreou, 2014). Selv om barn bruker tegning og symboler før de kommer i skolealder, endrer funksjonen av tegning seg når den skal brukes i skolesammenheng og matematisk kontekst (Bakar et al., 2016). Tegning får ofte en funksjon hvor det skal representere noe spesifikt som ikke bare skal være forståelig for en selv, men også for andre (Bakar et al., 2016). Bakar et al. (2016) sin forskning trekker frem at selv om tegning som aktivitet kommer naturlig for barn, så de lite til spontant bruk av tegninger i matematiske sammenhenger. De poengterer her at det ble vanskelig for elevene å bruke tegning på grunn av manglende erfaring med tegning med matematisk formål (Bakar et al., 2016). Papandreou (2014) trekker frem at tegning kan hjelpe barn å overkomme eventuelle begrensninger i kommunikasjonen. Dette trekkes frem fordi barn i ung alder ikke nødvendigvis har utviklet språket sitt nok til å kunne kommunisere effektivt verbalt, og da kan tegning lette disse begrensningene.

Saundry (2006) trekker frem at kompleksiteten i noen oppgaver er av høy grad slik at elevene ikke kan løse problemet enkelt uten støtte i form av abstrakte manipuleringer (bilder) eller systemer. I deres forskning ga tegning elevene denne støtten for tenkingen/resonneringen sin, slik at omfanget av komplekse problem ble mer oversiktlig og elevene kunne jobbe med mindre deler av problemet av gangen (Saundry, 2006, s. 107). Andre oppgaver kan ikke tilby samme mangfoldige muligheter til å bruke tegning som problemløsningsstrategi. Funnene til Saundry (2006) fant i arbeid med slike oppgaver, en mer konform bruk av tegning. Elevene brukte tegning i denne sammenheng gjerne til å fremstille en løsning (Saundry, 2006). Elever som ikke bruker tegning. Saundry (2006) trekker også frem tilfeller hvor elever *ikke* bruker tegning. Disse elevene har også en plan, bilder i hodet og system for resonneringen sin, men dette blir ifølge Saundry (2006, s. 135) ikke synlig for oss fordi elevene ikke tegner.

2.6 Matematisk og kontekstuell forankring

I rammeverket til Nordin og Boistrup (2018) baserer de seg på at matematisk argumentasjon må forankres i matematiske aspekt for å kunne klassifiseres som *matematisk* argumentasjon. I dette delkapittelet presenteres begrepet matematisk forankring og hva det vil si at noe forankres matematisk. Her presenteres også et perspektiv som legger vekt på kontekst i problemløsningsoppgaver. Jeg har valgt å kalle dette kontekstuell forankring for å skille på disse to tilnærmingene til argumentasjon.

Lithner (2008) introduserer begrepet matematisk forankring. Dette begrepet referer til argumentasjonens forankring i matematiske egenskaper og komponentene det resonneres og argumenteres om, istedenfor den logiske sammenhengen til argumentasjonen (Lithner, 2008, s. 261). Det er spesielt argumentasjonens sikring og ryggdekning som trenger matematisk forankring (Lithner, 2008; Nordin & Boistrup, 2018). De matematiske egenskapene argumentasjonen forankres i kan være både objekter, transformasjoner og konsepter. Lithner (2008) referer til objekter som den enheten som skal gjøres noe med, og den matematiske enheten kan eksempelvis være tall, variabler eller diagrammer. Transformasjonen handler om hva som *skjer* med objektet og som gir et annet objekt, og en sekvens av transformasjoner kalles en prosedyre. Et konsept er ifølge Lithner (2008) i denne sammenheng en sentral matematisk idé som bygger på objekter, transformasjoner eller prosedyrer og deres egenskaper. Relevansen av de matematiske egenskapene avhenger av konteksten (Lithner, 2008, s. 261). Dette perspektivet er ofte med på å avgjøre om argumentasjonen kan kalles matematisk argumentasjon eller ikke, og i rammeverket til Nordin og Boistrup (2018) inkluderes ikke argumentasjon som ikke forankres matematisk etter Lithner (2008).

Realistic Mathematics Education eller RME er en tilnærming til problemløsning. RME er utviklet for å skape langsiktige forståelser for matematiske konsept hos elever, basert på å arbeide med kontekster som gir mening for elevene (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). RME tilnærmingen er bygget rundt kontekst. Van den Heuvel-Panhuizen og Drijvers (2014) legger mer enn kun virkelighetsnære kontekster i «realistisk» i RME. De trekker frem at RME skal tilby elevene problemstillinger de kan forestille seg, og at det inkluderer også fiksjon eller andre deler av matematikken elevene allerede er kjent med; det viktigste er å gi elevene mulighet til å forestille seg konteksten og til å engasjere seg i situasjonene/problemene (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014, s. 521). Målet med kontekstene i RME er å være kontekster hvor elevene kan anvende sine matematiske kunnskaper, samt skape en inngangsport som initierer elevenes utvikling av matematiske begrep, verktøy og prosedyrer som etterhvert blir mer formell, generell og bort fra kontekst igjen (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014, s. 521). Argumentasjon som knyttes til oppgavens kontekst forstås som og refereres videre i denne masteravhandlingen til som *kontekstuell forankring*.

2.7 Sosiomatematiske normer

Alle sosiale settinger har sosiale normer, og skolen er intet unntak. Sosiale normer i skolen er normer som gjelder uavhengig av fag, og er ikke spesifikke eller unike for matematikkfaget (Yackel & Cobb, 1996, s. 460). Gjennom å fokusere på normative aspekter av matematiske klasseromssituasjoner spesifikke for studenters matematiske aktivitet, har Yackel og Cobb (1996) kommet med begrepet sosiomatematiske normer. Sosiomatematiske normer skiller seg fra sosiale normer, nettopp gjennom at de knyttes til de matematiske aspektene ved normer i klasserommet. Disse normene er iboende i klassens matematiske (mikro)kultur (Yackel & Cobb, 1996, s. 474). Sosiomatematiske normer er dynamiske og blir kontinuerlig modifisert og utvikles gjennom elevenes (og lærerens) pågående interaksjon. De er ikke forhåndsbestemte kriterier som innføres utenfra. Lærere ofte har tanker om hvilke normer de ønsker å innføre, men ifølge Yackel og Cobb (1996) er det opp til klasseromssamfunnet hva som blir etablert som sosiomatematiske normer.

Et av elementene sosiomatematiske normer omfatter er ulike måter å vurdere hva som regnes som aksepterte matematiske forklaringer (Yackel & Cobb, 1996). Det er læreren og elevene sammen som avgjør hva som regnes som aksepterte forklaringer og begrunnelser, gjennom en felles forståelse for kommunikasjon. Dersom forklaring og begrunnelser anses som kommunikative handlinger, har de som formål å tydeliggjøre aspekter ved ens matematiske tenkning som kanskje ikke er åpenbare for andre (Yackel & Cobb, 1996, s. 467).

Yackel og Cobb (1996) knytter også sosiomatematiske normer til matematisk argumentasjon, ved at det må etableres hva som godkjennes som gode forklaringer og begrunnelser, og hvem som kommer med disse. De legger i forbindelse med dette frem tre aspekt ved elevers forståelse av forklaring og begrunnelse;

Yackel og Cobb (1996)	**Egen oversettelse**
Mathematical Basis for Explanation	Matematisk grunnlag for forklaringer
Explanations as Descriptions of Actions on Experientially Real Mathematical Objects	Forklaringer som *beskrivelser* av handlinger på erfaringsbaserte matematiske sannheter
Explanations as Objects of Reflections	Forklaringer som objekt for refleksjon

Tabell 1: Aspekt ved matematisk argumentasjon og sosiomatematiske normer (Yackel & Cobb, 1996), egen oversettelse.

Det første aspektet går ut på hva elevene knytter sin forklaring til. Elevene bør knytte forklaringer og begrunnelser til matematiske grunnlag fremfor for eksempel sosial status (Yackel & Cobb, 1996, s. 467). Dette kommer som et sentralt første steg mot forståelsen av hva som aksepteres som en god matematisk forklaring. Unge elever har ofte kun erfaring hvor læreren er eneste som kommer med forklaringer (Yackel & Cobb, 1996, s. 467). Elever er derfor vant til å lene seg på autoriteter og sosial status, og kan i mange klasserom for eksempel anta at svaret deres er feil dersom en lærer stiller spørsmål ved det. I dette aspektet blir det ifølge Yackel og Cobb (1996) viktig at det etableres en felles forståelse for at forklaringer skal bygge på et matematisk grunnlag.

Det andre aspektet handler om mer enn bare "er forklaringen matematisk eller ikke", nemlig *hvilken type* matematisk resonnering som aksepteres (Yackel & Cobb, 1996, s. 469). Yackel og Cobb (1996) hevder at hva som utgjør en akseptert matematisk begrunnelse interaktivt konstitueres av elevene og læreren i klasserommet. Yackel og Cobb (1996) trekker frem to typer matematiske sannheter som brukes i matematisk resonnering; *taken-as-shared* og *Experientially real Mathematical Objects*. *Taken-as-shared* kommer fra en sosiologisk tilnærming hvor hva som oppleves eller godtas som matematiske sannheter etableres gjennom sosiale prosesser og deles i klasserommet (Cobb & Bauersfeld, 1995, s. 3). Videre brukes oversettelsen *felles godtatt/etablert sannhet*. *Experientially real Mathematical Objects* kommer fra en psykologisk tilnærming og handler om matematiske sannheter som vi personlig erfarer og konstruerer gjennom konseptuell selvorganisering (Cobb & Bauersfeld, 1995, s. 3). Videre brukes oversettelsen *erfaringsbaserte matematiske sannheter.*

I klasserommet Yackel og Cobb (1996) studerte, fant de at matematiske forklaringer ble utfordret av andre elever dersom elevene ikke brukte felles godtatte sannheter, som elevene hadde erfart som sanne (Yackel & Cobb, 1996, s. 196). Elevene i dette klasserommet var opptatt av å etablere egne konseptuelle forklaringer, fremfor å beskrive prosedyrer som for dem ikke ga mening, og derfor utfordret elevene hverandre dersom forklaringene ikke bygget på felles etablerte sannheter (Yackel & Cobb, 1996). I dette andre aspektet av argumentasjon trekker Yackel og Cobb (1996) frem at elevers forklaringer ofte kan bli rene forklaringer av prosedyrer, uten å knyttes til hva som faktisk skjer med det matematiske objektet. Den sosiomatematiske normen rundt hva som godtas som matematiske forklaringer blir her sentralt for videre utvikling av matematisk argumentasjon (Yackel & Cobb, 1996).

Det tredje og siste aspektet Yackel og Cobb (1996) knytter til argumentasjon, er forklaring som objekt for refleksjon. Når elever oppdager at forklaringer eller argumenter ikke bare skal eksistere for en selv, men også for andre blir forklaringen og argumentasjonen en eksplisitt del av klasseromsdiskursen (Yackel & Cobb, 1996, s. 470). Elevene må bevege seg ut fra sin egen forståelse av en forklaring, til å vurdere hvordan andre kan forstå deres forklaring. Dette innebærer ifølge Yackel og Cobb (1996) at elevene må gjennom en overgang fra å bare delta i eller dele en forklaring til å gjøre selve forklaringen til grunnlaget for refleksjonen (Yackel & Cobb, 1996).

3.0 Metode

I dette kapittelet presenteres studiens metodiske grunnlag. Metode referer til den systematiske og vitenskapelige tilnærmingen brukt for å oppnå et spesifikt mål (Høgheim, 2020, s. 27). Formålet med dette kapittelet er å styrke sammenhengen mellom studiens problemstilling, tema og de metodiske valgene og refleksjonene som er gjort. Først blir studiens forskningsdesign og vitenskapsteoretisk tilnærming introdusert for å sette rammene for forskningen. Videre presenteres valg av metode og datainnsamlingsverktøy. Deretter beskrives gjennomføringen av datainnsamlingen og inkluderer utvalg av deltakere, beskrivelse av oppgavene elevene arbeider med, og rammene for gjennomføringen. Videre presenteres analyseprosessen og hvordan rammeverket er tilpasset denne studien. Avslutningsvis drøftes forskningsetiske refleksjoner og studiens kvalitet.

3.1 Forskningsdesign

I et forsøk på å kunne besvare studiens problemstilling, har jeg i denne studien valgt et kvalitativt forskningsdesign. Ifølge Blikstad-Balas og Dalland (2021) er forskningsdesign en overordnet plan for forskningen, og innebærer en rekke valg knyttet til hva som forskes på og hvordan forskningen skal gjennomføres og formidles. Denne studien er ute etter meninger og fenomener som ikke nødvendigvis kan måles eller tallfestet, og har derfor et kvalitativt perspektiv (Dalland, 2020, s. 54). Dalland (2020) kaller forskere som driver med kvalitative data for “tolkere”. Dette blir en viktig del av mitt ståsted som forsker, og kan knyttes til det vitenskapsteorietiske grunnlaget for denne forskningen.

3.1.1 Fenomenologisk-hermeneutisk tilnærming

Kvalitative forskningsdesign kan ha ulike tilnærminger og vitenskapsteoretiske ståsted og fenomenologi er én tilnærming til kvalitativt forskningsdesign (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 99). Fenomenologi er ifølge Christoffersen og Johannesen (2012) læren om det som viser seg og hvordan dette fremstår for oss. Denne studien undersøker multimodal matematisk argumentasjon med et perspektiv på elevenes deltakelse og aktivitet, som i denne studien blir fenomenet. “Som kvalitativt design betyr en fenomenologisk tilnærming å utforske og beskrive mennesker og deres erfaringer med og forståelse av et fenomen” (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 99). Fenomenologien har som formål å beskrive fenomener i ulike sammenhenger (Kvarv, 2021, s. 96) og fenomenet, i dette tilfellet den matematiske argumentasjonen, må tolkes i lys av og kan ikke forstås utenfor den sammenhengen det skapes i (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 99). Christoffersen og Johannessen (2012) peker på at *mening* er viktig i fenomenologi fordi man som forsker er ute etter å forstå seg på et fenomen gjennom en gruppe menneskers øyne, og målet med en fenomenologisk studie er å få økt forståelse av andres livsverden og deres syn på fenomenet. Det er altså *deltakernes* forståelse og perspektiv på fenomenet som er sentralt i fenomenologi.

Ettersom jeg har valgt å observere elevene i samspill med fenomenet jeg undersøker, får jeg ikke en direkte innsikt til elevenes holdning til eller mening om argumentasjon. Min forskning er ikke ute etter elevenes opplevelse og forståelse av matematisk argumentasjon. Mitt forskningsfokus er heller hva som blir synlig for meg, og hvordan jeg kan fortolke elevenes arbeid med fenomenet. Jeg oppdaget etter hvert at en ren fenomenologisk tilnærming ikke ville være tilstrekkelig for formålet ved min forskning. Dette fordi det sentrale aspektet ved fenomenologi, fokuset på deltakernes forståelse og perspektiv, ikke er fokus i forskningen min. På bakgrunn av dette så jeg et behov for å se til hermeneutikken.

Hermeneutikk handler om fortolkning (Thagaard, 2018, s. 37). Med en hermeneutisk tilnærming tar man utgangspunkt i at det ikke nødvendigvis eksisterer en absolutt eller *egentlig* sannhet, men at fenomener kan tolkes på ulike måter. Hermeneutikk vektlegger et dypere meningsinnhold enn det som er umiddelbart synlig og åpenbart (Thagaard, 2018, s. 37). I denne masteravhandlingen gjør jeg et forsøk på å tolke hvordan elevers matematiske argumentasjon kommer frem gjennom et multimodalt perspektiv og jeg er opptatt av hva som utløser argumentasjonen. Gjennom å prøve å forstå hva som utløser elevenes argumentasjon, leter jeg etter et dypere meningsinnhold enn det som først er synlig, som er sentralt i hermeneutikken. Forskere søker mening gjennom en fortolkningsprosess, og ingen slik prosess forekommer uten forutsetninger og forforståelser (Kvarv, 2021, s. 83). Fortolkning i hermeneutikken foregår på flere plan. Thagaard (2018) trekker frem fortolkninger av annen grad hvor vi fortolker *deltakernes* fortolkning av fenomenet (Thagaard, 2018, s. 38). Som forsker trekker man altså i et hermeneutisk perspektiv inn teorier og tillegger deltakernes oppfattelser mening. I denne studien gjenspeiles deltakernes perspektiv gjennom min tolkning av deres perspektiver på fenomenet jeg studerer. Jeg anser derfor min forskning som fenomenologisk-hermeneutisk forskning.

3.1.2 Abduktiv tilnærming

I arbeidet med å utforme mitt forskningsdesign startet jeg med en tanke om at forskningen kom til å ha en deduktiv tilnærming. Dette fordi jeg tok utgangspunkt i et allerede etablert teoretisk rammeverk og teoriene og tankene bak dette. Deduksjon eller deduktiv tilnærming er teori- og hypotesedrevet (Tjora, 2021, s. 27) og "... innebærer i sin ytterste form at man derimot vet helt klart på forhånd hva man skal se etter" (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 40). Antagelser og forforståelser man har med seg inn som utgangspunkt vil fungere som et filter for hva man ønsker å fokusere på i forskningen, og deduktiv tilnærming kan ifølge Postholm og Jacobsen (2011) beskrives som en lukket tilnærming. Det er forskeren med sitt teoretiske grunnlag som bestemmer hva som er interessant i forskningen. Jeg startet min forskningsprosess med et utgangspunkt som var utelukkende deduktivt fordi jeg kun baserte meg på Nordin og Boistrup (2018) sitt rammeverk, og teoriene bak dette rammeverket. Mitt fokus var i all hovedsak på å identifisere matematisk argumentasjon etter deres rammeverk, og jeg hadde en relativ lukket tilnærming. Med en lukket tilnærming ville jeg kanskje oversett andre interessante element som dukket opp i rådataen min.

Motsatsen til det deduktive perspektivet er induksjon eller induktiv tilnærming. Induktiv tilnærming er eksplorerende eller empiridrevet (Tjora, 2021, s. 27) og går ut på at forskeren har et åpent sinn og etterstreber å ikke ha med seg forforståelser og holdninger inn i forskningen (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 40). Her er det empirien som er avgjørende for hva forskningen blir, og forskningen går ofte fra det spesifikke til det generelle (Høgheim, 2020, s. 130). En ren induktiv tilnærming ble heller ikke riktig for hvordan jeg tok fatt på forskningen min, da jeg har rammeverket til Nordin og Boistrup (2018) som overordnet rammeverk, og sosiokulturell teori som teoretisk ståsted.

Postholm og Jacobsen (2018) peker på at det kan være vanskelig å se på disse to tilnærmingene som to motsetninger. De peker på at det er umulig å forholde seg kun til teori, fordi teorier som oftest kommer av tidligere induksjon (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 102). Samtidig løfter de frem at det er tilnærmet umulig å møte verden uten antagelser og for-forståelser fordi forskeren alltid vil ha en subjektiv og individuell "teori" eller forståelse med seg inn i forskningen, og forskningen blir derfor ikke rent induktiv heller. Jeg hadde et ønske om å ha rammeverket og noe teori som utgangspunkt for forskningen min, men jeg ønsket også å ha et større fokus på hva som faktisk finnes i empirien. Jeg så derfor behovet for å kombinere disse to tilnærmingene. Kombinasjonen av deduktiv og induktiv tilnærming kalles abduktiv tilnærming og abduksjon blir som en kontinuerlig vekslende prosess mellom teori og empiri (Postholm & Jacobsen, 2018).

Denne tilnærmingen ble relevant for min forskning fordi etter gjennomført datainnsamling, oppdaget jeg at det var flere interessante elementer ved mine data som falt gjennom dersom jeg kun forholdt meg deduktivt til dataen. Jeg valgte å tilpasse rammeverket og brukte mye tid på å gjøre tilrettelegginger induktivt basert på mine observasjoner. Etter et forsøk på å møte dataen med en induktiv tilnærming oppdaget jeg fort at jeg fortsatt var preget av deler av teorien, rammeverket og mine egne antagelser og kunnskaper. Det var i denne prosessen jeg oppdaget at forskningen min ble gjennomført med en abduktiv tilnærming, nettopp på bakgrunn av denne vekslingen mellom fokus på teori og empiri (Postholm & Jacobsen, 2018).

3.2 Observasjon som metode

Observasjon er en av de mest brukte metodene i kvalitative studier. Dette er fordi observasjoner i kvalitativ forskning gjennomføres i situasjoner slik de utspiller seg naturlig (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 113). For å kunne si noe om fenomenet jeg forsker på er observasjon en egnet metode fordi jeg kan fange opp situasjonen slik den utspiller seg naturlig. Observasjon gir også forskeren mulighet til å fange opp både den fysiske settingen datainnsamlingen finner sted i, og den menneskelige atferden (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 113). Ettersom jeg har valgt et elevperspektiv på min forskning, og ønsker å se på elevenes atferd i samspill med fenomenet falt jeg på observasjon som metode. Problemstillingen min inkluderer et multimodalt perspektiv, med både verbale og non-verbale modaliteter som skal fanges opp. Formålet med min forskning er også se hvordan argumentasjonen *viser* seg, og hva som karakteriserer det som kommer til syne. Dalland (2020) peker på at observasjon gir oss nettopp denne muligheten. Vi kan med egne øyne se hvordan mennesker handler og samhandler og hvordan de opptrer i det fysiske miljøet de befinner seg i (Dalland, 2020, s. 102).

3.2.1 Observatørrollen

Forskning med observasjon som metode kan forekomme på ulike måter, og utover valg av observasjonens rammer som tid og sted, er det viktig å definere sin observatørrolle (Tjora, 2017, s. 59). Deltakende observasjon er en forskningsmetode hvor forsker samler inn data samtidig som han eller hun deltar i de sosiale prosessene som studeres (Dalland, 2020, s.

103). I hvilken grad forskeren er deltakende vil variere. Både Høgheim (2020) og Tjora (2017) peker på en interessant dimensjon ved forskerens rolle; nemlig aktiv versus passiv. Dette omfatter noe av det samme perspektivet som deltakende observasjon (Dalland, 2020), og handler om observatørens deltakelse i feltet. Tjora (2017) bruker begrepet interaktiv observasjon for å legge vekt på at det alltid vil være en sosial interaksjon mellom observatør og observerte. Som deltakende observatør kan man imidlertid variere mellom å være passiv og aktiv deltakende i situasjonen (Høgheim, 2020; Tjora, 2017). Jeg valgte deltakende observasjon for å kunne delta i elevenes argumentasjonsprosess. Ettersom jeg var usikker på hva som ville dukke opp av argumentasjon, ga deltakende og interaktiv observasjon meg mulighet til å ta del elevenes argumentasjonsprosess. En fordel med aktiv eller deltakende observasjon er nettopp muligheten til å stille spørsmål underveis og jeg som forsker får et unikt innblikk i situasjonen som observeres (Høgheim, 2020, s. 136). Det er likevel element som er viktig å være bevisst på i deltakende observasjon. Hvem jeg er, mine forutsetninger og min bakgrunn, noe å si for hvordan det som observeres oppfattes (Høgheim, 2020). Forsker bruker også sine egne sanser som instrument og fanger ikke nødvendigvis opp alt man ønsker å observere. For å kvalitetssikre observasjonen er dette perspektivet viktig å være bevisst på og ta hensyn til (Dalland, 2020, s. 103).

3.2.2 Videoopptak

Ettersom jeg har valgt en interaktiv og deltakende observasjon (Dalland, 2020; Høgheim, 2020; Tjora, 2017) vil jeg bruke videoopptak for å dokumentere observasjonen. Bruk av video i observasjon kan ha flere fordeler (Postholm & Jacobsen, 2018). Jeg hadde muligheten til å observere flere grupper samtidig, og veksle mellom å være aktiv og passiv i interaksjonen med gruppene. Jeg hadde også bedre forutsetninger for å fange opp alle modalitetene som studien har som mål å undersøke. Ettersom jeg både er interessert i hva elevene sier, skriver, tegner og gestikulerer ble det avgjørende for meg å ta videoopptak for å klare å registrere disse modalitetene (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 103). Dalland (2020) peker på at vi med bruk av lyd og bilde fra et videoopptak har mulighet til å få med alle detaljer, da vi kan se og høre opptaket flere ganger. Det ga meg også mulighet til å se hva den ene gruppen har arbeidet med mens jeg var aktivt inn i dialog med den andre gruppen i rommet. Det åpnet også for muligheten å se på forskjellen av elevenes arbeid og diskurs seg imellom, og forskjellen når jeg som forsker og «lærer» for økten var til stede og ikke.

3.3 Gjennomføring

I kommende delkapittel presenteres gjennomføringen av min forskning. Her beskrives først utvalget og gjennomføringen av pilotering. Videre presenteres oppgavene elevene arbeidet med, hvor de er hentet fra og tilpasninger gjort for å passe til studien. Avslutningsvis i delkapittelet beskrives rammene for datainnsamlingen og hvordan den ble gjennomført.

3.3.1 Utvalg

Når det skal velges hvor data til kvalitative metoder skal hentes fra, benytter man gjerne strategisk utvalg (Dalland, 2020, s. 59). Her velges det å forske på grupper eller personer som man på forhånd tenker har noe å bidra med inn i det som skal forskes på (Dalland, 2020). Til denne studien ønsket jeg å forske på elever på småtrinnet, og tok derfor kontakt med en lærer på 2.trinn, da det var alderen jeg fortrinnsvis ønsket å forske på. Jeg hadde kjennskap til skolen og læreren, men kjente ikke elevene fra før. Klassen består av ca. 40 elever, hvor omtrent halvparten ga samtykke til å delta i forskningsprosjektet og til videoopptak. Jeg gjennomførte opplegget med alle elevene, slik at det ikke skulle skilles mellom de som samtykket og de som ikke samtykket. Jeg gjorde selve datainnsamlingen kun med elever som hadde samtykket, men ved å gjennomføre opplegget med alle elevene fikk jeg testet opplegget før datainnsamlingen. Etter endt gjennomføring stod jeg igjen med analysert og transkribert utvalg på 13 elever fordelt på fem grupper med to og tre elever i hver gruppe. Antallet i gruppen er valgt utfra Liljedahls (2020) teori om tenkende klasserom og at optimal gruppestørrelse ofte er tre elever per gruppe.

3.3.2 Pilotering

I forkant av den faktiske datainnsamlingen som ble brukt, gjennomførte jeg en pilotering med de elevene som ikke hadde svart eller hadde takket nei til å delta i forskningen. Ifølge Høgheim (2020) handler pilotering om å utprøve de redskapene som skal brukes, og den rollen man skal ha som forsker. Å få testet forskerrollen kan være spesielt nyttig når metoden som skal brukes er observasjon eller andre eksplorerende tilnærminger, fordi det kan være vanskelig å forutse hva som vil skje ved bruk av metoden (Høgheim, 2020, s. 165). Gjennom pilotering med disse elevene fikk jeg muligheten til å prøve ut både hvordan jeg tok feltnotater og hvilken rolle jeg skulle ha. Både hvordan jeg presenterte oppgavene, hvor aktivt deltakende jeg ville være i arbeidet og hvilken type spørsmål jeg stilte, endret seg fra første til andre pilot. Det endret seg også til selve datainnsamlingen med de to gjennomføringene jeg tok opptak av og samlet inn. Piloteringen ble for meg avgjørende fordi jeg oppdaget og endret ting jeg ellers ikke ville sett, som ble viktig for forskningens kvalitet. Ettersom elevene jeg gjennomførte piloteringen av opplegget med, ikke hadde samtykket til video, gjorde jeg en separat test av utstyret til opptakene. Jeg sjekket at både lyd og bilde fungerte som det skulle, samt at vinkel på kamera fanget opp nødvendig område uten å bryte retningslinjer for anonymisering og hva jeg har informert om i samtykkeskjema (se vedlegg 2).

3.3.3 Oppgavene

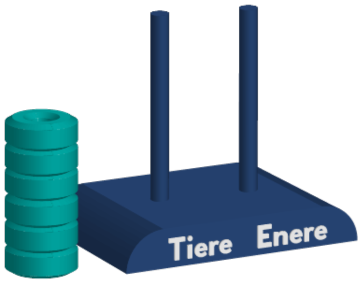
I økten jeg observerte arbeidet elevene med to problemløsningsoppgaver. De to oppgavene jeg brukte er hentet fra matteLIST, og er nøye vurdert og valgt ut for å samle inn data som kan svare på masteravhandlingens forskningsspørsmål og problemstilling. MatteLIST er en nettressurs utviklet på oppdrag fra utdanningsdirektoratet (Matematikksenteret, u.å.-b). Utviklingen av ressursen skjedde i et samarbeid mellom Matematikksenteret og NRICH ved University of Cambridge i England (Matematikksenteret, u.å.-b). MatteLIST består av matematikkoppgaver til bruk i klasserommet og for elever til å arbeide med på egenhånd. Oppgavene er problemløsningsoppgaver med Lav Inngangsterskel, Stor Takhøyde (derav navnet matteLIST), og har som mål at det skal være mulig for de fleste å komme i gang, samtidig som oppgavene skal tilby muligheten til å jobbe på et høyt matematisk nivå (Matematikksenteret, u.å.-b). Det pedagogiske og didaktiske grunnlaget matteLIST bygger på, lener seg på mange av de samme konseptene som presentert i kapittel 2.6 om RME.

Begge oppgavene ligger under søkeordet *argumentasjon*, men krever ulike matematiske ferdigheter. De har også ulik grad av fremtredende kontekst. Dette valgte jeg for å muliggjøre å fange opp eventuelle forskjeller på elevenes argumentasjon etter hvilken oppgave de arbeidet med. Begge oppgavene ble gitt muntlig, og ble justert både med utvidelser og forenklinger underveis, tilpasset hver enkelt gruppe og prosessen de var i. Elevene i klassen hadde vært borti problemløsningsoppgaver tidligere, så dette var ikke helt nytt for dem, men de hadde ikke aktivt arbeidet med matematisk argumentasjon. At elevene ikke hadde arbeidet eksplisitt med matematisk argumentasjon, var en viktig forutsetning for min forskning ettersom jeg ønsket å undersøke elevenes intuitive argumentasjon. Ettersom jeg ikke kjenner klassen fra før valgte jeg problemløsningsoppgaver, da jeg ikke har noe forutsetning for å vite noe om elevenes matematiske nivå, og valgte derfor bort å fokusere på mer spesifikke områder som brøk eller statistikk.

3.3.3.1 Seks perler

Den første oppgaven er inspirert av en oppgave fra matteLIST om plassverdisystemet (Matematikksenteret, u.å.-c). Oppgaven heter opprinnelig «seks perler» og går ut på å utforske hvilke tall de kan lage dersom de har seks perler og bruker alle seks kulene i hvert tall.

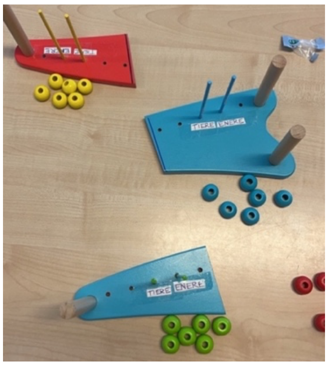
Oppgaven lyder slik:
«Undersøk hvilke tall du kan lage dersom du har seks perler.
Kan du finne alle mulighetene du kan bruke seks perler på?
Hvordan vet du at du har funnet alle mulighetene?»
(Matematikksenteret, u.å.-c).



Figur 4: «Seks perler». Illustrasjon hentet fra www.mattelist.no

Jeg valgte å begrense oppgaven til kun første del, hvor elevene undersøker hvilke tall de kan lage, på grunn av tidsomfanget på datainnsamlingen og formålet med forskningen. Jeg ønsket å fange elevenes intuitive argumentasjon, og jeg synes siste deloppgave «hvordan vet du at du har funnet alle mulighetene» la for mye føringer for hva elevene kom til å fokusere på, og trolig argumentere for.

Ettersom matteLIST er en nettressurs og dermed uten konkreter, valgte jeg å gi elevene en fysisk kuleramme med kuler. På denne måten får elevene muligheten til å bruke konkreter, og som Knudsen et al. (2018) påpeker, fikk elevene et bredere utvalg av representasjoner å bruke i sin argumentasjon. I tillegg til kulerammen fikk elevene utdelt ark og skrivesaker dersom de ønsket å bruke dette. Jeg la ingen begrensninger eller oppfordringer på hvordan elevene skulle løse oppgaven, men jeg gjorde ulike representasjoner tilgjengelig (Knudsen et al., 2018).



Figur 5: Utstyret elevene fikk utdelt, inspirert av mattelist sin illustrasjon

3.3.3.2 Høner på bondegården

Figur 6: «Høner på bondegården». Illustrasjon hentet fra www.mattelist.no

«På en bondegård er det 10 høner. Fem høner legger egg **hver** dag, mens de andre legger egg **annenhver** dag. Hvor mange egg legger hønene til sammen i løpet av 10 dager?»

Den andre oppgaven elevene arbeidet med er «høner på bondegården» (Matematikksenteret, u.å.-a) har i tillegg til stikkordet *argumentasjon* også stikkordene *resonnering* og *systematikk* hos matteLIST. Oppgaven ble gitt muntlig mens jeg viste dem figur 6, for å sette konteksten. Vi brukte tid på å sette oss inn i konteksten og snakke om bondegård, høner og egg, samt sette rammene for oppgaven. Ettersom oppgaven ble gitt muntlig og det er mye informasjon i oppgaven, valgte jeg å ikke gi elevene svaralternativene, og oppgavens kriterier ble endret. Elevene fikk også her utdelt ark og skrivesaker samt kuler for å arbeide med oppgaven. De ble ikke eksplisitt bedt om å bruke hverken skrivesakene eller kulene, men de fikk tilbud om det for å åpne for muligheten til å bruke flere representasjoner (Knudsen et al., 2018).

3.3.4 Rammene for gjennomføringen

Før økten informerte læreren i full klasse hvorfor jeg var til stede, og hva som skulle skje. Deretter gjennomførte jeg piloteringen med de elevene som ikke deltok i forskningen. Datainnsamlingen ble gjennomført i to runder, med to grupper i første runden, og tre grupper i andre runde. Økten elevene gjennomførte varte i omtrent 20-30 minutter, hvor elevene arbeidet med hver oppgave i omtrent 10-15 minutter. Vi gjennomførte økten på et grupperom, hvor to grupper gjennomførte opplegget samtidig. Jeg plasserte gruppene med god avstand for at de ikke skulle forstyrre hverandre, og for at videokamera skulle fange opp lyden til riktig gruppe. Kamera ble satt opp med avstand til bordet, for å fange opp elevenes hender etter beste evne. Dette for å fange opp gestikuleringer som peking, flytting av konkreter, skriving og annen kroppslig aktivitet knyttet til argumentasjon. se vedlegg 2 for en detaljert forklaring av hvordan kameravinkel ble satt opp for å bevare elevenes personvern.

3.4 Analyseprosessen og bruk av rammeverk

For å kunne bruke forskningens data til å svare på problemstillingen, må det foreligge en analyse av datamaterialet. «En analyse er en spørsmålsdrevet prosess, der man leter i data etter svar på spørsmål» (Johannessen et al., 2018, s. 22). I følgende delkapittel presenteres forskningens analyseprosess. Prosessen inkluderer all bearbeiding av datamateriale, fra transkripsjon til et ferdig resultatkapittel. Hvordan transkribering og anonymisering er gjort, hvordan jeg utviklet forskningsspørsmålene mine, samt tilpasninger av rammeverket og hvordan dette brukes i analysen løftes frem i dette delkapittelet.

3.4.1 Transkribering og anonymisering

I kvalitativ forskning er gjerne rådatamaterialet uoversiktlig. For å kunne fortolke datamaterialet trenger vi ifølge Befring (2015) å gå inn i datamaterialet og «hente ut» iboende informasjon og få dette på trykk. Befring (2015) peker på at det krever et omfattende arbeid med å skrive ut og strukturere den uoversiktlige dataen. Denne prosessen kalles transkribering. Jeg har valgt en transkribering av videoopptakene hvor jeg har forsøkt å gjøre en tilnærmet komplett overføring av rådata, fremfor en sammenfattet versjon. Alt av tale er transkribert ordrett (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 71 og 86). For å notere meg de andre modalitetene, noterte jeg i en egen kolonne forekomsten av gester og andre non-verbale element som var relevant for min forskning. For å fange opp så mange detaljer som mulig foregikk dette i en prosess hvor jeg så hver episode flere ganger, og hadde fokus på ulike ting hver gang. Denne tilnærmingen brukte jeg for å sikre meg å transkribere elementene som ikke var verbale. Transkriberingen ble nedskrevet i en tabell tilsvarende den jeg presenterer resultatene i.

Når man arbeider med videomateriale, kan det være overveldende på grunn av mengden inntrykk og informasjon som skal transkriberes og analyseres, og dette kan gjøre analysen krevende (Dalland, 2020, s. 126). Jeg oppdaget fort at det var lett å fokusere på andre interessante element enn det som var relevant for min forskning og problemstilling. Jeg gjennomførte derfor transkriberingen og analysen i flere omganger, og med ulikt fokus hver gang, for å prøve å sikre kvaliteten på transkripsjonen og analysen.

Som forsker har man et ansvar for å sikre anonymitet gjennom hele forskningsprosessen (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 74). Transkriberingen av videoopptakene og presentasjonen av resultatene, er kanskje de viktigste områdene jeg må sikre deltakernes anonymitet. Ifølge Gleiss og Sæther (2021) er det viktig å gjøre konteksten for forskningen tilgjengelig og forståelig for leseren, ved å gi biografisk informasjon av deltakerne. Denne må likevel begrenses for å skjerme deltakerne, og balansen her er viktig å ta stilling til i forskning (Gleiss & Sæther, 2021, s. 186). Utover at skolen holdes anonym, fikk også alle elevene fiktive navn for å ha enda et steg av anonymisering (Gleiss & Sæther, 2021, s. 186). For å anonymisere elevene laget jeg en kodeliste for de fiktive navnene. Denne kodelisten holdes adskilt fra øvrige data, jamfør samtykkeskjemaet deltakernes foreldre fikk utdelt (se vedlegg 2). Transkripsjonen og andre produserte tekster skal ikke deles med andre før det er anonymisert (Dalland, 2020, s. 126). Jeg arbeidet med videoene og transkripsjonen i Educloud frem til alt var anonymisert, før jeg hentet ut transkripsjonen fra desktopen. På denne måten sikret jeg at ingen andre enn jeg som har tilgang på Educloud-desktopen hadde tilgang på hverken videoene eller ikke-anonymisert data.

3.4.2 Bruk av rammeverket i analysen

Analysen i denne masteravhandlingen skjer i en revidert versjon av Nordin og Boistrup (2018) sitt rammeverk for å identifisere (multimodal) matematisk argumentasjon. Noen justeringer av rammeverket er gjort for å tilpasses denne forskningen, i et forsøk på å kunne gi et svar på oppgavens problemstilling og forskningsspørsmål. Videre tar jeg for meg tilpasningene av rammeverket, og gir en forklaring på hvordan rammeverket brukes i analysen. Rammeverket i sin helhet er nærmere beskrevet i kapittel 2.4.

Første delen av rammeverket identifiserer påstand først; og deretter videre argumentasjon som støtter påstanden. Selv om dette rammeverket er et ganske detaljert og spesifikt, har jeg valgt en tilnærming hvor matematisk argumentasjon ses på som en prosess og ikke nødvendigvis er formell (Krummheuer, 1995; Lin, 2018; Tall et al., 2012). Dette for å kunne fange opp argumentasjon som ikke nødvendigvis identifiseres av den fem-stegs identifikasjonen som rammeverket følger. Resultatene presenteres likevel i lys av rammeverkets steg, da det poengterer hvor påstander og argumentasjon dukker opp, og hvor det eventuelt ikke er til stede.

I en matematisk argumentasjon i Krummheuer (1995) modell har vi både sikring og ryggdekning. Som Nordin og Boistrup (2018) legger frem i rammeverket er ryggdekning sett på som et potensielt element, og er ikke alltid nødvendig. Hva som skiller sikring og ryggdekning kan være vanskelig, da begge deler knyttes til data og påstand. Jeg har derfor i min analyseprosess vurdert nøye hva som er sikring og hva som er ryggdekning i de tilfellene begge deler dukker opp. Ettersom dette er en kvalitativ studie, vil min tolkning av hva som skiller begrepene påvirke resultatet, og det er ikke nødvendigvis tilfelle at andre ville rekonstruert elevenes argumentasjon i Krummheuer (1995) modell på samme måte. Jeg har valgt å plassere elevenes muntlige utsagn og non-verbale uttrykk som knytter data til påstand, som sikring. Der det også er identifisert ryggdekning, er dette gjerne mer underliggende element som ikke alltid uttrykkes helt eksplisitt, men som jeg tolker at elevene baserer sikringen sin på.

Rammeverkets andre del fokuserer på modalitetene og modalitetens funksjon i argumentasjonen. Denne delen blir fulgt mer nøyaktig, da det multimodale er sentralt for å belyse forskningsspørsmålene. Det multimodale analyseres og presenteres uavhengig av om argumentasjonen er identifiserbar i rammeverkets første del eller ikke. På samme måte som Nordin og Boistrup (2018), tar jeg for meg følgende modaliteter i analysen; muntlig, tegning, skriftlige symboler og gester. Jeg har også valgt å inkludere manipulering av konkreter som en egen modalitet. Dette valgte jeg å inkludere på bakgrunn av Nergård (2021) sin forskning, og fordi det var noe jeg under observasjonen noterte meg at forekom i høy grad, og som jeg ikke vil plassere under noen av de andre kategoriene. I analysen tar jeg for meg disse modalitetene, både forekomsten av dem, og hvor i argumentasjonen de dukker opp. Som Nordin og Boistrup (2018) tar jeg for meg modalitetens tyngde i de ulike delene av argumentasjonsprosessen, etter Kress (2017). Også her vil min tolkning og forståelse av begrepet og kategoriseringen i primær, sekundær og likeverdig påvirke resultatet. Der modalitetene har primær tyngde kommer dette tydelig frem, da det ofte kommer alene som modalitet, eller uttrykker innholdet i argumentasjonen tilstrekkelig på egenhånd. Der modalitetene er plassert som sekundær, er modaliteten med på å uttrykke utsagnet eller argumentet, men hadde vi sett på dette isolert sett ville det ikke nødvendigvis vært tilstrekkelig. Den kategorien jeg opplevde som vanskeligst var likeverdig. Dette var fordi her utfylte modalitetene hverandre og ingen av de hadde trolig vært tilstrekkelig alene. De hadde likevel en større tyngde enn som støtte til den andre modaliteten, som i sekundær.

I sin artikkel viser ikke Nordin og Boistrup (2018) til identifikasjonsprosessen når resultatene presenteres, og modalitetens tyngde og forekomst diskuteres i etterkant. Eksemplene de trekker frem presenteres i en tabell. Tabellen består av ulike kolonner, hvor tid i opptaket vises lengst til venstre, deretter muntlige utsagn, skriftlig/tegning/objekter i neste og en fjerde kolonne som viser gester (Nordin & Boistrup, 2018, s. 21). De viser også den rekonstruerte argumentasjonen i en modell etter Krummheuer (1995) (se figur 3). Jeg har valgt å fremstille min analyse og resultat i en utvidet versjon av deres tabell, for å tydeliggjøre argumentasjonsprosessen. For å synliggjøre forekomsten av, og eventuelt fravær av, de ulike modalitetene har jeg valgt å presentere mine utdrag i en slik tabell:

RAD	HVEM	MUNTLIG	TEGNING	BRUK AV SYMBOLER	GESTER	MANIPULERING AV KONKRETER	MODALITETENS TYNGDE

Tabell 2: Presentasjon av utdrag

Jeg har også valgt å legge til modalitetens tyngde som en egen kolonne for å synliggjøre dette for hver modalitet, og fordi dette er sentralt for mine funn og min drøfting. Istedenfor å presentere utsagn etter tid, har jeg kalt dette rad for å lettere holde oversikt over hvem som sier hva, hva som blir sagt, gestikulert eller tegnet underveis i prosessen. Der det er betydelig tidsrom mellom det som blir sagt, eller hvor det som blir sagt ikke kommer kronologisk etter hverandre er det lagt inn et mellomrom i tabellen. I resultatkapittelet presenterer jeg hele identifikasjonsprosessen for å tydeliggjøre hvordan analysen har foregått, og hvilke resultater jeg har funnet.

3.4.3 Utvikling av forskningsspørsmål

For å besvare oppgavens problemstilling best mulig, har jeg gjennom en pågående prosess utviklet forskningsspørsmål som er dekkende for det jeg vil undersøke i denne studien.

For å kunne si noe om hva som karakteriserer småtrinns elevers matematiske argumentasjon så jeg det nødvendig å først identifisere om det forekommer argumentasjon i det hele tatt. Med forskningsspørsmål 1: *Hvordan viser matematisk argumentasjon seg hos elevene gjennom multimodalitet?* Ønsker jeg å identifisere elevenes argumentasjon, og se på om argumentasjonsferdighetene til elevene uttrykkes formelt eller uformelt. I dette forskningsspørsmålet er også multimodalitet sentralt, da dette er tilnærmingen jeg har valgt for å fange opp flere sider ved elevens argumentasjon. For å kunne svare på dette forskningsspørsmålet har jeg brukt rammeverket til Nordin og Boistrup (2018), tilpasset denne studien.

For å videre kunne si noe om hva som karakteriserer elevenes argumentasjon, så jeg det som hensiktsmessig å se på *når* i problemløsningsprosessen argumentasjonen forekommer. Forskningsspørsmål 2: *Hva utløser elevenes multimodale argumentasjon i problemløsningsprosessen?* Er utviklet for å avdekke hva som «utløser» argumentasjonen. Argumenterer elevene uansett hva? Må det uenighet til? Må lærer involveres? For å kunne si noe om hva som karakteriserer elevenes argumentasjon, ser jeg det som hensiktsmessig å undersøke dette. I dette forskningsspørsmålet kommer det sosiale aspektet inn. Både mitt utgangspunkt i sosiokulturell læringsteori (Vygotskij, 1934/2001; Walshaw, 2017) og argumentasjonens sosiale aspekt (Krummheuer, 1995) vil prege hva som oppfattes, tolkes og drøftes i dette forskningsspørsmålet.

I rammeverket som er benyttet i forskningsspørsmål 1, er matematiske forankring (Lithner, 2008) en viktig del. Jeg har i min analyse valgt å trekke dette frem som et eget forskningsspørsmål, da det er sentralt for den argumentasjonen elevene kommer med. Dette har jeg gjort fordi på samme måte som hva som *utløser* argumentasjonen, vil det matematiske aspektet av argumentasjonen være essensielt å undersøke når elevene er så unge som de er. Forskningsspørsmålet 3 ble derfor: *I hvilken grad er argumentasjonen forankret matematisk?* Dette aspektet inkluderes også for å fange opp eventuell argumentasjon som *ikke* er matematisk. Denne formen for argumentasjon faller utenfor rammeverkets definisjon av argumentasjon og vil derfor ikke inkluderes i forskningsspørsmål 1. For å sikre at slik argumentasjon også identifiseres for her, blir dette forskningsspørsmålet sentralt.

3.5 Etiske refleksjoner

Når man gjennomfører forskning er det i tillegg til rammer for forskningsdesign og metoder, etiske retningslinjer man må følge. Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora, også kalt NESH, har ansvar for å utarbeide nasjonale forskningsetiske retningslinjer og er et rådgivende, uavhengig organ (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora, 2021b). Alle etiske valg rundt opptak, datalagring og andre personvernhensyn er tatt i tett dialog med personvernrådgiver ved fakultetet, samt retningslinjene til NESH og høgskolens egne retningslinjer for personvern.

3.5.1 Godkjent forskningsprosjekt og samtykke

Høgskolen i Innlandets retningslinjer for forskningsdata påpeker at forskningsprosjekt som behandler personopplysninger har meldeplikt til NSD, norsk senter for forskningsdata (Høgskolen i Innlandet, u.å.-a). NSD er per 2022 en del av SIKT, kunnskapssektorens tjenesteleverandør. Prosjektet er meldt inn til, og godkjent av SIKT. En godkjenning fra SIKT er dokumentasjon på lovlig behandling av personopplysninger i henhold til GDPR- Lov om behandling av personopplysninger (Høgskolen i Innlandet, u.å.-a). Ettersom jeg ønsket å bruke videoopptak av barn, var dette en prosess som krevde justeringer og etiske overveielser rundt samtykke, anonymitet og datalagring. Vedlagt ligger godkjennelse fra SIKT (Se Vedlegg 1).

«Det forskningsetiske samtykket skal være frivillig, informert og utvetydig, og det bør være dokumenterbart» (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora, 2021a, s. 19). Ettersom jeg forsker på barn, er det foreldrene som må godkjenne samtykket til deltakelsen. I tett samarbeid med elevenes lærer fikk jeg sendt ut et informasjonsbrev/samtykkeskjema og samlet inn signerte skjema. Samtykkeskjemaet er grunnlaget for godkjennelsen fra SIKT, og all informasjon om frivillig samtykke, forskningens formål og muligheten til å trekke seg fra prosjektet er inkludert i dette. Ved å samarbeide tett med klassens lærer, fikk vi sikret hvem som samtykket til deltakelse og opprettholder muligheten til å trekke samtykke. Som vedlegg ligger samtykkeskjemaet og informasjonsbrevet som ble levert ut til barnas foresatte. Samtykkeskjemaet er utviklet i en kombinasjon av SIKT og Høgskolen i Innlandets mal (se vedlegg 2).

3.5.2 Educloud og datalagring

Som student, og forsker generelt, er det viktig å velge effektive datainnsamlingsverktøy og sikker datalagring (Høgskolen i Innlandet, u.å.-b). Høgskolen i Innlandet har tjenesteavtale med Universitet i Oslo for bruk av Educloud Research, som er en selvbetjeningsplattform for forskning (Universitetet i Oslo, u.å.).

Som student skal du bruke Educloud når du skal...

- samle inn små mengder røde /sensitive data, det vil si få inkluderte deltakere som deler begrenset mengde informasjon, hvilket er tilfellet for det store flertall av masteroppgaver
- samle inn gule data som er relatert til sårbare personer eller grupper som for eksempel mindreårige
- du eller andre oppfatter at du har data som trenger et ekstra lag av beskyttelse

(Høgskolen i Innlandet, u.å.-b)

Ettersom min datainnsamling samler inn små mengder røde/sensitive data i form av videoopptak, og informantene er barn, ble Educloud Research det naturlige valget som datalagringstjeneste. Educloud Research bruker Nettskjema og Nettskjema Viso som datainnsamlingsverktøy, og lagrer dataen i en virtuell maskin (en egen desktop) med totrinns-innlogging (Høgskolen i Innlandet, u.å.-b). Alt arbeid med datamaterialet har foregått i Educloud, før jeg har hentet ut et ferdig transkribert og anonymisert materiale fra desktopen. Etter endt forskning skal alt av rådata slettes, jamfør informasjonsskrivet/samtykkeskjema som er godkjent av SIKT (se vedlegg 2).

3.5.3 Forskning på barn

I forskning skal alltid forsker ivareta alle personer som inngår i forskningen. NESH (2021a) vektlegger likevel at: «Barn som deltar i forskning, har særlig krav på beskyttelse» (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora, 2021a, s. 20). Min forskning har et elevperspektiv og informantene i forskningen er barn, og dette blir derfor spesielt viktig å være bevisst på. Selv om foresatte har samtykket til barnets deltakelse i forskningsprosjektet, er det som forsker viktig å vurdere barnets evne til å samtykke eller nekte å delta i forskningen (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora, 2021a, s. 21). Elevene ble informert i forkant av gjennomførelsen hva forskning er, hvorfor jeg ønsket å forske på dem og at de ikke måtte delta om de ikke ønsket dette. Jeg informerte dem også om videoopptak og hva dette skulle brukes til. Læreren til elevene var også med både å vurdere hvem som deltok, dele informasjon om forskningen og var til stede under datainnsamlingen. Dette er et valg jeg tok for å sikre at elevene ble sett, og at noen som kjenner dem kunne støtte mine vurderinger rundt elevenes deltakelse.

3.6 Studiens kvalitet

Ifølge Gleiss og Sæther (2021) har forskere et ansvar for å vurdere og reflektere over egen forsknings kvalitet, dette gjelder også for masterstudenter. Det er mange aspekt som kan drøftes når det kommer til forskningskvalitet, men særlig reliabilitet og validitet løftes frem (Gleiss & Sæther, 2021, s. 201). I dette delkapittelet vil studiens reliabilitet og validitet redegjøres for. Mulige svakheter ved oppgaven løftes også frem for å reflektere over oppgavens kvalitet og begrensninger.

3.6.1 Reliabilitet og validitet

Reliabilitet omhandler kvaliteten på forskningsprosessen, og om forskningen er pålitelig (Gleiss & Sæther, 2021, s. 202). Gleiss og Sæther (2021) trekker frem at i en sosialkonstruktivistisk tradisjon, som denne fenomenologisk-hermeneutiske forskningen faller innunder, vil forskningen ha spor av forskeren. Ettersom forskerens subjektivitet og tolkninger ikke kan fjernes i slik forskning, vektlegges balansen mellom at relevante perspektiver fra analysen inkluderes, og det faktum at forsker setter preg på vinkling og resultater (Gleiss & Sæther, 2021, s. 203). De løfter også frem at å fortelle om utfordringer og retningsskifter vil være med å styrke forskningsprosjektets reliabilitet, sammen med beskrivelser, begrunnelser og refleksjoner rundt forskningsprosessen (Gleiss & Sæther, 2021, s. 203). Gjennom metodekapittelet har jeg forsøkt å legge frem alle beskrivelser av og refleksjoner rundt forskningsprosessen, i et forsøk på å styrke oppgavens pålitelighet.

I kvalitative forskningsprosjekt er problemstillinger rundt utvelgelse av utdrag fra observasjoner et sårbart forhold, knyttet til forskningens pålitelighet (reliabilitet) (Tjora, 2021, s. 263). Knyttet til pålitelighet trekker Tjora (2021) frem gjennomsiktighet eller innsyn i forskningen. I kvalitativ forskning er det ikke nødvendigvis å gjøre datasettet tilgjengelig for andre for replikasjon, slik som i kvantitativ forskning. Her er det heller redegjørelser som blant annet hvorfor forskningen gjennomføres, hvordan den er gjennomført, hvordan materialet er analysert og eventuelle problemer som har oppstått underveis, som gjør forskningen gjennomsiktig og pålitelig (Tjora, 2021, s. 264). I denne oppgavens metodekapittel har jeg gjort et forsøk på å beskrive forskningsprosessen fra start til slutt, inkludert metodiske valg, utfordringer og tilpasninger av rammeverk. Samtidig har jeg også gjort refleksjoner rundt hvilke valg jeg har tatt i prosessen som i større grad kan ha påvirkning på resultatene mine.

Et helt konkret eksempel jeg kan knytte til forskningens reliabilitet er en utfordring som oppstod under transkriberingen av datamaterialet mitt. Jeg hadde under datainnsamlingen min én gruppe hvor det var fire elever. Elevene delte seg naturlig i to og samarbeidet i par. Da jeg transkriberte opptaket oppdaget jeg at det var for mye støy på opptaket til å fange opp hvem som sier hva, om jeg i det hele tatt klarer å høre hvilke ord som blir sagt. Etter flere forsøk på endring av lydinnstillinger, hodetelefoner og transkripsjon i flere omganger, endte jeg med å ikke ha tilgang på deler av datamaterialet mitt, fordi 1 av 4 videoopptak måtte skrotes og jeg fikk et redusert datamateriale til analysering og ferdig resultat.

Validitet, eller gyldighet har fokus på kvaliteten på datamaterialet og forskerens fortolkninger (Gleiss & Sæther, 2021, s. 204). Dette aspektet handler om sammenhengene i forskningsdesignet. Både Tjora (2021) og Gleiss og Sæther (2021) trekker frem forholdet mellom problemstilling, metodiske valg for datainnsamling og konklusjoner som essensielt. Refleksjoner rundt forskerens fortolkninger er sentralt i oppgavens validitet. Som forsker kan man invitere leser til å kritisk ta stilling til forskningens relevans gjennom å redegjøre for metodiske valg og teoretiske perspektiv på analysen (Tjora, 2021, s. 262). Også omfanget av forskningen, med antall deltakere, økter og mengde datamateriale vil være sentralt i min masteravhandlings validitet. Denne formen for ekstern validitet knyttes til muligheten til generalisering av forskningsfunnene. «Generalisering referer til muligheten for å generalisere funn fra én kontekst til en annen» (Gleiss & Sæther, 2021, s. 207).

Jeg gjennomførte forskningen min i én klasse, med én økt og én metode, og forskningen min er ikke representativ. Generalisering er ikke mulig i kvalitativ forskning, nettopp fordi utvalget i kvalitativ forskning ikke vil være representativt for å trekke generelle konklusjoner om fenomenet (Gleiss & Sæther, 2021). Dermed vil ikke resultatene nødvendigvis kunne si noe generelt om fenomenet jeg undersøker, men det kan være en indikator for hvilke tendenser som finnes i elevenes argumentasjon, og for videre forskning på tema.

Tjora (2021) trekker frem kommunikativ gyldighet i henhold til å vurdere forskningens gyldighet i dialog med tidligere forskning og teori. Dette oppnås ved å sammenligne sine funn med tidligere forsknings funn, for å opprettholde høy kvalitet i forskningsfeltet (Tjora, 2021, s. 262). Forskningens validitet kan styrkes gjennom å tydeliggjøre hva forskningen undersøker og hva som finnes av allerede etablert kunnskap i tidligere forskning på samme tema (Tjora, 2021, s. 262).

3.6.2 Mulige svakheter i oppgaven

Refleksivitet er et begrep som beskriver den kritiske og spørrende holdningen en forsker har til sitt eget forskningsarbeid (Gleiss & Sæther, 2021, s. 49). Dette inkluderer «...tilnærmingen der forskeren hele veien forsøker å forstå samspillet mellom alle faktorene som inngår i forskningsprosessen og forskerens egen rolle» (Gleiss & Sæther, 2021, s. 49). Alle valg jeg har tatt rundt bruk av video, forskningens utvalg, min rolle som deltakende observatør og omfanget av datainnsamlingen kan spille inn på resultatene. Derfor vil jeg her drøfte mulige svakheter og faktorer som kan ha noe å si for min forsknings kvalitet, utover reliabilitet og validitet.

Jeg kjenner ikke elevene fra før, noe som både kan være en styrke og en svakhet. En fordel knyttes til at forskeren vil møte feltet med friske øyne (Dalland, 2020, s. 64). Jeg har ingen forforståelse for elevenes matematiske standpunkt, noe som gir elevene et godt grunnlag for å ikke bli forskjellsbehandlet. På den andre siden garanterer avstand bare avstand, og ikke nødvendigvis objektivitet (Dalland, 2020, s. 64). I lys av dette tenker jeg også at elevene kan være utrygge på å spørre om hjelp og snakke høyt sammen med meg som observatør. Dette er ikke noe jeg oppfattet, men jeg tar det i betraktning fordi jeg ikke kjenner elevene og ikke vet hvordan de samhandler i sine normale omgivelser uten min tilstedeværelse.

Min rolle som deltakende forsker er også en faktor for oppgavens kvalitet. Etter jeg landet på valget om deltakende forskning, har jeg reflektert en del rundt om resultatene mine kunne vært annerledes. Hadde jeg fanget opp andre ting som observatør dersom det var noen andre som ledet arbeidet med oppgavene? Jeg landet på at ved å styre økten selv, kunne jeg justere i hvilken grad jeg la føringer for elevenes arbeid, og dermed beholde elevperspektivet jeg ønsket å ha. Hadde en lærer styrt økten, hadde kanskje oppgaveformuleringen, mengden hjelp og hvilken hjelp elevene fikk vært annerledes og kunne påvirket den intuitive argumentasjonen jeg ønsket å observere. Ettersom jeg styrte økten selv, valgte jeg som nevnt å bruke video. Gjennom å bruke video kan man se gjennom opptaket/observasjonen flere ganger (Dalland, 2020). På denne måten ble element jeg hadde observert om noen andre styrte økten tilgjengelig for meg likevel. Ved å foreta valget om å bruke video anser jeg det som sannsynlig å kunne fange opp flere nyanser i argumentasjonen som forekom. På samme måte som min tilstedeværelse kan ha noe å si for elevenes deltakelse under økten, kan også bruken av videoopptak ha vært en faktor (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 71). Noen elever virket ikke å bemerke at det var kamera til stede, mens andre gjentatte ganger tittet på kamera gjennom økten. Det vil være hensiktsmessig å ta perspektivene presentert i dette delkapittelet i betraktning under videre lesning av studiens resultater og drøfting.

4.0 Analyse og resultat

I følgende kapittel presenteres resultat fra gjennomført analyse av datamaterialet. Resultatene presenteres episode for episode. Først presenteres tre episoder fra arbeid med kuleramme-oppgaven, deretter presenteres tre episoder fra arbeid med oppgaven «høner på bondegården». Ikke alle eksemplene inneholder fullstendig argumentasjon i lys av Nordin og Boistrup (2018) sitt rammeverk, men er trukket frem for å belyse interessante funn knyttet til studiens problemstilling.

Først presenteres utdraget fra episoden i en tabell (se tabell 2). Under utdraget foreligger en beskrivelse av situasjonen og oppgaven elevene jobbet med i episoden. I de episodene som er trukket frem uten argumentasjon, er det redegjort for hvorfor episoden er trukket frem i denne delen. Videre presenteres episoden (og argumentasjonen) i lys av forskningsspørsmål 1. Identifikasjonsprosessen i Nordin og Bositrup (2018) sitt rammeverk presenteres stegvis for å poengtere at alle stegene er gjennomført. En rekonstruksjon av argumentasjonen presenteres der det er mulig, og bruken av modalitetene og modalitetens tyngde beskrives. Til slutt redegjøres det for resultatene knyttet til forskningsspørsmål 2 og 3.

4.1 Episode 1- Tallet 15

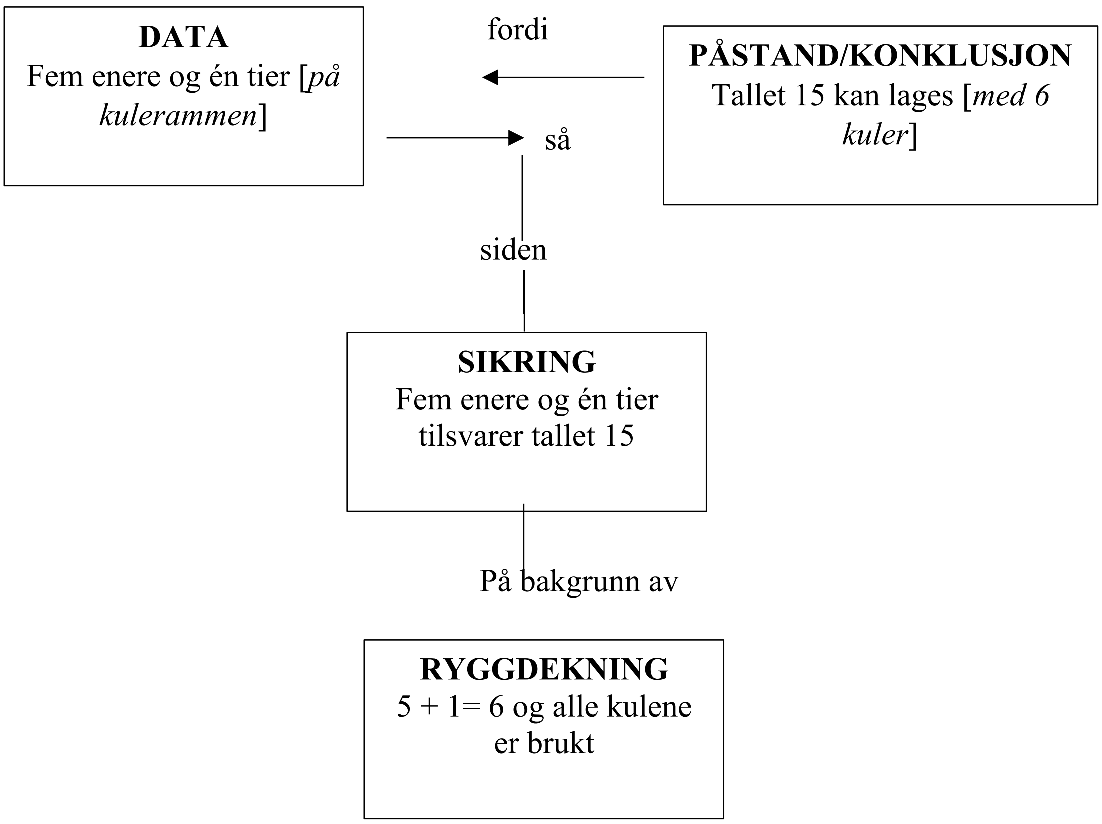
RAD	HVEM	MUNTLIG	TEGNING	BRUK AV SYMBOLER	GESTER	MANIPULERING AV KONKRETER	MODALITETENS TYNGDE
1	Ola	Hvilke andre kan vi lage- jo vi kan lage 1, 2, 3, 4, 5...				Putter kulene på ener-pinnen	Muntlig primær, manipulering sekundær
2	Ola	... 15!		Skriver 15		Putter siste kulen på tier-pinnen	Muntlig primær, manipulering sekundær
3	Truls	Er det der femten?					
4	Ola	Ja, 5 der og 1 der			Peker med blyanten på pinnene		Likeverdig
5	Truls	Oja!					

I dette utdraget jobber Ola, Truls og Per med plassverdisystem-oppgaven på kulerammen. Elevene har utforsket ulike tall og dette utdraget skjer ganske tidlig i elevenes arbeid med oppgaven. Ola sitter med kulerammen foran seg og er den som har kulene i hånden. Han putter kulene på rammen mens han teller og utforsker. Han kommer etter hvert med et utsagn om at vi kan lage tallet 15, noe Truls stiller spørsmål ved. Videre argumentasjon her dukker opp da Truls stiller spørsmål ved Ola sin manipulering av konkretene.

4.1.1 Forskningsspørsmål 1

4.1.1.1 Identifikasjonsprosess

1. Påstanden som her identifiseres kan ses i rad 1 og 2. Ola undersøker mulige løsninger på oppgaven, og forslår at tallet 15 kan lages.
2. Dataen som Olas påstand bygger på, blir her at han har fem enere og en tier.
3. Sikringen som her knytter dataen og påstanden sammen, er at de fem kulene på enerplassen og én kule på tierplassen tilsvarer tallet 15.
4. Ryggdekningen i denne argumentasjonsprosessen er her at eleven har brukt alle seks kulene.
5. En rekonstruert argumentasjon fra denne episoden kan se slik ut:



4.1.1.2 Modaliteter

Muntlig modalitet: I dette utdraget ser vi en høy forekomst av den muntlige modaliteten. Den er til stede gjennom hele prosessen, og i alle delene av argumentasjonen. I konstruksjonen av påstanden har den muntlige modaliteten primær tyngde. Videre har Olas bruk av muntlig modalitet likeverdig tyngde sammen med gester i argumentasjonens sikring i rad 4.

Tegning og skriftlige symboler: I dette utdraget bruker elevene ingen tegning i arbeidet med problemløsningsoppgaven. Det forekommer også svært lite annen skriftlig modalitet, da det kun skrives ned 15 etter uttrykt påstand som vi ser i rad 2. Denne bruken av skriftlig modalitet plasseres her som sekundær tyngde.

Gester: Modaliteten gester forekommer mot slutten av denne argumentasjonen da eleven peker med blyanten på pinnene hvor det står «enere» og «tiere» med henholdsvis 5 på enere og 1 på tiere. Gester får her som vi ser i rad 4, likeverdig tyngde sammen med den muntlige modaliteten.

Manipulering av konkreter: Elevene i dette eksemplet bruker manipulering av konkreter som strategi for å utforske oppgaven og underveis i argumentasjonsprosessen. Denne modaliteten forekommer i konstruksjonen av påstanden, og plasseres som sekundær til den muntlige modaliteten som vi ser i rad 1 og 2.

4.1.2 Forskningsspørsmål 2

Påstanden her kommer i rad 1 og 2, som et mulig svar på oppgaven elevene arbeider med. Videre kommer argumentasjonen som støtter denne påstanden da Truls stiller spørsmål ved Ola sin påstand og bruk av konkreter, som vi ser tydelig i rad 3.

4.1.3 Forskningsspørsmål 3

Elevens argumentasjon tar utgangspunkt i de manipulerte kulene og deres plassering. Dette kobler han til egenskapene til tallet 15, hvor tallet består av fem enere og én tier, og argumentasjonen er matematisk forankret. Her er sikringen og ryggdekningen forankret i matematiske objekt etter Lithner (2008).

4.2 Episode 2- 23 kan vi ikke lage

RAD	HVEM	MUNTLIG	TEGNING	SKRIFTLIGE SYMBOLER	GESTER	MANIPULERING AV KONKRETER	MODALITETENS TYNGDE
1	Truls	Hva med 23?!					
2	Ola	23?					
3	Per	Ahh 23!		Truls og Per skriver ned 23			
4	Ola	23? 23 kan vi jo ikke lage				Representerer 23 på kulerammen og holder siste kulen i hånden	Muntlig primær, manipulering av konkreter sekundær
5	Per	Jo!					
6	Ola	Hæ?... Ja, men hvor er den siste? Vi skal bruke alle 6. Og da blir det 24 og det går.				Både Ola og Truls setter siste kule på enerpinnen	Muntlig- primær, manipulering av konkreter, sekundær

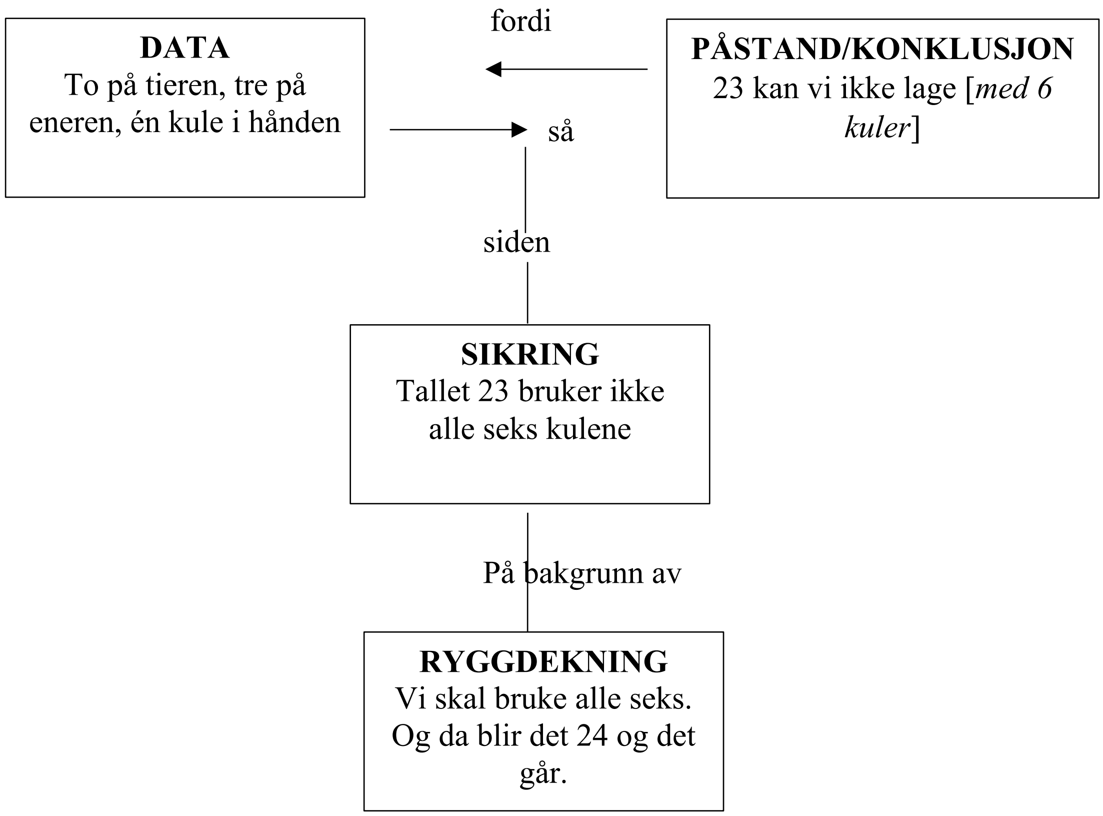
Dette utdraget er hentet fra samme gruppe som episode 1, men guttene har arbeidet videre med oppgaven. De har funnet flere tall de kan lage, og er nå i en fase hvor de begynner å finne samme tall om igjen. Etter hvert finner Truls et tall de ikke har skrevet ned enda, nemlig 23. Dette er starten på en argumentasjon fra Ola som kommer med en mot-påstand til Truls sin oppdagelse.

4.2.1 Forskningsspørsmål 1

4.2.1.1 Identifikasjonsprosessen

1. Påstanden i dette utdraget ser vi i rad 4, hvor Ola uttrykker at 23 kan vi ikke lage.
2. Dataen som støtter denne påstanden er konkretene Ola har foran seg, sammen med den ene kulen han har i hånden.
3. Sikringen i denne argumentasjonen dukker opp i rad 4 og rad 6, gjennom at Ola viser til at tallet 23 ikke bruker alle seks kulene, og har siste kulen i hånden.
4. Ryggdekningen i denne argumentasjonen forekommer i rad 6 hvor Ola viser til at dersom alle seks kulene hadde vært i bruk, hadde tallet blitt 24.

5. En rekonstruert argumentasjon kan se slik ut:



4.2.1.2 Modaliteter

Muntlig modalitet: I dette utdraget er den muntlige modaliteten primær gjennom hele argumentasjonen. Både i konstruksjonen av påstanden og når eleven uttrykker grunnlaget for sikring og ryggdekning. Eleven uttrykker både påstanden og sikring muntlig, som vi ser i rad 4 og rad 6.

Tegning og skriftlige symboler: I denne episoden forekommer ikke tegning eller annen skriftlig modalitet som en del av argumentasjonen. Der Truls og Per skriver ned 23 i utdraget skjer som en forløper til Ola sin påstand og argumentasjon, som vi ser i rad 3. Det er altså ikke i bruk i selve argumentasjonsprosessen, men vi ser bruk av skriftlig modalitet i guttenes arbeid med oppgaven.

Gester: I denne argumentasjonsprosessen forekommer ikke modalitet gester.

Manipulering av konkreter blir her brukt som modalitet med sekundær tyngde da det støtter opp under elevens muntlige utsagn. Denne modaliteten bruker Ola gjennom hele argumentasjonen. Påstanden kommer da han sitter med en kule i hånden og 23 på kulerammen, og han bruker dette som grunnlag for påstanden sin. Videre, i argumentasjonens sikring og ryggdekning får modaliteten en aktiv rolle i Olas argumentasjon. Der Ola har 23 på kulerammen og sitter med siste kule i hånden som vi ser i rad 4, fungerer modaliteten som en sekundær modalitet til den muntlige modaliteten. Her har ikke manipuleringen av konkretene en viktig rolle i argumentasjonen som et eget element, men støtter opp under hvorfor eleven kommer med påstanden. Da Ola deretter setter på den siste kulen for å vise at tallet blir 24, plasseres modaliteten også med sekundær tyngde. Kulen plasseres på kulerammen *etter* det muntlige, og ikke synkront, noe som gir manipulering av konkreter sekundær tyngde.

4.2.2 Forskningsspørsmål 2

I denne argumentasjonsprosessen kommer påstanden som motsvar til Truls og Per sitt forslag om at 23 kan være en løsning. Da sier Ola: «23?», «23 kan vi jo ikke lage» som vi ser i rad 2 og 4, noe som blir argumentasjonens påstand. Videre argumentasjon kommer etter at Per sier seg uenig med Ola i rad 5; «jo!».

4.2.3 Forskningsspørsmål 3

Ola argumenterer her med at 23 ikke er et godkjent svar på denne oppgaven fordi ikke alle seks kulene er i bruk, og at dersom alle seks kulene er i bruk blir tallet 24. Han viser her til egenskapene ved tallene 23 og 24, og argumentasjonen blir derfor matematisk forankret (Lithner, 2008).

4.3 Episode 3 - 42 eller 60?

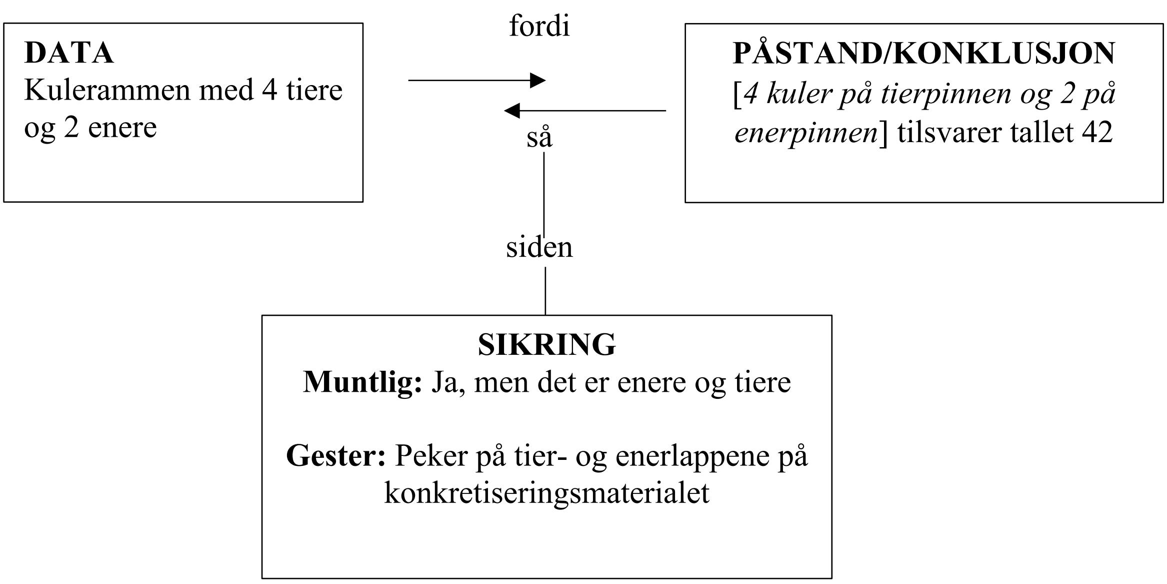
RAD	HVEM	TALE	TEGNING	SKRIFTLIGE SYMBOLER	GESTER	MANIPULERING AV KONKRETER	MODALITETENS TYNGDE
1	Arild	Da er det...					
2	Petter	10, 20, 30, 40... (Arild: 50) 41, 42			Peker på kulene med blyanten, først tiere, så enere		Gester primær, muntlig sekundær
3	Arild	10, 20, 30, 40, 50, 60			Peker på kulene for hvert tall han teller		Likeverdig
4	Petter	1, 2, 3... Hør nå 10,20,30,40			Peker på kulene hver gang de teller		Likeverdig
5	Arild	50			(Petter) peker på kulene på enerplassen		
6	Petter	Nei, 10,20,30,40.. 41, 42. Da har vi 42		Skriver ned 42 på arket	Peker fortsatt med blyant for hvert tall han teller		Gester og muntlig likeverdig, skriftlig sekundær
7	Arild	Det jeg prøvde å telle var.. Ehh, hvordan telte du igjen?					
8	Petter	10,20,30,40			Peker med blyant per kule		Gester primær
9	Arild	10,20,30,40, 50,60 hadde jeg tenkt til å telle			Peker på kulene		
10	Petter	Ja, men det er enere og tiere			Peker på pinnene og lappene som står "tier" og "ener" på		Gester primær, muntlig sekundær
...				**Etter litt tid**			
11	Arild	Hvis vi flytter 2 dit... da blir det 10, 20, 30, 40... 41, 42			Peker på kulene med blyanten mens han teller	Flytter to kuler fra tier (alle seks var der) til ener	
12	Petter	Det har vi!			Dunker blyanten på 42 på arket 3 ganger		

Arild, Petter og Knut arbeider med plassverdioppgaven på kulerammen. Guttene har plassert kulene utover kulerammen og skal nå finne ut hvilket tall de har laget. Det forekommer en uenighet rundt hvordan de skal telle det tallet de har laget, og det er her argumentasjonen kommer frem. Både Arild og Petter teller i tiere til å begynne med, men da de teller de siste to kulene dukker det en forskjell i guttenes tellemønster opp. Petter teller fire tiere (40) og to enere (42), mens Arild teller seks tiere (60).

4.3.1 Forskningsspørsmål 1

4.3.1.1 Identifikasjonsprosessen

1. Påstanden, eller det som diskuteres eller argumenteres for her blir «fire kuler på tierpinnen og to på enerpinnen tilsvarer tallet 42», som vi ser i rad 6.
2. Dataen i denne forskningen blir guttenes konkreter og hvordan de har plassert kulene på kulerammen.
3. Sikringen finner vi i rad 10, Petter viser til at pinnene på kulerammen representerer enere og tiere
4. Ingen ryggdekning identifisert
5. Et eksempel på rekonstruert argumentasjon:



4.3.1.2 Modaliteter

Muntlig modalitet: Argumentasjonen hvor Petter prøver å overbevise Arild om hans måte å telle på forekommer i stor grad muntlig. I rad 2 og 10 er muntlig modalitet plassert med sekundær tyngde, som støtte til gestene. I rad 6 ser vi at det muntlige og gestene har likeverdig tyngde i argumentasjonen, da de oppstår synkront, og utfyller hverandre likeverdig.

Gester: I dette arbeidet ser vi også høy forekomst av gester, da begge elevene teller med blyanten og peker på kulene under telling. Petter bruker også peking med blyanten til å poengtere sitt poeng og egenskapene ved pinnene (og dermed tallet) at det er enere og tiere som vi ser i rad 10. I denne argumentasjonsprosessen har gester fått primær tyngde flere steder. Det er ikke gitt at vi hadde fanget opp argumentasjonen hvis det kun var muntlig, da elevenes peking og tellemønster knyttet til plassverdisystemet er essensielt for å fange opp det matematiske aspektet og derfor argumentasjonen her. Vi ser i rad 2, 8 og 10 eksempler på tilfeller hvor gester for primær tyngde.

Tegning og skriftlig modalitet: I denne episoden forekommer det ingen tegning, og skriftlig modalitet brukes én gang når eleven har funnet et forslag på svar til oppgaven, som vi ser i rad 6. Den skriftlige modaliteten får her en sekundær tyngde, da den fungerer som støtte til det muntlige og gestene.

Manipulering av konkreter: I denne episoden forekommer ingen manipulering av konkreter. dette forekommer i forkant av argumentasjonen, da de allerede har plassert 42 på kulerammen før denne episoden starter, og episoden kun viser argumentasjonen som skjer i etterkant av utforskingen og manipuleringen av konkretene.

4.3.2 Forskningsspørsmål 2

I denne episoden er det en uenighet rundt hvordan guttene skal telle kuler som utløser argumentasjonen. Når Arild og Petter her er uenig om hvordan de skal telle kuler, og derfor hvilket tall de faktisk har på kulerammen (og som svar på oppgaven) forekommer argumentasjonen. Behovet for Petters argumentasjon dukker opp når Arild teller annerledes enn han, som vi han gjør allerede i rad 2 og 3.

4.3.3 Forskningsspørsmål 3

Argumentasjonen til Petter er her matematisk forankret gjennom hans forståelse og tilknytting til plassverdisystemet når han teller. Petter peker på egenskapene ved enere og tiere når han viser Arild, og argumentasjonen er da forankret i de matematiske egenskapene ved tallet 42 og konseptet plassverdisystemet (Lithner, 2008).

4.4 Episode 4- 75!

RAD	HVEM	MUNTLIG	TEGNING	SKRIFTLIGE SYMBOLER	GESTER	MANIPULERING AV KONKRETER	MODALITETENS TYNGDE
1	Meg	Hva har dere funnet ut av?					
2	Ola	15					Muntlig primær
3	Meg	15?					
4	Truls	15					Muntlig primær
5	Ola	Ja...? Ja! på grunn av da legger jo de halvparten av 10 de andre					Muntlig primær
6	Truls	Også de andre tar 10					
7	Meg	På 10 dager?					
8	Truls/ Ola	ja					
9	Truls	Er det 15?					
10	Meg	Det kommer jeg ikke til å svare på, det er dere som skal finne ut av					
...		**Etter litt tid**					
11	Meg	På en dag...					
12	Ola	Da har vi... jaa, vi har jo fem høner, så da legger de jo femti egg, jeg mener fem egg hver dag. Også en høne av de der hønene På ti dager legger jo ti egg, så da blir det 50 egg bare på de som legger hver dag.			Peker på en rød kule		Muntlig primær Gester sekundær
13	meg	Og hvis du da legger til de andre?					
14	Ola	Deet bliiir, 25? 50 + 25					
15	Truls	75!					

Denne episoden er hentet fra arbeidet til Ola, Truls og Per med oppgave 2- «høner på bondegården». Guttene har jobbet med oppgaven og testet ut ulike strategier for å komme til et mulig svar på oppgaven. I dette utdraget kommer jeg bort og hører hvordan det går med guttene, hva de har kommet frem til. De forteller meg at de har kommet til 15, og lurer på om svaret deres stemmer. Etter litt tid fortsetter guttene arbeidet, og Ola gjør en kobling som gir videre argumentasjon.

4.4.1 Forskningsspørsmål 1

4.4.1.1 Identifikasjonsprosessen

1. Påstanden blir i dette tilfellet svaret på oppgaven, altså 75
2. Dataen finner vi i rad 14, 50+25=75
3. Sikringen finner vi i rad 12, elevens muntlige forklaring som knytter dataen til problemstillingen
4. Ryggdekningen er de matematiske egenskapene bak elevenes sikring, 5x1=5, 1x10=10, 10x5=50
5. En rekonstruksjon av argumentasjonen kan se slik ut:

DATA
50 + 25= 75

Fordi

så

PÅSTAND/KONKLUSJON
75 [egg på 10 dager]

siden

SIKRING
Fem høner legger fem egg hver dag- én av de hønene på ti dager legger ti egg og da blir det 50 egg bare på de som legger hver dag.

De andre legger halvparten

På bakgrunn av

RYGGDEKNING
5x1=5
1x10=10 → 10x5= 50

Halvparten av 50=25

4.4.1.2 Modaliteter

Muntlig modalitet: I denne argumentasjonsprosessen forekommer nesten utelukkende muntlig modalitet. Derfor blir muntlig modalitet primær modalitet gjennom hele denne argumentasjonsprosessen.

Gester: Underveis i denne episoden ser vi ett enkelt tilfelle hvor gester dukker opp. I rad 12 ser vi at Ola peker på en rød kule, mens hans sier «også en høne av de der». I dette tilfellet er gesten peking av sekundær tyngde i argumentasjonen, da den støtter opp under det muntlige, og den muntlige modaliteten fortsatt i all hovedsak hadde talt for seg selv.

I denne episoden er det ingen forekomst av **tegning** eller andre **skriftlige modaliteter.** Det forekommer heller ingen bruk av **Manipulasjon av konkreter.**

4.4.2 Forskningsspørsmål 2

I denne episoden forekommer argumentasjonen da jeg som lærer kommer bort og spør hva guttene har funnet ut, og utfordrer tankegangen deres. Som nevnt kommer påstanden eller konklusjonen helt til slutt, men fra jeg stiller spørsmål ved hva guttene har tenkt ser vi at argumentasjonsprosessen starter.

4.4.3 Forskningsspørsmål 3

Argumentene til guttene er knyttet til de multiplikative egenskapene ved antall høner multiplisert med antall dager, samt addisjon av hønene hver dag og annenhver dag. Sikringen vi ser her, i rad 12, bærer derfor preg av kontekstuell forankring. Argumentasjonens ryggdekning er matematisk forankret som vi ser i rekonstruksjonen av argumentasjonen.

4.5 Episode 5- Bonden spiser eggene

RAD	HVEM	MUNTLIG	TEGNING	SKRIFTLIGE SYMBOLER	GESTER	MANIPULERING AV KONKRETER	MODALITETENS TYNGDE
1	Petter	Hør nå.. Hvis fem av de hønene legger egg hver dag.. Fem av de hønene hver dag og de fem andre legger egg annenhver dag, skal vi telle da					Muntlig primær
2	Petter	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10				Teller kuler og lager en gruppe på 10	Likeverdig
3	Petter	Sånn, skal vi se, (1-10, dobbeltsjekker)			Peker når teller		Likeverdig
4	Petter	Sånn skal vi telle, hvis hønene legger halvparten hver dag, 1, hopper over nei... 1, 1, 1, 1, 1 Og da er det fem høner som har lagt 1 og da hopper vi over en dag				Teller annenhver kule. Stopper. Teller kulene 1-til-1 (Nå ligger det en gruppe med 10 kuler og en med 5)	Likeverdig Likeverdig
5	Arild	Ja					
6	Petter	Da tar vi bort fem av de eggene				Tar bort fem kuler fra 10ergruppen	Muntlig primær, manipulering sekundær
7	Petter	Og etter det tar vi 1, 2, 3, 4, 5				Legger fem kuler til 5-gruppen	Muntlig primær manipulering sekundær
8	Petter	Og hvis de ikke legger flere egg da, så forsvinner de. Da tar bonden de og spiser de				Fjerner gruppen med 5 som var 10-gruppen før han fjernet fem	Muntlig primær, manipulering sekundær
9	Petter	Og hvis de legger nå 1,2,3,4, 5 nå				Legger til fem kuler på 10-gruppen og får 15	Likeverdig
10	Petter	Og da er det jo de hønene der			Peker/ trykker i bordet der den første gruppen med 10 lå		Muntlig primær, gester sekundær
11	Petter	Og da blir det jo.. 2, 3, 4, 5				Tar to kuler, så 1 og 1 og lager en ny gruppe på fem	Likeverdig
12	Petter	Og da har jo bonden spist opp fem av de eggene her				Fjerner fem kuler fra gruppen med 15 kuler	Likeverdig

I denne episoden jobber Arild, Petter og Knut med oppgaven «høner på bondegården». Guttene bruker informasjonen de har fått til å begynne med for å komme frem til et svar. Etter hvert ser vi at guttenes arbeid med oppgaven går over i å handle om kontekst, og at ideen om at bonden samler inn egg og spiser de, etableres. Dette er grunnlaget for argumentasjonen vi ser i dette utdraget. Dette eksempelet er tatt med for å kunne drøfte oppgavens problemstilling, selv om den ikke plasseres i Nordin og Boistrup (2018) sitt rammeverk.

4.5.1 Forskningsspørsmål 1

Vi ser ingen tydelig påstand her, men guttene forklarer hvordan de har kommet frem til det de har funnet ut. Deres problemløsning begynner matematisk med regning på hvor mange egg de ulike «gruppene» med høner legger, men går fort over i å handle om kontekst. Ettersom en påstand ikke ble identifisert, stoppet identifikasjonsprosessen allerede etter første steget, og identifikasjonsprosessen blir derfor ikke presentert her.

4.5.1 Modaliteter

Elevenes problemløsnings- og argumentasjonsprosess kan likevel ses i et multimodalt perspektiv og med fokus på modalitetenes tyngde for å belyse modalitetenes rolle i argumentasjonsprosessen.

Muntlig modalitet: Forekommer gjennom hele problemløsnings- og argumentasjonsprosessen. Muntlig modalitet er den primære modalitet i rad 1, 6, 7, 8 og 10. Den muntlige modaliteten får likeverdig tyngde sammen med manipulering av konkreter og gester flere steder, men totalt sett er dette den mest fremtredende og gjennomgående modaliteten.

Manipulering av konkreter: I denne episoden ser vi at eleven aktivt manipulerer konkretene underveis i problemløsnings- og argumentasjonsprosessen. I rad 2, 3 og 4 har jeg plassert elevenes manipulering av konkreter og muntlige modalitet som likeverdig. Ingen av modalitetene kan ses på separat, da de utfyller hverandre og skaper mening sammen. Også i rad 9, 11 og 12 vektlegges modalitetene likeverdig da de sammen skaper meningen eleven ønsker å uttrykke. I rad 6, 7 og 8 har manipulering av konkreter fått sekundær tyngde, da den muntlige modaliteten uttrykker meningen tilstrekkelig alene, men støttes av elevens manipulering.

Gester: I rad 3 peker Ola på kulene når han kontrollteller gruppen han har laget. Her har jeg plassert modalitetene som likeverdige, da elevenes muntlige utsagn og peking likeverdig utfyller hverandre for å skape mening av det eleven uttrykker. I rad 10 ser vi også et tilfelle hvor Ola bruker gester. Gestene her kommer i form av et pek eller et trykk i bordet der en tidligere gruppe med kuler kom, samtidig som elevene uttrykker et poeng muntlig. Dette tilfellet av gester får sekundær tyngde, da det støtter opp under det poenget Petter prøver å forklare muntlig. **Tegning og skriftlig modalitet** forekommer ikke.

4.5.2 Forskningsspørsmål 2

I dette utdraget forekommer argumentasjonsprosessen helt fra start da elevene starter med oppgaven. Ingen uenighet, eller spørsmål som må til før Petter forklarer sin resonnering. Ettersom ingen påstand er funnet i forskningsspørsmål 1, er det også vanskelig å identifisere en formell argumentasjon.

4.5.3 Forskningsspørsmål 3

Når jeg kommer bort og spør hva de har kommet frem til, er det konteksten hvor bonden tar eggene og spiser de underveis som er i hovedfokus. Dette blir ikke matematisk argumentasjon fordi argumentene og fremgangsmåten til guttene ikke kan forankres i matematiske aspekt (Lithner, 2008). Guttene argumenterer her basert på kontekst, og argumentasjonen har kontekstuell forankring.

4.6 Episode 6 - Telle høner

RAD	HVEM	MUNTLIG	TEGNING	SKRIFTLIGE SYMBOLER	GESTER	MANIPULERING AV KONKRETER	MODALITETENS TYNGDE
1	Kai	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10				Teller opp en ny gruppe med 10	
2	Meg	Mhm, så på to dager har du da 20					
3	Kai	Ehh ja					
4	Meg	Mhm, og den tredje dagen, hvor mange vil du ha da?					
5	Kai	30?					
6	Meg	Og fjerde dagen vil du da ha?					
7	Kai	Ehh 40				Begynner å finne flere kuler	
8	Meg	Og femte dagen?					
9	Kai	Vent litt, jeg må bare finne... 10, da har jeg 30				Får telt opp ti og har nå 3 grupper med ti kuler	
10	Kai					Teller opp enda en gruppe med 10	
11	Meg	Prøv å se hvis du regner sånn, hvor mange egg du vil ha på ti dager da?					
12	Kai	Okei, så dette er da 40, også ehh må jeg ha 10 egg.. Ehh så må jeg ha ehh 6 egg til?			Peker på sine fire grupper med 10		
13	Meg	Ja du har seks dager til med egg					
14	Kai	Okei					
15	Kai					Teller opp nye tiere	
16	Kai	Sånn, da har vi femti				Snur seg til Pia	
17	Pia	10, 20, 30, 40, 50, 60			peker med blyant	Teller hver gruppe	
18	Kai	Ehm, vi er tom for egg					
...		**Får flere konkreter**	**...**	**Etter litt tid**	**...**		
19	Kai	Sånn da har vi, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80			Peker på hver gruppe mens han teller		
20	Kai	Sånn, da mangler vi bare 20 til, da må vi bruke de pinnene der og					
21	Meg	Men hva er det dere har funnet ut nå da? På 8 dager så har du 80 egg?					
22	Kai	ja					
23	Meg	Så hvor mange vil du ha på ti dager?					
24	Kai	Ehhh, 100 egg					
25	Kai	Her har vi fem, og da er vi tomme for de og				Tar de siste fem pinnene bort til samlingen	

Denne episoden er hentet fra Pia, Kai og Kim sitt arbeid med oppgave 2 «høner på bondegården». Etter avtale med læreren, fikk denne gruppen en tilpasset versjon av oppgaven. Elevene skulle undersøke hvor mange egg ti høner ville legge på ti dager hvis hver høne la ett egg hver dag. Her hadde vi altså fjernet elementet hvor fem av hønene la egg annenhver dag. Etter å ha arbeidet med oppgaven en stund henter Pia meg bort til bordet for å få hjelp. I dette utdraget ser vi problemløsning med hjelp av konkreter, og det forekommer ingen argumentasjon. Dette eksempelet er tatt med for å kunne drøfte fraværende argumentasjon.

4.6.1 Forskningsspørsmål 1

I denne episoden er det ikke identifisert noe påstand, og de 4 siste stegene i første del av rammeverket utgår. Derfor presenteres ikke identifikasjonsprosessen her. Selv om det ikke forekommer argumentasjon kan vi se på forekomsten av modalitetene som brukes i problemløsningen. Jeg har ikke tillagt modalitetene tyngde, da det her ikke er en argumentasjon å ta tak i.

Muntlig modalitet forekommer hyppigst og er til stede gjennom hele problemløsningsprosessen.

Tegning og skriftlig modalitet: forekommer ikke i denne episoden.

Gester og manipulering av konkreter forekommer i stor grad. Elevene manipulerer konkretene til å representere eggene som blir lagt hver dag. Gjennom hele problemløsningsprosessen ser vi at elevene peker én-til-én mens de teller og lager nye grupper. Gestene og manipuleringen av konkretene fremstår sentrale i elevenes arbeid.

4.6.2 Forskningsspørsmål 2 og 3

Ettersom det ikke er identifisert noe argumentasjon i forskningsspørsmål 1, vil dette følges videre i forskningsspørsmål 2 og det poengteres igjen at det ikke forekommer argumentasjon. Som videre «følgefeil» fra forskningsspørsmål 1 og 2 vil det heller ikke være resultater i forskningsspørsmål 3. Ettersom det ikke forekommer argumentasjon i denne problemløsningsepisoden, er det ingen argumentasjon vi kan forankre matematisk.

5.0 Drøfting

I et forsøk på å svare på studiens problemstilling *«Hva karakteriserer 2.trinnselevers multimodale matematiske argumentasjon i arbeid med problemløsningsoppgaver?»*, tar dette kapittelet for seg funnene fra analysen og ser de i lys av relevant teori og forskning presentert i kapittel 2. For å kunne drøfte oppgavens problemstilling, er det sentralt å få belyst alle tre forskningsspørsmålene. Kapittelet tar derfor for seg et og et forskningsspørsmål, og henter relevante element fra episodene presentert i resultatkapittelet. Etter drøfting knyttet til hver enkelt episode, vil det oppsummeres og legges frem fellestrekk eller hovedfunn knyttet til forskningsspørsmålet for å kunne svare på problemstillingen. Avslutningsvis i kapittelet trekkes valg av oppgavene frem for å drøfte hvilken rolle de kan ha hatt på resultatene mine.

5.1 Forskningsspørsmål 1

Forskningsspørsmålet *«Hvordan viser matematisk argumentasjon seg hos elevene gjennom multimodalitet?»*, har som mål å fange opp elevenes argumentasjon gjennom et multimodalt perspektiv. Her er det overordnede rammeverket benyttet for å identifisere argumentasjonen og for å trekke frem det multimodale perspektivet. Andre aspekt som kan være interessant i lys av forskningsspørsmålet blir også belyst.

5.1.1 Episode 1- Tallet 15

I den første episoden forekommer det en ganske klar argumentasjon, som lett kan identifiseres og analyseres gjennom rammeverket til Nordin og Boistrup (2018). Påstanden forekommer tidlig i elevenes arbeid med oppgaven. Med Krummheuer (1995) syn på argumentasjon som en prosess, ser vi her at Ola sitt argument kommer som en del av argumentasjons- og resonneringsprosessen. Han har i problemløsningsprosessen utforsket og testet seg frem til at tallet 15 kan lages, og uttrykker påstanden i etterkant av dette. Argumentene han etterpå kommer med, kommer som resultat av den resonneringen han har gjort, for å overbevise Truls og Per.

En påstand kan ifølge Nordin og Boistrup (2018) være noe så enkelt som svaret på en oppgave. Knudsen et al (2018) peker i motsetning til dette på at problemløsning *ikke* er matematisk argumentasjon, og det er derfor uenighet rundt hva som regnes som en påstand, og som videre kan argumenteres for. Jeg har valgt å ta samme ståsted som Nordin og Boistrup (2018) og regne svar på problemløsningsoppgavene her som påstander. Derfor anser jeg svaret til Ola som en påstand, og ser på videre argumentasjon. Olas utsagn er en *støttet* påstand (Nordin & Boistrup, 2018). Dette er fordi det finnes data, sikring og til og med ryggdekning som Ola bygger påstanden og konklusjonen sin på.

Det som kanskje er mest interessant med denne episoden er det multimodale perspektivet. Vi kan i denne episoden se at det er muntlig modalitet som fungerer som primær modalitet gjennom stort sett hele argumentasjonen. Dette kan knyttes til både sosiokulturell forståelse (Vygotskij, 1934/2001; Walshaw, 2017; Wittek, 2004) av språkets betydning i læring og utvikling, og som Kress (2010) påpeker, at språket eller den muntlige modaliteten tradisjonelt sett er sett på en slags «hovedmodalitet».

Vi ser at Ola også bruker konkreter og manipulasjon av konkretene gjennom hele argumentasjonsprosessen, helt fra utforskingen i forkant og i konstruksjonen av påstanden. Han bruker også konkretene i sikringen gjennom å peke på dem. Modaliteten får en sekundær tyngde fordi den supplerer den muntlige modaliteten. Hadde vi sett utelukkende på den muntlige modaliteten adskilt fra de andre modalitetene, ville ikke argumentasjonen hatt hverken data eller sikring. Det multimodale perspektivet ga meg derfor muligheten til å fange opp argumentasjon jeg ellers ville ha oversett. Her synes mitt funn å sammenfalle med behovet Nordin og Boistrup (2018) så for den multimodale tilnærmingen til argumentasjon i rammeverket.

I argumentasjonens sikring: «fem der og 1 der» dukker behovet for en multimodal tilnærming opp, og Olas gester blir viktig. Her får modalitetene en likeverdig tyngde fordi begge modalitetene taler for seg selv, men de supplerer og styrker hverandre. Uten den non-verbale pekingen til Ola, ville ikke «fem der og 1 der» vært tilstrekkelig som sikring, fordi det ville ikke vært forståelig at elevene viste til lappene på kulerammen som sa «enere» og «tiere». Det kan derfor diskuteres om gestikuleringen her har primær tyngde som modalitet fordi det verbale fungerer som støtte til det non-verbale. Dette kan knyttes til Schwarz og Prusak (2016) sine funn om at den muntlige modaliteten blir svak i møte med gester og non-verbale modaliteter. Gestene i denne forskningen, som hos Schwarz og Prusak (2016) skjer her synkront med det muntlige, og uttrykker ofte konsepter eller forståelser som er for komplekst å uttrykke verbalt. Ola «sparer» seg tilsynelatende for både tid og misforståelser ved å peke på konkretene og lappene på kulerammen når han skal argumentere for at det han har plassert på konkretiseringsmaterialet tilsvarer tallet 15. I rad 5 ser vi at Truls svarer «oja». Olas gestikulering kan her ha vært signifikant for Truls sin erfaring med og aksept for det matematiske konseptet som underligger i argumentasjonen. Det forekommer ikke nødvendigvis en konklusjon hvor guttene avgjør om påstanden er sann eller ikke (Knudsen et al., 2018), men jeg tolker det som at Truls godtar Olas argumentasjon da han svarer «oja». Jeg vil her trekke frem gestikulasjonen som mulig årsak til denne felles forståelsen (Cobb & Bauersfeld, 1995; Yackel & Cobb, 1996). Dette drøftes videre i forskningsspørsmål 2.

5.1.2 Episode 2- 23 kan vi ikke lage

Episode 2 er hentet fra samme gruppe som episode 1, og vi ser enda et tydelig eksempel på matematisk argumentasjon som kan identifiseres og presenteres gjennom Nordin og Boistrup (2018) sitt rammeverk. Ola sin påstand forekommer her litt lengre ut i problemløsningsprosessen. Argumentasjonen kan enkelt identifiseres med påstand, data og sikring, og også ryggdekning forekommer her.

I dette utdraget er det også interessant å se på anvendelsen av multimodalitet. Den muntlige modaliteten har her primær tyngde, og forekommer gjennom hele argumentasjonsprosessen. Schwarz og Prusak (2016) funn om at muntlige argumenter ble svekket i sammenligning med non-verbale modaliteter, er et interessant perspektiv å trekke inn i denne episoden. Den muntlige modaliteten forekommer som påpekt hyppigst og gjennom hele argumentasjonsprosessen. Vi ser likevel at elevens poeng tydeliggjøres gjennom det non-verbale, og en kombinasjon av det verbale og non-verbale, altså multimodalt. I motsetning til i episode 1 hvor de non-verbale modalitetene var avgjørende for å fange opp argumentasjonen, ser vi her et eksempel på at multimodalitet heller styrker og formaliserer argumentasjonen.

I rad 6 ser vi at Ola manipulerer konkretene ved å putte siste kulen på kulerammen for å tydeliggjøre at dersom alle seks kulene er brukt blir tallet 24. Den første delen av det muntlige «ja, men hvor er den siste?», står ikke sterkt i forhold til hvor tydelig det blir at den sjette kulen mangler gjennom det non-verbale. Det kan se ut som at fraværet av den siste kulen er det som får Ola til å stille spørsmål ved de andres utsagn. Dette drøftes i forskningsspørsmål 2. Jeg vil likevel poengtere her at grunnlaget for Olas argumentasjon kanskje ikke ville vært like tydelig og synlig dersom guttene ikke tok i bruk konkreter.

Den muntlige modaliteten har jeg plassert som primær tyngde fordi det taler for seg selv, og hadde vært tilstrekkelig som argumentasjon alene. Som Schwarz og Prusak (2016) poengterer, er likevel det non-verbale med å bidra til å styrke elevens argumentasjon. Her bidrar det multimodale perspektivet til å styrke argumentasjonen gjennom å uttrykke mening på andre og flere måter enn muntlig (Kress, 2010; Schwarz & Prusak, 2016). Knudsen et al. (2018) trekker frem at non-verbale representasjoner (modaliteter) fungerer som presisering av mer uformelle utsagn, noe denne episoden er et godt eksempel på.

Som påpekt kan fraværet av siste kulen på kulerammen være det som muliggjorde dialogen. Vi ser at Truls og Ola setter kulen på kulerammen etter Olas muntlige argumenter og manipuleringen av konkretene får en funksjon som støtter det muntlige, altså sekundær tyngde i argumentasjonen. Bruken av modaliteten manipulering av konkreter skjer i etterkant av det muntlige utsagnet. Når vi ser at både Ola og Truls setter kulen på, kan det tyde på en manifestering av oppnådd enighet. Jeg vil på bakgrunn av dette trekke frem manipulering av konkreter som en sentral modalitet for elevenes utvikling av felles språk og enighet i matematisk argumentasjon.

5.1.3 Episode 3- 42 eller 60?

I denne episoden ser vi at det ikke nødvendigvis foreligger en tydelig formulert påstand, men det forekommer uformell matematisk argumentasjon som likevel er interessant å ta tak i. I Durand-Guerrier et al. (2012) sin forståelse av (matematisk) argumentasjon inkluderes all diskurs som kommer frem i forbindelse med å etablere en konklusjon rundt det som utforskes eller diskuteres. Det trenger i deres forståelse ikke å være en påstand, men kan også være et tema eller en sannhet som er under utforsking. Med utgangspunkt i denne forståelsen har jeg valgt å ta med denne episoden, fordi vi ser tydelig hva guttenes argumentasjon dreier seg om. Det guttene argumenterer rundt er hva fire kuler på ene pinnen, og to kuler på andre pinnen tilsvarer. Selv om det ikke er lett å peke på en konkret påstand, ser vi i resultatkapittelet at i rad 6 uttrykker Petter både muntlig, med gester og skriftlig at 42 er det tallet de har kommet frem til.

Denne episoden viser hvor viktig rolle gester kan ha i et multimodalt perspektiv på argumentasjon. Knudsen et al. (2018) trekker frem at gester kan være med å tydeliggjøre ideer, noe vi ser et godt eksempel på her. Begge guttene teller seks kuler, så uten gestikuleringen, ville det ikke vært like lett å avgjøre hvem av guttene som har rett. Gjennom peking, tydeliggjør Petter hvilke to tall han mener er enere. I rad 5 ser vi at Arild sier 50 mens Petter peker på enerkulene. Petter sier «nei» og avbryter Arild, og viser på nytt hvordan han har telt. Her ser vi også som Schwarz og Prusak (2016) legger frem, at gester (som oftest) kommer synkront med den muntlige modaliteten. Hos Schwarz og Prusak (2016) fikk gester der det kom synkront med det muntlige som hovedfunksjon å uttrykke ideer som var for komplekse å uttrykke verbalt (Schwarz & Prusak, 2016). I dette eksempelet er ikke nødvendigvis ideene for komplekse til å uttrykke gjennom muntlig modalitet alene, men ved å ha et multimodalt perspektiv og se på funksjon til gestene, ser vi at gestene helt klart styrker den ideen Petter prøver å få frem med ord.

I denne argumentasjonen har jeg valgt å tillegge modaliteten gester primær tyngde, fordi det er ikke gitt at vi hadde fanget opp argumentasjonen hvis jeg kun satte søkelys på den muntlige modaliteten. Elevens muntlige utsagn kunne her gjerne oppfattes som en «vanlig» diskusjon. Elevenes peking og tellemønster knyttet til plassverdisystemet er essensielt for å fange opp det matematiske aspektet og essensen i argumentasjonen. Gjennom å inkludere det multimodale perspektivet slik Nordin og Boistrup (2018) gjør, kan vi tilsynelatende også plassere elementer fra elevenes argumentasjon i Krummheuer (1995) modell som vist i resultatkapittelet. Krummheuer (1995) påpeker at modellen er konstruert for å kunne representere en ideell modell av argumentasjonen, men at argumentasjonen i den faktiske situasjonen vil forekomme med stor variasjon. Dette er et viktig poeng å få frem, da en rekonstruksjon av argumentasjonen vil være én måte å representere argumentasjonen på. Vi ser likevel i både resultatkapittelet og i drøftingen av episoden at argumentasjonsprosessen er kompleks, og kompleksiteten vil ikke nødvendigvis synliggjøres i en slik rekonstruksjon. Denne argumentasjonen er som konstatert ikke en tydelig og formell argumentasjon, så å plassere den i en slik modell er kun med hensikt om å tydeliggjøre hva som karakteriserer argumentasjonen.

5.1.4 Episode 4- 75!

I denne episoden jobbet Ola, Truls og Per med oppgaven «høner på bondegården». Påstanden eller konklusjonen som kommer her kommer til slutt er svaret på oppgaven; 75. Krummheuer (1995) peker på at det som kommer som påstand, og det vi konkluderer med ofte er det samme, og i hans modell er påstand og konklusjon plassert i samme felt. I denne episoden ser vi at guttene ikke uttrykker noen påstand før svaret deres kommer på slutten av episoden. Vi ser likevel at det kommer en konklusjon mot slutten, som er det utsagnet guttene argumenterer for og kan derfor også kalles argumentasjonens påstand. Jeg vil her trekke frem Durand-Guerrier et al. (2012) sin forståelse av argumentasjon, da jeg plasserer elevenes muntlige diskurs som kommer i arbeid med å etablere en felles konklusjon til oppgaven, som argumentasjon. Med Durand-Guerrier et al. (2012) sin forståelse trenger vi altså ingen konkret påstand for å kalle dette for argumentasjon, fordi vi regner all diskurs rundt å komme til en akseptert konklusjon rundt oppgaven som argumentasjon.

Denne episoden er et godt eksempel på en mer uformell argumentasjon. Som Krummheuer (1995) vektlegger, er argumentasjonen til for å overbevise seg selv og andre, heller enn å fokusere eksklusivt på formell logikk og logisk korrekte slutninger, som i bevis og bevisføring. Fosnot og Jacob (2010) trekker også frem at selv unge barns argumenter kan baseres på flere logiske sammenhenger. Guttene formulerer ikke en tydelig argumentasjonsrekke som bygger på hverandre og er sammenhengende fra start til slutt. Vi ser likevel at guttenes argumentasjon bygger på logiske sammenhenger av mer uformell grad. Vi ser at guttene utforsker og diskuterer sammenhenger og egenskaper, noe som ifølge Lin (2018) og Tall et al. (2012) er viktig for videre utvikling av elevenes tenkning og logiske resonnement.

Guttene produserer her en kollektiv argumentasjon (Conner et al., 2014; Zhuang & Conner, 2022).Vi ser at de jobber sammen for å komme til et svar, og det er ikke én av guttenes resonnering som er grunnlaget for argumentasjonen. Vi ser i rad 14 og 15 et tydelig eksempel på at guttene arbeider sammen for å komme til en påstand eller konklusjon. Også tidligere i argumentasjonsprosessen når jeg er i prat med guttene, ser vi at både Ola og Truls er med i samtalen og jobber sammen for å komme til en løsning.

I denne episoden brukes det nesten utelukkende muntlig modalitet. Den muntlige modaliteten vil derfor ha primær tyngde, noe som trolig kan knyttes til hva elevene er vant med, og den muntlige modalitetens rolle (Kress, 2010). I et enkelt tilfelle, rad 12, ser vi likevel at Ola peker på en rød kule og sier «også en høne av de der». Han skiller altså mellom de to gruppene av høner, noe som kommer frem muntlig, men som han tydeliggjør gjennom gester. Goldin-Meadow (2009) peker på at gestikulering kan være et tegn på starten av elevens kommende endring i språk eller kognitive evner. Ifølge Bartolini og Martignone (2014) kan konkreter gi elever muligheten til å utvikle strategier som kan brukes i mental manipulasjon av mer abstrakte objekter. Olas peking på kulen kan i lys av Bartolini og Martignone (2014) og Goldin-Meadow (2009) ses på som et tegn på hans utvikling mot å strukturere abstrakte objekter, i dette tilfellet eggene til hønene. Gjennom å sette søkelys på multimodalitet kan jeg avdekke en potensiell utvikling hos Ola, som jeg trolig ikke hadde avdekket uten det multimodale perspektivet.

Olas gestikulering kan på en annen side også ha en så «enkel» funksjon som å hjelpe medeleven (og meg) å følge resonneringen sin (Schwarz & Prusak, 2016). Ved å peke på denne kulen og henvise til forskjellen mellom de to gruppene med høner, gjorde Ola det lett for oss andre å holde følge med hans muntlige forklaring. Det non-verbale og det multimodale kan i denne episoden derfor sies å ha flere funksjoner. I akkurat dette tilfellet ser vi også at det Ola uttrykker muntlig «også en høne av de der» ikke hadde vært selvforklarende uten gestikulasjonen. Her ser vi altså at selv om den muntlige modaliteten stort sett er primær i alle utsagn som er sentrale for argumentasjonen, så ser vi at muntlig modalitet som selvstendig modalitet, svekkes når gestikulering involveres (Schwarz & Prusak, 2016).

5.1.5 Episode 5- Bonden spiser eggene

I denne episoden ser vi som presentert i resultatkapittelet ingen tydelig påstand og dermed ingen matematisk argumentasjon dersom vi følger rammeverket til Nordin og Boistrup (2018). Jeg har likevel valgt å ta med episoden for å belyse oppgavens problemstilling. For å kunne si noe om hva som karakteriserer elevenes argumentasjon, er det viktig å trekke frem ulike eksempler. Denne episoden står i kontrast til de andre oppgavene, og er med på å tydeliggjøre nyansene av elevenes matematiske argumentasjon.

Denne episoden vil jeg drøfte fra to ulike sider. På den ene siden kan vi velge å følge Knudsen et al. (2018) og gjøre et tydelig skille på argumentasjon og problemløsning, og ser på dette som en ren problemløsningsprosess heller enn argumentasjon. Derfor vil det med utgangspunkt i denne episoden bli vanskelig å si noe om hva som karakteriserer elevenes argumentasjon, fordi argumentasjon anses å være fraværende.

På den andre siden velger jeg å se på dette som en begynnende argumentasjonsprosess og som uformell matematisk argumentasjon (Krummheuer, 1995; Lin, 2018; Tall et al., 2012). Med dette utgangspunktet vil jeg vektlegge det multimodale perspektivet. Vi ser i denne episoden, som i episode 4, at den muntlige modaliteten er synlig gjennom hele argumentasjonsprosessen, og har primær tyngde flere steder. Det multimodale perspektivet er likevel sentralt for hva som karakteriserer elevenes argumentasjon. Her har kombinasjonen av verbal og non-verbal modalitet, altså multimodalitet, som funksjon å tydeliggjøre ideer og kognitiv utvikling (Goldin-Meadow, 2009; Schwarz & Prusak, 2016). Uten dette perspektivet hadde elevenes argumentasjon kanskje vært enda mer uformell og vanskelig å fange opp.

Den andre modaliteten med hyppig forekomst, er manipulering av konkreter. Guttene manipulerer konkretene for å representere ulike grupper av egg. Både i begynnelsen og mot slutten av argumentasjonsprosessen har jeg plassert muntlig modalitet og manipulering av konkreter med likeverdig tyngde. Hadde jeg sett utelukkende på én av modalitetene, ville store deler av argumentasjonsprosessen vært vanskelig å forstå, og uten det multimodale perspektivet hadde jeg ikke plassert denne episoden som en uformell eller begynnende argumentasjonsprosess. Goldin-Meadow (2009) presenterer et syn på hvordan gester kan gi oss viktig innsikt i barns resonnering. Jeg har valgt å tolke dette til å gjelde flere non-verbale modaliteter, og manipulering av konkreter vil her forstås å inneha samme funksjon. I eksempelvis rad 4 ser vi helt tydelig at manipulering av konkretene styrker hvordan vi kan forstå Petters resonnering og det han prøver å formidle til Arild. Vi kan også knytte denne episoden til Schwarz og Prusak (2016) sine funn om det non-verbales funksjon som støtte til å følge elevenes resonnering. Vi ser i rad 10 et eksempel hvor den non-verbale modaliteten gester, i form av peking, har som funksjon å hjelpe oss å holde følge med Petter sin resonnering. Her brukes modaliteten aktivt i elevenes argumenter, og får sekundær tyngde.

5.1.6 Episode 6

Denne episoden er tatt med for å vise til forskjellene i elevenes argumentasjon, og for å kunne drøfte oppgavens problemstilling. Eksempelet er som poengtert i resultatkapittelet tatt med for å vise til fraværende argumentasjon. Med dette eksempelet ser vi at ikke alt arbeid med problemløsning fører til argumentasjon. Det er kanskje akkurat derfor Knudsen et al. (2018) peker på at det er et tydelig skille mellom problemløsning og argumentasjon.

Ser vi likevel episoden med et multimodalt perspektiv ser vi likevel et tydelig eksempel på at småtrinnselever hyppig bruker de non-verbale modalitetene i sitt arbeid med problemløsningsoppgaver. Dette arbeidet er svært viktig for senere utvikling av matematisk argumentasjon og andre matematiske ferdigheter (Lin, 2018). Jeg har ikke tillagt modalitetene tyngde i problemløsningsprosessen, men løfter denne episoden for å vise til fraværende argumentasjon og bruken av konkreter i problemløsning ved denne alderen.

I denne episoden er det ikke relevant å drøfte FS2 og FS3 fordi vi har konstatert med at episoden ikke viser argumentasjon, og det vil da være lite hensiktsmessig for oppgavens problemstilling å drøfte argumentasjonens utløser og forankring da argumentasjon ikke er til stede.

5.1.7 Oppsummerende kommentarer

For å kunne svare på problemstillingen vil jeg her fremheve sentrale karakteristikker jeg har drøftet i episodene ovenfor. Videre vil jeg også trekke frem element jeg tenker er relevant å drøfte rundt dette forskningsspørsmålet som er uavhengig av episodene.

Først og fremst ser vi at det er varierende hvor formell argumentasjonen til elevene er. I noen tilfeller, som episode 1 og 2, ser vi ganske tydelige påstander og mer formell matematisk argumentasjon. Ettersom begge disse episodene kommer fra samme gruppe, forteller det oss kanskje mer om denne gruppen enn om 2.trinnselever generelt. I episode 3, 4 og 5 ser vi mer uformelle matematiske argumentasjoner med ulike deler som er uformell eller ufullstendig. Felles for disse tre er at det ikke forekommer en spesifikk påstand, og derfor er det i lys av Nordin og Boistrup (2018) og Knudsen et al. (2018) vanskelig å bygge en formell argumentasjon videre på dette. Denne typen argumentasjon er likevel viktig for videre utvikling (Lin, 2018), og forteller oss noe om nivået på småtrinnselevers argumentasjon. I Episode 6 var det ingen påstand eller argumentasjon i det hele tatt. Dersom vi skal kunne si noe om hva som karakteriserer elevenes matematiske argumentasjon i lys av forskningsspørsmål 1, kan vi derfor si at det er stor variasjon i hva som forekommer av argumentasjon. I noen tilfeller er argumentasjonen på god vei til å være formell og kan gi et godt grunnlag for videre utvikling av argumentasjonsferdigheter og senere bevisføring. Vi ser likevel at mesteparten av elevens argumentasjon er uformell, og stort sett alle episodene kan knyttes til at argumentasjon er en prosess, og viser seg som argument som *del av* argumentasjon etter Krummheuer (1995). Funnene mine viser også til at argumentasjonen som oftest kommer til uttrykk fra én person og at det er én person sin resonnering som er grunnlag for argumentasjonen. I episode 4 ser vi et unntak fra dette, hvor vi ser at elevene driver med kollektiv argumentasjon (Conner et al., 2014; Zhuang & Conner, 2022).

Et interessant funn jeg vil trekke frem som karakteriserer elevenes argumentasjon, er hvordan elevene deltar i argumentasjonen. Mugny og Doise (1978) legger frem et syn hvor (matematisk) utvikling er mest fremtredende når elever med ulikt kognitivt utgangspunkt jobber sammen. Vi ser tydelig i resultatene mine at det som oftest bare er to av elevene som er aktivt med i argumentasjonsprosessen. Hva som gjør at det er nesten utelukkende er én elev som ikke deltar i argumentasjonsprosessen er vanskelig å si noe om, men kan være interessant å se på i lys av elevenes kognitive utgangspunkt, og sammensetningen av gruppen. Som presisert i kapittel 3 om valg av gruppesammensetning, ser vi at Liljedahl (2020) peker på at grupper på tre er optimal gruppestørrelse. I mine funn ser vi kun ett tilfelle, episode 2, hvor alle tre elevene er inkludert i problemløsnings- og argumentasjonsprosessen. Dette er et funn jeg velger å løfte fordi det sier noe om elevenes deltakelse i argumentasjonen, og hva som karakteriserer småtrinnselevers argumentasjon. En utdypende drøfting av dette er ikke nødvendig for å svare på problemstillingen, men jeg vil løfte dette frem som et interessant utgangspunkt for videre forskning.

Når det kommer til det multimodale aspektet, er det flere ulike ting som er interessant å trekke frem. Først og fremst vil jeg trekke frem bruken, eller mangel på bruk av tegning. Som Papandreou (2014) og Crespo og Kyriakides (2007) peker på, antok jeg at tegning ville være hyppig i bruk, på grunn av elevenes unge alder og tegningens naturlige rolle i den alderen. At tegning var helt fraværende i mine funn, overrasket meg. Selv om resultatet overrasket meg, samsvarer mine funn med Bakar et al. (2016) sine funn om at det var lite spontant bruk av tegning hos elevene.

Mangelen på bruk av tegning kan trolig skyldes flere ting. At elevene ikke eksplisitt ble bedt om å drive med matematisk argumentasjon, og at konklusjonsfasen som Knudsen et al. (2018) vektlegger ikke var i fokus, kan være forklaringer på hvorfor ingen av elevene har presentert et resultat eller en konklusjon skriftlig. Bakar et al. (2016) peker på endringen i tegningens funksjon som mulig årsak til at tegning er fraværende. Når elevene er så unge, er tegning en populær aktivitet og noe som kommer naturlig for dem. Når tegningen nå skal ha en spesifikk (matematisk) funksjon, kan det bli vanskelig for elevene bruke tegning uten å ha trent på hvordan dette gjøres. På samme måte som at muntlig modalitet tradisjonelt er mye brukt og det man gjerne er mest vant til å bruke (Kress, 2010), kan det være at elevene *ikke* er vant til å bruke tegning, og er derfor noe elevene ikke har erfaring med. Dette kan henge sammen med rammene for min forskning. Elevene ble ikke er bedt om å argumenter, og heller ikke eksplisitt å bruke tegning. Jeg forstår dette som at det ikke er intuitivt for elevene å bruke tegning i matematisk sammenheng, slik også Bakar et al. (2016) peker på.

Saundry (2006) trekker frem eksempler hvor elever *ikke* bruker tegning som strategi. Saundry (2006) poengterer at også disse elevene har en plan, bilder i hodet og system for resonneringen sin, men at denne ikke blir synlig for oss fordi de ikke tegner. Selv om ingen av elevene i min forskning brukte tegning, vil jeg trekke paralleller til bruken av gester og manipulering av konkreter. I episodene som trekkes frem i denne forskningen, vil jeg si at de non-verbale modalitetene kan tilby det samme som Saundry (2006) og Papandreou (2014) trekker frem at tegning tilbyr. Dette kan også spille inn på at tegning ikke forekommer. Der Saundry (2006) mener elevene har behov for tegning, kan det være at tilstedeværelsen av de andre modalitetene gjorde tegning mindre nødvendig og at det ble lettere å bruke konkreter fordi det la til rette for en enklere bruk av «felles språk». En annen grunn til at tegning og skriftlig modalitet var fraværende kan være oppgavenes natur. Dette diskuteres videre i delkapittel 5.4.

I mine funn ser vi også at den muntlige modaliteten har primær tyngde og er til stede i nesten alle deler av argumentasjonene, noe som kan knyttes til sosiokulturelt syn på språkets betydning (Vygotskij, 1934/2001; Walshaw, 2017; Wittek, 2004). Det kan også knyttes til Kress (2010) om at muntlig modalitet tradisjonelt sett har vært ansett som den viktigste modaliteten. Med dette som utgangspunkt kan vi tenke oss at den modaliteten elevene møter oftest, og har mest trening i er nettopp det muntlige. Elevene er unge, og har trolig ikke mye trening i å aktivt bruke eksempelvis skriftlige modaliteter, og lener seg derfor i all hovedsak på det verbale.

Vi ser likevel i disse episodene at gester og manipulering av konkreter, altså de non-verbale modalitetene er fremtredende i flere tilfeller. Disse funnene peker i retning av det samme som flere andre forskere har funnet. Det non-verbale støtter det muntlige, og kan bidra til å formidle resonnering elevene ikke klarer å uttrykke muntlig, eller som redskap til å følge elevens resonnering (Goldin-Meadow, 2009; Kress, 2010; Nergård, 2021; Schwarz & Prusak, 2016). Konkreter tilbyr både visuell og taktil dokumentasjon til utvikling av strategier for å tilegne seg matematiske konsept og mentalt manipulere abstrakte objekter (Bartolini & Martignone, 2014; Moyer, 2001). På samme måte som Papandreou (2014) og Crespo og Kyriakides (2007) peker på at tegning er naturlig ved elevenes alder, vil jeg trekke paralleller til bruken av konkreter. Fordi konkreter er visuelt og taktilt, tolker jeg at det faller elevene naturlig å ta i bruk konkreter for å representere abstrakte manipulasjoner.

Det multimodale aspektet gir oss en gylden mulighet til å fange opp elevers matematiske argumentasjon (Nergård, 2021; Nordin & Boistrup, 2018; Schwarz & Prusak, 2016). Dette er et av funnene jeg vil trekke frem som mine hovedfunn. Vi ser i de episodene hvor elevene bruker non-verbale modaliteter at argumentasjonen er mer formell, og vi får et tydeligere bilde over elevenes resonnering og utvikling. Kombinasjonen av non-verbale modaliteter som gester og manipulering av konkreter, og den muntlige modaliteten utgjør den multimodale sammensetningen vi ser mest. Dette samsvarer med det Nergård (2021) og Schwarz og Prusak (2016) fant. Gjennom det multimodale perspektivet ble det lettere å fange opp elevers argumentasjon, både begynnende og uformell, samt mer formell argumentasjon. Dette ga innsikt i elevenes resonnering på en helt annen måte enn hva jeg hadde klart å fange opp dersom jeg kun fokuserte på hva elevenes muntlige modalitet, og ikke hadde et multimodalt perspektiv på forskningen min. Som påpekt i episodene var det også flere tilfeller hvor jeg ikke ville ha identifisert argumentasjonen i det hele tatt uten det multimodale perspektivet.

5.2 Forskningsspørsmål 2

Forskningsspørsmål 2 «*Hva utløser elevenes multimodale argumentasjon i problemløsningsprosessen?*» er formulert for å kunne fange opp tegn som tyder på at elevene opplever det som relevant å komme med argumentasjon. Med dette forskningsspørsmålet er målet å videre kunne si noe om hva som karakteriserer elevenes matematiske argumentasjon utover om det forekommer eller ikke, og multimodaliteten ved det. I dette forskningsspørsmålet er blant annet sosiomatematiske normer sentralt å drøfte, sammen med forståelsen av matematisk argumentasjon, og når argumentasjon anses som nødvendig. Her blir også lærerens rolle belyst for å se hvilken sammenheng det er mellom lærers rolle og hva som utløser matematisk argumentasjon.

5.2.1 Episode 1- tallet 15

I episode 1 ser vi som nevnt i forrige forskningsspørsmål at påstanden kommer som et svar på oppgaven. Det foreligger ingen annen synlig grunn eller oppfordring for eleven å komme med påstanden. Det vi dog ser i denne episoden er at videre argumentasjon kommer da Truls stiller spørsmål ved Ola sin bruk av konkretene. Truls sier seg ikke uenig i at 15 kan være en mulig løsning på oppgaven, men han stiller seg usikker til bruken av konkreter, og om det er korrekt. Det som kan synes å utløse argumentasjonen var et behov for å avklare en sosio-kognitiv konflikt eller en uenighet (Schwarz & Prusak, 2016). Schwarz og Prusak (2016) og Mugny og Doise (1978) trekker frem at sosio-kognitive konflikter er tett knyttet sammen med argumentasjon og utvikling av kunnskap. Deres funn viste til at elever med sosio-kognitive konflikter hadde produktivt utbytte av argumentasjonen. Jeg vil argumentere for at Ola og Truls har utbytte av argumentasjonsprosessen nettopp fordi argumentasjonen dukker opp som en løsning på deres uenighet og den sosio-kognitive konflikten som dukker opp. Behovet for å løse en sosio-kognitiv konflikt kan ses i sammenheng med behovet for å etablere en felles sannhet (Cobb & Bauersfeld, 1995).

Hva som regnes som argumentasjon, og *når* argumentasjon og redegjørelser for resonnering anses som nødvendig, kan også knyttes til de sosiomatematiske normene i klassen (Yackel & Cobb, 1996). Det at Truls stiller spørsmål ved Olas påstand og bruk av konkreter kan ses i lys av Yackel og Cobb (1996) sine funn rundt aspektet «forklaringer som beskrivelser av handlinger på erfaringsbaserte sannheter». De fant at matematiske forklaringer ble utfordret dersom elevene ikke brukte felles godtatte og erfaringsbaserte sannheter (Yackel & Cobb, 1996). Dermed kan det drøftes om Truls setter spørsmål ved Olas resonnering, fordi det ikke er en etablert matematisk sannhet at fem kuler på ener-plassen og en kule på tier-plassen på konkretiseringsmaterialet tilsvarer tallet 15. Vi ser i resultatkapittelet at Truls svarer «oja» da Ola peker på egenskapene ved plassverdisystemet. Mellom de to guttene kan denne argumentasjonsprosessen kanskje føre til en etablering av Truls sin konseptuelle forståelse av plassverdisystemet, fordi han får en erfaringsbasert tilknytning til konseptet og guttene ser ut til å etablere en felles forståelse (Cobb & Bauersfeld, 1995).

Et annet eksempel Yackel og Cobb (1996) trekker frem, er at elever ofte lener seg på autoriteter og sosial status fordi deres erfaring er at læreren er eneste som kommer med forklaringer. Ettersom jeg ikke kjenner klassen og deres vanlige klasseromsrutiner, kan jeg ikke si med sikkerhet hva som er klassens sosiomatematiske norm rundt dette. Likevel kan episoden være en indikasjon på at denne klassens sosiomatematiske normer rundt hvem som kommer med forklaringer, eller hvilke forklaringer som godtas, ikke er avhengig av læreren. Elevene var ikke informert på forhånd om at deres matematiske argumentasjon skulle observeres, og i denne episoden ser vi at elevene selv ser et behov for argumentasjon uten oppfordring eller veiledning fra lærer, noe Kuhn (1991) og Knudsen et al. (2018) vektlegger. Denne episoden er altså et eksempel på hva elevene får til uten innføring og veiledning, noe som jeg anser som et av mine hovedfunn.

Flere peker på at matematisk argumentasjon handler om å overbevise andre (Durand-Guerrier et al., 2012; Fosnot & Jacob, 2010; Krummheuer, 1995) og trekker frem at et publikum er viktig for argumentasjon. Dette henger også sammen med sosiokulturell forståelse av læring og utvikling (Vygotskij, 1934/2001; Walshaw, 2017). I denne episoden har jeg valgt å tolke at Ola ikke ser det nødvendig å fremlegge argumenter for påstanden sin før Truls sier seg uenig eller stiller spørsmål. Dette kan knyttes til at han ikke anser argumentasjon som nødvendig før det eksisterer et publikum. Durand-Guerrier et al. (2012) vektlegger kommunikasjonskompetanse, og peker på at det skal ikke mer en én lytter til å for å få trent på denne ferdigheten. I denne episoden ser vi nettopp dette, at det kun trengs én kritisk lytter før Ola blir nødt til å kommunisere tydeligere og argumentere for resonneringen sin.

Videre vil jeg trekke frem Yackel og Cobb (1996) sitt tredje aspekt, «forklaring som objekt for refleksjon» hvor elever oppdager at forklaringer og argumenter eksisterer også for andre. Dette aspektet kan også knyttes til forståelsen om at matematisk argumentasjon trenger publikum (Fosnot & Jacob, 2010; Krummheuer, 1995). Ola legger frem argumentene for hvorfor hans påstand stemmer, da han oppdager at Truls trenger hans forklaring og argumenter for å forstå og godta at påstanden stemmer. Ola legger ikke bare frem en forklaring på hva han har gjort, eller hvordan han kommer til tallet 15. Han gjør resonneringen sin tilgjengelig for Truls, ved å svare på Truls spørsmål, utover sin egen forståelse (Yackel & Cobb, 1996). Dette sier ikke nødvendigvis noe om klassens sosiomatematiske normer rundt matematisk argumentasjon, det sier kanskje mer om hvor langt Ola har kommet i utviklingen av sine argumentasjonsferdigheter. Når utvalget i min forskning er såpass lite, er det vanskelig å si om dette er en tendens hos småtrinnselever. Jeg velger likevel å trekke dette eksempelet frem fordi det gir en indikasjon på at selv så unge elever kan ha kommet langt i utviklingen av argumentasjonsferdigheter selv uten innføring i det.

5.2.2 Episode 2- 23 kan vi ikke lage

Som presisert i resultatkapittelet ser vi at Ola sin påstand i denne episoden kommer som et motsvar til det Truls og Per foreslår. I motsetning til i episode 1 hvor påstanden kom uoppfordret og som et forslag på en løsning på oppgaven, ser vi her at selve påstanden konstrueres som følge av en uenighet. Den videre argumentasjonen som støtter Olas påstand utløses også av en uenighet når Per svarer «jo» i rad 5. I lys av Schwarz og Prusak (2016) og sosiomatematiske normer (Yackel & Cobb, 1996) ser vi også her at det kan se ut til at elevenes påstander og videre argumentasjon behøver en uenighet for å oppstå. Ola kan oppleve en sosio-kognitiv konflikt når Truls og Per kommer med forslag som konfronterer hans resonnering (Schwarz & Prusak, 2016), noe som blir en trigger for hans påstand og argumenter. Vi ser både gjennom at det oppstår en sosio-kognitiv konflikt, og at det er et publikum til stede, at argumentasjonen til elevene kan sies å være et primært sosialt fenomen (Fosnot & Jacob, 2010; Krummheuer, 1995).

Som konstatert i forskningsspørsmål 1 kan vi gjennom det multimodale perspektivet se en form for en felles avklaring, eller en felles godtatt sannhet (Cobb & Bauersfeld, 1995; Yackel & Cobb, 1996). I denne episoden kommer det ingen konkret konklusjon om påstanden stemmer eller ikke. Vi ser likevel at både Ola og Truls manipulerer konkretene sine til å bli 24. Jeg velger å tolke dette som at manipuleringen av konkretene gir et grunnlag for en felles etablert sannhet rundt egenskapene ved tallet 24. Dette er et interessant perspektiv i lys av forskningsspørsmål 2. Jeg har valgt å se på sosio-kognitive konflikter som utløser for argumentasjonen. I sammenheng med dette, kan vi også se behovet for felles etablerte sannheter som en utløser for argumentasjonen. Vi ser ikke nødvendigvis her en tydelig avklart sannhet, men jeg tolker det som at Ola opplever et behov for å etablere en felles sannhet, som igjen kan være utløsende faktor for denne argumentasjonen.

5.2.3 Episode 3- 42 eller 60?

I denne episoden ser vi at det tilsynelatende er en uenighet som utløser Petter sin argumentasjon. Her ser vi i motsetning til i episode 1 og 2, at elevene diskuterer og er uenig allerede før påstanden og videre argumentasjon dukker opp. I episode 2 kom påstanden som et motsvar eller en *mot-påstand*. Her kommer derimot ikke påstanden som motsvar til en annen påstand, men det er også her en uenighet mellom guttene som utløser påstanden og behovet for videre argumentasjon. Som Schwarz og Prusak (2016) poengterer er sosio-kognitiv konflikt eller uenigheter ofte utløsere for matematisk argumentasjon, noe vi også ser i denne episoden. Petter sin påstand kommer ikke tydelig frem før i rad 6. Uenigheten til guttene er synlig i rad 2-5 da de teller om hverandre og avbryter hverandre. Denne uenigheten kan synes å være utløsende faktor for Petter sin påstand og videre argumentasjon.

Fra utdraget vil jeg trekke frem en interessant hendelse som skjer i etterkant av selve argumentasjonen, som vi ser i rad 11 og 12. Guttene leter etter flere tall, og Arild flytter kulene til å ha fire på tierplassen og to på enerplassen; samme tall som guttene diskuterte tidligere. Denne gangen ser vi at Arild teller dette tallet som 42 og ikke 60 som han gjorde tidligere. Dette tallet er et tall de allerede har kommet frem til som Petter sier og gestikulerer i rad 12. I likhet med episode 1 og 2 forekommer det i denne episoden ingen tydelig konklusjon (Knudsen et al., 2018) og guttene avgjør ikke nødvendigvis hva som er sant. Vi ser likevel gjennom Arild sitt videre arbeid med oppgaven at han teller 42, noe som kan tyde på at guttene har tatt et steg i utviklingen av felles språk og forståelse sannhet (Cobb & Bauersfeld, 1995; Yackel & Cobb, 1996).

I denne episoden velger jeg å tolke det som at det var behovet for å etablere en felles sannhet (Cobb & Bauersfeld, 1995) og å løse opp i en uenighet/sosio-kognitiv konflikt (Schwarz & Prusak, 2016), som utløste argumentasjonen. Jeg velger å tolke denne hendelsen som at Arild godtok Petters argumenter og er overbevist, noe som kommer til syne da han selv kommer til dette svaret i etterkant av argumentasjonen.

5.2.4 Episode 4- 75!

Det vi ser i denne episoden er at argumentasjonen dukker opp når jeg kommer bort og snakker med guttene. Argumentasjonen i denne episoden dukker opp i samspill med andre, og igjen viser mine funn til det sosiale aspektet ved argumentasjon. Det er behovet for å overbevise andre om sin resonnering (Fosnot & Jacob, 2010; Krummheuer, 1995) som her tolkes som utløser for argumentasjonen.

I et forsøk på å forstå de sosiomatematiske normene i klassen, og hva som karakteriserer elevenes argumentasjon ut fra denne ene episoden, ser vi at guttene i begynnelsen henvender seg til meg som autoritet og en som «sitter på svaret» (Yackel & Cobb, 1996). Dette ser vi da Ola svarer spørrende i rad 5 og da Truls i rad 9 spør meg om svaret deres er korrekt, heller enn å forklare meg og argumentere for hvorfor de mener det er korrekt. Ifølge Yackel og Cobb (1996) første aspekt, hva argumentasjon bygger på, kan dette sies å handle om at guttene antar at jeg sitter med en fasit, og at jeg stiller spørsmål ved svaret deres betyr at de tar feil.

Nergård (2021) presenterte i sine funn hvordan en voksenpersons respons virket inn på barnas argumentasjon. Da de voksne i Nergårds (2021) funn utfordret barnet gjennom sin respons, klarte barna i større grad å bruke de matematiske aspektene i sin argumentasjon. I likhet med dette ser vi i denne episoden at guttenes videre resonnering og argumentasjon (rad 11 og utover) bygger på matematikken oppgaven oppfordrer til. Videre kan det derfor diskuteres om min respons kunne oppfordret en tydeligere struktur på argumentasjonen, og at guttene hadde klart å utforme mer formell argumentasjon med et mer presist språk dersom jeg hadde stilt enda mer utfordrende spørsmål som oppfordret til ytterligere utdypende forklaringer.

Jeg vil likevel med dette eksempelet poengtere hvor lite som skal til før elevene kommer med argumenter. Selv om jeg her har plassert argumentasjonen som uformell, skal det lite påskyndelse til før behovet for å komme med en matematisk forklaring og argumentasjon oppstår. Denne episoden skiller seg fra de forrige gjennom at utløseren til argumentasjonen ser ut til å komme fra lærer heller enn medelever.

5.2.5 Episode 5- Bonden spiser eggene

I drøftingen av denne episoden i henhold til forskningsspørsmål 1 konstaterte jeg med å kalle dette begynnende argumentasjonsprosess (Krummheuer, 1995; Lin, 2018). Denne episoden skiller seg fra de andre episodene for hva som tilsynelatende utløser argumentasjonsprosessen. I dette eksempelet ser vi ingen tydelig «utløser» hverken i form av uenigheter som må avklares eller spørsmål fra lærer. Ettersom denne episoden i utgangspunktet kan diskuteres om er argumentasjon i det hele tatt, kan det være at forskjellen fra de andre episodene skyldes nettopp dette. Hadde det vært en «utløser» for argumentasjonen hadde den kanskje vært mer formell eller konkret. Det er likevel det sosiale og kommunikative aspektet ved argumentasjon (Durand-Guerrier et al., 2012; Fosnot & Jacob, 2010; Krummheuer, 1995) som kan sies å være grunnlaget for hvorfor guttenes argumentasjonsprosess forekommer. Vi ser at Petter legger ut om sine tanker til Arild og Knut. Om Petter arbeidet med denne oppgaven alene, er det ikke sikkert vi ville fanget opp hans resonnering og begynnende argumentasjon, fordi han ikke hadde hatt et publikum å dele det med. Hadde han jobbet alene tenker jeg at en alternativ utløser måtte være til stede. Dette kunne eksempelvis vært at jeg kom bort for å høre hvordan det gikk, eller dersom elevene hadde blitt bedt om å skrive ned forslaget sitt, og hvorfor dette stemte. Ved å se på det alternative utfallet at Petter jobbet alene, ser vi tydelig hvor viktig det sosiale aspektet er for argumentasjon.

I lys av Yackel og Cobb (1996) sosiomatematiske normer og hva som godkjennes i klassen som forklaringer, blir denne episoden interessant å løfte frem. Petter forklarer hvordan han tenker og Arild sier seg enig, og da jeg kommer bort og spør guttene om de har funnet ut av noe, svarer de at det har de. Altså godtar Arild Petter sin forklaring, uten å sette noe mer spørsmål til hvorfor det han sier stemmer. Vi ser i dette eksempelet at guttene ikke forventer en mer formell forklaring, og eksempelet skiller seg fra de andre episodene i henhold til hva som godtas av forklaringer og argumentasjon (Yackel & Cobb, 1996). Det at denne episoden skiller seg fra de resterende episodene, kan tyde på at klassens sosiomatematiske normer for hva som utløser en matematisk argumentasjon, enten er i endring eller ikke har fått etablert seg med et tydelig fotfeste.

5.2.6 Oppsummerende kommentarer

I lys av forskningsspørsmål 2, vil jeg her oppsummere drøftingen av episodene og mine funn. Stort sett må en uenighet til for at elevene kommer med argumentasjon (Schwarz & Prusak, 2016). I alle eksemplene jeg trekker frem ser vi at argumentasjonen ikke kommer uoppfordret. Enten har jeg stilt et spørsmål, eller så har gruppen hatt en uenighet. Det som skiller episodene fra hverandre er om *påstandene* kommer uoppfordret eller om bare den *videre argumentasjonen* for å støtte påstanden, krever uenigheter. Episode 4 skiller seg fra de tre første episodene, gjennom at guttene driver med kollektiv argumentasjon, og at det ikke foreligger en synlig uenighet som utløser for argumentasjonen. Episode 5 skiller seg ut ved at det ikke nødvendigvis er matematisk argumentasjon, og vi ser ingen tydelig «utløser» for argumentasjonsprosessen i det hele tatt.

Det er vanskelig å kunne si noe om hva som er klassens sosiomatematiske normer. Dette fordi jeg ikke har kjennskap til klassen utover denne forskningen, og fordi jeg har et såpass lite utvalg av klassen. Det er likevel mange interessante aspekt å ta tak i rundt nettopp de sosiomatematiske normer knyttet til matematisk argumentasjon, og hva som karakteriserer elevenes arbeid med dette. I Yackel og Cobb (1996) sin forskning, fant de at elevene utfordret hverandres matematiske forklaringer dersom forklaringene ikke baserte seg på felles etablerte sannheter. Det samme kan sies å være tilfelle i mine funn. Elevene har stort sett en uenighet (Schwarz & Prusak, 2016), eller så godtar ikke medelevene de sannhetene eller objektene som eleven tar utgangspunkt i (Yackel & Cobb, 1996).

Et at funnene jeg vil trekke frem som kanskje det mest interessante ved dette forskningsspørsmålet og i mine funn i sin helhet, er hva elevene får til av argumentasjon uten innføring av det. Som nevnt i drøftingen av episode 4, ser vi et tydelig eksempel på hvor lite som skal til fra lærer før elevens argumentasjonsprosess er i gang. I de tre første eksemplene har ikke lærer vært innblandet i argumentasjonen i det hele tatt. Altså tilsier mine funn at småtrinns elever argumenterer uten innblanding fra lærer, og uten innføring av konseptet matematisk argumentasjon. Dette kan være interessant å se i lys av Knudsen et al. (2018) og Kuhn (1991). Både Knudsen et al. (2018) og Kuhn (1991) vektlegger at argumentasjon må eksplisitt læres. Mine funn viser derimot at det kan forekomme argumentasjon selv i klasserom hvor matematisk argumentasjon ikke er eksplisitt forklart, drøftet eller øvd på. Nergård (2021) har vist til lærers rolle for å rette elevene mot en mer formell argumentasjon, noe jeg synes et interessant perspektiv, selv om det ikke er i fokus i min forskning. Hva som blir lærerens rolle for videre utvikling av elevenes uformelle argumentasjon synes jeg er interessant å løfte frem, noe som blir løftet i forslag til videre forskning. Jeg synes likevel det mest interessante rundt dette i mine funn er forekomsten av elevenes intuitive argumentasjon. Mine funn er som drøftet her i stor grad uformell, men jeg ser tydelige tegn på at elever allerede på småtrinnet har begynnende argumentasjonsferdigheter.

Et av mine hovedfunn rundt dette forskningsspørsmålet er det sosiale aspektet. Det er uten unntak et sosialt aspekt ved elevenes argumentasjon. I alle episodene ser vi at argumentasjonen og de argumentative tendensene dukker opp i kommunikasjon med andre, et publikum. Hva som er utløser for argumentasjonen annet enn at det er sosialt, varierer noe. Uavhengig av om det er medelever eller lærer som er publikum og involvert i argumentasjonen, ser vi et primært sosialt fenomen, hvor kommunikasjon er viktig. Dette kom ikke som en overraskelse, da det samsvarer med flere teorier og tidligere forskning på matematisk argumentasjon (Durand-Guerrier et al., 2012; Fosnot & Jacob, 2010; Krummheuer, 1995). Jeg vil belyse dette fordi det var så fremtredende, og en stor del av hva som karakteriserer elevenes argumentasjon er nettopp det sosiale aspektet.

Jeg vil også trekke frem det sosiale aspektet knyttet til alder. Etter hvert som elevene blir eldre og lærer mer om argumentasjon og bevis kommer trolig argumentasjon mer intuitivt for elevene, fordi de vet hva som kreves (Kuhn, 1991) og tenker mer som matematikere (Fosnot & Jacob, 2010). når elevene blir eldre er fortsatt det sosiale aspektet og det å ha et publikum viktig, men jeg vil påstå at det er mer knyttet til argumentasjonens natur og bevis. Hos unge elever, som jeg forsker på, er det ikke intuitivt hverken at de skal argumentere, eller hva som skal til for å argumentere godt. Vi ser likevel at det sosiale aspektet trigger et behov for forklaringer og begrunnelser, altså argumentasjon. Det kan derfor sies at det ikke er argumentasjonens natur og elevenes forståelse for argumentasjon som er utløsende, men rett og slett et rent sosialt behov.

5.3 Forskningsspørsmål 3

Forskningsspørsmål 3 handler om hvorvidt argumentasjonen er matematisk eller ikke; *«I hvilken grad er argumentasjonen forankret matematisk?».* I Nordin og Boistrup (2018) sitt rammeverk, trekker de frem Lithner (2008) sitt perspektiv på matematisk forankring. For å inkludere en argumentasjon i rammeverket, må argumentasjonen her være forankret i noe matematisk. Som beskrevet i kapittel 3.4 har jeg valgt å også ta med eksempler på argumentasjon som faller utenfor rammeverket til Nordin og Boistrup (2018). Jeg har valgt å inkludere Lithner (2008) sitt perspektiv på matematisk forankring uavhengig av rammeverket, for å kunne si noe om hva som karakteriserer elevenes matematiske argumentasjon. Episoder som ikke er matematisk forankret drøftes i lys av RME og *kontekstuell forankring.*

5.3.1 Episode 1- tallet 15

Vi ser i resultatkapittelet at Ola i episode 1 tar utgangspunkt i kulene og deres plassering når han argumenterer. I lys av Lithner (2008) kan vi si at argumentasjonen her forankres i de matematiske egenskapene til plassverdisystemet. Ola viser til at 5 kuler på enerplassen og 1 kule på tierplassen tilsvarer tallet 15. Ola bruker erfaringsbaserte matematiske sannheter (Cobb & Bauersfeld, 1995) i sin resonnering, og videre i argumentasjonen sin. Hans forståelse og erfaring av plassverdisystemet kommer tydelig frem i argumentasjonen og vi ser tydelig at argumentasjonen forankres i matematiske konsept.

Om argumentasjonen er knyttet til matematiske egenskaper eller andre ting som for eksempel sosial status kan også knyttes til klassens sosiomatematiske normer. Igjen vil jeg trekke frem Yackel og Cobb (1996) tanker om at elever ofte lener seg på autoriteter og sosial status. Denne episoden kan ses på som et mot-eksempel til dette. Det kommer tydelig frem i episoden at Ola sin argumentasjon er knyttet til matematiske egenskaper, og det kommer ikke til syne noe annet han bygger argumentasjonen sin på. Dette eksempelet kan indikere at forklaringer eller argumentasjon må innebære matematiske element for å godkjennes i dette klasserommet, og baseres ikke på sosial status som Yackel og Cobb (1996) peker på.

5.3.2 Episode 2- 23 kan vi ikke lage

Også i denne episoden ser vi at Ola sin argumentasjon forankres matematisk (Lithner, 2008) og derfor identifiseres som matematisk argumentasjon i lys av rammeverket til Nordin og Boistrup (2018). Ola sin argumentasjon baserer seg på at tallet 23 ikke oppfyller kravet i oppgaven fordi ikke alle kulene er i bruk. Han knytter altså argumentasjonen sin til egenskapene ved tallene 23 og 24.

Både i episode 1 og 2 er det Ola som kommer med både påstand og argumentasjon. Jeg vil trekke frem at det derfor kan diskuteres om matematisk forankring er en sosiomatematisk norm i klassen, eller argumentasjonens matematiske forankring handler om Ola, som påpekt i forskningsspørsmål 2. Yackel og Cobb (1996) sitt aspekt «forklaringer som objekt for refleksjon» kan være en forklaring på dette. Episoden kan være et eksempel på hvordan Ola har gått fra å bare delta i eller dele en forklaring, til at han gjør forklaringen til grunnlaget for refleksjonen. I episoden ser vi at Ola bruker den matematiske forankringen som grunnlaget for sin argumentasjon både i sikringen og ryggdekningen.

Yackel og Cobb (1996) peker på at når elever gjør en slik oppdagelse og gjør forklaringene sine tilgjengelig for andre, blir dette en del av klasseromsdiskursen. I både episode 1 og 2 skjer argumentasjonen kun i elevgruppen på tre, og Olas forklaringer blir derfor ikke en del av en felles klasseromsdiskurs. Selv om Yackel og Cobb (1996) poengterer at «forklaringer som objekt for refleksjon» åpner for utvidelse av klasseromsdiskursen, kan vi trekke de samme parallellene her. Olas argumentasjon blir her tilgjengelig for de to andre på gruppen hans heller enn hele klassen. Hans oppdagelser og forklaringer blir en del av gruppens diskurs, og den matematiske forankringen blir her tilgjengelig som felles godtatt sannhet (Cobb & Bauersfeld, 1995).

Vi ser her at læreren ikke er avgjørende for om det forekommer argumentasjon eller ikke, og heller ikke for at argumentasjonen forankres matematisk. Jeg vil likevel løfte frem at læreren kan spille en sentral rolle videre i utviklingen av argumentasjonsferdighetene til elevene. I slike tilfeller kan læreren bidra for å gjøre argumentasjonen tilgjengelig for flere, slik at det etableres flere felles godtatte sannheter, og at flere elever får en opplevelse av erfaringsbaserte sanne matematiske objekter. På denne måten kan flere elever forankre argumentasjonen sin matematisk, slik Nergård (2021) fant i sine funn.

5.3.3 Episode 3- 42 eller 60?

For at en argumentasjon skal være matematisk forankret (Lithner, 2008) må argumentasjonens sikring være forankret i matematiske egenskaper. I dette eksempelet er den matematiske forankringen knyttet til egenskaper ved tallet eller objektet, 42. Lithner (2008) peker også på at relevansen av de matematiske egenskapene avhenger av konteksten. Konteksten i denne oppgaven er å utforske egenskaper ved tall som kan lages av 6 kuler fordelt på tierplass og enerplass, og utforske plassverdisystemet. Derfor er det grunnlaget Petter bygger sin argumentasjon på matematisk forankret i egenskapene ved tallet 42, og at 2 på enerplassen tilsvarer 2 enere og ikke to flere tiere.

5.3.4 Episode 4- 75!

Argumentasjonen i denne episoden kan drøftes opp mot både matematisk og kontekstuell forankring. Vi ser i resultatkapittelet og den rekonstruerte argumentasjonen i Krummheuer (1995) modell, at ryggdekningen har en matematisk forankring; 5x1=5, 1x10=10 og 5x10=50 er matematisk forankret i multiplikasjon og transformasjoner av objekter (Lithner, 2008). Elevenes sikring kan dog sies å ha både matematisk og kontekstuell forankring. Sikringen bygger på de samme konseptene som ryggdekningen- ryggdekningen er det grunnlaget som knytter sikringen til data og påstanden. De matematiske egenskapene i løsningen er altså sentrale i elevenes argument. Likevel er også konteksten her avgjørende. Elevene knytter sikringen sin til konteksten og oppgavens kriterier om hvor mange egg hønene legger, og bruker konteksten gjennom hele argumentasjonsprosessen. Som Van den Heuvel-Panhuizen og Drijvers (2014) vektlegger, tilbyr RME og kontekstbaserte problemløsningsoppgaver mulighet for elevene til å anvende sine matematiske kunnskaper, som i dette tilfelle blir multiplikasjon. Gjennom å bruke konteksten kan elevenes utvikling av matematiske konsept og kunnskaper utvikles, og etter hvert formaliseres (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). Vi ser i dette eksempelet at selv om elevenes argumentasjon bygger på deres matematiske kunnskaper, er de ikke løsrevet fra kontekst. Van den Heuvel-Panhuizen og Drijvers (2014) peker på at arbeid med kontekster som gir mening for elevene kan skape langsiktige forståelser for matematiske konsept hos elevene. I en analyse gjennom rammeverket til Nordin og Boistrup (2018) ville kanskje ikke denne episoden blitt kategorisert som matematisk argumentasjon fordi deler av argumentasjonen er kontekstuelt forankret. Ettersom argumentasjonen likevel (delvis) forankres matematisk (Lithner, 2008) vil jeg kategorisere dette som matematisk argumentasjonen.

Jeg vil med utgangspunkt i at elevenes argumentasjon forankres både kontekstuelt og matematisk si at elevene viser i denne episoden at de er på vei mot mer formell og generell forståelse for de matematiske konseptene de her bruker. I tråd med Knudsen et al. (2018), Kuhn (1991) og Nergård (2021) er det her interessant å se på lærerens mulighet til å hjelpe elevene mot mer formell (og matematisk forankret) argumentasjon, noe som løftes i kapittel 5.3.6.

5.3.5 Episode 5- Bonden spiser eggene

I likhet med i forskningsspørsmål 2 skiller denne episoden seg fra de andre episodene. Som vi ser i resultatkapittelet er det ikke de matematiske aspektene ved oppgaven og løsningen til elevene som er grunnlaget for argumentasjonen. Det er konteksten som tydelig står i fokus hos guttene. Dette er en av grunnene til hvorfor denne episoden kan drøftes om er argumentasjon i det hele tatt. Nordin og Boistrup (2018) med utgangspunkt i Lithner (2008) peker på at for at noe skal kategoriseres som matematisk argumentasjon, må det ha matematisk forankring. Skal vi da følge rammeverket vil dette ikke regnes som argumentasjon.

På den andre siden ser vi at det er flere som peker på unge elevers uformelle argumentasjon og hvordan dette er viktig for senere presisering og utvikling av disse ferdighetene (Lin, 2018; Tall et al., 2012). Derfor har jeg valgt å bruke denne episoden til å belyse forskningens problemstilling, ettersom det er et interessant perspektiv på hva som karakteriserer så unge elevers matematiske argumentasjon. Her, som i episode 4, forankrer gruppen argumentasjonen sin i det kontekstuelle (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). Episoden inneholder ikke en konkret formulert påstand og jeg har valgt å kalle det en uformell argumentasjonsprosess. Likevel er dette eksempelet interessant å se på for videre utvikling av argumentasjonsferdigheter og matematisk utvikling, fordi vi ser en tendens til at guttene forankrer argumentene sine. Lin (2018) peker på så er småtrinnselevers utforsking av mønstre og matematiske tenkning viktig for videre utvikling, selv om den ikke nødvendigvis følger formell matematisk tankegang.

5.3.6 Oppsummerende kommentarer

I et forsøk på å si noe om hva som karakteriserer elevenes matematiske argumentasjon i lys av forskningsspørsmål 3, er det interessant å se på spriket mellom episodene. I de episodene hvor vi ser mer formell argumentasjon, med tydelig påstand og sikring, ser vi i størst grad at argumentasjonen er matematisk forankret. I mer uformelle argumentasjonsprosesser ser vi at kontekstuell forankring forekommer i større grad. I de uformelle argumentasjonene ser vi både tilfeller hvor vi får en kombinasjon av kontekstuell og matematisk forankring, og hvor kontekst er primært det elevene fokuserer på. Det vil på bakgrunn av dette være vanskelig å si noe mer generelt om hva som karakteriserer 2.trinnselevers matematiske argumentasjon knyttet til om argumentasjonens forankring er matematisk eller kontekstuell. Jeg synes likevel det er svært interessant å trekke frem at så unge elever i stor grad evner å knytte argumentasjonen sin til matematiske aspekt og er i prosessen av å utvikle matematiske argumentasjonsferdigheter, uten å eksplisitt ha fått innføring i dette.

Jeg vil også trekke frem Knudsen et al. (2018) sin teori og Kuhn (1991) og Nergårds (2021) funn om lærerens rolle for å bruke matematiske konsept i argumentasjonen sin- og for videre utvikling av argumentasjonsferdighetene. Mine funn er goder eksempler på at elevene driver med uformell og delvis formell matematisk argumentasjon. Ettersom de fleste eksemplene er uformelle, kan et interessant perspektiv videre være å se nærmere på nettopp prosessen for å få disse elevene over i en mer formell og matematisk forankret argumentasjon. Som nevnt i drøftingen av forskningsspørsmål 2, er det ikke lærerens rolle som er mest sentralt å drøfte opp mot min problemstilling, men det er likevel et interessant aspekt å ta tak i.

5.4 Valg av oppgavene

Et aspekt jeg vil trekke frem som kan ha en innvirkning på mine resultater, og dermed hva jeg vil svare på problemstillingen, er valg av oppgaver. Har oppgavenes natur, og hva de spør etter noe å si for resultatene? I henhold til det Knudsen et al. (2018) sier om forskjellen på problemløsning og argumentasjon, er det interessant å drøfte om forekomsten av argumentasjon ville vært den samme dersom oppgavene var formulert annerledes eller om jeg hadde valgt andre oppgaver.

Den første oppgaven, kulerammen, har ikke en RME tilnærming, og bærer ikke preg av en kontekst som er sentral for løsningene (og argumentasjonen) elevene kom med. Denne problemløsningsoppgaven er også en oppgave med flere mulige løsninger. Resultatene mine viser at det i arbeid med denne oppgaven forekom flere tilfeller av argumentasjon som var matematisk forankret. På den andre siden er den andre oppgaven, «høner på bondegården», en oppgave med nær tilknytning til RME konseptene og har et stort fokus på kontekst. Her var det en problemløsningsoppgave hvor løsningen var mer satt, men det finnes flere ulike strategier å bruke for å komme til svaret. I resultatene mine ser vi i mye større grad at elevene kobler argumentasjonen sin til konteksten i arbeid med denne oppgaven. Derfor synes jeg det er interessant å drøfte om valg av oppgaver kan ha innvirkning på resultatene mine, fordi det er et tydelig skille i argumentasjonen som dukket opp i arbeidet med oppgavene. Spesielt i lys av forskningsspørsmål 3, argumentasjonens matematiske forankring, dukker en forskjell som kan skyldes valg av oppgaver. Jeg konkluderte med at argumentasjonen var matematisk forankret i episode 1, 2 og 3 som er episoder hentet fra kuleramme-oppgaven. Episode 4, 5 og 6, som er hentet fra arbeid med oppgaven «høner på bondegården», er mer kontekstuelt forankret. Med dette som utgangspunkt vil jeg anta at valg av oppgave og hva oppgaven fordrer av forankring, er sentralt for hva elevenes argumentasjon forankres i.

Etter å ha konstatert at tegning og skriftlig modalitet er fraværende i mine funn, kan det her være interessant å drøfte om dette også kan være tilfellet på grunn av oppgavene elevene jobbet med. Saundry (2006) trekker frem kompleksiteten av oppgavene, og at noen oppgaver krever struktur og høy grad av mental manipulering, og at bruk av tegning kan fungere som støtte for elevenes resonnering. Andre oppgaver tilbyr ikke samme mulighet til å bruke tegning som problemløsningsstrategi (Saundry, 2006). Dette kan være tilfellet for de oppgavene jeg har valgt, og for at elevene ikke brukte tegning som strategi hverken i problemløsningen eller argumentasjonen.

6.0 Avslutning

Gjennom denne masteravhandlingen har jeg gjort et forsøk på å legge frem relevant teori og forskning, metodiske valg, og tolket og drøftet forskningen funn for å kunne svare på problemstillingen. I dette kapittelet vil jeg gi en kort oppsummering av studien og mine mest interessante funn, samt forslag til videre forskning. Avslutningsvis belyses studiens begrensninger.

I et forsøk på å svare på masteravhandlingens problemstilling:
Hva karakteriserer 2.trinnselevers multimodale matematiske argumentasjon i arbeid med problemløsningsoppgaver?

Har jeg drøftet forskningsresultatene i lys av mine tre forskningsspørsmål:

1. *Hvordan viser matematisk argumentasjon seg hos elevene gjennom multimodalitet?*
2. *Hva utløser elevenes multimodale argumentasjon i problemløsningsprosessen?*
3. *I hvilken grad er argumentasjonen forankret matematisk?*

Jeg ønsker å trekke frem spesielt tre funn fra drøftingen min. Disse funnene var mest gjennomgående, utfordret teori og forskning eller var slik jeg ser det, mest interessant opp mot min problemstilling.

Det første jeg vil trekke frem som viktig i hva som karakteriserer småtrinns elevers matematiske argumentasjon er det multimodale perspektivet. Dette perspektivet er inkludert i problemstillingen, og viktigheten av perspektivet dukket opp i drøftingen av forskningsspørsmål 1. I mine funn var den muntlige modaliteten helt klart både hyppigst i bruk, og som oftest med primær tyngde i argumentasjonen. Likevel avdekket mine funn et særlig behov for det multimodale perspektivet. Dersom det multimodale perspektivet ikke hadde vært inkludert, hadde en god del av elevenes argumentasjon gjerne blitt utelatt eller oversett. I tillegg fant jeg at gjennom multimodalitet, ble elevenes argumentasjon mer formell enn hva det kanskje hadde blitt oppfattet som uten dette perspektivet. Det multimodale perspektivet, spesielt med fokus på non-verbale modaliteter, gir lærere en gylden mulighet til å fange opp elevenes matematiske argumentasjon, og kan fungere som en pekepinn for elevenes videre utvikling.

Det andre funnet jeg vil trekke frem, er det sosiale aspektet ved elevenes argumentasjon. I alle mine funn fant jeg at det sosiale aspektet var fremtredende, uavhengig av om argumentasjonen var formell eller uformell. Matematisk argumentasjon anses ofte som et primært sosialt fenomen, og i drøftingen av forskningsspørsmål 2 viste mine funn nettopp dette. Selv om det sosiale aspektet gjennomsyret mine funn, fant jeg at elevenes argumentasjon utløses av ulike sosiale relasjoner. I de fleste tilfellene var det sosio-kognitive konflikter eller spørsmål fra medelever som utløste behovet for argumentasjonen. Uavhengig av hvilken sosial relasjon eller interaksjon som utløste argumentasjonen, var det i all hovedsak behovet for et publikum som tilsynelatende var utløsende faktor for elevenes argumentasjon.

Det siste funnet jeg vil trekke frem er elevenes evne til å argumentere selv uten innføring av konseptet. Som nevnt i metodekapittelet, hadde ikke elevene i denne klassen lært hva matematisk argumentasjon er, og de hadde ikke eksplisitt blitt fortalt at jeg forsket på deres argumentasjonsferdigheter. Likevel dukket det opp argumentasjon i nesten alle episodene. Elevenes argumentasjon var i mine funn i ulik grad matematisk forankret og formell. Funnene mine viser at selv 2.trinnselever som ikke har fått innføring i matematisk argumentasjon eller beskjed om at de skulle argumentere, mestrer å argumentere matematisk. At elevenes argumentasjonsferdigheter kommer til syne allerede i ung alder, uten spesifikk innføring av konseptet, sier mye om elevenes grunnlag til utvikling og læring av og gjennom matematisk argumentasjon.

6.1 Videre forskning

Med utgangspunkt i mine mest interessante funn, dukket det opp flere aspekt jeg synes det hadde vært interessant å forske videre på. Først tenker jeg det hadde vært interessant å forske mer på lærerens rolle for å formalisere elevenes argumentasjon. Dette er det forsket på før, men med fokus på elevenes intuitive argumentasjon og hvor mye elevene får til uten hjelp og veiledning, hadde kanskje tilnærmingen blitt annerledes. Det meste av mine funn viste uformell argumentasjon, og det hadde vært interessant å fokusere på prosessen for å sette i gang utviklingen av mer formell argumentasjon hos elevene. Jeg tenker derfor at det hadde vært interessant å innføre konseptet matematisk argumentasjon ved denne alderen, og kanskje til og med enda tidligere, for å se hvordan læreren kan hjelpe så unge elever mot en mer formell argumentasjon.

Et annet forskningsfokus jeg synes hadde vært interessant, er å se på forskjellen på matematisk argumentasjon med og uten innføring. Ettersom mine funn viste at de unge elevene får til argumentasjon uten innføring, kan videre forskning se på effekten av innføringen.

Mine funn viste at det nesten utelukkende kun var to av tre elever i hver gruppe som deltok i argumentasjonsprosessen. Et annet interessant perspektiv for videre forskning kan være å forske på gruppesammensetning og optimal gruppestørrelse i matematisk argumentasjon, og hvordan dette spiller inn på elevenes deltakelse.

6.2 Studiens begrensninger

Selv om jeg har gjort et forsøk på å si noe om hva som karakteriserer småtrinnselevers multimodale matematiske argumentasjon, er det noen begrensninger ved studien. Først og fremst er omfanget av en masteravhandling sentralt å trekke frem for studiens begrensninger. Studien vil ikke være uttømmende om tema og relevante perspektiv kan være utelatt for å skape rammer for, og retning i studien min. I mitt tilfelle er også selve datainnsamlingen sentralt for studiens begrensninger. Både antall økter og antall elever i forskningen vil begrense muligheten til å si noe generelt og trekke slutninger. Selv om studien har begrensninger og ikke nødvendigvis kan si noe generelt og omfattende om temaene matematisk argumentasjon og multimodalitet, gir forskningens funn en pekepinn for hva som befinner seg av matematisk argumentasjon hos unge elever. Forskningen gir også et grunnlag for å si noe om hva som kan være interessant å forske videre på.

6.3 Avsluttende kommentarer

Arbeidet med denne masteravhandlingen har vært en givende prosess, som nå har nådd sin ende. Dette arbeidet har gitt meg erfaring som vil være viktig når jeg nå skal ta fatt på læreryrket. Gjennom å utforske konseptene matematisk argumentasjon og multimodalitet har jeg utvidet mine faglige horisonter og jeg har fått god innsikt i hvordan konseptene kan integreres i klasserommet for å fremme læring hos elevene. Jeg har med det multimodale perspektivet fått innsikt i elevers mange måter å uttrykke matematikk på, noe som vil være et godt grunnlag for meg til å avdekke elevers matematiske nivå og utviklingspotensial. Når jeg nå tar fatt på min rolle som lærer, føler jeg meg mer forberedt på å møte de utfordringene og mulighetene som ligger foran meg. Jeg ser frem til å bygge et klasseromsmiljø hvor de sosiale aspektene ved matematikk står sentralt, i håp om å skape et godt miljø for læring av og gjennom matematisk argumentasjon.

Litteraturliste

Bakar, K. A., Way, J., & Bobis, J. (2016). Young Children's Drawings in Problem Solving. *Mathematics Education Research Group of Australasia*. https://eric.ed.gov/?id=ED572388

Bartolini, M. G., & Martignone, F. (2014). Manipulatives in Mathematics Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 365–372). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_93

Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Cappelen Damm akademisk.

Blikstad-Balas, M., & Dalland, C. P. (2021). Forskningsdesign- hva må du tenke på når du skal planlegge et forskningsprosjekt? I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdeisgn, datainnsamling og analyse*. Universitetsforlaget.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.

Cobb, P., & Bauersfeld, H. (1995). Introduction: The Coordination of Psychological and Sociological Perspectives in Mathematics Education. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203053140

Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, *86*(3), 401–429. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8

Crespo, S. M., & Kyriakides, A. O. (2007). To Draw or Not to Draw: Exploring Children's Drawings for Solving Mathematics Problems. *Teaching Children Mathematics*, *14*(2), 118–125. https://www.jstor.org/stable/41199073

Dalland, O. (2020). *Metode og oppgaveskriving* (7. utg.). Gyldendal.

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. (2021a). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora* (5.utgave). De nasjonale forskningsetiske komiteene. https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora.pdf

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. (2021b, 16. desember). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. Forskningsetikk- De nasjonale forskningsetiske komiteene. https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/

Durand-Guerrier, V., Boero, P., Douek, N., S. Epp, S., & Tanguay, D. (2012). Argumentation and Proof in the Mathematics Classroom. I G. Hanna & M. de Villiers (Red.), *Proof and Proving in Mathematics Education: The 19th ICMI Study*. Springer Nature. https://directory.doabooks.org/handle/20.500.12854/67975

Fielding-Wells, J., & Makar, K. (2012, juli). *Developing Primary Students' Argumentation Skills in Inquiry-Based Mathematics Classrooms*. https://doi.dx.org/10.22318/icls2012.2.149

Fielding-Wells, J., & Makar, K. (2012, juli). *Developing Primary Students' Argumentation Skills in Inquiry-Based Mathematics Classrooms*.

Fosnot, C. T., & Jacob, B. (2010). *Young Mathematicians at Work: Constructing Algebra*. Heinemann.

Gleiss, M. S., & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter: Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Cappelen Damm akademisk.

Goldin-Meadow, S. (2009). How Gesture Promotes Learning Throughout Childhood. *Child Development Perspectives*, *3*(2), 106–111. https://doi.org/10.1111/j.1750-8606.2009.00088.x

Grue, J. (2023). Diskurs. I *Store norske leksikon*. https://snl.no/diskurs

Hancock, B. (2019). From qualification to consensus: The role of multimodal uncertainty in collective argumentation regarding complex integration. *The Journal of Mathematical Behavior*, *55*, 100700. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.03.007

Høgheim, S. (2020). *Masteroppgaven i GLU*. Fagbokforlaget.

Høgskolen i Innlandet. (u.å.-a). *Retningslinjer for forskningsdata ved HINN - Høgskolen i Innlandet*. Hentet 10. mai 2024, fra https://www.inn.no/bibliotek/forskningsstotte/forskningsdata/retningslinjer-for-forskningsdata/index.html

Høgskolen i Innlandet. (u.å.-b). *Valg av dataverktøy og datalagring i studentoppgaver—Høgskolen i Innlandet*. INN Høgskolen i Innlandet. Hentet 8. mai 2024, fra https://www.inn.no/bibliotek/oppgaveskriving/datainnsamling-og-personvern/innsamling--og-lagringsguide/index.html

Johannessen, L. E. F., Rafoss, T. W., & Rasmussen, E. B. (2018). *Hvordan bruke teori?: Nyttige verktøy i kvalitativ analyse*. Universitetsforlaget.

Kessler, M. (2022). Multimodality. *ELT Journal*, *76*(4), 551–554. https://doi.org/10.1093/elt/ccac028

Knudsen, J., Stevens, H. S., Lara-Meloy, T., Kim, H.-J., & Shechtman, N. (2018). *Mathematical argumentation in middle school—The what, why and how*. Corwin Mathematics.

Kress, G. (2010). *Multimodality: A social semiotic approach to contemporary communication*. Routledge.

Kress, G. (2017). Semiotic work: Design, Transformation, Transduction. I E. Insulander, S. Kjällander, F. Lindstrand, & A. Åkerfeldt (Red.), *Didaktik i omvandlingens tid: Text, representation, design* (s. 39–51). Liber.

Krummheuer, G. (1995). The Ethnography of Argumentation. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The Emergence of Mathematical Meaning*. Routledge.

Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior*, *26*(1), 60–82. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.02.001

Kuhn, D. (1991). *The skills of argument*. University Press.

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del- verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/sosial-laring-og-utvikling/?kode=mat01-05&lang=nob

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Kjerneelementer—Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob

Kvarv, S. (2021). *Vitenskapsteori: Tradisjoner, posisjoner og diskusjoner*. Novus forlag.

Lerman, S. (2000). The Social Turn in Mathematics Education Research. I J. Boaler (Red.), *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning* (s. 19–44). Bloomsbury Publishing USA. https://www.researchgate.net/publication/268513889_The_social_turn_in_mathematics_education_research

Liljedahl, P. (2020). *Building Thinking Classrooms in Mathematics, Grades K-12: 14 Teaching Practices for Enhancing Learning*. Corwin Press. http://ebookcentral.proquest.com/lib/hilhmr-ebooks/detail.action?docID=6358633

Lin, P.-J. (2018). The Development of Students' Mathematical Argumentation in a Primary Classroom. *Educação & Realidade*, *43*, 1171–1192. https://doi.org/10.1590/2175-623676887

Lithner, J. (2008). A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(3), 255–276. https://www.jstor.org/stable/40284656

Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2015). Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. *ZDM*, *47*(7), 1107–1120. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0732-1

Matematikksenteret. (u.å.-a). *Høner på bondegården | Mattelist*. MatteLIST - matematikksenteret. Hentet 8. mai 2024, fra https://mattelist.no/270

Matematikksenteret. (u.å.-b). *Om MatteLIST | Mattelist*. MatteLIST - matematikksenteret. Hentet 8. mai 2024, fra https://mattelist.no/om-mattelist

Matematikksenteret. (u.å.-c). *Seks perler | Mattelist*. MatteLIST - matematikksenteret. Hentet

8. mai 2024, fra https://mattelist.no/554

McNeil, N. M., & Uttal, D. H. (2009). Rethinking the Use of Concrete Materials in Learning: Perspectives From Development and Education. *Child Development Perspectives*, *3*(3), 137–139. https://doi.org/10.1111/j.1750-8606.2009.00093.x

Moyer, P. S. (2001). Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulatives to Teach Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *47*(2), 175–197. https://doi.org/10.1023/A:1014596316942

Mueller, M. F. (2009). The co-construction of arguments by middle-school students. *The Journal of Mathematical Behavior*, *28*(2), 138–149. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2009.06.003

Mugny, G., & Doise, W. (1978). Socio-cognitive conflict and structure of individual and collective performances: European Journal of Social Psychology. *European Journal of Social Psychology*, *8*(2), 181–192. https://doi.org/10.1002/ejsp.2420080204

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics* (3.utg.). NCTM. https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/

Nergård, B. (2021). Preschool children's mathematical arguments in play-based activities. *1-24*. https://doi.org/10.1007/s13394-021-00395-6

Nordin, A.-K., & Boistrup, L. B. (2018). A framework for identifying mathematical arguments as supported claims created in day-to-day classroom interactions. *The Journal of Mathematical Behavior*, *51*, 15–27. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.06.005

Papandreou, M. (2014). Communicating and Thinking Through Drawing Activity in Early Childhood. Journal of Research in Childhood Education, 28(1), 85–100. https://doi-org.ezproxy.inn.no/10.1080/02568543.2013.851131

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk: Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Cappelen Damm akademisk.

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.

Saundry, C. (2006). *Drawing as problem-solving: young children's mathematical reasoning through the act of drawing* [Doktorgradsavhandling], University of British Columbia.

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *The Journal of Education*, *196*(2), 1–38. https://doi.org/10.1177/002205741619600202

Schwarz, B., & Prusak, N. (2016). *The Importance of Multi-Modality in Mathematical Argumentation* (s. 387–406). https://www.researchgate.net/publication/303805367_The_importance_of_multi-modality_in_mathematical_argumentation

Stylianides, A. J. (2007). Proof and Proving in School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(3), 289–321.

Tall, D., Yevdokimov, O., Koichu, B., Whiteley, W., Kondratieva, M., & Cheng, Y.-H. (2012). Cognitive Development of Proof. I G. Hanna & M. de Villiers (Red.), *Proof and Proving in Mathematics Education: The 19th ICMI Study*. Springer Nature. https://directory.doabooks.org/handle/20.500.12854/67975

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Fagbokforlaget.

Tjora, A. H. (2017). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (3. utg.). Gyldendal akademisk.

Tjora, A. H. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4. utg.). Gyldendal akademisk.

Toulmin, S. (1969). *The Uses of Argument*. Cambridge University Press.

Universitetet i Oslo. (u.å.). *Educloud Research—Universitetet i Oslo*. UiO, Universitetet i Oslo. Hentet 8. mai 2024, fra https://www.uio.no/tjenester/it/forskning/plattformer/edu-research/index.html

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 521–525). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_170

Vygotskij, L. S. (2001). *Tenkning og tale*. (M. T. Roster, T-J. Bielenberg, Overs.) Gyldendal akademisk. (Opprinnelig utgitt 1934).

Walshaw, M. (2017). *Understanding mathematical development through Vygotsky*. https://www.tandfonline.com/doi/epdf/10.1080/14794802.2017.1379728?needAccess=true

Wittek, L. (2004). *Læring i og mellom mennesker: En innføring i sosiokulturelle perspektiver*. Cappelen akademisk forl.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458–477. https://doi.org/10.2307/749877

Zhuang, Y., & Conner, A. (2022). Teachers' use of rational questioning strategies to promote student participation in collective argumentation. *Educational Studies in Mathematics*, *111*(2), 345–365. https://doi.org/10.1007/s10649-022-10160-6

Vedlegg

Vedlegg 1- Godkjennelse fra Sikt

Sikt

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
465891	Standard	11.12.2023

Tittel
Matematisk argumentasjon på småtrinnet (masteroppgave)

Behandlingsansvarlig institusjon
Høgskolen i Innlandet / Fakultet for lærerutdanning og pedagogikk / Institutt for matematikk, naturfag og kroppsøving

Prosjektansvarlig
Morten Bjørnebye

Student
Ellinor Lie

Prosjektperiode
01.10.2023 - 30.09.2024

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 30.09.2024.

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Sikt har en avtale med institusjonen du studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket. Vi har nå vurdert at du har lovlig grunnlag til å behandle personopplysningene.

KOMMENTARER TIL INFORMASJONSSKRIV
Informasjonsskrivet ditt ser fint ut, men ber deg om å oppdatere kontaktopplysningene til personvernombudet ved HiNN - sett inn: Anne Sofie Lofthus, e-post: Anne.Lofthus@inn.no, postadresse: Postboks 400 2418 ELVERUM
Ber deg om å angi eksakt prosjeksluttdato slik at denne samsvarer med datoen du har oppgitt i meldeskjemaet.
Du trenger ikke laste opp oppdatert informasjonsskriv i meldeskjemaet.

SAMTYKKE: ALMINNELIGE
Lovlig grunnlag for behandlingen av personopplysninger vil være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 a).

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Det er institusjonen du er student ved som avgjør hvordan du må lagre og sikre data i ditt prosjekt og hvilke databehandlere du kan bruke. Husk å bruke leverandører som din institusjon har avtale med (f.eks. ved skylagring, nettspørreskjema, videosamtale el.) .

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Se våre nettsider om hvilke endringer du må melde: https://sikt.no/melde-endringar-i-meldeskjema

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 2- Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Høgskolen i Innlandet

Invitasjon til deltakelse i forskningsprosjektet *«matematisk argumentasjon på småtrinnet»*

Mitt navn er Ellinor Lie. Jeg er 5.årsstudent på grunnskolelærerutdanningen (1.-7.trinn) ved Høgskolen i Innlandet og skal gjennomføre et forskningsprosjekt i forbindelse med min master.

Dette forskningsprosjektet dreier seg om barn som ikke kan avgi et selvstendig informert samtykke til å delta i prosjektet. Som foresatte ber vi om at dere leser gjennom skrivet og eventuelt signerer samtykke til deltakelse på vegne av deres barn. Foresattes skriftlige samtykke er gyldig når barnet viser egeninteresse om å delta.

I dette skrivet får dere informasjon om formålet med prosjektet og hva deltakelsen til deres barn vil innebære. Takk for deres interesse for dette prosjektet og for at dere tar dere tid til å lese nøye gjennom informasjonen. Spør meg gjerne dersom det er noe mer du ønsker å vite om prosjektet. Kontaktinformasjon finnes på siste side.

Formålet med prosjektet

Masteroppgaven min handler om elevers matematiske argumentasjon i arbeid med problemløsningsoppgaver. Det vil si hvordan de resonnerer og argumenterer når de arbeider med åpne, utforskende oppgaver uten «to streker under svaret» fasit. I min forskning ønsker jeg å se på hvilke representasjoner (muntlig/skriftlig/tegning/gester) elevene bruker for å argumentere for sine påstander og hvilke kvaliteter de ulike representasjonene/kombinasjon av representasjoner gir argumentasjonen. Det er ***ikke*** elevenes matematiske evner eller kvaliteter som skal vurderes og kategoriseres, men kvaliteten på *argumentasjonen* som forekommer i denne aldersgruppen.

Hvorfor får vi spørsmål om å deltakelse?

Høsten 2023 hadde jeg praksis ved ***NAVN PÅ SKOLE***. I den anledning kom jeg i kontakt med lærer for deres trinn. I min forskning skal jeg å se på elever på småtrinnets argumentasjon i matematikk, og jeg ønsker derfor å gjennomføre forskningen på 2.trinn, og alle elever ved trinnet blir forespurt om delta.

Høgskolen i Innlandet

Hvem er ansvarlig for prosjektet?

Høgskolen i Innlandet har som institusjon det formelle prosjektansvaret som inkluderer sikker databehandling av personopplysningene som skal samles inn.

Hva skal gjennomføres? Hva innebærer det for deg å delta?

Datainnsamlingen vil foregå over 2-3 undervisningsøkter i matematikk. Det vil bli utdelt problemløsningsoppgaver (valgt ut spesielt for forskningsprosjektet) og det vil gjennomføres observasjon av elevenes arbeid i form av video- og lydopptak og feltnotater, samt innsamling av elevenes skriftlige arbeid. Opptakene vil kun brukes til å fange opp elevers muntlige argumenter, og hvordan de bruker kroppsspråk og gester knyttet til argumentasjonen. Elevenes utsagn, kroppsspråk og annet som fanges opp på video- og lydopptakene som ikke er relevant for deres matematiske argumentasjon knyttet til oppgavene, er ikke av interesse og vil **ikke** brukes i oppgaven. Skriftlig arbeid fra oppgavene vil også bli samlet inn og analyseres for å se på hva som karakteriserer elevenes skriftlige argumentasjon. Personopplysningene som samles inn i denne forskningen blir derfor navn, ansikt, stemme og håndskrift og dette blir anonymisert i oppgaven.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for barnet hvis dere avstår fra å samtykke, eller senere velger å trekke samtykket. Mest sannsynlig vil barna oppfatte at det er spennende å delta, og ikke som en belastning.

Samtykke til å delta i forskningsprosjektet

Her følger informasjon om rettigheter som informant, og hvordan personopplysninger om barnet vil behandles. Du må samtykke til dette for å være med i prosjektet, men du kan når som helst trekke tilbake samtykket.

Om datahåndtering og personvern

Jeg vil bare bruke opplysningene fra barnet til formålene jeg har fortalt om i dette skrivet. Personopplysninger blir håndtert konfidensielt fra begynnelse til slutt i prosjektet, og er i samsvar med personvernregelverket (GDPR). Det er helt opp til dere som foresatte om barnets deltakelse, og barnet selv må vise egeninteresse for å delta. Det vil bli lagt stor vekt på at ingen barn blir manipulert til å delta og vil ikke bli overtalt dersom barnet vil gå et annet sted. Foresatte kan ombestemme seg underveis ved å trekke samtykket.

- Jeg vil bare bruke informasjonen om deg til å finne ut hvilke representasjoner 2.klassinger bruker i matematisk argumentasjon, og hvilke kvaliteter argumentasjonen(e) har.
- Jeg vil passe på at ingen kan få tak i informasjonen som vi samler inn om ditt barn.
- Navn vil bli erstattet med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data (kodeliste).
- Alle personopplysninger blir lagret på en sikker forskningsserver (spesifisert under).
- Lydopptak/videoopptak blir slettet når alt er skrevet ned (transkribert).
- Når jeg skriver masteroppgaven min, vil jeg passe på at ingen vil bli gjenkjent verken direkte eller indirekte i teksten. Kodelisten vil bli slettet ved prosjektslutt.

For sikker innsamling og lagring av datamaterialet gjelder Høgskolen i Innlandets retningslinjer:

Video-, lydopptak og skriftlig arbeid

Det vil forekomme en kombinert datainnsamling. Lydopptak av samtaler mellom barna vil gjøres ved hjelp av mobiltelefon eller lydopptaker og den krypterte applikasjonen «Nettskjema Diktafon». Lydfilen sendes direkte til sikker server for «Nettskjema» ved Universitetet i Oslo som Høgskolen i Innlandet har databehandleravtale med. Det vil settes opp lydopptak ved gruppebord for å fange opp elevenes samarbeid og muntlige argumenter. Lydfilene vil bli gjort om til tekst (transkribert), analysert av meg og så slettet.

Skriftlige elevbesvarelser vil også samles inn, analyseres og anonymiseres.

Videoopptak vil bli utført ved hjelp av mobiltelefon med den krypterte applikasjonen «Nettskjema Viso». Bildefilene sendes direkte til sikker server for «Nettskjema» ved Universitetet i Oslo som Høgskolen i Innlandet har databehandleravtale med. Det vil primært bli filmet mens elevene arbeider i grupper. Kameraene vil settes opp slik at de har en vinkel som primært fanger opp elevens hender og arbeid med konkreter og penn/papir. Ansikt er ikke av interesse for prosjektet og vil unngås så langt det lar seg gjøre. Opptakene vil være av ca. 10-15 minutters lengde, avhengig av oppgavene som blir gitt og hvordan samtalene i gruppene går. Som nevnt tidligere vil både gester og samtaler som ikke er av interesse for prosjektets formål ses bort i fra og ikke inkluderes i analysen. Opptakene vil bli bearbeidet og analysert av meg, deretter slettet.

Høgskolen
i Innlandet

Dersom dere ikke ønsker å delta vil det bli tilbudt et alternativt opplegg, og barnet ditt vil ikke inkluderes i hverken lyd- eller videoopptak. Det vil også være mulig å reservere seg for deler av datainnsamlingen.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om barnet basert på foresattes samtykke.
På oppdrag fra Høgskolen i Innlandet har Personverntjenester ved Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør, vurdert at behandlingen av personopplysninger i prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Prosjektet vil etter planen avsluttes senest 30. september 2024. Alle personvernopplysninger, og innsamlet data vil da slettes.

Hvis du har spørsmål til studien, ønsker å vite mer eller benytte deg av dine rettigheter ta kontakt med:

- Høgskolen Innlandet, ved student Ellinor Lie (241170@inn.no, 95047224)
- Høgskolen Innlandet, ved førsteamanuensis Morten Bjørnebye (morten.bjornebye@inn.no, 62 51 78 77)
- Vårt personvernombud: Anne Sofie Lofthus (anne.Lofthus@inn.no)
- Hvis du har spørsmål knyttet til Sikt Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med: Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Høgskolen
i Innlandet

Signering:

Samtykke til deltakelse i forskningsprosjektet «Matematisk argumentasjon på småtrinnet».

Jeg har lest informasjonen og forstått hva prosjektet går ut på.

Jeg er kjent med at barnet vårt (mitt) vil få alderstilpasset informasjon om prosjektet, og kan selv velge om å være med eller ikke.

Jeg gir et frivillig samtykke på vegne av ………….   (barnets navn) og har mulighet til å kunne trekke seg på et senere tidspunkt.

Jeg forstår at personopplysninger som kan identifisere meg, som navn, stemme/ansikt/håndskrift er kjent for student og veileder, men blir ikke spredt til noen andre.

Jeg forstår at barnets personopplysninger blir samlet inn og lagret sikkert til de enten slettes eller anonymiseres innen 30.09.2024.

Vi samtykker til at …… ……..……(barnets navn)

kan delta i dette forskningsprosjektet gjennom

Innsamlet elevarbeid:

☐ **Ja** ☐ **Nei**

Lydopptak:

☐ **Ja** ☐ **Nei**

Videoopptak:

☐ **Ja** ☐ **Nei**

Foresatt 1: Dato: Navn: Signatur:	Foresatt 2: Dato: Navn: Signatur: