

**Høgskolen  
i Innlandet**

Fakultet for lærerutdanning og pedagogikk

**Mathias Brænden**

**Masteroppgave**  
**Matematiske problemer i lærebøker på**  
**ungdomsskolen**

Mathematical problems in middle school textbooks

Master i realfagenes didaktikk

**2024**

# Forord

Etter fem fine år på Høgskolen i Innlandet, avsluttes min 18 år lange skolegang med denne masteroppgaven. Arbeidet med masteren har vært en krevende og stressende prosess, da studietilværelsen har vært kombinert med toppidrett og arbeid. Men resultatet er at jeg står igjen med en grad for verdens viktigste yrke. Dette er jeg både stolt og rørt av, og jeg gleder meg til å gå i gang med læreryrket.

Jeg ønsker å takke min veileder, Bjarte Rom, for et godt samarbeid. Dine gode tilbakemeldinger og faglige innsikt, har vært helt nødvendig for å kunne ferdigstille denne oppgaven. Jeg ønsker også å rette en takk til mamma og pappa, som på eget ønske har sittet iherdig med å korrekturlese hele denne oppgaven. Takk for deres røde streker!

Til slutt vil jeg takke min kjære Eilin, som har vært der gjennom hele masterprosessen. Takk for at du har vært tålmodig, hatt troen på meg, og overlevd søvnløse netter. Din støtte har vært uvurderlig.

Mai 2024

Mathias Brænden

# Sammendrag

I denne masteroppgaven har en teoridrevet innholdsanalyse blitt brukt for å karakterisere fordelingen av matematiske problemer (MP) i de første kapitlene i Matematikk 8, Maximum 8 og Matemagisk 8. Rammeverket som er brukt til analysen er hentet fra Brehmer et al. (2016), og bygger på teorien om kreativ og imitativ resonnering (Lithner, 2004, 2006, 2008). En tilpasning av rammeverket er skillett mellom hoved- og ekstra-oppgaver. For å karakterisere fordelingen av MP, har først andelen oppgaver som kan kategoriseres som MP blitt analysert. Deretter gikk analysen på MP'enes plassering og til slutt MP'enes vanskelighetsgrad.

Basert på analysen av 2037 oppgaver fra de første kapitlene i lærebøkene, blir det konkludert med at bøkene inneholder en lav andel MP. Derimot er det langt større andel MP i ekstraoppgavene enn i hovedoppgavene. Videre er de fleste MP'ene plassert til slutt i delkapitlene med unntak av MP'ene i Maximum 8, og MP'ene er som oftest satt til høyere vanskelighetsgrad. En avsluttende konklusjon er at lærebøkene ikke oppfyller læreplanens formulering av problemløsning, som antyder et betydelig ansvar på lærere for å gi elevene tilstrekkelig mulighet til å arbeide med problemløsning.

# Abstract

This master's thesis employs a theory-driven content analysis to characterize the distribution of mathematical problems (MP) in the first chapters of Matematikk 8, Maximum 8, and Matemagisk 8. The analytical framework draws upon Brehmer et al. (2016) and is grounded in the theory of creative and imitative reasoning (Lithner, 2004, 2006, 2008). One adaptation of the framework involves distinguishing between main and additional tasks. To characterize MP distribution, the study first analyses the proportion of tasks which can be classified as MP. Subsequently, it examines the placement of MPs within subchapters, and in the end the MPs difficulty level.

Based on the analysis of 2037 tasks from the first chapters of the textbooks, the study concludes that the books contain a low proportion of MPs. However, additional tasks feature a significantly higher proportion of MPs compared to main tasks. Furthermore, most MPs are placed towards the end of the subchapters, apart from those in Maximum 8. Additionally, MPs are typically assigned a higher difficulty level. In conclusion, the textbooks do not align with the curriculum's formulation of problem-solving, which can suggest that teachers have a heavy responsibility to provide students with opportunities to engage in problem-solving.

## Innhold

Forord .....	ii
Sammendrag .....	iii
Abstract .....	iv
Figurliste.....	vii
Tabelliste .....	vii
1. Innledning.....	1
1.1 Problemstilling og forskingsspørsmål .....	3
1.2 Studiens mulige bruk for skoler .....	5
1.3 Studiens videre oppbygging .....	6
2. Teori og tidligere forskning.....	7
2.1 Matematisk problem.....	7
2.1.1 Problemløsning.....	7
2.2 Kreativ og imitativ resonnering.....	8
2.2.1 Resonnering.....	9
2.2.2 Kreativ resonnering .....	9
2.2.3 Imitativ resonnering .....	11
2.2.4 Kreativ resonnering i oppgaver .....	14
2.2.5 Lokal og Global KR i oppgaver .....	14
2.2.6 Antakelser og kriterier fra rammeverket brukt i studien .....	15
2.3 Horisontal analyse og kognitive krav .....	15
2.4 Læreres bruk av lærebøker .....	18
2.5 Kontekst i oppgaver .....	20
2.6 Reduksjon av kompleksitet i oppgaver .....	22
3. Metode.....	24
3.1 Valg av metode.....	24
3.2 Valg av lærebøker .....	25
3.3 Horisontal analyse .....	27
3.4 Teoridrevet innholdsanalyse .....	28

3.5	Hvordan datamaterialet ble analysert .....	28
3.5.1	Oppgaver som analyseenhet .....	29
3.5.2	Det analytiske skjemaet .....	31
3.5.3	Analyseprosessen .....	33
3.5.4	Plassering innad i delkapitlet .....	37
3.5.5	Vanskelighetsgrad på MP'ene .....	38
3.6	Kvalitet i arbeidet .....	39
3.6.1	Validitet .....	39
3.6.2	Reliabilitet .....	40
3.6.3	Etiske perspektiver .....	41
4.	Resultater .....	43
4.1	Horisontal analyse .....	43
4.2	Den teoridrevne innholdsanalysen .....	50
4.2.1	Andel av oppgavene klassifisert som MP .....	50
4.2.2	Plassering av MP'ene .....	54
4.2.3	Vanskelighetsgrad på MP'ene .....	56
4.3	Presentasjon av ulike oppgaver .....	57
4.3.1	MP med lokal og global KR .....	58
4.3.2	Oppgaver som var utfordrende å kategorisere .....	61
4.3.3	Oppgaver som kunne ha vært MP .....	64
4.3.4	Bredt spekter av oppgaver basert på kontekst .....	66
4.4	Oversikt over alle MP .....	70
5.	Diskusjon .....	73
5.1	Andel oppgaver klassifisert som MP .....	73
5.2	Plasseringen til MP'ene i delkapitlene .....	77
5.3	Vanskelighetsgraden på MP'ene .....	79
5.4	Limitasjoner ved studien .....	81
6.	Avslutningen .....	82

7. Litteraturliste .....	84
8. Vedlegg .....	90

## Figurliste

Figur 1 Oversikt over kreativ og imitativ resonnering (Lithner, 2006, s. 5) .....	9
Figur 2 Eksempeloppgave der AR kan brukes .....	12
Figur 3 Eksempeloppgave der Familiær AR kan brukes(Lithner, 2006, s. 16) .....	12
Figur 4 Løsningsforslag med bruk av familiær AR .....	13
Figur 5 Horisontal og vertikal analyse fra (Charalambous et al., 2010, s. 123).....	17
Figur 6 Oppgaven PIZZAS fra PISA 2013 .....	20
Figur 7 Oppgaven CARPENTER fra PISA 2013 .....	21
Figur 8 Oppgaven ROCK CONCERT fra PISA 2013 .....	21
Figur 9 Oppgaven LITTER fra PISA 2013 .....	22
Figur 10 Rammeverket brukt for den horisontale analysen. ....	27
Figur 11 Oppgave 1.45 fra Maximum 8. MP .....	30
Figur 12 Side 14 i Matematikk 8.....	34
Figur 13 Side 15 i Matematikk 8.....	34
Figur 14 side 16 i Matematikk 8 .....	35
Figur 15 oppgave 1.10 i Matematikk 8 .....	35

## Tabelliste

Tabell 1 Kodeskjemaet brukt i analysen .....	29
Tabell 2 Opptelling av oppgavene i Excel-fil .....	29
Tabell 3 Eksempel fra analysen.....	37
Tabell 4 Bakgrunnsinformasjon om lærebøkene .....	44
Tabell 5 Horisontal analyse av kapitlene. Generell struktur .....	46
Tabell 6 Horisontal analyse av innholdet til kapitlene .....	47
Tabell 7 Oppgavetyperne i de tre lærebøkene .....	49
Tabell 8 Antall MP av hovedoppgavene .....	51
Tabell 9 Antall MP av ekstraoppgavene .....	51
Tabell 10 Antall MP av alle oppgavene .....	52
Tabell 11 Andel MP i kapittel 1 og kapittel 2 i Matemagisk 8 .....	53

Tabell 12 Sammenlikning av Andel MP i første kapittel på tvers av bøkene .....	53
Tabell 13 Plassering på MP'ene .....	55
Tabell 14 Antall oppgaver i kapitlet før MP. Hovedoppgavene .....	55
Tabell 15 Antall oppgaver i kapitlet før MP. Alle oppgavene .....	56
Tabell 16 Vanskelighetsgrad i Matematikk 8 og Maximum 8.....	56
Tabell 17 MP blant Topptur og Ekspedisjon i Matemagisk 8.....	57
Tabell 18 Alle MP i kapittel 1 fra Matematikk 8 .....	72
Tabell 19 Liste av MP i kapittel 1 i Maximum 8 .....	72
Tabell 20 Liste av MP i kapittel 1 i Matemagisk 8 .....	72



# 1. Innledning

I overgangen fra den gamle læreplanen fra 2006 til den nye læreplanen fra 2020, er det vektlagt at elevene skal bli gode problemløserne (Utdanningsdirektoratet, 2023). Dette er vektlagt da den nye læreplanen skal forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i endring. For eksempel er problemløsning den mest ettertraktede ferdigheten blant arbeidsgivere når de skal ansette nye arbeidstakere (Gray, 2022). ChatGPT (OpenAI, 2023) viser også til hvorfor problemløsning er viktig med de 8 stikkordene effektivitet og produktivitet, innovasjon, selvutvikling, beslutningstaking, konfliktløsning, karriereutvikling, stressmestring og samfunnsnytte. Den konkluderer med at problemløsning påvirker individuell suksess, det å takle og løse problemer, overkomme hindringer, samt samfunnets utvikling ved å skape en bedre fremtid.

I undervisning bringer jeg ofte problemløsningsoppgaver til undervisningstimer, og har mange positive erfaringer med dette og ser viktigheten av det for elevenes fremtid. At problemløsning er viktig for andre lærere og skolen både i Norge og internasjonalt, vises med at PISA-undersøkelsen fra 2012 som hadde problemløsning i fokus. En konklusjon fra den studien er at det er sterk korrelasjon mellom elevens evner i problemløsning og deres resultater i de andre skolefagene (PISA, 2014, s. 67–70). Arbeid med problemløsning kan dermed se ut til å styrke elevenes resultater i alle fag. Tydeligst ser man dette av PISA-undersøkelsen hos japanske og sør-koreanske elever som presterte best av alle OECD-land i problemløsning, samt presterte høyt i matematikk, lesing og naturfag (Kjærnsli et al., 2014, s. 13). Under *fagets relevans og sentrale verdier*, står det at arbeid med problemløsning bidrar til å utvikle et presist språk for resonnering, som er en viktig egenskap å ha med seg i fremtiden (Kunnskapsdepartementet, 2019a). I kjerneelementer er problemløsning nevnt som det første elementet sammen med utforskning, der det legges vekt på at elever skal kunne utvikle metoder for å løse ukjente problemer (Kunnskapsdepartementet, 2019b). I den norske skolen er det dermed et krav at elevene skal få arbeide med problemløsning. For å videre begrunne viktigheten av problemløsning kan gode problemløsningsevner knyttes til avsnitt fem i *Formålsparagrafen* om deltakelse i arbeid og fellesskap, og mestring av sitt eget liv, ettersom forskning viser at god evne til problemløsning kan gi økt livskvalitet (Opplæringslova, 2023, § 1-1; Tan et al., 2019, s. 19).

I matematikkundervisning vil elever arbeide med problemløsning i møte med ukjente problemer (Kunnskapsdepartementet, 2019b, avsn. 1). Ukjente problemer kommer til syne i oppgaver, og den største bidragsyteren til oppgaver er lærebøker. Selv om digitale læreverker har

kommet mer og mer inn i skolen, og de aller fleste elevene nå har tilgang til en form for digitalt hjelpemiddel, står fortsatt lærebøkene sterkt. I en påstand om læreboka er det viktigste verktøyet i planlegging av matematikkundervisning svarte 10 % av lærerne 5, 39 % svarte 4, og 34 % svarte 3 på en skala fra 1, «helt uenig» til 5, «helt enig» (Lepik et al., 2015, s. 139–141). For å styrke fremtidens viktighet av lærebøker har regjeringen vedtatt mer penger til fysiske lærebøker for å redusere elevers skjermtid (Kunnskapsdepartementet, 2023). Jeg har dermed grunn til å tro at de fleste oppgavene elevene arbeider med, kommer fra lærebøkene. I hvor stor grad avhenger av læreren som kan supplere med andre eller egne oppgaver. På den måten har forlagene som lager lærebøkene mye makt for matematikkundervisning, og fra erfaring kan ofte læreboka være viktigere enn læreplanen i planleggingen av undervisning. Det å bli kritisk til lærebøkene, og i større grad basere min egen undervisning på læreplanen, har vært en stor motivasjonsfaktor for denne studien.

De tre mest brukte lærebøkene for matematikk på ungdomsskolen er Matematikk, Maximum og Matemagisk fra henholdsvis forlagene Cappelen Damm, Gyldendal og Aschehoug (Waagene & Gjerustad, 2015). Det er disse tre lærebøkene for 8. trinn som er analysert i denne studien, og dette valget er basert på erfaringer fra arbeid på flere skoler. Hvordan beskriver da disse tre forlagene sine bøkens innhold av problemløsning? Cappelen Damm (u.å.) skriver at Matematikk 8-10 tar «... kjerneelementene på alvor...» og at elevene skal få utvikle sine ferdigheter gjennom utforskning og problemløsning. Gyldendal (u.å.) sier at Maximum 8-10 legger til rette for problemløsende matematikk, og de inkluderer nøkkelbegreper som resonnere og argumentere i sin beskrivelse av lærebøkene, som er sentrale egenskaper i problemløsning. Aschehoug (Kongsnes & Wallace, 2020b) reklamerer på sin side for Matemagisk med at «...elevene får utforske og diskutere fra første stund.», samt at «Matemagisk 8-10 gir elevene «... utforskende aktiviteter og problemløsning». Med disse beskrivelsene bør samtlige av lærebøkene inneholde store mengder problemløsningoppgaver, som i denne studien er definert som matematiske problemer. Dette er ikke et faktum i svenske lærebøker for vgs. Når Brehmer et al. (2016) analyserte mengden MP (matematiske problemer) i 2016, fant de at kun 5,45 % av oppgavene kunne klassifiseres som MP, og at 98,72 % av disse ble funnet på nivå 3, den høyeste vanskelighetsgraden. Det vil si at bare et fåtall av elevene vil oppleve arbeid med MP hvis lærebøkene følges fra perm til perm. En konklusjon fra deres studie er at lærebøkene ikke oppfyller den svenske læreplanens formulering av problemløsning. Med bruk av samme rammeverk som Brehmer et al. (2016), viser min studie at liknende funn finnes i de tre nevnte

norske lærebøkene. Faktisk har Matematikk 8 og Maximum 8 mindre andel MP, mens Matemagisk 8 har tilnærmet like stor andel MP.

## 1.1 Problemstilling og forskings spørsmål

Denne studien benytter seg av samme rammeverk som den svenske studien «Problem solving in Swedish mathematics textbooks for upper secondary school» (Brehmer et al., 2016). Rammeverket bygger i hovedsak på teori om problemløsning og kreativ og imitativ resonnering (Brehmer et al., 2016, s. 581–582). I denne studien er rammeverket rettet inn mot norske lærebøker på ungdomsskolen. Det vil si at også problemstillingen og forskningsspørsmålene er hentet fra den svenske studien og tilpasset denne studien. Dette er problemstillingen;

Hva karakteriserer fordelingen av matematiske problemer i de første kapitlene i tre norske lærebøker for 8. trinn?

Først vil begrepet matematisk problem begrunnes, så valg av årstrinn, deretter lærebøker og deres kapitler, og til slutt forklares hvordan studiene karakteriserer fordelingen av MP'ene. Grunnen til at begrepet *matematisk problem* er brukt som formulering i problemstillingen i stedet for *problemløsning*, er at studien tar utgangspunkt i oppgaver. Problemløsning handler mer om hvordan elever løser problemer, mens matematiske problemer er oppgaver som krever problemløsning for å løses, som er et sentralt poeng i denne studien. Dette poenget gjør at matematiske problemer og problemløsning er tett forbundet, og videre i denne studien vil disse begrepene brukes om hverandre. Valg av årstrinn falt på 8. trinn grunnet valget av lærebøkene og utvalget av kapitler. Lærebøkene valgt for studien er Matematikk 8, Maximum 8 og Matemagisk 8, og disse lærebøkene er de mest brukte i ungdomsskolen. I valg av kapitler ble de første kapitlene i bøkene valgt. Dette ble gjort av to grunner. For det første gjorde det analysen mindre omfattende da man kun trenger å analysere oppgavene i boka opp mot tidligere innhold i samme bok, samt læreplanen for å dekke innhold i bøker fra barneskolen. Oppgavene har ikke blitt analysert opp mot samme lærebokserie fra barneskolen, siden det ikke er noen garanti for at elevene benytter seg av samme lærebok eller forlag i matematikk på barneskolen og ungdomsskolen. Hadde bøkene for 9. eller 10. trinn blitt valgt, måtte jeg ha lett etter liknende oppgaver eller introduksjon fra tilsvarende bokserie tidligere i ungdomsskolen, som ville blitt for omfattende. Den andre grunnen for valget av de første kapitlene på 8. trinn, er at disse kapitlene er de elevene møter først i det store skillet fra barneskolen til ungdomsskolen. Disse kapitlene vil dermed sette standarden for matematikkundervisningen gjennom hele

ungdomsskolen. Hvordan fordelingen av MP kan karakteriseres i disse kapitlene, kan dermed si noe om hvordan fordelingen av MP karakteriseres i lærebokserien for ungdomsskolen. For å karakterisere fordelingen av MP'ene er tre forskningsspørsmål formulert slik;

Hvor stor andel av oppgavene kan klassifiseres som MP?

Hvilken plassering har MP'ene i delkapitlene?

Hvilken vanskelighetsgrad har MP'ene?

Det er originalt fire forskningsspørsmål benyttet i den svenske studien, men forskningsspørsmålet om konteksten til MP'ene er valgt vekk med hensyn til studiens størrelse og tidsramme (Brehmer et al., 2016, s. 580–581). I det første forskningsspørsmålet skal alle oppgavene i kapitlene analyseres, der oppgavene som oppfyller kriteriene for MP blir notert. Kriteriene for om en oppgave er et MP, er satt etter teorien om kreativ og imitativ resonnering (Lithner, 2004, 2006, 2008). Kort sagt vil en oppgave bli satt som MP hvis det følger aspektet *novelty* fra kreativ resonnering, som i bunn og grunn betyr originalt. Hvis oppgaven kan løses ved å imitere, som er imitativ resonnering, er det ikke et MP. Oppgavene som blir klassifisert som MP blir videre analysert etter de to andre forskningsspørsmålene om deres plassering innad i delkapitlene og deres vanskelighetsgrad. Av plassering deles delkapitlene inn i tre deler etter antall oppgaver, og MP'ene blir satt til enten først i kapitlet, midt i, eller på slutten. I analysen av det siste forskningsspørsmålet er det ikke alle oppgavene som er delt inn etter vanskelighetsgrad. I Matematikk 8 og Maximum 8 er noen oppgaver delt etter 3 nivåer av vanskelighetsgrad, mens Matemagisk 8 ikke har en slik fordeling av vanskelighetsgrad. Men noen av løypene med oppgaver i boka er likevel satt til høyere vanskelighetsgrad, ettersom boka beskriver løypene som utfordrende, og at de går utover det som er forventet av trinnet. Dette er videre forklart i metode- og resultat-kapitlet.

En slik analyse der oppgavene analyseres opp mot krav satt etter teori kalles en teoridrevet innholdsanalyse (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 82–83). I analyseringen ble et kodeskjema i Excel brukt for å kategorisere alle oppgavene. Kodene kommer fra de tre forskningsspørsmålene, og funnene ble summert opp via Excel. Funn fra den teoridrevne innholdsanalysen blir presentert i tabeller i resultat-kapitlet og sammenliknet på tvers av, og innad i lærebøkene. Disse funnene kan si noe om kvaliteten til lærebøkene etter læreplanens formulering av problemløsning. Totalt ble 2037 oppgaver analysert i denne studien fordelt på 710 i Matematikk 8, 598 i Maximum 8 og 729 i Matemagisk 8. Noen av oppgavene blir også

presentert og beskrevet i kapittel 4.3, samt i diskusjonskapitlet. Til sammenlikning ble 5722 oppgaver analysert i den svenske studien (Brehmer et al., 2016, s. 577).

For å i større grad belyse de norske lærebøkene, har noen tilpasninger av rammeverket blitt gjort. For det første er en horisontal analyse av lærebøkene gjennomført, som er gjort for å skape et overblikk av, og sammenlikne innholdet til lærebøkene. Den horisontale analysen bidro også til utvalg av kapitler til denne studien. Jeg hadde allerede bestemt meg for de første kapitlene, men etter den horisontale analysen som viste at Matemagisk 8 deler boka i langt flere kapitler enn Matematikk 8 og Maximum 8, ble det analysert to kapitler fra denne boka, mens kun et kapittel ble analysert fra Matematikk 8 og Maximum 8. Dette valget sørget for tilnærmet lik mengde oppgaver analysert i de tre bøkene. En annen tilpasning er skillet mellom hoved- og ekstra-oppgaver. Dette skillet ble gjort da samtlige av lærebøkene har andre oppgaver enn hovedoppgavene som i all hovedsak er oppgavene markert med 1.10, 1.11, 1.12 osv. Ekstraoppgavene er oppgaver som i all hovedsak ikke er skilt med tall. Det er få av ekstraoppgavene i hver bok, og denne studien viser at det er langt større andel MP blant disse, enn det er av hovedoppgavene. Tilpasningene blir videre beskrevet i metodekapitlet.

## 1.2 Studiens mulige bruk for skoler

For personer tilknyttet skoleverket vil denne masteroppgaven gi en pekepinn på hvilken av de utvalgte lærebøkene som inneholder størst andel MP. Dette er helt sentralt for arbeid med utforskning og problemløsning som er et av kjerneelementene i den nye læreplanen. Denne masteren viser hvor mange MP som befinner seg i de valgte kapitlene på 8. trinn, på tvers av de tre lærebøkene Matematikk, Maximum og Matemagisk. Selv om bare få kapitler er studert, mener jeg at funnene kan si noe om mengden matematiske problemer som finnes i resten av lærebokserien også. Selv oppleves det vanskelig å finne gode oppgaver til problemløsning, og arbeidet med denne masteren har gitt meg god innsikt i hva slags oppgaver som kan brukes til problemløsning i undervisning. Flere av de analyserte oppgavene belyses i kapittel 4.3, og alle funn av MP listes opp i kapittel 4.4. Etter å ha lest denne masteroppgaven håper jeg ansatte i skoleverket kan bli mer kritiske til lærebøker, hvilke oppgaver de trekker frem i undervisning, og hvordan oppgavene legges frem for elevene. Selv har jeg blitt flinkere til å finne, samt tilpasse oppgaver slik at de blir til MP.

## 1.3 Studiens videre oppbygging

Masteroppgaven er fordelt mellom 6 hovedkapitler. Det første er innledningen som gir et innblikk i hva studien inneholder, dets problemstilling, forskningsspørsmål og hensikt, samt forankrer viktigheten av studien. Etter dette kommer kapitlet om teori og tidligere forskning som underbygger studien. Der vil begreper defineres, det teoretiske rammeverket blir fremstilt, samt annen teori som vil bidra til diskusjon senere. Så kommer metodekapitlet som beskriver hvordan analysen har blitt gjennomført, hvilke valg som har blitt tatt og oppgavens kvalitet gjennom validitet, reliabilitet og etiske perspektiver. I kapittel 4 blir resultatene fra studien presentert og sammenliknet. Noen interessante funn blir også påpekt. I diskusjonskapitlet som følger etter, blir problemstillingen svart på med bakgrunn i forskningsspørsmålene og resultatene, og konklusjoner blir gjort. Som avslutning oppsummeres alle funnene og det gis et kort svar på problemstillingen.

## 2. Teori og tidligere forskning

I dette kapitlet vil denne studiens teori og tidligere forskning bli belyst. Først vil sentrale begreper som matematisk problem og problemløsning bli forklart, før teorien om kreativ og imitativ resonnering blir presentert som er teorien rammeverket bygger på. Den horisontale analysen blir også beskrevet, sammen med kognitive krav som belyses for å vise til likheten med matematiske problemer. Sammen med dette vil læreres bruk av lærebøker, kontekst i oppgaver og reduksjon av kompleksitet bli tatt frem, som vil være med på å diskutere resultatene.

### 2.1 Matematisk problem

For å kunne klassifisere oppgaver i lærebøker som et MP eller ikke, trengs det en tydelig definisjon av hva et matematisk problem er. En kort og enkel definisjon fra «Math Is Fun» er at et problem er «...et spørsmål som trenger et svar» (Pierce, 2023, linje 1). Her vil de fleste matematikkoppgaver havne under definisjonen av et problem. Det gjør de ikke under definisjonen til Kantowski (1977). Hun skiller mellom problemer og øvelser. Øvelser kan gjennomføres med en tillært algoritme, mens med problemer har ikke løseren en algoritme som med sikkerhet vil gi riktig svar. For å nå et svar i arbeid med et problem må eleven tenke over hvordan man skal bruke informasjonen man har til rådighet (Kantowski, 1977, s. 163). Blum og Niss (1991) har en liknende definisjon som bygger på at et problem står i stil til løseren. Et problem for en person kan være en øvelse for en annen, og for at det skal være et problem må det være «...en situasjon som bærer med seg visse åpne spørsmål som utfordrer noen intellektuelt som ikke umiddelbart besitter en direkte metode/prosedyre/algoritme osv. nødvendig for å løse spørsmålene.» (Blum & Niss, 1991, s. 37–38). Dette likner videre på Schoenfeld (1985) sin definisjon. Han mener at det ikke er den matematiske oppgaven i seg selv som gjør det til et problem, men det «... spesifikke forholdet mellom individet og oppgaven som gjør oppgaven til et problem for den personen.» (Schoenfeld, 1985, s. 74). Det som gjør problemet vanskelig for personen bør være en intellektuell hindring, og ikke en regnefeil (*Impasse* har blitt oversatt til hindring). Det er Schoenfeld sin definisjon som blir brukt som utgangspunkt i denne studien. Studien som rammeverket er hentet fra bruker også denne definisjonen (Brehmer et al., 2016, s. 581).

### 2.1.1 Problemløsning

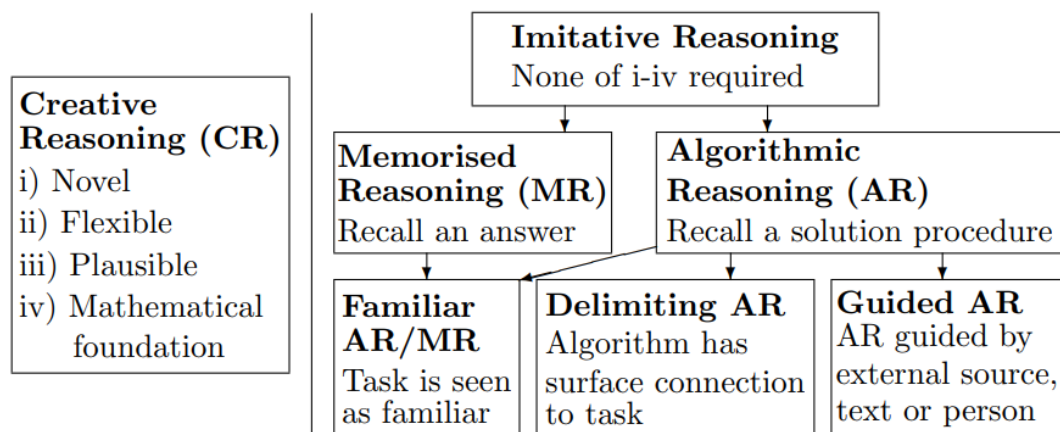
Problemløsning handler om å løse problemer, og i profesjonell og hverdagslig kontekst blir problemløsning ansett som den aller viktigste kognitive egenskapen, og man blir ofte belønnet for å løse problemer (Jonassen, 2000, s. 1). Prosessen med å løse problemer kan variere fra reflekterte løsninger der man for eksempel reformulerer problemet så det er mer løsbart, eller ureflektert prøving og feiling (Teigen, 2019a, avsn. 1).

Definisjonene av matematisk problem og problemløsning er viktige for arbeidet med analysen av oppgaver senere, mens teori om hvorfor problemløsning er viktig vil være med på å diskutere funnene av analysen. For det første viser PISA-undersøkelsen fra 2012 en korrelasjon mellom elevers evner i problemløsning, med hvor bra elevene gjør det i andre fag, inkludert de tre PISA-områdene matematikk, lesing og naturfag (PISA, 2014, s. 67–70). For det andre viser den samme undersøkelsen også at elevenes sosioøkonomiske bakgrunn har mindre å si på prestasjonene i problemløsning, enn det har i matematikk, lesing og naturfag (PISA, 2014, s. 104–107). Flere studier viser også positive effekter for elevene når problemløsning brukes i undervisning. Noen studier viser positiv effekt for elevers matematiske prestasjoner, og en annen studie viser at bruk av rike problemer i undervisning har en positiv effekt på elevers motivasjon og entusiasme (Ali et al., 2010; Hattie, 2012, s. 251; Mirza & Hussain, 2014, s. 36). Motivasjon viser også en sterk positiv korrelasjon med elevers resultater i matematikk (Herges et al., 2017, s. 100).

## 2.2 Kreativ og imitativ resonnering

For å klassifisere en matematikkoppgave som et MP eller ikke, brukes Lithner sin teori om kreativ og imitativ resonnering (2004, 2006, 2008). I *Figur 1* er det en oversikt over de ulike resonneringskategoriene definert av Lithner (2006, s. 5). I klassifiseringen av oppgaver som MP eller ikke, er det kreativ resonnering som kreves i MP, mens andre oppgaver krever imitativ resonnering. I resten av dette delkapittelet vil først resonnering defineres, deretter kreativ og imitativ resonnering. Etter at imitativ resonnering har blitt definert, vil det være enklere å se hva kreativ resonnering *ikke* er. Dette gjør det dermed enklere å klassifisere oppgaver som et MP eller ikke. Videre skrives KR for kreativ resonnering, og IR for imitativ resonnering.





Figur 1 Oversikt over kreativ og imitativ resonnering (Lithner, 2006, s. 5)

## 2.2.1 Resonnering

Resonnering handler om tenkningen bak slutninger (Lithner, 2006, s. 4; Teigen, 2019, avsn. 1). Enten deduktivt fra premiss til konklusjon, eller induktivt fra enkeltobservasjoner til mer generelle prinsipper. Slutninger kan trekkes bevisst gjennom analyse, eller mer spontant og intuitivt (Teigen, 2019b, avsn. 2). En viktig del av resonnering handler om å overbevise seg selv eller en annen om at sitt resonnement er passende (Lithner, 2004, s. 406). Resonnering er heller ikke begrenset til bevis, som gjør at resonnering i seg selv ikke trenger å være korrekt, det er bare tankegangen som er viktig (Lithner, 2006, s. 4).

## 2.2.2 Kreativ resonnering

Tre viktige aspekter som skiller KR fra IR er *fluency*, *fleksibilitet* og *novelty* (Lithner, 2006). Disse tre aspektene har Lithner hentet fra Silver og Haylock. Silver (1997, s. 76) sier at *fluency* handler om hvor mange problemer/spørsmål/ideer som blir generert ut av oppgaven, mens *fleksibilitet* betyr at løseren er åpen for flere muligheter (Haylock, 1997, s. 69). Man skal ikke være rigid der man er låst til en løsning. Silver (1997, s. 76) legger til at *fleksibilitet* handler om «... tydelige skiller i fremgangsmåter». Det med rigid tenkning legger Haylock (1997) frem som et problem i matematikkundervisning. Under arbeid med oppgaver kan elevene slite med å komme frem til riktig svar, selv om de innehar all nødvendig matematikkompetanse, fordi de er låst til en fremgangsmåte grunnet rigid tenking. Man kan se på det som at eleven mangler evnen til å endre fremgangsmåte. *Novelty* referer til originaliteten til ideene brukt for å løse oppgaven (Silver, 1997, s. 76). Originalitet vil si om ideene er nye og tidligere ukjente. En måte å undersøke *novelty* på er å se på hyppigheten av svar i en klasse, der lav hyppighet kan gi en pekepinn på KR. Dette er Haylock og Thangata (2007, s. 76) enig i. De sier at det er meget

usannsynlig at elever produserer universelt originale svar, derfor er det nødvendig å sammenlikne svar innad i klassen. Er svaret eleven brukt originalt for den klassen? Da kan man si at det er *novelty*.

For å videre skille mellom kreativ *matematisk* resonnering og *generell* kreativ resonnering brukes aspektene *plausibilitet* og *matematisk fundament* (Lithner, 2006). Plausibilitet er i dette rammeverket brukt om hvordan resonnering støttes av argumenter, der det ikke er farlig om argumentene er helt sanne. Her er det stor forskjell mellom skolen og arbeidslivet, der det i skolesammenheng er lov å gjette slik at elever ikke trenger å ha 100 % rett (Lithner, 2006, s. 8). Om en ingeniør eller for eksempel en sykepleier bare har 60 % riktig, kan det ha fatale konsekvenser. Det skjer ikke i skolen der det både er lov, og ofte oppmuntret, til matematiske resonnement «... med betydelig redusert krav til logisk strenghet.» (Lithner, 2006, s. 8, avsnitt 2). Videre sier Pölya (1954) at plausibel resonnering handler om å støtte konjekture, og det prinsipielle er å differensiere «... mer fornuftig gjett fra et mindre fornuftig gjett.» (Lithner, 2006, s. 8, avsnitt 3).

Matematisk fundament handler om at resonneringen og strategivalgene gjennom argumentasjon, må være forankret i matematikk. Og det er nødvendig at matematikken brukt i argumentasjonen er iboene egenskaper, og ikke overflateegenskaper (Lithner, 2006, s. 8–9). I oppgaven om hvilken brøk som er størst av  $\frac{9}{15}$  eller  $\frac{2}{3}$ , vil overflateegenskaper være å se på størrelsene på tallene, mens iboende egenskaper vil være å se på kvotienten (Lithner, 2008, s. 261). Overflateegenskaper kan linkes til det Schoenfeld kaller «naiv empirisme». Han fant ut at i verifisering av geometriske konstruksjoner, ble «naiv empirisme» brukt av nybegynnere. Det vil si at om de geometriske konstruksjonene «så bra ut», ble de satt som korrekte.

Med de ulike aspektene beskrevet over har Lithner satt 4 kriterier som resonneringen må oppnå for at det skal kalles *kreativ matematisk fundamentert resonnering* (Lithner, 2006, s. 10):

**Novelty:** Ny eller glemt løsningssekvens er skapt.

**Fleksibilitet:** Åpenhet for ulike fremgangsmåter og adaptasjoner. *Fluency* er implementert her.

**Plausibilitet:** Argumenter som støtter valg og implementasjon av strategi. Ikke gjetting og/eller vag intuisjon.

**Matematisk fundament:** Argumentasjonen er forankret i iboende egenskaper.

I min analyse brukes kun egenskapen *novelty*, da de tre andre referer til elevenes resonnering. *Fleksibilitet, plausibilitet og matematisk fundament* vil bli diskutert i kapittel 5. Rammeverket brukt til å analysere oppgavene blir presentert etter *imitativ resonnering*.

### 2.2.3 Imitativ resonnering

Ifølge Lithner kan de fleste oppgaver i en lærebok løses med imitativ resonnering. Kort fortalt betyr IR å følge etter, kopiere eller imitere en modell uten noe forsøk på originalitet (Lithner, 2006, s. 12). IR er delt i to kategorier; memorert resonnering (MR) og algoritmisk resonnering (AR), som videre er delt i tre underkategorier; familiær MR/AR, avgrenset AR og guidet AR som kan sees i *Figur 1* i kapittel 2.2. Selv om studien ser etter oppgaver som krever KR, blir kategoriene for IR beskrevet da de vil være til hjelp med å avdekke oppgaver som krever KR, ved å utelukke IR.

Kriteriene satt for at det skal kalles memorert resonnering (MR) er at svaret i sin helhet er memorert, og måten man svarer på innebærer kun å skrive ned, svare muntlig eller tegne (Lithner, 2006, s. 14). De fleste oppgaver som kan løses med memorert resonnering baserer seg i all hovedsak på memorert fakta. To eksempler fra Lithner (2006 s. 14) er spørsmålene «*Hvor mange  $cm^3$  er det i en liter?*» og «*Hva er et polynomial?*». Noen ledd av en større oppgave kan også gjennomføres med MR, eksempelvis multiplikasjon der elevene har memorert noen svar fra gangetabellen. I min studie vil da alle oppgaver der et svar eller fakta kan være memorert fra tidligere bli satt som IR.

I algoritmisk resonnering (AR) er det den algoritmiske prosedyren som memoreres (Lithner, 2006, s. 15–16). I en oppgave der den memorerte algoritmiske prosedyren gjennomføres, er det kun en regnefeil som kan gi feil svar. Arbeid med algoritmiske prosedyrer gjør at elevene kan komme gjennom mye matematisk stoff, men kan gjøre det vanskelig å få dypere konseptuell forståelse av matematikken (Lithner, 2006, s. 12–13). Et eksempel av AR fra Lithner (2006, s. 16) vises i *Figur 2*.

**Finn minimumsverdien av andregradspolynomet  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ .**

Følgende resonnering kan forekomme: «Jeg vet at et andregradspolynom har en minimum- og ingen maksimumsverdi hvis  $x^2$ -koeffisienten er positiv. Minimumet finnes hvor  $f'(x) = 0$ , som er gitt ved  $2x - 2 = 0$ , så  $x = 1$ .

Figur 2 Eksempeloppgave der AR kan brukes

I eksemplet over har eleven lært den nødvendige algoritmiske prosedyren som med sikkerhet vil gi riktig svar. Dette er en viktig komponent i AR. Hvis ikke eleven har den nødvendige prosedyren til oppgaven, kan ikke oppgaven løses med AR. I min analyse vil da alle oppgaver som kan løses med en tidligere lært algoritme bli satt som IR. Studien tar ikke hensyn til om eleven har glemt algoritmen, noe som kan føre til bruk av KR.

Familiær MR/AR bygger på gjenkjenning av nøkkelord i oppgaver, og er sannsynligvis den mest elementære formen for overfladisk matematisk resonnering (Lithner, 2006, s. 16). Nøkkelord som eleven kan gjenkjenne er for eksempel *mer*, *mindre* og *halvparten*. Ut ifra nøkkelordene og andre opplysninger som for eksempel tall, kan elever svare med bruk av en algoritme, eller et memorert helt svar. Med nøkkelordet *mindre*, kan elevene tenke at det er subtraksjonsalgoritmen som skal brukes. En måte eleven kan få feil svar på, er ved bruk av feil algoritme eller memorert fakta. Dette kan forekomme når oppgaven inneholder et nøkkelord som ikke står til riktig algoritme eller memorert fakta. Et eksempel om feil algoritme i forhold til nøkkelordet er oppgaven vist i *Figur 3*;

**En brus koster 80 cent på Antstore, som er 10 cent mindre enn hva det koster hos Beestore. Hvor mye koster den hos Beestore?**

Figur 3 Eksempeloppgave der Familiær AR kan brukes (Lithner, 2006, s. 16)

Eksemplet i *Figur 3* inneholder nøkkelordet *mindre*, som elevene gjennom erfaring kan mene korresponderer med subtraksjonsalgoritmen. Videre vil elevene da bruke algoritmen på tallene 80 og 10 som i dette tilfellet vil gi feil svar. I analysering av oppgaver vil det være vanskelig å skille mellom AR/MR og familiær AR/MR, siden elevene kan bruke ulike resonneringstyper under oppgaveløsning. Spørsmålet er om elevene kun ser nøkkelord og tall, eller om de forstår oppgaven.

Avgrenset AR forekommer når en elev velger en algoritme ut av et sett algoritmer avgrenset av eleven (Lithner, 2006, s. 17–18). Dette forekommer når eleven ikke gjenkjenner hvilken algoritme som skal brukes (familiær AR) og eleven kan for mange algoritmer til å prøve alle. Da er en løsning å avgrense mengden til potensielt brukbare algoritmer. Eleven prøver så ulike algoritmer til han når et svar han mener er fornuftig. Svar som ikke blir sett på som fornuftige av eleven blir ofte skrotet uten videre refleksjon på hvorfor det ikke er fornuftig. Et nedkuttet eksempel fra Lithner viser avgrenset AR i *Figur 4* (Lithner, 2006, s. 18);

Sally arbeider med oppgaven «**Finn de største og minste verdiene til funksjonen  $y = 7 + 3x - x^2$  i intervallet  $[-1, 5]$ .**

Hun begynner med å derivere funksjonen og finner hvor den deriverte er lik 0. Svaret hun får er ved  $x = 1,5$  som gir verdien  $y = 9,25$ . Sally er ikke fornøyd da hun mener hun trenger to svar. Både den største og minste verdien. Hun går videre uten refleksjon på hvorfor hun bare fikk et svar.

Videre tegner hun inn funksjonen i en kalkulator med graf-funksjon og bruker en innebygd funksjon for å finne en minimumsverdi. Hun finner ingen minimumsverdi da hun ikke satte intervallet til grafen, og grafen kun har en maksimumsverdi. Sally går videre med tabellfunksjonen til kalkulatoren og får;

X	-1	0	1	2	3	4	5
Y	3	7	9	9	7	3	-3

Her finner hun -3 som minimum, og 9 som maksimum. Dette stusser Sally over da hun fikk en større verdi tidligere i 9,25. Hun går videre uten refleksjon over svarene, og uten en tanke om at svaret kan ligge mellom  $x = 1$  og  $x = 2$ .

Det siste hun prøver på er å sette funksjonen lik null.  $7 + 3x - x^2 = 0$ . Da får hun to svar i  $x_1 \approx 4,54$  og  $x_2 \approx -1,54$ . Hun er noe usikker, men siden hun har oppnådd to verdier tror hun at det kan være riktig svar.

*Figur 4 Løsningsforslag med bruk av familiær AR*

I dette eksemplet har Sally brukt avgrenset AR (Lithner, 2006, s. 18). Hun har ikke umiddelbart gjenkjent hvilken algoritme hun skal bruke, men hadde et sett med algoritmer hun gikk gjennom til hun ble fornøyd med svaret. Det vil være vanskelig å plassere oppgaver innenfor denne kategorien, siden den baserer seg på elevsvar og ikke oppgaven i seg selv. Lithner har selv også vist til en elev som har løst denne oppgaven ved bruk av KR (Lithner, 2006, s. 10).

I den siste kategorien av IR får eleven ekstern hjelp til å finne en algoritme, kalt guidet AR (Lithner, 2006, s. 19). Denne hjelpen kan komme fra tekster eller personer. Tekst-guidet AR vil si at eleven har gjenkjent overflateegenskaper fra en tidligere oppgave og/eller tekst. Tekst kan være et eksempel, definisjon, regel osv. Fra disse oppgavene og/eller tekstene kan elevene selv finne en algoritme som de kan anvende på oppgaven. Personguidet AR vil si at det problematiske med oppgaven blir kontrollert av andre, og videre arbeid med oppgaven blir gjort med å følge strategien til guiden (Lithner, 2006, s. 20, 2008, s. 264). På skolen er guiden som oftest lærer eller medelev.

#### **2.2.4 Kreativ resonnering i oppgaver**

Alle oppgaver som i seg selv krever IR, er ikke et MP i denne studien. Kravet for om en oppgave er et MP er kreativ resonnering. Av de fire aspektene for KR; *novelty*, *fleksibilitet*, *plausibilitet* og *matematisk fundament*, er det kun *novelty* som brukes i analysen av oppgaver. Dette skyldes at de tre andre aspektene fokuserer på elevenes resonnement (Brehmer et al., 2016, s. 581–582). For å da analysere om en oppgave er MP eller ikke ut ifra *Novelty*-aspektet, ser man etter tidligere presenterte eksempler, regler, definisjoner osv. i læreboka som kan etterlignes for å produsere et svar.

#### **2.2.5 Lokal og Global KR i oppgaver**

Ulike deler av en oppgave kan kreve ulike resonneringstyper. I oppgaver som krever KR skiller Brehmer et al. (2016, s. 581) mellom *lokal* og *global* KR. Hvis bare deler av løsnings skjemaet til en oppgave kan løses med KR, kalles det lokal KR. Hvis derimot hele oppgaven kan besvares med KR kalles det global KR (Lithner, 2004, s. 415–419). Typisk for oppgaver som kan løses med lokal KR er at noen av utregningene kan gjennomføres med tidligere innlærte algoritmer. I oppgaver som krever global KR løses hele oppgaven med KR. I rammeverket brukt i denne studien vil både oppgaver som krever lokal og global KR bli definert som MP (Brehmer et al., 2016, s. 581).

## 2.2.6 Antakelser og kriterier fra rammeverket brukt i studien

KR er kravet for at en oppgave kan klassifiseres som et MP. Dette er videre definert i artikkelen fra Brehmer et al. (2016) med et sett med antakelser, og et sett med kriterier. I Brehmer et al. sin studie ble tre antagelser gjort i analysen av oppgaver. Bare to av disse antakelsene er brukt i min studie, ettersom elever på 8. trinn ikke trenger grafisk kalkulator i utregninger. De tre antakelsene er at (Brehmer et al., 2016, s. 582);

- Elevene er kjent med matematiske emner fra tidligere år.
- Elevene har tilgang til en grafisk kalkulator.
- Elevene har tilgang til flere formler i arbeid med å løse oppgaver.

For å avdekke KR i oppgaver ved å utelukke IR, presenterer Brehmer et al. (2016, s. 582–583) et sett med fire kriterier. Det første kriteriet handler om at det ikke skal være noen eksplisitte eller implisitte gitte eksempler over hvordan oppgaven kan løses. Dette har sammenheng med flere av IR-kategoriene, som MR hvor et eksempel kan vise svaret, AR hvor en prosedyre kan finnes i et eksempel, og tekstguidet AR hvor en elev bare kan herme etter et løst eksempel. Det andre kriteriet handler om at det ikke skal være tidligere oppgaver som har samme eller like overflateegenskaper. Dette er hovedsakelig forbundet med avgrenset AR, hvor en oppgave har liknende overflateegenskaper med tidligere oppgaver, som da avgrenser mengden algoritmer man kan bruke. Det kan også ha en sammenheng med tekstguidet AR, hvor det er mulig å herme etter en algoritme fra en tidligere oppgave og familiær MR/AR, hvor det er mulig å komme på et memorert svar eller en algoritme brukt før. Det tredje kriteriet innebærer at løsnings skjemaer ikke kan gjenkjennes fra tidligere del av læreboka, eller fra tidligere lærebøker. Dette har også sammenheng med familiær MR/AR, hvor det er mulig å komme på et memorert svar eller en algoritme brukt. Det siste kriteriet er at det ikke skal være veiledningen innad i oppgaven om hvordan den kan løses. Dette har sammenheng med personguidet AR hvor veiledningen forekommer internt i oppgaven, i stedet for fra en ekstern kilde. Alle de fire kriteriene benyttes i denne studien, og hvordan de er brukt utdypes i kapittel 3.5.

## 2.3 Horisontal analyse og kognitive krav

I min studie blir et horisontalt rammeverk brukt for å få et overblikk over lærebøkene, samt at lærebøkens innhold sammenliknes. Analysen blir presentert i Charalambous et al. (2010) og

inneholder også en vertikal analyse. I *Figur 5* vises et oversiktsbilde over rammeverket. Rammeverket er ment for å analysere alle deler av lærebøkene. Den vertikale analysen er delt i tre deler med til sammen 12 underpunkter. I den ene delen kalt *påkrevd av studenter* finnes underpunktet om *potensielle kognitive krav*. Dette underpunktet fra analysen blir brukt i flere andre masteroppgaver for å analysere oppgaver i norske lærebøker (Alsvik, 2023; Engseth, 2023). Kognitive krav kan sammenliknes med matematiske problemer, og litt teori fra dette blir presentert for sammenlikning med mitt teoretiske rammeverk. Videre blir det i kapittel 3.1 beskrevet hvorfor rammeverket om matematiske problemer er valgt, foran rammeverket om kognitive krav. Videre i dette delkapitlet blir den horisontale analysen beskrevet, samt kognitive krav fra den vertikale analysen.

Rammeverket presentert i Charalambous et al. (2010) er laget slik at man kan analysere og sammenlikne lærebøker i matematikk på tvers av landegrensener. Rammeverket består av flere ulike deler, der personer som ønsker å analysere lærebøker står fritt til å velge mellom hvilke deler de vil bruke. Selv har Charalambous et al. (2010) i en studie valgt å fokusere på 6 av underpunktene fra rammeverket, der to er fra den horisontale analysen, og fire er fra den vertikale analysen (Charalambous et al., 2010, s. 122–123).

I den horisontale analysen undersøker man lærebøkene helhetlig, og analysen fokuserer på bøkens generelle karakteristikk (Charalambous et al., 2010, s. 119–120). Analysen er delt i to deler, med bakgrunnsinformasjon og generell struktur som vises i *Figur 5*. Bakgrunnsinformasjon inneholder tittel, antall bøker, side-tall og tetthet, profil av forfattere og rådgivende komite, utgiver og årstall, og tilleggsmateriell. I generell struktur har man de fire punktene; antall enheter og leksjoner, gjennomsnittlig antall sider per enhet og leksjon, antall emner og rekkefølgen på emnene (Charalambous et al., 2010, s. 123). Denne horisontale analysen er gjennomført på lærebøkene i denne studien, med noen få tilpasninger beskrevet i kapittel 3.3.



<b>HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK</b>		
<p style="text-align: center;"><b>Background Information</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Title</li> <li>• Number of books</li> <li>• Pages (Number and Density)</li> <li>• Profile of authors and advisory committee</li> <li>• Publisher and year of publication</li> <li>• Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials)</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Overall Structure</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson</li> <li>• Structure of units/lessons</li> <li>• Topics covered</li> <li>• Sequencing of topics</li> </ul>	
<b>VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK</b>		
<b>Communicated to Students</b>	<b>Required of Students</b>	<b>Connections</b>
<p><i>Mathematical Content</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs)</li> <li>• Definitions, rules, conventions</li> <li>• Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics)</li> <li>• Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Connecting within and between strands</li> <li>• Classroom instruction - textbook connections</li> <li>• Connecting to situations outside of school</li> </ul>
<p><i>Mathematical Practices</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Worked examples</li> <li>• Modeling thinking</li> </ul>		
<p><i>Attitudes</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equity</li> <li>• View of mathematics</li> </ul>		

Figur 5 Horisontal og vertikal analyse fra (Charalambous et al., 2010, s. 123).

Den vertikale analysen undersøker hvordan lærebøkene behandler de ulike enhetene/leksjonene/emnene, der man ser på et matematisk konsept av gangen (Charalambous et al., 2010, s. 122). Analysen er delt i tre deler. Den første delen er hva som er kommunisert til studenter, den andre delen er hva som er påkrevd av studenter, og det siste er ulike forbindelser. Hver av disse delene har flere underpunkter. Kun underpunktet potensielle kognitive krav fra delen påkrevd av studenter blir presentert her, da dette punktet kan sammenliknes med rammeverket benyttet i denne studien. Oppgaver kan deles inn i fire kategorier av kognitive krav (Stein & Smith, 1998b, s. 345). De fire kategoriene er;

1. Memorering
2. Prosedyrer uten sammenheng til konsepter og mening
3. Prosedyrer med sammenhenger til konsepter og mening
4. Gjøre matematikk

I den første kategorien memorering, kan oppgaven løses i helhet med memorering av fakta, regler, formler, definisjoner osv. (Stein & Smith, 1998b, s. 348). I kategori 2 kan oppgavene løses med algoritmer som krever lite kognitivt av elevene for å gjennomføres. Det er mer fokus på riktig svar, enn å utvikle matematisk forståelse. Kategori 1 og 2 kalles for lavere kognitive krav. I kategori 3, som sammen med kategori 4 utgjør høyere kognitive krav, kan oppgaver løses med bruk av prosedyrer, men meningen er å utvikle dypere forståelse av matematiske konsepter og ideer. Ofte er oppgavene representert på flere måter, og prosedyrene elevene følger kan ikke følges tankeløst som i kategori 2. Kategori 4 er oppgaver som krever kompleks og ikke-algoritmisk tenkning. Et klart løsningsskjema eksisterer ikke i arbeid med slike oppgaver. Oppgavene krever at elevene analyserer informasjonen i oppgaven, vurderer ulike fremgangsmåter og hva slags tidligere kunnskap de kan implementere for å finne et svar.

Et viktig poeng i alle kategoriene av kognitive krav, er at oppgavene analyseres ut fra elevens ståsted i matematikk. En oppgave med høyere kognitive krav for en 4. klassing, kan være en oppgave med lavere kognitive krav for en 8. klassing. Dette poenget er likt med rammeverket i min studie. Grunnen til at dette rammeverket ble utviklet var resultatene fra flere studier på 90-tallet. Disse viste at krevende og kognitivt komplekse oppgaver måtte være på plass i undervisningen, hvis målet for økta var at elevene skulle utvikle sin tenkning, resonnering og problemløsning (Stein & Smith, 1998b, s. 344).

## 2.4 Læreres bruk av lærebøker

For å underbygge viktigheten av lærebøker i norske skoler, vises det til en spørreundersøkelse fra 2015 (Lepik et al., s. 139–141). Undersøkelsen viser påvirkningen lærebøker i matematikk har på lærere i skolen. Lærerne i undersøkelsen kom fra Norge, Finland og Estland. På spørreundersøkelsen svarte lærerne på påstander med en skala fra 1 til 5, der 1 er «helt uenig» og 5 er «helt enig». I dette underkapitlet skrives det kun om svarene til de norske lærerne. På påstanden «The textbook is the primary tool to plan and prepare my lessons» svarte flertallet av norske lærere fra 3 til 5. Flertallet av norske lærere sa seg også enig i påstanden om at deres pedagogiske strategier ofte var påvirket av instruksjonene i læreboka. De andre påstandene viser at norske lærere; har lite makt over hvilke lærebøker de underviser med, syntes at

lærebøkene tilrettelegger bra for alle elever, i stor grad er fornøyd med læreboka. Det var 67 norske lærere med i studien, sammen med 94 finske og 241 estiske.

Tabell 1 Resultatene fra spørreundersøkelsen om lærerens syn på lærebøker i matematikk

		Estonia (%)	Finland (%)	Norway (%)	F-test <i>p</i>
F1 I have chosen the textbook I use for teaching	1- fully disagree	14	34	43	<b>0.000</b> E-F E-N F-N
	2	9	13	15	
	3	12	3	13	
	4	26	21	12	
	5- fully agree	39	29	16	
F2 The textbook is the primary tool to plan and prepare my lessons	1- fully disagree	3	1	6	0.083
	2	6	16	10	
	3	29	19	34	
	4	46	50	39	
	5- fully agree	16	14	10	
F3 The pedagogical strategies I use are often influenced by the instructional approach of the textbook	1- fully disagree	3	5	3	0.364
	2	16	16	16	
	3	32	26	43	
	4	38	49	33	
	5- fully agree	11	4	5	
F4 The tasks in the textbook are well adapted to fit both weak and strong students	1- fully disagree	3	7	2	<b>0.028</b> F-N
	2	16	22	15	
	3	31	25	19	
	4	39	35	48	
	5- fully agree	11	11	16	
F5 Overall, I am satisfied with the textbooks I use	1- fully disagree	1	3	6	0.629
	2	14	19	13	
	3	33	22	28	
	4	42	46	43	
	5- fully agree	11	10	9	

## 2.5 Kontekst i oppgaver

I kapittel 4.3 vil flere av oppgavene som er analysert bli løftet frem. Der vil også noen oppgaver trekkes frem etter ulike kontekster for å vise mangfoldet av oppgaver i lærebøkene. De fire kontekstkategoriene noen av oppgavene vil bli satt til er; *Personlig*, *Yrkesmessig*, *Samfunnsmessig* og *Vitenskapelig* (PISA, 2013, s. 37). Med personlig kontekst handler oppgaven om eleven selv, elevens familie eller elevens klasse. Oppgavene kan handle om matlaging, shopping, spill, personlig helse, sport eller personlig finansiering (PISA, 2013, s. 37). Et eksempel med personlig kontekst er oppgaven *PIZZAS* som handler om hvilken pizza som gir mest verdi for pengene for kjøperen og vises i *Figur 6* (PISA, 2013, s. 37 og 50).

*Figur 6 Oppgaven PIZZAS fra PISA 2013*

*PIZZAS* – Oversatt til norsk

En pizzeria serverer to runde pizzaer med samme tykkelse i ulike størrelser. Den lille pizzaen har en diameter på 30 cm og koster 30 zed. Den største pizzaen har en diameter på 40 cm og koster 40 zed.

Hvilken pizza er mest verdi for pengene? Vis din resonering.

Oppgaver med en yrkesmessig kontekst er sentrert rundt arbeidslivet og kan omfatte måling, kostnadsberegning, regnskap, kvalitetskontroll, planlegging og arkitektur. Det kan gjelde alt fra ufaglært til profesjonelt arbeid. Eksemplet *CARPENTER* har en yrkesmessig kontekst, siden den omhandler en snekker sitt arbeid med et blomsterbed og vises i *Figur 7* (PISA, 2013, s. 37 og 55).

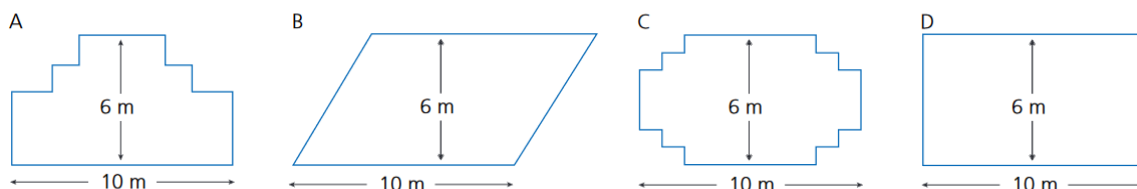
I en samfunnsmessig kontekst er det elevens samfunn, både lokalt, nasjonalt og globalt, som er i fokus. Oppgaver med samfunnsmessig kontekst kan omhandle stemming, offentlig transport, myndighetene, demografi, reklame, nasjonal statistikk og økonomi. Personer er med i alle disse eksemplene som gjør at det kan likne på kategorien personlig, men forskjellen er at fokuset er på samfunnet og ikke på individet. Oppgaven *ROCK CONCERT* vises i *Figur 8* og har en samfunnsmessig kontekst, ettersom den omhandler en konsertorganisasjon i motsetning til oppgaven *PIZZAS* der fokuset ligger på individet (PISA, 2013, s. 37 og 52).

Figur 7 Oppgaven CARPENTER fra PISA 2013

**CARPENTER** – Oversatt til norsk

En snekker har 32 meter med trevirke og ønsker å lage en ramme rundt et blomsterbed.

Følgende design av blomsterbedet blir vurdert.



Tegn sirkel rundt «ja» eller «nei» for hvert design etter om de kan lages med 32 meter trevirke.

Design av blomsterbed	Kan blomsterbedet lages med 32 meter trevirke?
Design A	Ja / Nei
Design B	Ja / Nei
Design C	Ja / Nei
Design D	Ja / Nei

**ROCK CONCERT** – Oversatt til norsk

I en rockekonsert var et rektangulært felt på 100 m ganger 50 m reservert for publikum. Konserten var utsolgt, og hele feltet var fullt av stående tilskuere.

Hvilket av de følgende estimatene for antall tilskuere er mest sannsynlig?

- A: 2000
- B: 5000
- C: 20 000
- D: 50 000
- E: 100 000

Figur 8 Oppgaven ROCK CONCERT fra PISA 2013

Vitenskapelig kontekst handler om matematikkens anvendelse i naturverdenen, og temaer knyttet til vitenskap og teknologi. Konteksten kan være klima, økologi, medisin, romvitenskap, genetikk, måling og matematikkverdenen. Oppgaven *LITTER* vist i *Figur 9* har en vitenskapelig kontekst da den omhandler klima og mer spesifikt data angående nedbrytningstid (PISA, 2013, s. 37 og 51).

*Figur 9 Oppgaven LITTER fra PISA 2013*

I en hjemmelekse om klimaet samlet elevene informasjon om nedbrytningstid av ulikt avfall som blir kastet.

Avfall	Nedbrytningstid
Bananskall	1-3 år
Appelsinskall	1-3 år
Pappeske	0,5 år
Tyggegummi	20-25 år
Avispapir	Noen få dager
Polystyrenkopper	Over 100 år

En elev vil presentere denne dataen i et søylediagram.  
Gi **en** grunn til hvorfor et søylediagram ikke passer for å stille frem denne dataen.

## 2.6 Reduksjon av kompleksitet i oppgaver

Det siste som trekkes frem i dette kapitlet er reduksjon av kompleksitet i oppgaver. Dette vil være med på å diskutere funnene i kapittel 5. I arbeid med oppgaver der elever gjentatte ganger tar feil, kan læreren ta over det essensielle arbeidet med oppgaven ved å gi mer og mer informasjon for å hjelpe eleven videre (Drageset, 2013, s. 287). Dette fenomenet kan kalles reduksjonen av kompleksitet, der læreren reduserer kompleksiteten til en oppgave gjennom veiledning. Dette fenomenet kan man finne i personguidet AR, *Topaze*-effekten og i *funneling*. Personguidet AR er beskrevet i det siste avsnittet i 2.2.3, og er en del av imitativ resonnering der læreren tar kontroll over det problematiske med en oppgave ved å gi hint og veiledning slik at elevene bare kan følge det som læreren viste med hint og veiledning (Lithner, 2006, s. 20, 2008, s. 264). Topazeeffekten stammer fra Marcel Pagnols kjente skuespill *Topaze*, hvor

læreren veileder en elev med rettskriving, og etter flere veiledninger gjør all jobben for eleven (Brousseau, 1997, s. 25). Topazeeffekten kan videre beskrives med at læreren gir mer og mer informasjon når elevene ikke greier å komme frem til det forhåndsbestemte svaret. Med all veiledningen som læreren da har gitt, kan eleven komme frem til det riktige svaret, uten at svaret behøver å gi noe mening for eleven (Brousseau, 1997, s. 25 og 261). En tredje måte å beskrive fenomenet på, er med *funneling*. Her vil lærerens spørsmål fungere som en trakt (*funnel*) som gjør at elevene blir mer opptatt av å finne svaret læreren vil ha, enn å tenke matematisk (Wood, 1998, s. 172).

## 3. Metode

I dette kapitlet gjennomgås metoden brukt i gjennomføringen av studien. Først kommer valg av metode, før valg av lærebøker og hvilke rammeverk benyttet i denne studien. Etter dette beskrives analyseprosessen og ulike avveininger før dette kapitlet avsluttes med denne studiens forskningsetikk, validitet og reliabilitet.

### 3.1 Valg av metode

Valget av analysestrategi baserer seg på hvilket problem forskeren ønsker å løse, samt hans faglige og personlige innstilling til sitt fag (Duedahl & Jacobsen, 2010). I praksis og arbeid som lærervikar fant jeg motivasjon til å analysere oppgaver i lærebøker, og etter refleksjon med meg selv, med andre studenter og lærere ble fokuset mitt rettet mot problemløsning. Dette skyldes et stort personlig fokus på problemløsning i undervisning, samt et ønske om å bli bedre til å undervise i det. Da var neste steg å finne et rammeverk som passer med problemet mitt, som er oppgaver med problemløsning i lærebøker. Et rammeverk som så på dette fant jeg i en svensk studie av Brehmer, Ryve og Steenbrugge (2016). De gjennomførte en studie som så på problemløsning i svenske lærebøker i matematikk på videregående skole. For å analysere oppgavene i lærebøkene ble teorien om kreativ og imitativ resonnering brukt (2004, 2006, 2008). Med Lithner sin teori om kreativ og imitativ resonnering lagde de et rammeverk slik at oppgaver kunne klassifiseres til å kreve enten KR eller IR. I rammeverket blir oppgaver som i seg selv krever KR definert som MP'er, som er det som kreves for at problemløsning finner sted. Dette er videre utdypet i kapittel 2. Det er da rammeverket beskrevet i Brehmer et al. jeg benytter meg av i min studie. Etter litteratursøk har jeg ikke funnet noen tilsvarende studier med bruk av Brehmer et al. sitt rammeverk av norske lærebøker. Jeg har funnet norske studier som bruker Lithner sitt rammeverk for å analysere norske elevsvar, men ikke oppgaver i lærebøker. At ingen andre har analysert det samme i norske lærebøker har gitt meg god motivasjon til å gjennomføre denne studien.

Liknende studier som baserer seg på kognitive krav i oppgaver har blitt benyttet på norske lærebøker i faget matematikk. De fire kategoriene av kognitive krav er beskrevet i kapittel 2.3. Grunnen til å beskrive kognitive krav er for å vise likheten mellom kognitive krav, og kreativ og imitativ resonnering som min studie baserer seg på. Den fjerde kategorien av kognitive krav kan sammenliknes med kreativ resonnering, da begge to går vekk fra algoritmer, og intet klart



løsningsskjema finnes. De tre andre kategoriene av kognitive krav kan sammenliknes med IR. Grunnen til at rammeverket om matematiske problemer basert på teorien om kreativ og imitativ resonnering er valgt, skyldes ideen med denne masteroppgaven, som var å analysere oppgaver med problemløsning i lærebøkene. Rammeverket fra Brehmer et al. er skapt for å undersøke problemløsning i lærebøkene, med å karakterisere fordelingen av matematiske problemer (2016, s. 577). Verken rammeverket fra Charalambous et al. eller teorien om kognitive krav, ble produsert med problemløsning som fokus. Rammeverket er ment for å sammenlikne innhold i lærebøker der analysing av oppgaver kan forekomme, men teorien om kognitive krav som er en del av rammeverket har som mål å se på hva elevene faktisk gjør og tenker, og fungerer på en slik måte at lærere reflekterer over egen undervisning (Charalambous et al., 2010, s. 122–123; Stein & Smith, 1998a, s. 274). Problemløsning er heller aldri nevnt som en del av kognitive krav i de to artiklene brukt i denne studien fra Stein og Smith (1998a, 1998b). Dermed ble rammeverket fra Brehmer et al. valgt til min masteroppgave da deres fokus lå på problemløsning. Det valgte rammeverket er en teoridrevet innholdsanalyse (Fauskanger & Mosvold, 2015). Hva teoridrevet innholdsanalyse er, beskrives i kapittel 3.4, og i kapittel 3.5 beskrives rammeverket og hvordan det er brukt i denne studien.

Før den teoridrevne innholdsanalysen kunne gjennomføres, var det to viktige ting som måtte på plass. Det var for det første å velge lærebøkene som skulle analyseres, og for det andre hvilket innhold i lærebøkene som skulle bli analysert. Valget mitt av lærebøker blir beskrevet i neste kapittel 3.2. For valg av hvilket innhold fra lærebøkene som skulle bli analysert ble en horisontal analyse gjennomført. En slik analyse er ikke ment for å svare på problemstillingen, men for å gi innsikt i bøkene og danne et grunnlag for hvilket innhold i bøkene som skal bli analysert opp mot problemstillingen. Rammeverket for den horisontale analysen er hentet fra Charalambous et al. (2010). Rammeverket presentert i den nevnte artikkelen inneholder både en horisontal og en vertikal analyse. Som nevnt over er kognitive krav er en del av den vertikale analysen til Charalambous et al., og bare den horisontale analysen blir brukt i denne studien.

## 3.2 Valg av lærebøker

I utvelgelsen av lærebøker falt valget på bøker jeg har opplevd å bruke i praksis og i arbeid på ungdomskoler. Lærebokserien Matematikk opplevdes som den mest brukte, og den som flest elever hadde tilgang til. Lærebokseriene Matemagisk og Maximum har jeg opplevd som supplement til undervisning, der læreren har plukket ut noen av oppgavene til bruk i

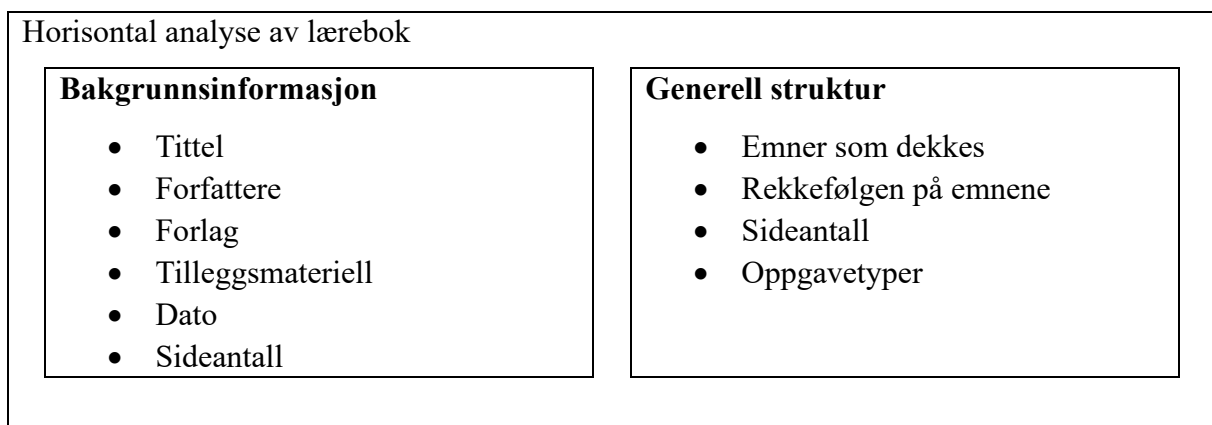
undervisning, ofte fordi de syntes at oppgavene var bedre for deres elevmasse. At disse tre læreverkene er de mest brukte i grunnskolen støttes av en studie fra 2015 (Waagene & Gjerustad). Studien er fra før fagfornyelsen og viser tidligere bøker, derfor sees det kun på forlagene som produserte de mest brukte bøkene fra denne studien. Jeg har grunn til å tro at de samme markedsledende forlagene av matematikkbøker skrevet for læreplanen anno 2006, er de samme markedsledende forlagene for matematikkbøker skrevet for læreplanen anno 2020. Studien viser at de tre forlagene som produserer bøkene som er valgt til min studie, har størst markedsandel for lærebøker i matematikk (Waagene & Gjerustad, 2015, s. 32). De mest brukte lærebøkene i matematikk på ungdomsskolen i 2015 er Faktor, nye MEGA, Sirkel og Maximum. De to førstnevnte er fra Cappelen Damm og hadde en markedsandel på 31 %, mens Sirkel fra Aschehoug hadde en markedsandel på 26 %, og Maximum fra Gyldendal hadde en markedsandel på 3 %. Grunnen til at Maximum 8 fra Gyldendal likevel er tatt med i min studie tross liten markedsandel på ungdomsskolen, skyldes Gyldendals markedsandel på barneskolen som er hele 54 %. Da sitter vi igjen med de tre forlagene Cappelen Damm, Aschehoug og Gyldendal. De tre læreverkene i bokform de har produsert for fagfornyelsen 2020 er Matematikk, Matemagisk og Maximum, som er de tre læreverkene valgt for min studie. Målet med utvelgelsen var å velge kjente bøker de aller fleste lærere har et forhold til, og i stor grad har tilgang til. Dette med et mål for øye at det kan gi en pekepinn på hvilke oppgaver lærere kan bruke for problemløsning, og hvor de finnes. Det kan også være interessant for skoleledelsen med tanke på valg av lærebøker i matematikk.

Etter å ha valgt læreverk måtte det også velges hvilke bøker innad i læreverkene som skulle analysere. Valget falt på bøkene for 8. trinn, og av seriene med flere bøker innad i samme år ble grunnboka valgt. For eksempel har Matematikk 8 både en grunnbok og en oppgavebok. Grunnboka ble valgt da oppgavene skal analyseres opp mot informasjon gitt i introduksjonen til emnene, og introduksjonen til emnene finner plass i grunnboka. De tre lærebøkene som er valgt for min studie heter Matematikk 8 Grunnbok fra Cappelen Damm, Maximum 8 Grunnbok fra Gyldendal, og Matemagisk 8 fra Aschehoug. Valget av bøkene for 8. trinn er basert på tanken om at oppgavene i disse bøkene vil være de første oppgavene elevene møter på ungdomsskolen, og vil med det sette standarden for matematikken for hele ungdomsskolen. Med samme begrunnelse ble det også valgt at analysen skulle starte fra første kapittel og utover. Hvor langt utover ble bestemt etter den horisontale analysen.

### 3.3 Horisontal analyse

Rammeverket for den horisontale analysen av lærebøkene er hentet fra Charalambous et al. (2010). Analysen er ment for å gi et innblikk i bøkene som en helhet og ser på generelle karakteristikk som fysisk utseende, organiseringen av emner i bøkene, sidetall osv. For leseren vil dette gi et lite innblikk i bøkene som gjør funnene av studien klarere. For min del ga det meg god oversikt over bøkene slik at hvilket innhold som skulle bli analysert kunne blir vurdert. I kapittel 4.1 vil funnene fra den horisontale analysen presenteres. Der vil først alle bøkene presenteres etter modellen i *Figur 10*, før kapitlene som skal analyseres presenteres og sammenliknes.

Jeg har gjort noen tilpasninger fra Charalambous et al. sitt originale rammeverk, da deres rammeverk er ment til å kunne analysere alle lærebøker på tvers av landegrenser. Det tilpassede rammeverket vises i *Figur 10*. Jeg ser kun på bøker innad i Norge slik at noe kan fjernes eller endres. Av bakgrunnsinformasjon er det kun to små endringer. Sidetetthet er fjernet da de norske bøkene er like store fysisk. Presentasjon av forfattere og rådgivningskomiteen er også kuttet ned til kun forfattere. Under delen generell struktur er flere tilpasninger gjort, både med å fjerne og legge til. Antall enheter/leksjoner og deres gjennomsnittlige antall sider er fjernet, samt strukturen på dem. Under generell struktur har jeg også lagt til *oppgavetyper*. Dette er lagt til for å beskrive de ulike former for oppgaver som viker med talloppgavene som 1.10, 1.11, 1.12 osv. Under oppgavetyper er alle ekstraoppgaver inkludert, samt noen hovedoppgaver. Samtlige av bøkene har selv en beskrivelse av sitt innhold, inkludert de ulike oppgavetyper, utenom en oppgavetype i Matemagisk 8. Av de ulike oppgavetyper har jeg skilt mellom hoved- og ekstra-oppgaver i den videre analysen av oppgavene. Hva forskjellen mellom de oppgavene er, presenteres i kapittel 3.5.1. Under ser dere rammeverket oversatt til norsk med tilpasningene:



*Figur 10* Rammeverket brukt for den horisontale analysen. Hentet fra Charalambous et al. (2010).

I kapittel 4.1 vil resultatene fra den horisontale analysen bli presentert. Alle resultatene presenteres både i form av tabell og tekst for forklaring. Først blir bakgrunnsinformasjon presentert, så generell struktur. I generell struktur presenteres først kapitlene i deres rekkefølge, før jeg ser nærmere på emnene i de kapitlene som er analysert i denne studien. Dette er for å sammenlikne innholdet til kapitlene på tvers av bøkene. Videre er også antall sider i kapitlene analysert, da dette er med å begrunne utvalg av kapitler til den videre analysen. Deretter blir de ulike oppgavetyper som bøkene selv presenterer, lagt frem.

### 3.4 Teoridrevet innholdsanalyse

Innholdet valgt ut til videre analyse fra den horisontale analysen, skal gjennom en teoridrevet innholdsanalyse. En innholdsanalyse er en metode for å analysere innholdet til dokumenter opp mot spesifikke problemstillinger (Grønmo, 2020). Mine dokumenter er de tre lærebøkene for matematikk på 8. trinn, og innholdet som er analysert er oppgavene i disse tre lærebøkene. Disse oppgavene analyseres opp mot min problemstilling som handler om fordelingen av matematiske problemer i lærebøkene. Videre kalles innholdsanalysen brukt i denne studien for teoridrevet innholdsanalyse. Det vil si at innholdet er analysert opp mot kategorier som enten er utviklet fra teori eller tidligere forskning (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 82–83). Mine valgte kategorier er bygget på begge to. Fra tidligere forskning har vi Brehmer et al. (2016) sin studie som dette rammeverket er hentet fra, og fra teori bygger kategoriene på Johan Lithner (2004, 2006, 2008), Schoenfeld (1985) og Pölya (1954). Et viktig poeng fra teoridrevet innholdsanalyse som også forekommer i min studie, er at kategoriene innholdet analyseres opp mot er definert i forkant (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 90).

### 3.5 Hvordan datamaterialet ble analysert

I forrige delkapittel beskrev jeg i korte trekk hva teoridrevet innholdsanalyse betyr. Videre blir teoridrevet innholdsanalyse trukket opp mot min masteroppgave, før jeg går videre inn i mer spesifikke deler av analysen.

I analysen av oppgavene ble et strukturert kodeskjema brukt for å huke av og telle opp antall oppgaver som passet med de forhåndsdefinerte kategoriene. I *Tabell 1* vises et skjermbilde fra mitt kodeskjema. I første kolonne skrev jeg opp hvilke/hvilken oppgave(r) som ble analysert, og i de videre kategoriene ble det skrevet inn om oppgavene krever KR eller IR, etter kriteriene

satt i kapittel 3.5.2. Hvis oppgavene ble satt som KR, ble de videre kodet etter plassering under F, M og S, og vanskelighetsgrad under 1, 2 og 3. Det er kun Matematikk 8 og Maximum 8 som har vanskelighetsgrad på noen oppgaver, mens vanskelighetsgrad i Matemagisk 8 har blitt analysert på en annen måte. Dette defineres i kapittel 3.5.5 om vanskelighetsgrad.

Etter at alle oppgavene hadde blitt analysert etter de gitte kategoriene, ble en opptelling gjennomført. Analyseeskjemaet mitt ble laget i en Excel-fil, slik at opptelling enkelt ble gjort med summer-funksjon som Excel har til rådighet. I *Tabell 2* vises hvordan opptellingen så ut. Dette ble gjort ved siden av kolonnene der alle oppgavene ble kategorisert. I kolonne 1 ble alle oppgaver summert opp, i kolonne to ble alle oppgaver som krever KR summert opp, og i kolonne tre ble prosentandelen av oppgaver som krever KR regnet ut. Dette ble gjort tre ganger for å dele etter hoved- og ekstra-oppgavene, samt summen av dem. I rad fire står det fellesoppgaver, det er disse oppgavene som er satt til å være ekstraoppgaver i Matematikk 8.

Oppgave	KR	IR	Plassering	1	2	3
---------	----	----	------------	---	---	---

*Tabell 1 Kodeskjemaet brukt i analysen*

Antall analysert	KR	% KR
669	12	1,79
Fellesoppgaver	KR	% KR
41	9	21,95
Ny total	KR	% KR
710	21	2,96

*Tabell 2 Opptelling av oppgavene i Excel-fil*

Videre i delkapitlet presenteres en detaljert beskrivelse av analysen, inkludert hvilke elementer som ble analysert, begrunnelsen for valgene som ble tatt, og det analytiske skjemaet som ble benyttet.

### 3.5.1 Oppgaver som analyseenhet

Det jeg først vil definere av hvordan analysen foregikk, er hvordan oppgavene ble behandlet som en analyseenhet. Først kommer hva som regnes som en oppgave, deretter skillet mellom hoved- og ekstra-oppgaver. Valget for å gjøre dette skillet vil bli beskrevet, samt hvordan selve skillet ser ut.

Når en oppgave i læreboka er delt i flere ledd (a, b, c, d), er hvert ledd behandlet som en oppgave. Dette begrunnes med at for eksempel oppgave 1.14b kan kreve KR, mens 1.14a, c og d kan kreve IR. Dette gjør at oppgaveeksemplet 1.14 a-d regnes som fire oppgaver, der tre av oppgavene krever IR slik at de ikke er MP, og en av oppgavene krever KR slik at det regnes som et MP. Et poeng som ikke blir sett på i denne studien er oppgavens omfang. Dette vil si at en standard algoritmisk oppgave for en ungdomsskoleelev som  $7 * 9$ , regnes som en oppgave, på lik linje med et av de matematiske problemene funnet i Maximum 8 som er mer kompleks og krever flere utregninger (Tofteberg et al., 2020, s. 32):

1.45 Hvilket eller hvilke tall tilfredsstiller alle de fire opplysningene?

- Tallet har siffersum 19.
- To av sifrene i tallet er like.
- Tallet er tresifret og større enn 500.
- 17 er én av tre ulike primtallsfaktorer i tallet.

Figur 11 Oppgave 1.45 fra Maximum 8. MP

Både  $7 * 9$  og oppgave 1.45 i *Figur 11* regnes som én oppgave i min analyse, men det er stor forskjell på hvor mye en elev må gjøre i hver av oppgavene. I den første oppgaven trenger eleven bare å huske og utføre en multiplikasjonsalgoritme, mens den andre oppgaven krever at eleven tolker all informasjonen som er gitt, før han bryter ned informasjonen ned til et mulig svar. Dette kan variere fra elev til elev. Disse to oppgavene er et eksempel brukt for å få frem poenget med oppgavens størrelse, og er et faktum som forekommer i stor grad i min analyse, men som ikke blir belyst av resultatene. I meget stor grad vil MP'ene funnet i analysen helle mot det jeg kaller tidkrevende oppgaver, mens oppgavene som ikke er MP'er heller i mindre grad mot oppgaver som er mindre tidkrevende. For å oppsummere behandles hver leddoppgave som én oppgave. De oppgavene som ikke har leddoppgaver behandles også som én oppgave. For eksempel vil 1.14 a, b, c og d regnes som fire oppgaver, mens 1.15 som ikke har leddoppgaver regnes som en oppgave.

Over til skillet mellom hoved- og ekstra-oppgaver. I løpet av analysen ble det konkludert med at undersøkelsen måtte omfatte mer enn bare «hovedoppgavene» til en bok. Hovedoppgavene omfatter her de mest fremtredende oppgavene i kapitlene og delkapitlene. Det innebærer alle oppgavene delt i tall på tvers av bøkene som 1.10, 1.11, 1.12 osv. De tre lærebøkene inneholder også ulike oppgavetyper som regnes som hovedoppgaver i denne studien. I Matematikk 8 er oppgavetyperne *Underveisvurdering* og *Tverrfaglig oppgave* regnet som hovedoppgaver. I

Maximum 8 er *praktiske aktiviteter og utforskningsoppgaver* samt oppgavetyperen *Se sammenhenger*, inkludert som hovedoppgaver. Av førstnevnte oppgavetype er det ikke alltid oppgaver på disse sidene, slik at kun sidene med oppgaver i seg, er med i analysen. I den tredje boka Matemagisk 8 finnes det i hvert av de to kapitlene analysert, to sider med oppgaver med et fast virkelighetsnært tema. Disse oppgavetyperne har ingen forklaring i bøkene utover at de finnes, og de regnes som hovedoppgaver i denne studien. Utover dette er også løypene Topptur og Ekspedisjon regnet som hovedoppgaver.

Boka Matematikk 8 var den første boka som ble analysert, og det var her skille mellom hoved- og ekstra-oppgaver ble gjort. I denne boka var det flere oppgaver markert med ► og ? kalt fellesoppgaver. Disse fellesoppgavene ble sett på da man skal analysere oppgavene opp mot alle tidligere oppgaver, men de ble ikke inkludert som en del av studien i starten. I gjennomføringen av analysen ble det konstatert at et betydelig antall av disse oppgavene oppfyller kriteriene for MP. For å inkludere disse oppgavene i analysen, og vise til forskjellen mellom disse oppgavene og de *vanlige* oppgavene, ble det bestemt å skille mellom hoved- og ekstra-oppgaver. Videre i analysen av Maximum 8 ble det observert at refleksjonsspørsmålene tilknyttet fagtekstene inneholdt flere oppgaver som oppfylte kriteriene for MP, og disse ble også satt som ekstraoppgaver. I Matemagisk 8 var det ikke et like tydelig skille som i Matematikk 8 og Maximum 8, men jeg valgte å sette oppgavene markert med *Snakke matte* som ekstraoppgaver. Dette er begrunnet med at de, i likhet med ►, ? og refleksjonsspørsmålene, ikke er delt videre i tall for å skille mellom dem. I arbeid på skoler får man som regel elevene til å arbeide med oppgavene markert med tall, slik at det kan være lavere sannsynlighet for at elevene arbeider med disse.

### 3.5.2 Det analytiske skjemaet

Rammeverket brukt for å analysere oppgaver som MP er hentet i sin helhet fra Brehmer et al. sin artikkel om problemløsning i svenske lærebøker for det som tilsvarer videregående skole i Norge (2016, s. 582–583). Rammeverket presenterer et knippe kriterier som må oppfylles for at en oppgave er et MP. De samme kriteriene benyttes i min studie. I analysen om oppgavene oppfyller kriteriene ble tre antagelser gjort i rammeverket. Bare to av dem er brukt i min studie, og de er at;

- Elevene er kjent med matematiske emner fra tidligere år.
- Elevene har tilgang til flere formler og algoritmer i arbeid med å løse oppgaver.

Disse to antakelsene er hentet fra Brehmer et al. (2016, s. 582). Den tredje antakelsen sier at elevene har tilgang til grafisk kalkulator. Denne har jeg valgt å se bort ifra, da det er lagt opp til at elevene skal kunne regne de fleste oppgavene på ungdomsskolen for hånd. Denne antakelsen kunne blitt brukt i noen av oppgavene i Maximum 8 der elevene blir bedt om å ta i bruk CAS, som er en innebygd kalkulator i Geogebra. I disse tilfellene sier læreboka at elevene skal bruke CAS, og man trenger ikke en antakelse om at elevene har tilgang til CAS. For de to antakelsene som blir fulgt i denne studien er den første nødvendig for å vise til at mange av oppgavene krever IR, og ikke KR. Med dette tenker jeg på oppgaver som elevene kan løse med matematikk lært på barneskolen. For å følge denne antakelsen er oppgavene analysert opp mot kompetansemålene i læreplanen for barneskolen. I den andre antakelsen har begrepet *algoritmer* blitt lagt til. Fra rammeverket brukes kun begrepet *formler*. Da formler brukes i svært liten grad på ungdomsskolen, ble algoritmer lagt til da disse brukes i gjennomføring av mange oppgaver på ungdomsskolen. Disse algoritmene og formlene skal elevene ha tillært seg fra tidligere emner, og det er da tilknyttet til den første antakelsen.

Etter antakelsene blir nå kriteriene for om en oppgave er et MP eller ikke presentert. Kriteriene er bygget på teorien om kreativ og imitativ resonnering, og en generell betraktning av kriteriene er at de utelukker IR. De fire kriteriene er at det ikke er:

- gitte eksempler (eksplisitt eller implisitt) angående hvordan oppgaven kan løses. Dette har en sammenheng med MR hvor et eksempel viser svaret, AR, hvor en prosedyre kan finnes i et eksempel, og *tekst-guidet* AR, hvor man bare kan herme etter et løst eksempel.
- tidligere oppgaver som har samme eller like overflateegenskaper. I stor grad har dette en sammenheng med *avgrenset* AR, der en oppgave har like overflateegenskaper som en tidligere oppgave som da avgrenser mengden algoritmer man kan bruke. Kan også settes i sammenheng med *tekst-guidet* AR hvor det er mulig å herme etter en algoritme fra en tidligere oppgave, eller *familiær* MR/AR, hvor det er mulig å komme på et memorert svar eller en algoritme som er brukt.
- et løsnings skjema som er mulig å komme på fra en tidligere del av læreboka, eller emner fra tidligere år. Dette har sammenheng med *familiær* MR/AR, hvor det er mulig å komme på et memorert svar eller algoritme som er brukt.
- veiledning innen oppgaven om hvordan løse den. Sammenheng med *guidet* AR, hvor veiledningen foregår internt i oppgaven istedenfor eksternt.

Alle disse kriteriene er hentet fra Brehmer et al. (2016, s. 582–583). Med disse kriteriene ser man at alle oppgaver som krever noen form for IR, ikke krever KR. De kan med andre ord ikke være matematiske problemer. Alle disse kriteriene har aktivt blitt brukt til å analysere oppgavene i de tre lærebøkene. For å videre hjelpe med å utelukke oppgaver som krever IR, har



det blitt brukt et skjema som viser til de ulike formene for IR med krav om hva som skal til for at oppgavene skal være i den kategorien. Det nevnte skjemaet brukt i analysen vises her:

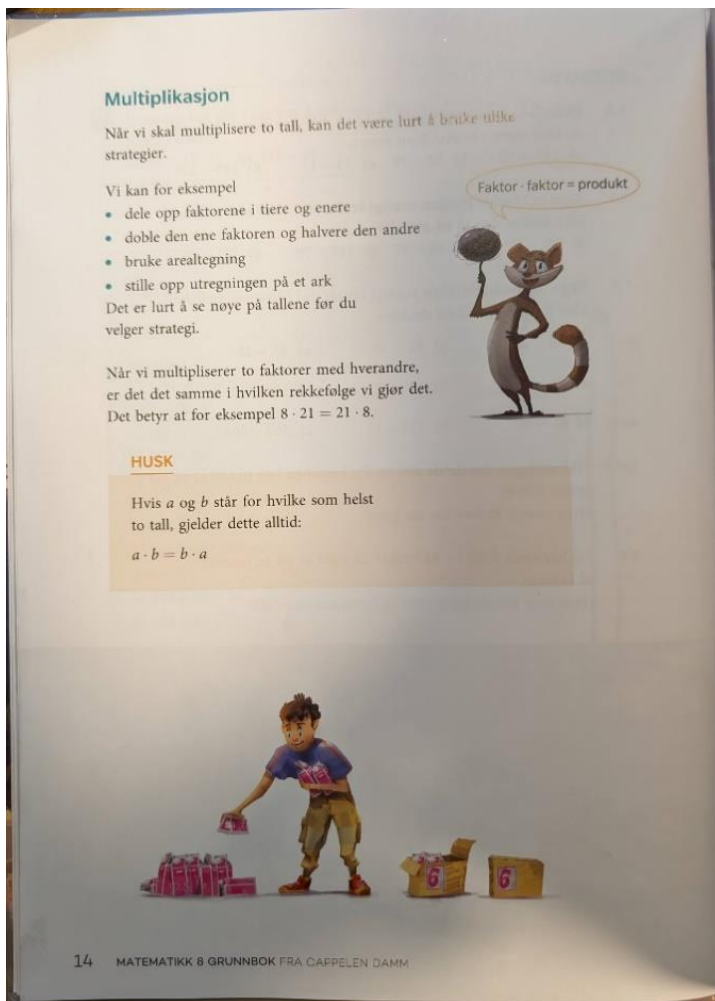
- **Memorert resonnering**
  - Læreboka har tidligere presentert svaret på oppgaven, og svaret memoreres i sin helhet.
- **Algoritmisk resonnering**
  - Læreboka har presentert et eksempel o.l. som viser en algoritme som kan memoreres. Algoritmen gir med sikkerhet riktig svar på oppgaven.
  - Elevene plotter inn riktige verdier i algoritmen, og bare slurvfeil kan gi feil svar.
- **Familiær MR**
  - Oppgaven har et eller flere nøkkelord som elevene gjenkjenner for å svare med MR.
- **Familiær AR**
  - Oppgaven har et eller flere nøkkelord som eleven gjenkjenner for å svare med AR.
- **Avgrenset AR**
  - Oppgaven legger opp til bruk av en algoritme, men gir ikke eksplisitt pekepinn på hvilken. Dermed kan elevene prøve flere algoritmer til de er fornøyde med svaret.
- **Guidet AR**
  - Læreboka guider eleven til å bruke en algoritme.

### 3.5.3 Analyseprosessen

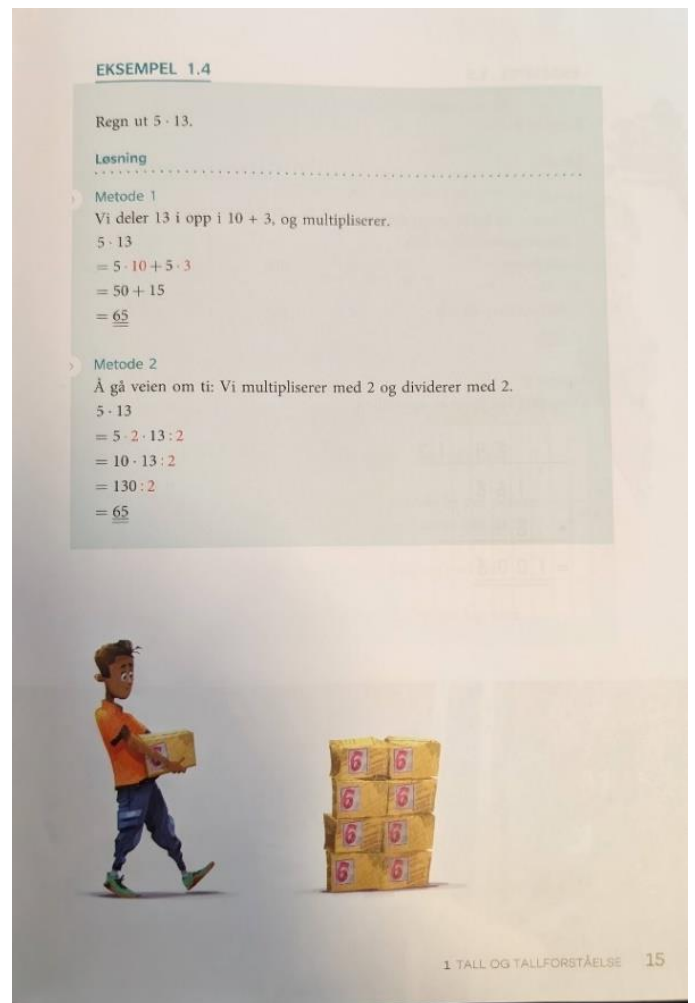
I analyseprosessen begynte jeg i starten av kapitlet og analyserte meg utover. Oppgavene ble satt opp mot introduksjonen til delkapitlene med regler, eksempler, tips o.l. Informasjon og oppgaver som kommer senere har ikke hatt noe med kategoriseringen av oppgavene å gjøre, utenom noen oppgaver i Maximum 8 som det blir vist til senere. Først vises det til et eksempel der oppgaver har blitt analysert opp mot informasjon gitt i starten av delkapitlet. Som kjent fra kriteriene for at en oppgave er et MP, kan ikke tidligere eksempler, oppgaver eller løsningskjema vise en fremgangsmetode som gir svaret. I dette eksemplet fra Matematikk 8 kan oppgavene løses med den informasjonen gitt tidligere, slik at de ikke er MP (Hjardar & Pedersen, 2020).

*Figur 12-14* viser en typisk introduksjon til et matematisk emne, her multiplikasjon (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 14–16). Liknende introduksjoner finnes også i Maximum 8 og Matemagisk 8. Introduksjonen viser til ulike strategier, den kommutative loven for multiplikasjon og to eksempler med flere løsningsforslag. Etter denne introduksjonen kommer det da et knippe oppgaver med multiplikasjon i fokus. Disse oppgavene analyseres da opp mot denne

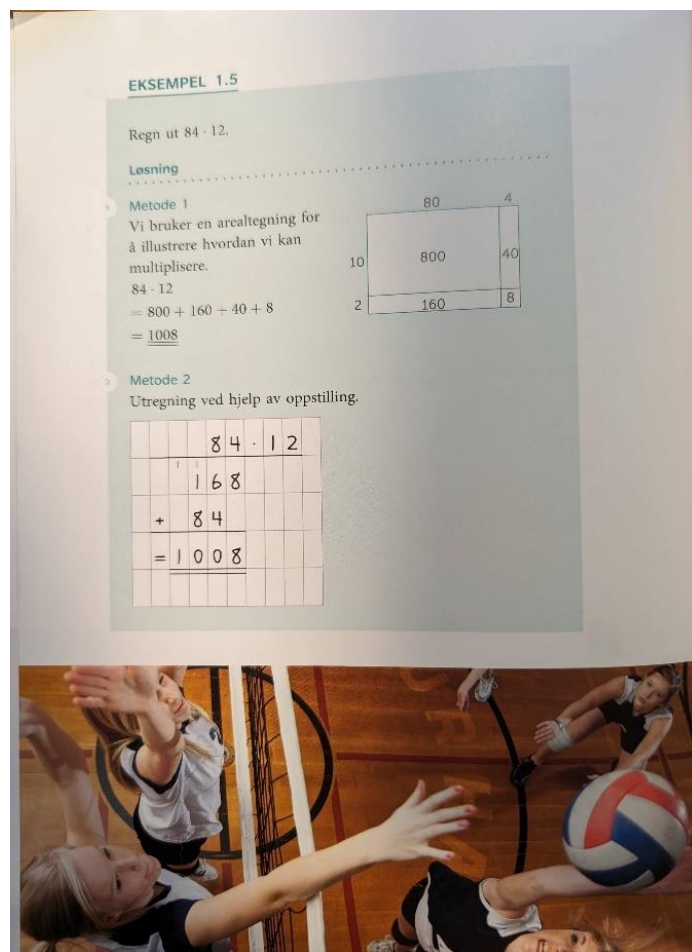
introduksjonen, samt tidligere introduksjoner og oppgaver. Dette er den andre introduksjonen i Matematikk 8.



Figur 13 Side 14 i Matematikk 8



Figur 12 Side 15 i Matematikk 8



Figur 15 side 16 i Matematikk 8

Den første oppgaven tilhørende dette delkapitlet, er 1.10 med fire underoppgaver a-d som vises i Figur 15 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 17). I denne oppgaven skal elevene forklare hvordan det kan være lurt å tenke for å multiplisere tallene i oppgavene. Man ser tydelig at oppgavene samsvarer med løsningsforslagene vist i eksemplene i Figur 12-14. Alle de fire underoppgavene a-d deler også overflateegenskaper med eksemplene fra introduksjonen. Ut fra IR-kategoriene er det samsvar mellom denne oppgaven og AR, og da rettet inn mot guidet AR da oppgaven ber deg multiplisere. Disse fire oppgavene ble satt til å kreve IR, og med andre ord er de dermed ikke MP'er.

**OPPGAVER**

**1.10** Hvordan kan det være lurt å tenke når du multipliserer disse tallene? Forklar hvordan du tenker.

a)  $23 \cdot 4$       b)  $58 \cdot 5$       c)  $40 \cdot 12$       d)  $230 \cdot 15$

Figur 14 oppgave 1.10 i Matematikk 8

I Maximum 8 er det noen oppgaver som bryter med analyseskjemaet. Dette skjer da oppgavene blir analysert med det som står etter oppgaven. Dette er noen av refleksjonsspørsmålene tilknyttet fagtekstene rundt omkring i delkapitlene. Et av disse refleksjonsspørsmålene kan sees i *Eksempel 7* i kapittel 4.3.3. I disse oppgavene kommer det tips og hint rett etterpå om hvordan oppgaven skal løses. I seg selv ville disse oppgavene blitt satt som et MP, men grunnet at oppgaven gir informasjon på linja under, har jeg satt det til IR da løsningskjemaet er tilgjengelig uten å måtte «lete». Det er naturlig å tro at elevene leser disse tipsene i arbeide med disse oppgavene.

Mens jeg analyserte ble alle oppgavene som sagt kodet i en Excel-fil som vises i *Tabell 3*. I fila ble noen av leddoppgavene kodet i samme linje som 1.10 a-d og 1.11 a-d, mens andre leddoppgaver ble kodet hver for seg som 1.15 a og 1.15 b. Førstnevnte ble gjort når alle deloppgavene a-b ble kodet til samme kategori, her IR. I sistnevnte ble 1.15 delt i to egne linjer da oppgave a krevde IR, mens oppgave b krevde KR. En annen grunn for å kode mange oppgaver sammen, var for å spare tid og plass. Skulle alle oppgavene bli satt på hver sin linje ville dette ha tatt mere tid, og det hadde blitt sett på som unødvendig. Dette tilfellet ville også resultert i en større Excel-fil, som ville gjort opptellingsarbeidet mer omfattende. Oppgavene analysert til KR ble videre kategorisert etter hvor i delkapitlet de sto. 1.15 b) var den siste oppgaven i sitt delkapittel, og ble satt til koden *S* for slutten av delkapitlet. Alle oppgavene som hadde vanskelighetsgrad ble også markert med sin vanskelighetsgrad i kodeskjemaet, se oppgave 1.29. De oppgavene som hadde vanskelighetsgrad, ble også kodet med \* 2 eller \* 3 for å vise at det var flere av oppgavene markert med samme tall, her 1.29. Det som viser forskjellen, er hvilken vanskelighetsgrad det er på oppgaven. I *Tabell 3* står det 1.29 \* 2 for å poengtere at det er to av dem. Da står det også 2 under IR, og 1 på vanskelighetsgradene ● og ●●. Den tredje oppgaven av 1.29 på vanskelighetsgrad ●●● krever KR og står på en egen linje under. Alle oppgavene i analysen ble satt inn i et slikt kodeskjema.

Tabell 3 Eksempel fra analysen. Oppgavene er plukket ut fra kodeskjemaet og satt sammen her. Dette er ikke et direkte skjernbilde fra kodeskjemaet.

Oppgave	KR	IR	Plassering *	**	***
1.10 a-d			4		
1.11 a-d			4		
1.15 a			1		
1.15 b		1	S		
1.29 * 2			2	1	1
1.29		1	S		1

### 3.5.4 Plassering innad i delkapitlet

Av tre forskningsspørsmål ment for å karakterisere fordelingen av matematiske problemer, er plassering innad i delkapitlene temaet i et av dem. Plasseringen av MP'ene er analysert innad i sine delkapitler, da elever som følger lærebøkene skal være innom alle delkapitlene, men kanskje ikke alle oppgavene i hvert delkapittel. Plassering innad i hovedkapitlet ville bare vist om oppgaven kom i et tidlig eller sent delkapittel, og ville ikke gitt noen svar på hvor stor sannsynlighet det er for at elevene får jobbet med oppgaven. Plassering innad i delkapitlene kan i motsetning til plassering i hovedkapitlet, gi noen svar på sannsynligheten for at oppgaven blir arbeidet med. Dette begrunnes med at elevene ofte begynner med oppgavene i starten av delkapitlet og arbeider seg utover, som kan gjøre at det blir stadig mindre sannsynlighet for om oppgaven blir arbeidet med, jo lengre ut i delkapitlet det er plassert.

For å dele plassering i tre deler slik som Brehmer et al. gjør, måtte jeg gjøre et valg om hvordan delingen skulle skje da de ikke presenterer dette i artikkelen (2016, s. 586). De tre kategoriene kalles i denne studien for Først (F), Midten (M) og Slutten (S) for å vise til først i delkapitlet, midt i delkapitlet eller på slutten av delkapitlet. Valget som ble gjort var å dele alle oppgavene i et delkapittel i tre, og kalle hver del for F, M og S. Når jeg sier oppgavene menes ikke alle leddoppgavene a), b), c) osv., men bare oppgavene markert med tall som 1.10, 1.11, 1.12 osv. Dette ble gjort for å gi alle «oppgavene» like stor mulighet til å påvirke dataen. En oppgave som har 4 eller flere ledd som a-d, kunne påvirket hvilke oppgaver som falt under de ulike kodene F, M og S i mye større grad enn en oppgave uten leddoppgaver. Et eksempel her kan være et delkapittel med oppgavene 1.15-1.20. I dette eksemplet har 1.15 12 leddoppgaver, 1.16 har fire leddoppgaver mens 1.17-1.20 ikke har leddoppgaver. Hadde vi telt opp alle oppgavene og leddoppgavene og delt i tre deler, ville vi havnet på 20 oppgaver som vil si  $6\frac{2}{3}$  oppgave i

hver del når man deler på tre. Da ville plassering F og nesten hele M vært innad i oppgave 1.15, mens litt av 1.16 hadde vært i M og resten av 1.16-1.20 hadde vært S. Dette blir skjevfordelt. Telles bare 1.15-1.20 havner vi på 6 oppgaver, der 1.15-1.16 er først i delkapitlet, 1.17-1.18 er i midten av delkapitlet og 1.19-1.20 er på slutten av delkapitlet. Denne måten å dele oppgavene innad i et delkapittel på, blir sett på som en mer representativ deling. I forhold til ekstraoppgavene ble deres plassering sett på i forhold til hvor de sto i delkapitlet etter inndelingen av hovedoppgavene. Dette er et bevisst valg da det virker som at det er hovedoppgavene som bestemmer lengden på et delkapittel i samtlige bøker. Ekstraoppgavene virker å komme «mellom» hovedoppgavene, spesielt i Matematikk 8.

### 3.5.5 Vanskelighetsgrad på MP'ene

Et annet forskningsspørsmål har temaet vanskelighetsgrad på MP'ene. I analysen av dette forskningsspørsmålet brukes Matematikk 8 og Maximum 8 sin egne fordeling av vanskelighetsgrad. Dette samsvarer med hvordan vanskelighetsgrad har blitt analysert i studien som rammeverket er hentet fra (Brehmer et al., 2016, s. 586). I de to bøkene blir vanskelighetsgrad markert på ulike måter. I Matematikk 8 blir det markert med ●, ●● og ●●●, der ● er vist for lavest vanskelighetsgrad, og ●●● er vist for høyest vanskelighetsgrad. I Maximum 8 er vanskelighetsgrad også delt i tre, men der brukes sirkler med ulik grad av fyll for å vise til forskjellen. For lavest vanskelighetsgrad blir ○ brukt, mens ⊙ blir brukt for å vise middels vanskelighetsgrad og ● blir brukt for å vise høyest vanskelighetsgrad. I disse to lærebøkene er det ikke alle oppgavene som er delt i vanskelighetsgrad, dermed er det færre oppgaver analysert etter vanskelighetsgrad, enn det er MP totalt. I resultatkapitlet blir antall MP med ulik vanskelighetsgrad satt opp i en tabell. Ingen av ekstraoppgavene er delt i vanskelighetsgrad.

Matemagisk 8 har ingen liknende deling av vanskelighetsgrad som de to andre bøkene, men oppgavene i to av fem løyper går utover det som er forventet på trinnet ifølge boka selv (Kongsnes & Wallace, 2020a, s. 4–5). Dette er løypene Topptur og Ekspedisjon. Oppgavene i Topptur blir beskrevet som svært utfordrende, og at de går utover det som kan forventes av dette trinnet. Elever blir oppfordret til arbeid i Topptur hvis de mestrer oppgavene i den tredje løypa godt. Oppgavene i løypa Ekspedisjon blir av boka beskrevet med at de går langt utover det som kan forventes på dette trinnet, dermed enda litt lengre enn Topptur. De tre første løypene er ment for alle elever og finnes i alle delkapitlene. Det finnes en Topptur i hvert av de 10 kapitlene som er plassert etter de tre første løypene, mens det kun finnes fire Ekspedisjoner

som er plassert etter Topptur igjen. Den første Ekspedisjonen er i kapittel 2, og oppgavene derfra er en del av denne studien. På grunn av bokas beskrivelse av Topptur og Ekspedisjon har jeg valgt å sette disse oppgavene på høyere vanskelighetsgrad enn oppgavene i de tre andre løypene. For å vise til resultater fra dette sammenliknes andel MP fra de to løypene med høyere vanskelighetsgrad med andel MP fra resten av løypene. Ingen av ekstraoppgavene finner sted i disse to løypene.

## 3.6 Kvalitet i arbeidet

«... etikk og kvalitet skal gjennomsyre arbeid som den forskende læreren utfører, alt fra planlegging, gjennomføring og presentasjon.» (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 135). Snarveier kan være fristende, men dette kan svekke studiens reliabilitet og validitet. Derfor er det viktig at det ikke blir slurvet i verken datainnsamling, registrering, renskriving, analyse eller fremstilling av funn (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 129). For å vise at kvalitet har gjennomsyret min studie, skal jeg i dette kapitlet reflektere over denne studiens validitet, reliabilitet og etiske perspektiver. Åpenhet rundt dette kan skape et grunnlag for diskusjon og andre synspunkter og fortolkninger (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 126).

### 3.6.1 Validitet

Validitet betyr først og fremst at man har dekning for sine fortolkninger av funn og resultater (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 126). I første omgang kan man måle validiteten ved å se på problemstillingen og metoden. Med dette kan validiteten kalles høy, hvis dataen som fremkommer av undersøkelsen faktisk kan belyse problemstillingen eller de fenomenene som skal undersøkes (Grønmo et al., 2024). Min studie har som fenomen å analysere fordelingen av problemløsning i lærebøkene i form av matematiske problemer, og rammeverket brukt for å undersøke dette er laget for å finne og karakterisere fordelingen av matematiske problemer i lærebøkene. Ut fra dette kan man si at min studie har høy validitet, som kan sees på som en styrke i studien, noe det er viktig å reflektere åpent om. Det er også viktig å reflektere over svakheter i studien (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 126).

Den første svakheten jeg vil reflektere over er muligheten for generalisering ut av studiens funn (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 128). Ut fra utvalget jeg har valgt å analysere, kan det ikke generaliseres for hele læreboken, eller ei, læreverket som går over hele ungdomsskolen. Utvalget er basert på starten av lærebøkene, og forskjeller i funn mellom kapitler finnes, og er

allerede funnet i Matemagisk 8 der to kapitler ble analysert. Det finnes heller ikke andre studier med samme rammeverk for sammenlikningsgrunnlag, slik at mere forskning trengs om man skal kunne generalisere. Man kan forske på flere kapitler, men man kan også gå inn i spesifikke emner da lærebøkene bygger opp kapitlene på forskjellige måter. Med emner i fokus kan man finne ut hvilke emner som inneholder størst andel MP, samt identifisere emner som har mangelfull andel MP. En annen måte å kunne generalisere på er å ha et tilfeldig utvalg av oppgaver (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 128). Dette kan være vanskelig i en slik studie der man skal analysere fra det som kommer tidligere i boka. Det er dermed tidsbesparende å analysere alle oppgavene fra start, slik at man ikke trenger å lete etter likheter i like stor grad.

Enda en svakhet er at denne studien ikke kan si om de matematiske problemene funnet i lærebøkene, faktisk blir arbeidet med som matematiske problemer i klasserommet. Siden læreboka er viktig for lærerens planlegging og gjennomføring av matematikktimer, kan man påstå at MP'ene i læreboka vil bli arbeidet med av elevene, men ikke om de forblir problemer (Lepik et al., 2015, s. 129–131). Både lærere og medelever kan deproblematisere oppgaver med å gi tips, hint, eller hele løsningsforslaget, slik at MP'ene kan gjennomføres med imitativ resonnering.

En siste svakhet er at teorien om kreativ og imitativ resonnering som rammeverket er forankret i, handler om elevsvar og ikke oppgaver (Lithner, 2004, 2006, 2008). Angående dette ser jeg likevel på min studie som gyldig da rammeverket er tydelig definert, og bygger på kjente definisjoner på problemløsning fra Pòlya og Schoenfeld. Hvordan kreativ og imitativ resonnering har blitt brukt i rammeverket er også godt forklart, noe som gir dekning til funnene og resultatene (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 126).

### **3.6.2 Reliabilitet**

To viktige spørsmål tilknyttet reliabilitet er først hvor pålitelige funnene og resultatene er, og for det andre om det er åpenbare feil og mangler knyttet til datainnsamlingen (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 126). Til pålitelighet av funn og resultater kan man se på stabiliteten til studien, knyttet til om funnene og resultatene er repeterbare (Golafshani, 2003, s. 598–599). Ut fra grundige kriterier, og en godt forklart metode, skal mine funn og resultater være mulig å gjenskape av andre forskere, først og fremst fordi forskeren skal ha et objektivt syn på dataen i en teoredrevet innholdsanalyse. Selv om dette skal være tilfelle, er det ikke mulig å garantere for at subjektive meninger kan ha bidratt til interpretasjon av oppgavens kategorisering,



spesielt i oppgavene som var vanskelig å kategorisere, noe som utfordret kriteriene satt for MP. I noen av disse tilfellene har rammeverket blitt tilpasset slik at resultatene fra disse oppgavene også skal være repeterbare. Flere av de vanskelige oppgavene har også blitt løftet frem og forklart i kapittel 4.3, for å øke troverdigheten til mine kategoriseringer. For å videre sikre reliabiliteten har flere av oppgavene blitt drøftet sammen med veileder.

Et annet poeng innenfor reliabilitet er om fremgangsmåten gir reliabel data i forhold til problemet, eller om andre fremgangsmåter ville gitt mer reliable data (Johannessen et al., 2016, s. 36–37). I mitt problem, som er å identifisere og karakterisere fordelingen av matematiske problemer i lærebøkene, vil fremgangsmåten gi reliable svar da den er produsert for nettopp dette. Noe som kan svekke reliabiliteten er teorien rammeverket er forankret i. Teorien om kreativ og imitativ resonnering bygger på elevsvar, og ikke oppgavens struktur. En fremgangsmetode forankret i en teori om oppgavens struktur kunne gitt mer reliable data. Et annet poeng som kan svekke reliabiliteten i denne studien, er at den ikke kan garantere om MP'ene faktisk løses med KR av elevene. For det første kan lærerne deproblematisere oppgavene, for det andre kan elevene bruke IR til å komme frem til akseptabelt svar på et MP, og for det tredje kan liknende introduksjon eller oppgave være gitt fra andre plattformer enn læreboka slik at oppgaven kan løses med IR.

### **3.6.3 Ethiske perspektiver**

For samfunnsvitenskapelig forskning, skal forskeren følge forskningsetikken fra den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH). Innad i forskningsetikken er det viktig at forskeren er fri og uavhengig, samt at forskeren viser til redelighet og ærlighet (NESH, 2021, s. 5). Gjennom arbeidet med min masteroppgave har ingen personer, institusjoner, bedrifter eller liknende hatt påvirkning på min forskning, og gjennom denne oppgaven har jeg etter beste evne vist til redelighet og ærlighet. Studien har ikke inkludert personer i forskningen, slik at hensyn til personer ikke har vært nødvendig (NESH, 2021, s. 18). Noe som har vært nødvendig derimot er respekt til og uavhengighet fra forlagene (NESH, 2021, s. 33). Med respekt for forlagene er funn fra analysen presentert nøytralt, og sammenlikningen av lærebøkene er kun basert på funnene. Fra sammenlikningen kan man se tydelige forskjeller i fordeling av MP i lærebøkene, men disse funnene er ikke presentert for å fremme noen bøker over de andre. For min uavhengighet i forskningen har ikke forlagene hatt noe å si for mine funn. Jeg har heller ikke spurt forlagene om godkjenning for å bruke deres lærebøker til

forskning, siden lærebøker er offentlige dokumenter der man er unntatt ansvaret for å informere (NESH, 2021, s. 19).

## 4. Resultater

I dette kapitlet blir resultatene av analysene fremlagt på en nøytral måte. Først presenteres resultatene fra den horisontale analysen, så resultatene fra den teoridrevne innholdsanalysen. Strukturen i kapitlet baserer seg på forskningsspørsmålenes rekkefølge, og resultatene fra hver av bøkene kommer samlet under hvert spørsmål, etter den horisontale analysen. Forskningsspørsmålene er ment for å svare på problemstillingen som er å karakterisere fordelingen av MP i de første kapitlene i tre norske lærebøker. Av de tre forskningsspørsmålene er hensikten til det første spørsmålet å avdekke alle MP'ene fra oppgavene analysert. Hensikten til de to siste spørsmålene er å videre analysere MP'ene, med deres plassering innad i delkapitlet og vanskelighetsgrad. Forskningsspørsmålene er;

Hvor stor andel av oppgavene kan klassifiseres som MP?

Hvilken plassering har MP'ene i delkapitlene?

Hvilken vanskelighetsgrad har MP'ene?

Etter at funnene fra den teoridrevne innholdsanalysen har blitt presentert, vil flere MP'er bli belyst og begrunnet for sin kategorisering. Dette vil være med på å styrke funnene, og gi klarhet i hvordan jeg har tenkt i gjennomføringen av analysen. For å avslutte kapitlet blir alle MP'er identifisert vist til i en oversikt.

### 4.1 Horisontal analyse

Den horisontale analysen hentet fra Charalambous et al. (2010, s. 123) består av to deler som beskrevet i kapittel 3.3. Første del tar for seg bakgrunnsinformasjon om bøkene, og andre del tar for seg den helhetlige strukturen som går på lærebøkens innhold som kapitlet og emner, samt oppgavetyper som har blitt lagt til.

Av bakgrunnsinformasjon har forfattere, forlag, tilleggsmateriell, utgivelsesår og sideantall blitt analysert, og dette vises i *Tabell 4*. Forfatterne av Matematikk 8 Grunnbok er Espen Hjørdar og Jan-Erik Pedersen. Forfatterne av Maximum 8 Grunnbok er Linda Wibecke Tangen Bråthe, Janneke Tangen, Grete Normann Tofteberg, Ingvill Merete Stedøy og Bjørnar Alseth. Forfatterne av Matemagisk 8 Grunnbok er Anne Karin Wallace og Asbjørn Lerø Kongsnes. Alle de tre bøkene er utgitt i 2020, og er på tilnærmet like mange sider der Matematikk 8 har

336 sider, Maximum 8 har 292 sider, og Matemagisk 8 har 304 sider. Alle de tre forlagene har en digital ressurs som dekker alle fag. Cappelen Damm har *Skolen*, Gyldendal har *Skolestudio* og Aschehoug har *Aschehoug univers*. Utover disse digitale læreverkene over alle fag, har alle de tre forlagene også digitale ressurser som kun omhandler matematikk. Cappelen Damm har *digital lærerressurs* som inneholder flere prøver, problemløsningoppgaver, fasiter og undervisningsopplegg tilknyttet lærebøkene Matematikk 8-10 (Pedersen & Hjørdar, 2020). Gyldendal har *Smartøving* som gir elevene som bruker det oppgaver tilpasset dem. Denne digitale resursen avvikles fra skolestart 2024 (Gyldendal, u.å.b). Aschehoug har *øveMatematikk*, *Snakke matte* som er en podcast, og *digital lærerveiledning* tilknyttet lærebøkene (Kongsnes & Wallace, 2020b).

Tittel	Matematikk 8 Grunnbok	Maximum 8 Grunnbok	Matemagisk 8 Grunnbok
Forfattere	Espen Hjørdar	Linda Wibecke Tangen Bråthe	Anne Karin Wallace
	Jan-Erik Pedersen	Janneke Tangen	Asbjørn Lerø Kongsnes
		Grete Normann Tofteberg	
		Ingvill Merete Stedøy	
	Bjørnar Alseth		
Forlag	Cappelen Damm	Gyldendal	Aschehoug
Tilleggs-materiell	Lærerens bok	Regelsamling	Parallellbok
	Oppgavebok	Skolestudio	Elevhåndbok
	Alternativ oppgavebok	Smartøving	Digital Lærerveiledning
	Digital Lærerressurs		øveMatematikk
	Skolen		Aschehoug Univers
			Snakke matte
Utgivelsesår	2020	2020	2020
Sideantall	336	292	304

Tabell 4 Bakgrunnsinformasjon om lærebøkene

Utover de tre bøkene Matematikk 8 Grunnbok, Maximum 8 Grunnbok og Matemagisk 8 Grunnbok, har alle forlagene flere bøker tilknyttet matematikk for 8. trinn. Utover Matematikk 8 grunnbok har Cappelen Damm de tre bøkene *Oppgavebok*, *Alternativ oppgavebok* og *Lærerens bok* i samme serie. I Maximum-serien til Gyldendal er det kun en bok kalt *Regelsamling* som går over hele ungdomsskolen. I Aschehougs Matemagisk-serie har de en

*Parallellbok* som erstatter Grunnboka og en *Elevhåndbok* med tips, repetisjon, programmering og elevoppgaver der elevene selv må formulere seg.

Den andre delen av den horisontale analysen ser på generell struktur. Som beskrevet i kapittel 3.3 er generell struktur kapitlene og emnene i bøkene, samt de ulike oppgavetyperne. I *Tabell 5* står alle kapitlene med antall sidetall i hver av bøkene. Alle bøkene inneholder både kapitler med matematiske emner, samt andre kapitler helt i slutten av boka for ulik form for støtte. Av kapitlene med matematiske emner er både Matematikk 8 og Maximum 8 delt i fire kapitler som alle varierer fra 52 til 90 sider. Matemagisk 8 er delt i 10 kapitler som varierer fra 16 til 52 sider, der de aller fleste kapitlene er kortere enn 30 sider. Selv om bøkene er delt i ulikt antall matematiske kapitler, er de ca. like lange når man ser på antall sider med matematisk innhold. I Matematikk 8 er det 278 sider, i Maximum 8 er det 268 sider, mens i Matemagisk 8 er det 263 sider. Utover matematikkapitlene inneholder Matematikk 8 de tre kapitlene *Manual for digitale verktøy*, *Fasit* for alle oppgaver, og *Stikkord* med sidetall. Maximum 8 inneholder kapitlet *Ordbibliotek* som består av stikkord med forklaring og sidetall. Matemagisk 8 inneholder kapitlet *Fasit*. De fire kapitlene som er valgt ut til denne studien er videre analysert. Kapitlene analysert er det første kapitlet i både Matematikk 8 og Maximum 8, mens det er de to første kapitlene i Matemagisk 8. Grunnen for å analysere to kapitler fra Matemagisk 8 er å få tilnærmet like mye innhold sammenliknet med Matematikk 8 og Maximum 8. I Matematikk 8 er kapittel 1, *Tall og tallforståelse*, 90 sider lang, mens kapittel 1 i Maximum 8, *Tall og tallregning*, er 82 sider lang. De to første kapitlene i Matemagisk 8, *Hele tall* og *Brøk og desimaltall*, er på respektive 36 og 52 sider. Til sammen blir kapitlene i Matemagisk 8 på 88 sider, som er tilnærmet like mange sider som første kapittel i de andre bøkene

Tabell 5 Horisontal analyse av kapitlene. Generell struktur

<b>Matematikk 8 Grunnbok</b>		<b>Maximum 8 Grunnbok</b>		<b>Matemagisk 8 Grunnbok</b>	
<b>Kapitler</b>	<b>Sider</b>	<b>Kapitler</b>	<b>Sider</b>	<b>Kapitler</b>	<b>Sider</b>
Tall og tallforståelse	90	Tall og tallregning	82	Hele tall	36
Delelighet og Brøk	62	Algebra	62	Brøk og desimaltall	52
Algebra	74	Funksjoner	58	Algebraiske uttrykk og formler	26
Funksjoner	52	Likninger og formler	66	Potenser, kvadratrøtter og regnerekkefølge	22
Manual for digitale verktøy	10	Ordbibliotek	9	Algebra og likninger	22
Fasit	29			Parenteser og likninger	24
Stikkord	2			Hva er en funksjon	16
				Grafen til en funksjon	18
				Lineære funksjoner	28
				Sammensatte måleenheter	19
				Fasit	16

I *Tabell 6* analyseres emnene inkludert i de fire kapitlene nevnt over. Både Matematikk 8 og Maximum 8 har flere punkter om kapitlets innhold, mens Matemagisk 8 kun har 4 punkter i hvert kapittel. Av det som kommer frem i kapitteloversikten ser man store likheter i emner på tvers av lærebøkene. For det første nevner alle lærebøkene *regnestrategier*. Utover dette er det flere likheter mellom bøkene parvis. Matematikk 8 og Maximum 8 nevner *overslag, potenser, kvadrattall, kvadratrot og regnerekkefølgen*. Bøkene Matematikk 8 og Matemagisk 8 nevner *negative tall, multiplikasjon, desimaltall og målenhet*. Mens Maximum 8 og Matemagisk 8 nevner *primtall, faktorisering og brøk*. Det er også noen punkter bøkene nevner alene. Matematikk 8 er den eneste boka som nevner *parenteser*, mens Maximum 8 nevner *hoderegning, standardform og CAS*, og Matemagisk 8 er alene om å nevne *programmering*.

*Tabell 6* Horisontal analyse av innholdet til kapitlene

<b>Matematikk 8 Grunnbok</b>	<b>Maximum 8 Grunnbok</b>	<b>Matemagisk 8 Grunnbok</b>
<b>Kapittel 1</b>	<b>Kapittel 1</b>	<b>Kapittel 1</b>
<b>Regnestrategier</b> Addisjon Subtraksjon Multiplikasjon Divisjon	<b>Regnestrategier</b> Utvikle og kommunisere strategier i hoderegning Utforske strategier for overslag Hoderegning i brøk og prosent	Regnestrategier
<b>Flere regnearter på en gang</b>	<b>Faktorisering og brøkrekning</b> Faktorisering Utforske primtallsfaktorisering Primtallsfaktorisering i CAS Likeverdige brøker Brøkrekning	Variabler og egenskaper ved multiplikasjon Primtall og faktorisering
<b>Positive og negative tall</b> Regning med negative tall Å trekke fra et negativt tall Multiplikasjon og divisjon med negative tall	<b>Potenser og kvadratrot</b> Utforske potenser med positive og negative grunntall Regning med potenser Regler for regnerekkefølgen Utforske kvadrattall og kvadratrot Tall på standardform	Negative tall
<b>Desimaltall</b> Regning med desimaltall Avrunding av svar med desimaltall Sammensatte måleenheter Overslagsregning	<b>Kort sagt</b>	<b>Kapittel 2</b>
<b>Potenser</b>	<b>Se sammenhenger</b>	Brøk
<b>Regning med potenser</b> Multiplikasjon og divisjon av potenser		Desimaltall
<b>Kvadrattall og kvadratrot</b> Kvadratrot		Måleenheter
<b>Regning med parenteser</b>		Programmering i Python
<b>Regnerekkefølgen</b>		<b>Ekspedisjon</b>
<b>Underveisvurdering 1</b>		
<b>Tverrfaglig oppgave 1</b>		

Ovenfor er kapitlene og emnene i bøkene presentert, og det som er igjen av den horisontale analysen er oppgavetyper som samtlige av bøkene har flere av. Utover de vanlige matematikkoppgavene i bøkene med tallkodene 1.10, 1.11 osv. møter man flere andre typer oppgaver. Disse vises i *Tabell 7*. I Matematikk 8 avsluttes hvert kapittel med en *Underveisvurdering* med flere oppgaver som oppsummerer kapitlet, samt en *Tverrfaglig oppgave* som bygger på FNs bærekraftsmål (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 4–5). Begge disse har blitt regnet som hovedoppgaver. Den oppgavetypen som regnes som ekstraoppgaver i Matematikk 8 er fellesoppgavene markert med ► og ? (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 3). Disse finner man spredt rundt om i kapitlet, både i introduksjonen og mellom hovedoppgaver.

I Maximum 8 avsluttes hvert kapittel med oppgavetypen *Se sammenhenger* hvor man får arbeide med sammenhenger innad i matematikkfaget og med andre fag og temaer (Tofteberg et al., 2020, s. 3–5). Med jevne mellomrom er det også en side eller to med *Praktiske aktiviteter og utforskningsoppgaver*. Disse finner man med tittelen *Oppdrag* eller *Aktivitet* (Tofteberg et al., 2020, s. 2, 17, 22). Alle fagtekstene i boka avsluttes med et refleksjonsspørsmål (Tofteberg et al., 2020, s. 2). Disse spørsmålene regnes som ekstraoppgaver, mens både *Se sammenhenger* og *Praktiske aktiviteter og utforskningsoppgaver* regnes som hovedoppgaver.

I Matemagisk 8 er alle oppgavene delt i fem løyper med ulikt fokus. Den første løypa kalles *Fellesløypa* og inneholder teori, eksempler og ulike former for oppgaver ment for arbeid i fellesskapet. Den andre løypa kalles *Følg stien* som inneholder oppgaver ment for videre individuelt arbeid etter *Fellesløypa*, der elevene arbeider med en ting om gangen. I *Terrengløypa* får elevene mer sammensatte utfordringer med mulighet for flere temaer på en gang. Den fjerde løypa *Topptur* inneholder svært utfordrende oppgaver som går utover det som forventes på trinnet. Den siste løypa *Ekspedisjon* går også langt utover det man kan forvente på trinnet, og inneholder mye abstraksjon, generalisering og avansert problemløsning (Kongsnes & Wallace, 2020a, s. 4–5). Av disse fem finner man *Fellesløypa*, *Følg stien* og *Terrengløypa* gjennom alle delkapitlene. *Topptur* avslutter hvert kapittel, mens *Ekspedisjon* forekommer 4 ganger gjennom hele boka. En av *Ekspedisjonene* er i kapittel 2 og oppgavene derfra inkluderes i analysen. Alle disse løypene er satt som hovedoppgaver, men både *Topptur* og *Ekspedisjon* har blitt analysert etter vanskelighetsgrad, ettersom de er beskrevet som oppgaver som går utover hva som er forventet. I hvert kapittel finnes det to sider som inneholder oppgaver om et virkelighetsnært tema. Disse oppgavetypene har ikke læreboka selv beskrevet, og jeg har kalt de *Virkelighetsnært tema* i *Tabell 7*. Den siste oppgavetypen i Matemagisk 8 er *Snakke Matte*,



dette er oppgaver elevene skal snakke sammen, og det er disse oppgavene som er satt som ekstraoppgaver.

Tabell 7 Oppgavetyper i de tre lærebøkene

<b>Matematikk 8 Grunnbok</b>	<b>Maximum 8 Grunnbok</b>	<b>Matemagisk 8 Grunnbok</b>
<b>Oppgavetype</b> Underveisvurdering Tverrfaglig oppgave	<b>Oppgavetype</b> Praktiske aktiviteter og utforskningsoppgaver Se sammenhenger	<b>Oppgavetype</b> Fellesløypa Følg stien Terrengløypa
<b>Ekstraoppgave</b> Fellesoppgaver	<b>Ekstraoppgave</b> Refleksjonsspørsmål	Topptur Ekspedisjon Virkelighetsnært tema
		<b>Ekstraoppgave</b> Nøkkelhull Snakke matte

## 4.2 Den teoridrevne innholdsanalysen

I gjennomførelsen av den teoridrevne innholdsanalysen, ble først Matematikk 8 analysert, så Maximum 8 og til slutt Matemagisk 8. Det er også i hovedsak denne rekkefølgen som blir brukt i den videre presentasjonen av resultatene, som deles opp etter forskningsspørsmålene. Først andel MP av oppgavene, så plassering av MP'ene innad i delkapitlene, og til slutt vanskelighetsgrad på MP'ene. For å sammenlikne bøkene og kapitlene brukes prosent, da det er ulik mengde oppgaver analysert.

### 4.2.1 Andel av oppgavene klassifisert som MP

I løpet av analysen ble det besluttet å skille mellom hoved- og ekstra-oppgaver, som beskrevet i kapittel 3.5.1. Kort fortalt handler det om å skille mellom vanlige oppgaver og det som er definert som ekstraoppgaver i denne studien. Vanlige oppgaver er oppgaver markert med tall som er majoriteten av alle oppgavene, samt oppgaver fra oppgavetyper som følger bokas naturlige gang. Noen eksempler på ulike oppgavetyper som blir ansett som hovedoppgaver er underveisvurdering i Matematikk 8, Se sammenhenger i Maximum 8, og Virkelighetsnært tema i Matemagisk 8. Ekstraoppgaver er oppgaver som kort fortalt mangler et skille mellom dem, se 3.5.1 for videre definering. I alle bøkene har det blitt identifisert slike oppgaver. I Matematikk 8 er det oppgavene markert med ► og ? kalt for fellesoppgaver, som finnes sporadisk i kapitlene uten et fast mønster. I Maximum 8 er det refleksjonsspørsmålene tilknyttet hver fagtekst som forekommer i hvert delkapittel, opptil flere ganger. I Matemagisk 8 er det oppgavene markert med teksten *Snakke matte* som forekommer i *Fellesløypa*. Videre vil først resultatene fra hovedoppgavene presenteres, så resultatene fra ekstraoppgavene, og til slutt legges hoved- og ekstra-oppgavene sammen for å vise en felles andel MP.

Fra Matematikk 8 ble totalt 710 oppgaver analysert fra kapittel 1, *Tall og tallforståelse* (Hjardar & Pedersen, 2020). 669 av de er hovedoppgaver, mens 41 er ekstraoppgaver. Fra det første kapitlet i Maximum 8, *Tall og tallregning*, ble totalt 598 oppgaver analysert med fordelingen 561 hovedoppgaver og 37 ekstraoppgaver (Tofteberg et al., 2020). Disse 37 ekstraoppgavene er tilknyttet 36 fagtekster i kapittel 1, fordelt på til sammen 16 delkapitler der 3 av de er overordnede emner mens 13 av de er delkapitler til emnene. I kapittel 1 og 2 i Matemagisk 8 ble 729 oppgaver analysert, fordelt på 672 hovedoppgaver og 57 ekstraoppgaver.

Det første forskningsspørsmålet handlet om andel oppgaver som kan klassifiseres som MP, og dette vises i *Tabell 8*. I Matematikk 8 er det 12 MP av totalt 669 hovedoppgaver, som tilsvarer 1,8 % av oppgavene. I Maximum 8 er det nesten dobbelt så mange MP, med 23 av 561 hovedoppgaver som gir en total prosent på 4,1 % av oppgavene. På grunn av færre oppgaver totalt, tilsvarer det over dobbelt så stor andel MP sammenliknet med Matematikk 8. Matemagisk 8 har både den største mengden og andelen MP. Der er det 29 MP av 672 hovedoppgaver som tilsvarer 4,3 % av oppgavene. Litt større andel enn i Maximum 8, og betydelig større andel enn i Matematikk 8.

*Tabell 8 Antall MP av hovedoppgavene*

Lærebok	Antall oppgaver	Antall MP	Prosent MP
<b>Matematikk 8</b>	669	12	1,8 %
<b>Maximum 8</b>	561	23	4,1 %
<b>Matemagisk 8</b>	672	29	4,3 %

Når man ser på ekstraoppgavene i hver av bøkene, ser man en stor økning av antall MP sammenliknet med hovedoppgavene. Dette presenteres i *Tabell 9*. Av 41 fellesoppgaver i Matematikk 8, markert med ► og ?, er 9 av dem MP, som tilsvarer en andel på 22 %, litt over en femtedel av ekstraoppgavene. Sammenliknet med hovedoppgavene i Matematikk 8 er det 12 ganger så stor andel MP blant ekstraoppgavene enn blant hovedoppgavene. Liknende funn finnes i både Maximum 8 og Matemagisk 8. I Maximum 8 er det 4 MP av totalt 37 ekstraoppgaver som i denne boka er refleksjonsspørsmålene. Dette tilsvarer 10,8 % av oppgavene. Av 57 ekstraoppgaver i Matemagisk 8 som er *Snakke matte*-oppgavene, er det 10 MP som tilsvarer en andel på 17,5 %. Dette tilsier ca. 4 ganger så stor andel MP i ekstraoppgavene enn i hovedoppgave. Matematikk 8 er den boka med størst andel MP av ekstraoppgavene.

*Tabell 9 Antall MP av ekstraoppgavene*

Lærebok	Antall oppgaver	Antall MP	Prosent MP
<b>Matematikk 8</b>	41	9	22 %
<b>Maximum 8</b>	37	4	10,8 %
<b>Matemagisk 8</b>	57	10	17,5 %

Samtlige av de tre bøkene har flere MP i ekstraoppgavene enn i hovedoppgavene. Dette gjør at den totale andelen av MP øker, når hoved- og ekstra-oppgavene blir lagt sammen, som vises i *Tabell 10*. Av totalt 710 oppgaver analysert i Matematikk 8, er 21 av de MP, som tilsier en andel på 3 % av oppgavene. Sammenliknet med hovedoppgavene er det en økning på 1,2 % som er størst økning av de tre bøkene. I Maximum 8 er det 27 MP av 598 oppgaver analysert. Dette gir en 0,4 % økning fra hovedoppgavene til 4,5 % av oppgavene. I Matemagisk 8 går mengden MP opp med 1 % til 5,3 %, av de totalt 729 oppgavene analysert. Her er det 39 MP'er.

*Tabell 10 Antall MP av alle oppgavene*

Lærebok	Antall oppgaver	Antall MP	Prosent MP	Forskjell
<b>Matematikk 8</b>	710	21	3 %	+1,2 %
<b>Maximum 8</b>	598	27	4,5 %	+0,6 %
<b>Matemagisk 8</b>	729	39	5,3 %	+1 %

Et funn som i denne studien kun finner plass i Matemagisk 8, er forskjellen mellom andel MP i kapittel 1 og 2. To kapitler ble analysert for å få tilnærmet like mye innhold som de to andre lærebøkene, siden Matemagisk 8 er delt i flere kapitler med mindre innhold. De to kapitlene har veldig mye likt innhold som de første kapitlene i Matematikk 8 og Maximum 8, slik at valget for å analysere to kapitler både går på mengde oppgaver, men også innhold i kapitlene. Det første kapitlet i Matemagisk 8 inneholder 326 oppgaver, og det andre kapitlet inneholder 403 oppgaver. Forskjellen mellom andelen MP er betydelig, og vises i *Tabell 11*. I kapittel 1 er det 13 MP av 326 oppgaver som tilsvarer en andel på 4 %, mens i kapittel 2 er det 26 MP av totalt 403 oppgaver som tilsvarer en andel på 6,5 % av oppgavene. Ser man kun på hovedoppgavene er forskjellen enda større, og kapittel 2 med en andel på 5,6 % har over dobbelt så stor andel MP enn kapittel 1 med en andel på 2,7 %. Av ekstraoppgavene har kapittel 1 en andel MP på 19,2 % mens kapittel 2 har en andel MP på 16,1 %.

Matemagisk 8		Antall oppgaver	Antall MP	Prosent MP
<b>Kapittel 1</b>	<b>Hoved</b>	300	8	2,7 %
	<b>Ekstra</b>	26	5	19,2 %
	<b>Sum</b>	326	13	4 %
<b>Kapittel 2</b>	<b>Hoved</b>	372	21	5,6 %
	<b>Ekstra</b>	31	5	16,1 %
	<b>Sum</b>	403	26	6,5 %

Tabell 11 Andel MP i kapittel 1 og kapittel 2 i Matemagisk 8

Siden kun første kapittel i Matematikk 8 og Maximum 8 er analysert, er det naturlig å sammenlikne de første kapitlene på tvers av bøkene, spesielt da kapittel 1 og 2 i Matemagisk 8 har såpass stor forskjell i resultatene sine. Fra før har Matemagisk 8 størst andel MP av hovedoppgavene og alle oppgavene samlet, men nest størst andel MP av ekstraoppgavene etter Matematikk 8. Med kun første kapittel legger Matemagisk 8 seg mellom Matematikk 8 og Maximum 8 i samtlige kategorier. Dette vises i Tabell 12. Av hovedoppgavene er Matemagisk 8 sin andel MP på 2,7 %, som er nærmere Matematikk 8 sin andel MP på 1,8 % enn Maximum 8 sin andel MP på 4,1 %. Av ekstraoppgavene går Matemagisk 8 noe opp i sin andel MP til 19,2 %, som fortsatt er mellom Maximum 8 med andel MP på 10,8 % og Matematikk 8 med andel MP på 22 %. Med hoved- og ekstra-oppgavene samlet, har Matemagisk 8 en andel MP på 4 %, mot Matematikk 8 sin andel MP på 3 % og Maximum 8 sin andel MP på 4,5 %.

Tabell 12 Sammenlikning av Andel MP i første kapittel på tvers av bøkene

Oppgave	Lærebok	Antall oppgaver	Antall MP	Prosent MP
<b>Hoved</b>	<b>Matematikk 8</b>	669	12	1,8 %
	<b>Maximum 8</b>	561	23	4,1 %
	<b>Matemagisk 8</b>	300	8	2,7 %
<b>Ekstra</b>	<b>Matematikk 8</b>	41	9	22,0 %
	<b>Maximum 8</b>	37	4	10,8 %
	<b>Matemagisk 8</b>	26	5	19,2 %
<b>Sum</b>	<b>Matematikk 8</b>	710	21	3,0 %
	<b>Maximum 8</b>	598	27	4,5 %
	<b>Matemagisk 8</b>	326	13	4,0 %

Ulike resultater på tvers av kapitler er interessante, men ikke overaskende. Om liknende forskjeller finnes mellom det første og andre kapitlet i Matematikk 8 og Maximum 8 krever videre forskning. Et annet tema for videre forskning er forskjell i andel MP i ulike emner på tvers av bøkene. Kan det være noen emner som har svært lav andel MP, og andre emner som har svært stor andel MP?

#### 4.2.2 Plassering av MP'ene

Etter å ha identifisert alle MP'ene, ble disse videre analysert etter plassering innad i delkapitlet. Det har som sagt i kapittel 3.5.4 ingenting å si hvor delkapitlet befinner seg, eller om noen delkapitler har MP i det hele tatt. Det som har noe å si er hvor oppgaven klassifisert som MP befinner seg i delkapitlet. Plasseringene er delt i F, M og S for Først i delkapitlet, i Midten av delkapitlet og på Slutten av delkapitlet. Hvordan kodene er delt opp er beskrevet i kapittel 3.5.4. Først blir plasseringen av hoved- og ekstra-oppgave presentert, før et interessant funn angående mengden oppgaver før et MP ble identifisert presenteres.

I Matematikk 8 er oppgavene ganske skjevt fordelt plassert gjennom kapitlene, som vises sammen med de andre bøkene i *Tabell 13*. Av 12 hovedoppgaver klassifisert som MP, er 2 plassert midt i delkapitlet og 10 plassert på slutten. Av 9 ekstraoppgaver er det jevnere fordelt med 3 først i delkapitlet, 2 i midten og 4 på slutten. Dette gir en total på 3 MP først i kapitlet, 4 MP i midten og 14 MP på slutten. I Maximum 8 er plasseringen av MP'ene jevnere enn i Matematikk 8. Av 23 MP blant hovedoppgavene er 5 plassert først, 9 i midten og 9 på slutten, og av 4 MP blant ekstraoppgavene er 2 plassert først, 1 i midten og 1 på slutten. Dette gir en jevnt fordelt total av alle MP'ene i Maximum 8, med 7 MP plassert først i kapitlet, 10 MP i midten og 10 MP på slutten. Dette tilsvarer nesten en tredel i hver plasseringskode. Matemagisk 8 har i likhet med Matematikk 8 skjevfordelt plassering av MP. Av hovedoppgavene er det 29 MP der 6 av de er plassert først, 2 i midten og 21 på slutten. Av 10 MP blant ekstraoppgavene er 9 plassert først, 1 i midten og ingen på slutten. Denne framtunge plasseringen av MP skyldes at alle ekstraoppgavene i Matemagisk 8 befinner seg i Fellesløypa, som er første løypa i alle delkapitler. De andre løypene i Matemagisk 8 kommer etter Fellesløypa, og dominerer dermed plasseringskodene M og S. Totalt av de 39 MP'ene i Matemagisk 8, er 15 MP plassert først, 3 MP plassert i midten og 21 MP plassert på slutten.

Tabell 13 Plassering på MP'ene

Lærebok Kode	Matematikk 8 MP:21			Maximum 8 MP: 28			Matemagisk 8 MP: 39		
	Hoved	Ekstra	Begge	Hoved	Ekstra	Begge	Hoved	Ekstra	Begge
<b>Først</b>	0	3	3	5	2	7	6	9	15
<b>Midten</b>	2	2	4	9	1	10	2	1	3
<b>Sutten</b>	10	4	14	9	1	10	21	0	21

Et interessant funn som ble lagt merke til i analysen av Maximum 8, var mengden oppgaver før et MP ble identifisert. Dette vises i *Tabell 14*. I analysen av Maximum 8 ble 145 oppgaver analysert før et MP ble identifisert av hovedoppgavene. Dette tilsvarer 25,8 % av alle oppgavene, som tilsier at første fjerdedel av kapitlet ikke inneholder et MP. I Matematikk 8 ble derimot første MP av hovedoppgavene funnet etter 63 oppgaver som er 9,4 % av oppgavene, under en tidel. Matemagisk 8 er den boka som tidligst har et MP blant hovedoppgaven der første kommer etter 35 oppgaver. Dette tilsier 5,2 % av kapitlet og er en stor forskjell fra 25,8 % av kapitlet før et MP i Maximum 8.

Tabell 14 Antall oppgaver i kapitlet før MP. Hovedoppgavene

Lærebok	Oppgaver før første MP	Prosent av kapittel
<b>Matematikk 8</b>	63	9,4 %
<b>Maximum 8</b>	145	25,8 %
<b>Matemagisk 8</b>	35	5,2 %

Inkluderer vi ekstraoppgavene blir det enda litt flere oppgaver før et MP blir funnet i alle bøkene, siden ingen av ekstraoppgavene er et MP før første MP av hovedoppgavene. Dette er bemerkelsesverdig ettersom ekstraoppgavene har større andel MP enn alle tre bøkene sammenlignet med hovedoppgavene. Resultatene for alle oppgavene vises i *Tabell 15*. I Matematikk 8 er det fem ekstraoppgaver i forkant av første MP, som øker totalen til 68 oppgaver før et MP som tilsvarer 9,6 % av kapitlet. Det samme forekommer i de to andre bøkene der 10 ekstraoppgaver finner sted før første MP i Maximum 8, og 9 ekstraoppgaver finner sted før første MP i Matemagisk 8. Dette øker totalen i Maximum 8 til 155 oppgaver før første MP, som tilsvarer 25,9 % av oppgavene. I Matemagisk 8 økes totalen til 44 oppgaver før første MP, som betyr 6 % av kapitlet før et MP finner sted.

Tabell 15 Antall oppgaver i kapitlet før MP. Alle oppgavene

Lærebok	Oppgaver før første MP	Prosent av kapittel
Matematikk 8	68	9,6 %
Maximum 8	155	25,9 %
Matemagisk 8	44	6 %

### 4.2.3 Vanskelighetsgrad på MP'ene

Når vanskelighetsgrad ble analysert, ble kun MP'ene delt etter vanskelighetsgrad i Matematikk 8 og Maximum 8 analysert. Matemagisk 8 har ingen oppgaver delt i vanskelighetsgrad på lik linje, men oppgavene i de to løypene *Topptur* og *Ekspedisjon* blir beskrevet som svært utfordrende, og med at innholdet går utover det som er forventet av trinnet. Oppgavene herfra har dermed blitt satt som høyere vanskelighetsgrad, og resultatene blir presentert etter Matematikk 8 og Maximum 8. Ingen av ekstraoppgavene er delt etter vanskelighetsgrad, dermed ser jeg kun på hovedoppgavene i dette forskningsspørsmålet.

I Matematikk 8 er vanskelighetsgrad markert med prikker, der flest prikker markerer høyest vanskelighetsgrad. Det er fire oppgaver klassifisert som MP med vanskelighetsgrad i Matematikk 8. Av de fire, er alle plassert på det vanskeligste nivået. Se *Tabell 16* for data angående vanskelighetsgrad. Vanskelighetsgraden i Maximum 8 er også delt i tre som i Matematikk 8, men her er det sirkler med ulike grad av fyll, der mest fyll er høyest vanskelighetsgrad. I Maximum 8 har åtte av MP'ene vanskelighetsgrad, der fire er på nivå 2, og fire er på nivå 3. Til sammenlikning med Matematikk 8 var det heller ikke her noen MP på det laveste nivået.

Tabell 16 Vanskelighetsgrad i Matematikk 8 og Maximum 8

Nivå	Matematikk 8	Maximum 8
1	0	0
2	0	4
3	4	4

Vanskelighetsgrad ble analysert på en annen måte i Matemagisk 8 der det ikke er oppgaver delt etter vanskelighetsgrad. For å analysere vanskelighetsgrad har løypene *Topptur* og *Ekspedisjon*



blitt satt som høyere vanskelighetsgrad enn de tre andre løypene. Dette valget er beskrevet i kapittel 3.5.5. Totalt ble to toppturer og en ekspedisjon analysert. Funn fra studien vises i *Tabell 17* og viser at disse løypene inneholder betydelig større andel MP enn resten av hovedoppgavene. Av to toppturer er 4 av 13 oppgaver MP, som tilsvarer 30,8 % av oppgavene. I den ene ekspedisjonen er tallet noe lavere med 3 MP av 17 oppgaver som tilsvarer 17,6 %. Dette er en langt større andel enn de 4,3 % MP'ene blant hovedoppgavene, og litt større andel enn de 17,5 % MP'ene blant ekstraoppgavene. Toppturene og ekspedisjonen er dermed de stedene med størst andel MP i hele Matemagisk 8. De resterende 642 hovedoppgavene har bare 22 MP, som utgjør en andel på 3,4 %, opp mot 4,3 % på alle hovedoppgavene. Dette viser at den største andelen av MP i Matemagisk 8, befinner seg på de to løypene som er anbefalt for elevene som behersker matematikken i boka godt.

*Tabell 17 MP blant Topptur og Ekspedisjon i Matemagisk 8*

<b>Matemagisk 8</b>	<b>Antall oppgaver</b>	<b>Antall MP</b>	<b>Prosent MP</b>
<b>Topptur</b>	13	4	30,8 %
<b>Ekspedisjon</b>	17	3	17,6 %
<b>Hovedoppgavene u. TT/E</b>	642	22	3,4 %

### 4.3 Presentasjon av ulike oppgaver

I dette delkapitlet presenteres noen av oppgavene som har blitt analysert. Det er flere grunner til at oppgavene som trekkes frem her blir presentert. En av grunnene er å vise til de matematiske problemene og begrunne hvorfor de har blitt satt som matematiske problemer. Dette er med på å validere mine funn. Andre oppgaver trekkes frem fordi de kunne ha vært matematiske problemer med små endringer. Ofte skyldes dette intern guiding i oppgaven som passer med kategorien tekst-guidet IR. Andre grunner til at oppgaver trekkes frem er å skille mellom lokal og global KR i en oppgave, og til slutt vise til et bredt spekter av oppgaver med ulike kontekster.

### 4.3.1 MP med lokal og global KR

Det er stor forskjell i hvor stor del av oppgaven som krever KR. I noen oppgaver kan store deler av oppgaven løses med IR, men en liten del trenger KR, da kalles det lokal KR. Hvis derimot hele oppgaven krever KR kalles det for global KR. I *Eksempel 1-2 og 4* vil fokuset ligge på oppgaver med lokal KR, mens i *Eksempel 3* vil fokuset ligge på en oppgave med global KR. Det er færre oppgaver som krever global KR, enn oppgaver som krever lokal KR.

#### EKSEMPEL 1

<b>LÆREBOK</b>	Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 97)
<b>OPPGAVE</b>	Tverrfaglig oppgave 1, punkt 11 (T 11) Hvordan er utviklingen fra 1990? Vurder tallene – hva tenker dere om å nå mål nr. 1 innen 2030? Er det mulig?
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	Ingen
<b>PLASSERING</b>	Slutten
<b>KATEGORI</b>	KR
<b>KOMMENTAR</b>	En underoppgave av <i>Tverrfaglig oppgave 1</i> , som befinner seg helt i slutten av det første kapitlet <i>Tall og Tallforståelse</i> . Oppgaven baserer seg på mål 1 av FNs bærekraftsmål. Det målet er: <i>Utrydde alle former for fattigdom i hele verden</i> . Oppgaven gir informasjon underveis om fattigdom i verden og Norge. I punkt 9-12 blir elevene bedt om å finne informasjon om utviklingen av fattigdom i verden. All oppgavetekst blir for omfattende å skrive her, se Matematikk 8 for hele oppgaven (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 96–97).
<b>HVORFOR</b>	Først og fremst er oppgaven åpen som gir rom for flere svar. Oppgaven ber også elevene vurdere en situasjon ut fra en mengde informasjon, noe som er nytt i boken. Oppgaven krever lokal KR, siden første del av oppgaven handler om å se hvordan utviklinga har vært, der elevene bare må finne og presentere informasjon, noe som kan gjøres med IR. Den andre delen av oppgaven handler om å vurdere om målet kan nås innen 2030. Her må elevenes egne tanker inn, og KR kan finne sted.

Eksemplet over har tydelig lokal KR. I den første delen skal elevene kun finne informasjon og presentere det, mens i den andre delen må de vurdere dataen for å gi et svar om FNs bærekraftsmål 1 er oppnåelig innen 2030. Det neste eksemplet har også tydelig lokal KR, ettersom flere av regneoperasjonene følger algoritmer elevene skal kunne.

#### EKSEMPEL 2

<b>LÆREBOK</b>	Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 24)
----------------	--

<b>OPPGAVE</b>	Fellesoppgave markert med ? nummer 6 på s. 24. (F 6) Arild kjøper brød og tre liter melk. Melken koster 17 kr per liter, og han betaler 119 kr til sammen. Hvor mange brød tror du han kjøper?
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	Ingen
<b>PLASSERING</b>	F
<b>KATEGORI</b>	KR
<b>KOMMENTAR</b>	Står i delkapittelet <i>Flere regnearter på en gang</i> .
<b>HVORFOR</b>	I første omgang virker det som at oppgaven krever IR, da man får prisen på melka og den totale prisen. Men oppgaven spør om hvor mange brød du tror Arild har kjøpt, ikke hvor mye brødene koster. Hva prisen på hvert brød er, står det ingenting om. Med IR kan man finne ut hvor mye brødene kostet til sammen, men å vurdere hvor mange brød Arild har kjøpt ut ifra den prisen kan kreve KR. Det er også flere mulige svar til denne oppgaven med ulike priser for brødet. Brødene trenger heller ikke å ha samme pris. En slik åpen oppgave har ikke blitt presentert tidligere i Matematikk 8. Oppgaven krever bare lokal KR, siden det å finne totalpris for brødene kan regnes ut med tidligere tillærte algoritmer, mens det å vurdere antall brød kan kreve KR.

I *Eksempel 2* ser man tydelig lokal KR, siden tillærte algoritmer for multiplikasjon og subtraksjon kan brukes for å finne ut total pris for brødene. Etter det må elevene selv vurdere hvor mange brød Arild kan ha kjøpt, som gjør at oppgaven kan kreve KR. I oppgave 1.107 fra Maximum 8 ser vi et matematisk problem med global KR. Med global KR vil det si at hele løsnings skjemaet til oppgaven kan løses med KR. Oppgaven er begrunnet i *Eksempel 3*.

### **EKSEMPEL 3**

<b>LÆREBOK</b>	Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 62)
<b>OPPGAVE</b>	1.107 Ola skal lage et kaninbur der lengden er dobbelt så stor som bredden. Han vil at arealet av bunnen skal være $1 \text{ m}^2$ . Hva blir bredden og lengden til buret? Bruk regneark for å utforske problemet.
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	3
<b>PLASSERING</b>	Slutten
<b>KATEGORI</b>	KR
<b>KOMMENTAR</b>	Står i delkapitlet <i>Utforske kvadrattall og kvadratrot</i>
<b>HVORFOR</b>	Dette er en oppgave med et originalt løsnings skjema for elevene. Av oppgaveteksten blir elevene tipset om å bruke regneark. Da finner de forhåpentligvis ut at de kan dele firkanten inn i to kvadrater der begge har areal

på  $0,5 m^2$ , som de videre kan bruke kvadratroten på. Denne måten å dele kvadratet på er originalt for elevene, og det å bruke kvadratroten på tall  $< 1$  er originalt for elevene. Svaret inneholder også irrasjonale tall som er originalt. Det vil si at global KR kan kreves for å løse denne oppgaven.

I det forrige eksemplet møter elevene et problem som kan virke simpelt, men som inneholder store utfordringer, ettersom svaret inneholder irrasjonale tall. Oppgaven kan dermed kreve global KR. I *Eksempel 4* vises en oppgave fra løypa Ekspedisjon i Matemagisk 8. Der blir elevene eksponert for  $n$ , samt arbeid i andre tallsystemer enn 10-tallsystemet. Både å beskrive en algoritme med  $n$  og andre tallsystemer er originalt for elevene, og går langt utover det som er forventet av trinnet. Alt dette bidrar til at oppgaven krever KR, men siden oppgaven i forkant får elevene til å beskrive en algoritme som kan brukes for addisjon i 5-tallsystemet, kreves kun lokal KR.

#### **EKSEMPEL 4**

<b>LÆREBOK</b>	Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020a, s. 97)
<b>OPPGAVE</b>	Ekspedisjon 4 d på s. 97 La $n$ være et naturlig tall. Beskriv en algoritme du kan bruke for å legge sammen tall i $n$ -tallsystemet og skriv svaret i det samme tallsystemet.
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	Høyere vanskelighetsgrad
<b>PLASSERING</b>	S
<b>KATEGORI</b>	KR
<b>KOMMENTAR</b>	Ekspedisjonen har et tema angående tallsystemer, der elevene arbeider i 2-tallsystemet, 3-tallsystemet, 5-tallsystemet, 6-tallsystemet og 8-tallsystemet. Oppgave 4 a-c handler om 5-tallsystemet; 4 a ber om å addere to tall i femtallsystemet, 4 b ber elevene om å forklare fremgangsmetoden til et løsningsforslag, 4 c ber elevene beskrive en algoritme for å addere tall i 5-tallsystemet der svaret skal være i 5-tallsystemet.
<b>HVORFOR</b>	Selv om oppgave 4 c får elevene til å beskrive en addisjonsalgoritme for 5-tallsystemet, er 4 d en oppgave som er original for elevene grunnet innføringen av variabelen $n$ . I oppgave 4c der elevene kan beskrive algoritmen med enerplassen, femmerplassen, tjuefellerplassen osv. kan ikke elevene beskrive algoritmen for $n$ -tallsystemet på samme måte, ettersom elevene må ta i bruk potenser. Denne utvidelsen kan kreve KR, men grunnet flere likheter fra 4 c kreves bare lokal KR.

### 4.3.2 Oppgaver som var utfordrende å kategorisere

Alle de fire eksemplene vist til i *Eksempel 1-4* var enkle å plassere som MP, da alle passet med kriteriene satt for KR i kapittel 3.5.2. I dette delkapitlet vises det til oppgaver som var utfordrende å plassere med kriteriene satt. Noen av eksemplene ble satt til å kreve IR, mens andre til slutt ble satt til å kreve KR. I *Eksempel 5* vises det til to oppgaver fra Matematikk 8 som var utfordrende å plassere. Begge er satt i samme eksempel, siden den ene oppgaven brukes som begrunnelse for at den andre ikke er KR. En grunn til at nettopp disse var utfordrende, var at Matematikk 8 var den første boka jeg analyserte. Etter videre analysering ble jeg tryggere på de satte kriteriene, og oppgavene ble enklere å kategorisere.

#### EKSEMPEL 5

<b>LÆREBOK</b>	Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 66–67)
<b>OPPGAVE</b>	1.97 Hva er grunntallet og hva er eksponenten i disse potensene? e) $x^3$ 1.100 Skriv som en potens f) $x * x * x * x * x * x * x$
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	Ingen
<b>PLASSERING</b>	Ikke KR, plassering ikke analysert
<b>KATEGORI</b>	IR
<b>KOMMENTAR</b>	Begge disse oppgavene var vanskelige å plassere, og krevde grundigere analyse. Må sees i sammenheng med a-d og f i 1.97 og a-e i 1.100. Alle er IR. 1.97 er; Hva er grunntallet og hva er eksponenten i disse potensene? a) $2^8$ , b) $4^3$ , c) $3^5$ , d) $6^7$ og f) $(2a)^4$ 1.100 er; Skriv som en potens a) $2 * 2 * 2 * 2$ , b) $3 * 3 * 3 * 3$ , c) $10 * 10 * 10$ , d) $7 * 7 * 7 * 7 * 7$ og e) $5 * 5 * 5 * 5 * 5 * 5$ .
<b>HVORFOR</b>	1.97 e) er plassert som IR, ettersom introduksjonen for delkapitlet peker på hva som er grunntallet og hva som er eksponenten i en potens. Det som gjorde det vanskelig å plassere var at oppgavene introduserte $x$ for første gang i boka. Men grunnet like overflateegenskaper med de andre oppgavene og at hele løsningskjemaet vises i introduksjonen er oppgaven satt som IR. 1.100 f) er plassert som IR, da den deler overflateegenskaper med 1.97 e). Oppgaven er ny i seg selv, men 1.97 e) presenterer hvordan $x$ kan brukes i en potens, og fungerer dermed som et eksempel.

I gjennomføringen av analysen ble begge oppgavene i *Eksempel 5* over analysert i flere omganger. Det vil si at de ble satt en kode på, men også markert for videre drøfting og analysering senere. Usikkerheten lå i om oppgavene var originale for elevene, når de inkluderte bokstaven  $x$  for første gang i boka. Men ut fra kriteriene om at oppgavene ikke kunne ha like overflateegenskaper med andre oppgaver som både 1.97 e) og 1.100 f) har, ble de kodet til IR.

I det neste eksemplet er det samme som ved *Eksempel 5* vist til en oppgave med flere leddoppgaver som har et løsningsforslag i forkant. Dette gjør at de ni oppgaveleddene tilsynelatende krever IR, men en liten utvidelse i en av oppgavene gjør den har blitt kategorisert til å kreve KR. Det er forskjellen fra *Eksempel 5*, der endringen gjør at oppgaven likevel står som IR. Oppgaven er et ledd av 1.82 i Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 52). Den inneholder ni leddoppgaver med divisjon av to potenser. Oppgaven er delt i tre deler av vanskelighetsgrad der a-c er på laveste grad, d-f på midterste grad og g-i på høyeste grad. I oppgavene a-d har potensene man skal dividere likt grunntall, som samsvarer med løsningsforslaget på samme side, som gjør at begge to kan gjennomføres med løsningskjemaet presentert. I oppgaven 1.82 e, er det derimot to ulike grunntall på potensene man skal dividere. Dette er det ikke vist til i noen tidligere introduksjon eller oppgave, og gjør at denne utvidelsen av divisjon av to potenser, er original for elevene slik at det oppfyller kravet for novelty. Dermed er denne oppgaven satt som et matematisk problem.

#### **EKSEMPEL 6**

<b>LÆREBOK</b>	Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 52)
<b>OPPGAVE</b>	1.82 Forenkle til én potens hvis det er mulig. e $3^4:9$
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	2
<b>PLASSERING</b>	Først
<b>KATEGORI</b>	KR

## KOMMENTAR

I underkapitlet *Regning med potenser*. Løsningsforslag rett før med divisjon av to potenser med likt grunntall.

**SLIK SKRIVER DU DET**

Regn ut  $3^5 : 3^2$ .

**Løsningsforslag**

1  $3^5 : 3^2 = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3} = 3 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{3^3}$

2  $3^5 : 3^2 = 3^{5-2} = \underline{3^3}$

Bruk løsningsforslagene. Formuler en regel for hvordan du kan dividere to potenser med samme grunntall.

**1.82** Forenkle til én potens hvis det er mulig.

<input type="radio"/> a $10^8 : 10^5$	<input checked="" type="radio"/> d $4^5 : 4^5$	<input checked="" type="radio"/> g $9^5 : 3^2$
<input type="radio"/> b $2^7 : 2^6$	<input type="radio"/> e $3^4 : 9$	<input type="radio"/> h $2^4 : 4^2$
<input type="radio"/> c $12^{10} : 12^7$	<input type="radio"/> f $8^3 : 8$	<input type="radio"/> i $16^2 : 2^{12}$

## HVORFOR

Oppgaven introduserer et nytt element i forhold til tidligere introduksjon og oppgaver. Det nye elementet er at elevene enten må faktorisere tallet 9, eller løse opp potensen  $3^4$  slik at det blir likt grunntall, og divisjon kan finne sted. Dette følger aspektet om novelty, og oppgaven er dermed satt som et MP. Når elevene har fått faktorisert tallet 9, kan resten av oppgaven løses med IR, dermed kreves bare Lokal KR i denne oppgaven.

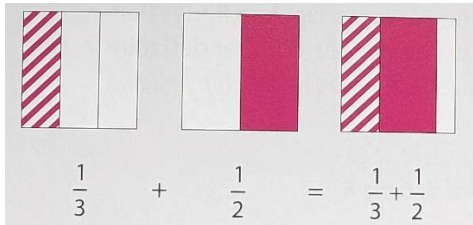
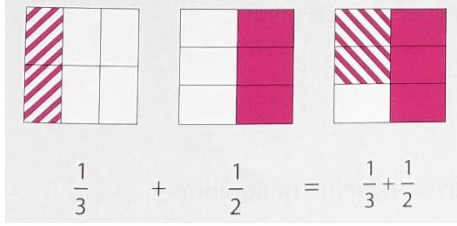
Med samme begrunnelse som i *Eksempel 5* var oppgaven i *Eksempel 6* utfordrende å plassere, siden oppgaven i seg selv delte flere overflateegenskaper med løsningsforslaget i forkant. Men i motsetning til *Eksempel 5* der oppgaven kunne løses med løsnings-skjemaet vist i forkant, kunne ikke oppgaven i *Eksempel 6* løses med å følge løsnings-skjemaet i løsningsforslaget. Her må eleven gjøre en endring, og med det ble oppgaven kategorisert til å kreve KR.

I oppgave 1.82 g kommer det også en utvidelse der det er ulikt grunntall på begge potensene man skal dividere, hvor det i 1.82 e bare er en potens i  $3^4$  og dividenden er heltallet 9. Utvidelsen gjør at i 1.82 g, blir man tvunget til å endre en av potensene, mens i 1.82 e kan man gjøre om 9 til en potens. Likevel har 1.82 g blitt satt til å kreve IR, siden man i 1.82 e kan endre potensen  $3^4$  til  $9^2$  for å løse divisjonen, som gjør at løsnings-skjemaet som kreves for å løse 1.82 g allerede kan gjøres i 1.82 e.

### 4.3.3 Oppgaver som kunne ha vært MP

I *Eksempel 1-4* var fokuset på lokal og global KR, mens i *Eksempel 5-6* var fokuset på oppgaver som var utfordrende å klassifisere. Videre rettes fokuset på oppgaver klassifisert som IR, men med små endringer kunne har vært MP. I kapittel 3.5.3 skrev jeg at noen av refleksjonsspørsmålene i Maximum 8 ble analysert med informasjon som kom rett etter oppgaven. Et av disse refleksjonsspørsmålene vises nå i *Eksempel 7*. Refleksjonsspørsmålet stiller et åpent spørsmål der elevene selv må finne en måte å svare på. Med kriteriene hentet fra Brehmer et al. (2016) hadde oppgaven blitt satt til et MP. Det som gjør at oppgaven likevel ikke er kategorisert som et MP, er den første informasjonen som kommer etter oppgaven, som er et løsningsforslag.

#### EKSEMPEL 7

<b>LÆREBOK</b>	Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 43).
<b>OPPGAVE</b>	Refleksjonsspørsmål 19 på side 43. 
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	Ingen
<b>PLASSERING</b>	Ikke analysert
<b>KATEGORI</b>	IR
<b>KOMMENTAR</b>	Står i delkapitlet <i>Brøkgregning</i> . Må ses i sammenheng med løsningsforslaget som kommer rett etterpå i samme fagtekst som sier; Når vi utvider brøkene slik at de får like nevner, kan vi klare å legge dem sammen. 
<b>HVORFOR</b>	I seg selv, og ut fra de fire kriteriene for MP, ville oppgaven blitt kodet til et MP. Men siden boka selv gir løsningsforslaget innad i samme fagtekst, har det blitt satt et unntak i rammeverket, slik at oppgaven har blitt kodet til å kreve IR. Dette begrunnes med at elevene kan se løsningsforslaget i arbeidet med dette refleksjonsspørsmålet.

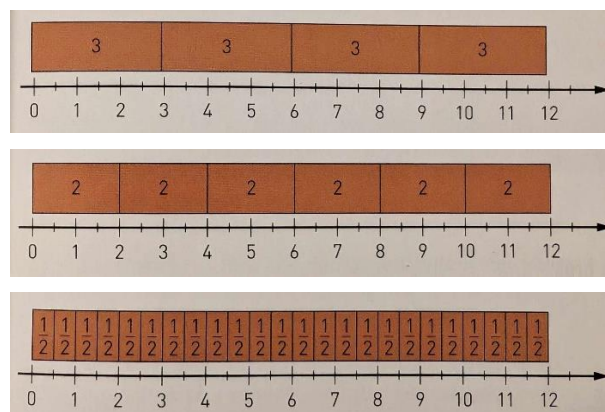


Oppgaven i *Eksempel 7* er den andre av tre refleksjonsspørsmål i Maximum 8, som kunne ha vært MP hadde det ikke vært for informasjon rett etter oppgaven, som enten guider eller gir elevene svaret på oppgaven. Med disse oppgavene ble en tilpassing gjort i rammeverket, slik at de ikke kunne bli kategorisert til å kreve KR. Den første av de tre refleksjonsoppgavene finner sted i fagteksten på side 13 (Tofteberg et al., 2020). I den oppgaven møter elevene regnerekkefølgen for første gang. Rett etter oppgaven i samme fagtekst kommer teori om regnerekkefølgen som gjør at oppgaven kan løses med IR. Den tredje oppgaven omhandler tall  $< 1$  på standardform, og finner sted på side 74 (Tofteberg et al., 2020). Her er det ikke guiding innad i fagteksten som i de to andre refleksjonsspørsmålene, men i en egen boks rett etterpå kalt *Slik skriver du det*, der et løsningsforslag vises.

Utover oppgavene fra Maximum 8 der endringer ble gjort i rammeverket, finnes det flere oppgaver hvor guiding før eller i oppgaven gjør at det kreves IR, i stedet for KR hvis ikke guiding hadde funnet sted. Dette følger tekst-guidet IR som er en del av imitativ resonnering. I *Eksempel 8* vises en oppgave fra Matemagisk 8, der oppgaven inneholder divisjon med brøk, som er originalt i denne boka. Denne oppgaven hadde blitt satt som et MP hadde det ikke vært for tegningene som følger med de tre første leddoppgavene som gir svaret til oppgavene. 2.10 a og b er allerede kjent divisjon for elevene fra barneskolen, men i leddoppgave c introduseres divisjon med brøk. Tilhørende tegning som viser hvordan man kan dele  $\frac{1}{2}$  på en tallinje opp til 12, gjør at elevene får en fremgangsmåte og fungerer her som et løsningsforslag. Dette gjør at oppgaven blir satt til å kreve IR i stedet for KR.

#### **EKSEMPEL 8**

<b>LÆREBOK</b>	Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020a, s. 55)
<b>OPPGAVE</b>	2.10 Maria skal kjøpe 12 m med stoff. Hvor mange lengder med stoff må hun kjøpe hvis hver lengde er; a 3 m? b 2 m? c $\frac{1}{2}$ m? d $\frac{1}{3}$ m? e $\frac{2}{3}$ m?
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	Ingen
<b>PLASSERING</b>	Ikke analysert
<b>KATEGORI</b>	IR
<b>KOMMENTAR</b>	Står i delkapitlet <i>Brøk</i> . Oppgave 2.10 a-c inneholder hver sin tegning med løsningsforslag elevene kan bruke.



**HVORFOR**

Oppgave 2.10 c er første gang divisjon med brøk blir presentert i boka. Grunnet tegningen som følger med oppgaven, og de to tidligere tegningene, blir dette en oppgave der elevene bare kan se svaret på tegningen. De to andre oppgavene 2.10 d og e, har ikke tilhørende tegning, men de kan løses med å bruke løsningseskjemaet vist i tegningen tilhørende oppgaven 2.10 c.

Oppgaven i *Eksempel 8* har tydelig intern guiding med tallinjene der svaret gis. Hadde disse tegningene ikke vært inkludert, ville 2.10 c blitt satt som et MP, men 2.10 d-e ville fortsatt bare krevd IR, siden de fortsatt følger 2.10 c.

**4.3.4 Bredt spekter av oppgaver basert på kontekst**

For å avslutte presentasjonen av ulike oppgaver, ønsker jeg å vise til det brede spekteret av MP som finnes i lærebøkene. Dette gjøres ved å se på kontekstene til oppgavene, der de vil bli satt til en av de fire kontekstene personlig, yrkesmessig, samfunnsmessig eller vitenskapelig (PISA, 2013, s. 37). Totalt 5 MP'er blir presentert her. De to første oppgavene fra Matematikk 8 som trekkes frem har ganske ulik kontekst. Oppgave 1.15 b) i *Eksempel 9* er en vitenskapelig matematisk oppgave, mens 1.46 ●●● i *Eksempel 10* har en personlig kontekst, der oppgaven viser til at eleven selv drar på kino med venner, der spørsmålet omhandler personlig økonomi.

**EKSEMPEL 9**

<b>LÆREBOK</b>	Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 17)
<b>OPPGAVE</b>	1.15 b) Kall tallet for $t$ . Skriv opp et uttrykk som beskriver regneoperasjonene. Hva er det som gjør at du får samme svar uansett hvilke tall du tenker på?
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	Ingen
<b>PLASSERING</b>	Slutten

<b>KATEGORI</b>	KR
<b>KOMMENTAR</b>	Må ses i sammenheng med 1.15 a) som er: Tenk på et tall. Multipliser det med 2. Legg til 6. Trekk fra tallet du tenke på. Legg til 4. Trekk fra tallet du tenkte, på én gang til. Hvilket svar får du?  Denne oppgaven er kategorisert som IR. Oppgaven sier akkurat hva du skal gjøre, steg for steg.
<b>HVORFOR</b>	Oppgaven krever KR på grunn av to ting. Den første er at å skrive uttrykk med $t$ eller andre variabler, ikke har blitt presentert tidligere i læreboka. For det andre spør oppgaven et åpent spørsmål som krever god forståelse av matematiske regneoperasjoner. Spørsmålet leder deg ikke på en fast vei som for eksempel 1.15 a) gjør, med å si akkurat hva du skal gjøre, men 1.15 b) spør deg etter en forklaring om hvorfor det er sånn. Hvis elevene forstår dette, har de kommet godt på vei til kunne regne mer avansert algebra senere. Oppgaven krever global KR.

#### **EKSEMPEL 10**

<b>LÆREBOK</b>	Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 40)
<b>OPPGAVE</b>	1.46 Du og fire venner går på kino. Du legger ut for fem kinobilletter på til sammen 550 kr. En av de andre kjøper popkorn og vann til alle. Hun betaler 425 kr. Dere har blitt enige om at du skal betale 25 kr mindre enn de andre. De fire andre skal betale like mye. Hvordan kan dere gå frem når dere skal gjøre opp?
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	●●●
<b>PLASSERING</b>	Midten
<b>KATEGORI</b>	KR
<b>KOMMENTAR</b>	Står i delkapitlet <i>Multiplikasjon og divisjon med negative tall</i> . 1.46 ● og ●● har blitt kategorisert som IR, som i motsetning til 1.46 ●●● ikke er åpne oppgaver. De spør om et spesifikt svar og inneholder nøkkelord som kan peile elevene inn på en algoritme.
<b>HVORFOR</b>	Denne oppgaven har mye informasjon som eleven må tolke. Når eleven har lest oppgaven er det ingen intuitiv fremgangsmåte for å nå svaret. Det er heller ingen vanlige nøkkelord som <i>mer</i> , <i>mindre</i> , <i>til sammen</i> eller <i>gjennomsnitt</i> som peiler eleven inn på en algoritme. Her må eleven tenke seg om for å svare. Det er heller ingen av eksemplene i introduksjonen som bruker tekstoppgave, der alle har vitenskapelig matematisk kontekst. Oppgaven krever lokal KR, da flere av regneoperasjonene som utføres er matematikk elevene kan fra før.

Oppgaven i *Eksempel 9* er en oppgave med vitenskapelig kontekst der elevene kun behøver å bruke tall, variabler og regneoperasjoner for å svare på oppgaven. Hele oppgaven befinner seg innenfor matematikkverdenen, som er en av mulige kontekster innenfor vitenskapelig kontekst (PISA, 2013, s. 37). Oppgaven krever global KR som betyr at hele oppgaven krever KR, i motsetning til lokal KR hvor bare deler av oppgaven krever KR som i *Eksempel 10*, der flere av regneoperasjonene kan gjennomføres med tillærte algoritmer. Konteksten i *Eksempel 10* er personlig, ved at oppgaven referer til «du» og vennegjengen som drar på kino, og skal gjøre opp for betaling. Personlig finansiering er en av mulige kontekster innenfor kategorien personlig (PISA, 2013, s. 37).

I *Eksempel 11* vises en oppgave fra Maximum 8 som i likhet med *Eksempel 9* er en vitenskapelig matematisk oppgave, der kun matematikkverdenen trengs for å løse oppgaven. I denne oppgaven må elevene først forstå problemet, før de kan finne en fremgangsmåte som kan gi riktig svar. Elevene kan selvfølgelig faktorisere alle tallene mellom 1-100, og med det fullføre oppgaven med hjelp av IR. Men det å forstå at man kan begynne med faktorene, og slik produsere det tallet under 100 med flest faktorer, vil gi god matematisk forståelse for elevene.

#### **EKSEMPEL 11**

<b>LÆREBOK</b>	Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 26)
<b>OPPGAVE</b>	1.26 b) Finn det tallet mellom 1 og 100 som har flest faktorer.
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	Ingen
<b>PLASSERING</b>	Først
<b>KATEGORI</b>	KR
<b>KOMMENTAR</b>	Står i delkapitlet <i>Faktorisering og brøkgregning</i>
<b>HVORFOR</b>	Oppgaven gir lite informasjon om hvordan den skal løses. Det eneste den sier er at elevene må finne et tall. Det er dermed et problem som elevene selv må finne en måte å løse på. Hvordan et tall faktorereres har blitt presentert, men det å bruke denne informasjonen til å begrunne hvilket tall som har flest faktorer krever KR. Siden elevene skal kunne faktorisering av tall før denne oppgaven kreves lokal KR her.

Det neste eksemplet er en standard problemløsningsoppgave med et fast mønster, som følges over flere dager. Et slikt mønster har ikke forekommet tidligere i Matematikk 8. Oppgave 1.50 i Matematikk 8 har en samfunnsmessig kontekst. Selv om oppgaven baserer seg på personer,

er ikke fokuset personlig, men på samfunnet på en øy. Dette kan sammenliknes med oppgaven *ROCK CONCERT* vist til i kapittel 2.5 som har en samfunnsmessig kontekst.

#### **EKSEMPEL 12**

<b>LÆREBOK</b>	Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 41)
<b>OPPGAVE</b>	1.50 Til teltplassen på en øy kom det 10 gjester den første dagen teltplassen var åpen for sesongen. 2 gjester dro tilbake den samme kvelden. Den andre dagen kom det 12 gjester, men 3 dro tilbake samme kveld. Dette mønsteret fortsatte. Hvor mange gjester var det på teltplassen på slutten av den sjuende dagen?
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	Ingen
<b>PLASSERING</b>	Slutten
<b>KATEGORI</b>	KR
<b>KOMMENTAR</b>	Står i delkapitlet <i>Multiplikasjon og divisjon med negative tall</i> .
<b>HVORFOR</b>	Dette er en meget tradisjonell problemløsningsoppgave som bygger på mønster som elevene må identifisere. Mønsteret elevene må finne omhandler økningen av personer som kommer og forlater teltplassen hver dag. Dette er nødvendig informasjon elevene må forstå før de kan løse oppgaven. Elevene må så finne ut hvordan de skal løse problemet som er hvor mange personer det er på slutten av dag sju. Her er det flere fremgangsmåter elevene kan benytte, som tegning og tallregning. Her kreves global KR.

I *Eksempel 13* vises en oppgave med en yrkesmessig kontekst. I likhet med oppgaven *CARPENTER* fra PISA vist i kapittel 2.5 er konteksten en snekker. Fra *CARPENTER* var det en snekker som skulle bygge noe, mens i *Eksempel 13* er det en møbelsnekker som har bygget noe. Oppgaven er i seg selv en problemløsningsoppgave med flere løsninger.

#### **EKSEMPEL 13**

<b>LÆREBOK</b>	Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 26)
<b>OPPGAVE</b>	? oppgave 7 s. 26. En av ekstraoppgavene. F 7 En møbelsnekker lager krakker med 3 bein og bord med 4 bein. I løpet av en dag monterer hun totalt 35 bein. Hvor mange krakker og hvor mange bord kan hun ha lagd?
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	Ingen
<b>PLASSERING</b>	Midten
<b>KATEGORI</b>	KR
<b>KOMMENTAR</b>	Står i delkapitlet <i>Flere regnearter på en gang</i> .
<b>HVORFOR</b>	Oppgaven er en problemløsningsoppgave med tre ulike løsninger. Elevene må også her forstå problemet før de finner en fremgangsmetode for å få et av de

riktige svarene. Liknende regnestykker som  $2 * 3 + 4 * 5$  har blitt presentert tidligere, men siden det er tre mulige svar kreves KR for å finne alle tre.

Av disse fem eksemplene vises det til oppgaver med fire ulike kontekster. *Eksempel 9* og *11* har en vitenskapelig kontekst, *Eksempel 10* har en personlig kontekst, *Eksempel 12* har en samfunnsmessig kontekst, og *Eksempel 13* har en yrkesmessig kontekst. Det er alle de fire ulike kontekstene som PISA beskriver (PISA, 2013, s. 37). Alle disse 5 oppgavene er MP'er, og er ment til å vise et bredt spekter av ulike MP'er med forskjellige kontekster.

## 4.4 Oversikt over alle MP

Av 2037 oppgaver analysert, ble 87 matematiske problemer identifisert på tvers av de tre bøkene Matematikk 8, Maximum 8 og Matemagisk 8. I dette delkapitlet vil MP'ene bli listet opp bok for bok, og satt under hovedoppgaver eller ekstraoppgaver. Fra Matematikk 8 er det 21 MP'er som blir vist først. Etter dette kommer de 27 MP'ene fra Maximum 8, og til slutt blir de 39 MP'ene fra Matemagisk 8 listet opp. Listene blir kort forklart i hvert sitt avsnitt.

Fra det første kapitlet i Matematikk 8 er det 12 hovedoppgaver og 9 ekstraoppgaver som er satt som MP. Se *Tabell 18* for komplett liste av disse. Det er fire oppgaver markert med vanskelighetsgraden ●●●. På alle disse fire oppgavene er det to tilsvarende oppgaver markert med samme tall, bare med vanskelighetsgradene ● og ●●. Dette er vedlagt for å vise hvilken av de tre oppgavene det er snakk om. Av ekstraoppgavene er alle oppgavene markert med enten ► eller ?. Dermed er sidetallet lagt med for å vise hvilken oppgave det er snakk om. I den ene fellesoppgaven er x av y brukt, ettersom det var to fellesoppgaver på denne siden. Der skrives det 1 av 2 for å markere at den første fellesoppgaven er MP.

I kapittel 1 fra Maximum 8 er det 27 matematiske problemer. 23 av hovedoppgavene og 4 av ekstraoppgavene er MP. De blir listet opp i *Tabell 19*. I motsetning til Matematikk 8 brukes ikke ) bak oppgavens bokstav. Dette skyldes at Maximum 8 selv ikke bruker ), mens Matematikk 8 bruker ). Angående vanskelighetsgrad er det ikke vist til i tabellen, ettersom oppgavene med vanskelighetsgrad i Maximum 8 er delt med tall eller bokstaver, slik at vanskelighetsgrad ikke trengs for å vise til hvilken oppgave det gjelder. De tre oppgavene markert med Aktivitet kommer fra oppgavetyperne *Praktiske aktiviteter* og *utforskningsoppgaver*. Ekstraoppgavene er alle markert med RS, da de er refleksjonsspørsmål. Likt med Matematikk 8 er at disse er markert med sidetall for å vise til hvilken oppgave det

gjelder. X av y er brukt når det er to spørsmål innad i samme fagtekst, for å vise til hvilket av de to spørsmålene som er MP.

Fra Matemagisk 8 er det 39 matematiske problemer fra kapittel 1 og 2. Av de er det 29 hovedoppgaver og 10 ekstraoppgaver som er MP. Se *Tabell 20* for komplett liste. Heller ikke i denne boken brukes det ) bak bokstavene, slik at dette uteblir fra listen. De to løypene Topptur og Ekspedisjon har blitt analysert som vanskelighetsgrad, og oppgavene fra disse løypene er markert med TT og E. Alle ekstraoppgavene er markert med SM, siden oppgavene heter Snakke matte, samt sidetall for å skille de, ettersom disse oppgavene ikke er tydeligere skilt. Samme som i de andre bøkene brukes x av y når det er flere ekstraoppgaver på en side.

<b>Matematikk 8</b>	
Hovedoppgaver	Ekstraoppgaver
1.15 b)	▶ på s. 22
1.29●●●*	? på s. 24
1.46●●●	? 1 av 2 på s. 26**
1.50	? på s. 52
1.69●●●	▶ på s. 69
1.93●●●	? på s. 74
1.129	? på s. 80
1.141	? på s. 83
1.142 a)	? på side 89
1.142 b)	
Underveisvurdering 1 - 13 b)	
Tverrfaglig oppgave 1 - Punkt 11	

Tabell 18 Alle MP i kapittel 1 fra Matematikk 8

\* Vanskelighetsgrad

\*\* To ? på denne siden, den første er et MP

<b>Maximum 8</b>	
Hovedoppgaver	Ekstraoppgaver
1.26 b	RS på s. 47**
1.33 f	RS 2 av 2 på s. 49
1.34	RS på side 51
1.38	RS på side 61
1.45	
1.50	
1.79	
1.82 e	
1.90	
1.99 c	
1.99 d	
1.103 påstand 2*	
1.107	
Aktivitet s. 64-65	
Aktivitet s. 68 Del 2 a	
Aktivitet s. 68 Del 2 b	
1.135 e	
1.140	
1.141	
1.146 a	
1.153 a	
1.155	
1.156	

Tabell 20 Liste av MP i kapittel 1 i Maximum 8

\*Oppgaven består av 6 påstander

\*\*RS står for refleksjonsspørsmål

<b>Matemagisk 8</b>	
Hovedoppgaver	Ekstraoppgaver
1.9 a	SM 2 av 2 på s. 31****
1.38 h	To spørsmål*****
1.53 b	SM 1 av 3 på s. 32
1.53 c	SM på s. 36
1.54 c	SM del 2 på s. 39
1.57 e	SM 1 av 2 b på s. 56
TT 2 b på s. 43*	SM 1 av 3 a på s. 74
TT 2 f på s. 43	SM 2 av 3 på s. 74
SD 2 c på s. 59**	SM 3 av 3 a på s. 74
2.36 c	SM på s. 91
2.39 c	
2.40 d	
2.40 e	
2.41 a	
2.45 a	
2.45 c	
2.62 j	
2.63 f	
2.65 a	
2.65 b	
2.66	
2.72 e	
2.72 f	
2.88	
TT 2 på s. 95	
TT 4 på s. 95	
E 4 a på s. 97***	
E 4 d på s. 97	
E 5 på s. 97	

Tabell 19 Liste av MP i kapittel 1 i Matemagisk 8

\* TT står for Topptur

\*\*SD står for Smoothie til dessert som er en oppgavetype

\*\*\* E står for Ekspedisjon

\*\*\*\*SM står for Snakke matte, 2 av 2 da det er to SM på siden

\*\*\*\*\* To spørsmål i denne oppgaven, der begge regnes som MP



## 5. Diskusjon

I dette kapitlet vil problemstillingen og forskningsspørsmålene diskuteres opp mot funn, resultater, teori og tidligere forskning. Før dette diskuteres, trekkes problemstillingen og de tre tilhørende forskningsspørsmålene frem. Problemstillingen lyder slik;

*Hva karakteriserer fordelingen av matematiske problemer i de første kapitlene i tre norske lærebøker for 8. trinn?*

Matematiske problemer er kjernen i problemstillingen, og er det som har blitt analysert i de tre valgte lærebøkene for 8. trinn. I disse bøkene er det de første kapitlene som er analysert, og oppgavene i bøkene er analysert etter tre forskningsspørsmål, som er ment for å karakterisere fordelingen av MP. Det første spørsmålet handler om hvor stor andel av oppgavene som kan klassifiseres som et MP. Det andre forskningsspørsmålet går på hvilken plassering MP'ene har innad i et delkapittel. Det siste forskningsspørsmålet spør etter hvilken vanskelighetsgrad MP'ene innehar. Disse tre forskningsspørsmålene vil være utgangspunkt for videre diskusjon, og kapitlet deles i tre deler etter spørsmålene.

### 5.1 Andel oppgaver klassifisert som MP

I denne studien ble 2037 oppgaver analysert, og bare 87 av dem ble klassifisert som MP. Det vil si 4,3 % av alle oppgaver. Ser man nærmere på hver enkelt lærebok, da elevene mest sannsynlig kun arbeider i en bok, er funnene relativt lave for alle bøkene. Av oppgavene i kapittel 1 i Matematikk 8 er det 3 % MP. Det er litt høyere andel i kapittel 1 i Maximum 8, med 4,5 %. Høyest andel finner vi samlet i kapittel 1 og 2 i Matemagisk 8 med 5,4 % MP, men som kjent har kapittel 1 kun 4 % MP, mens kapittel 2 har 6,5 % MP. Disse funnene kan diskuteres opp mot problemløsning i læreplanen for matematikk, samt hvordan bøkene selv beskriver sitt innhold av problemløsning. I læreplanen for matematikk har problemløsning en sentral plass i *Fagrelevans og sentrale verdier*, der det står at arbeid med problemløsning vil bidra til at elevene blir mer bevisst på egen læring, samt bidrar til å utvikle utholdenhet og selvstendighet (Kunnskapsdepartementet, 2019a). Av kjerneelementene er *Utforskning og problemløsning* det første elementet, som bidrar til å vise hvordan læreplanen vektlegger problemløsning (Kunnskapsdepartementet, 2019b). I beskrivelsene av de tre bøkene har problemløsning en sentral plass. For Matematikk 8-10 står det skrevet at de tar kjerneelementene på alvor, og via problemløsning skal elevene få utvikle sine matematiske forståelser og ferdigheter (Cappelen

Damm, u.å.). Maximum legger til rette for problemløsende matematikk, og i Matemagisk 8-10 skal elevene få utforskende aktiviteter og problemløsning (Gyldendal, u.å.a; Kongsnes & Wallace, 2020b). En konklusjon å trekke ut av dette, er at ingen av kapitlene analysert i lærebøkene har den mengden problemløsning som både læreplanen og lærebøkene har tiltenkt.

Alle oppgavene som er analysert er delt mellom hoved- og ekstra-oppgaver, der ekstraoppgavene har betydelig større andel MP enn hovedoppgavene. Ekstraoppgavene er fellesoppgavene markert med ► og ? i Matematikk 8, refleksjonsoppgavene i Maximum 8, og *Snakke matte*-oppgavene i Matemagisk 8. Av 135 ekstraoppgaver analysert, er 23 av dem MP. Noe som tilsvarer 17 % med noen forskjeller på tvers av bøkene. Av ekstraoppgavene har Matematikk 8 22 % MP, Matemagisk 8 har 17,5 % MP, mens Maximum 8 kun har 10,8 % MP. Selv om Maximum 8 har noe lavere andel enn de to andre, er det likevel betydelig høyere enn 4,3 % MP av alle oppgavene, hvert fall satt opp mot hovedoppgavene med en andel MP på 3,4 %. Mengden MP av ekstraoppgavene konkluderes dermed som tilstrekkelig i forhold til læreplanens fokus på problemløsning, samt at det oppfyller bøkens egne beskrivelse av mengden problemløsning. Av hovedoppgavene i de tre bøkene er andelen MP alt for lav, og siden hovedoppgavene står for 93 % av alle oppgavene analysert, vil elevene som oftest arbeide med oppgaver som krever IR. For lærere som ønsker problemløsning som en del av undervisning, er ekstraoppgavene en god kilde for MP i samtlige av de tre bøkene, men da mest i Matematikk 8 og Matemagisk 8.

En grunn til den lave mengden med MP i lærebøkene, kan være alle oppgavene som med små endringer hadde blitt til MP. I disse tilfellene kan det ha vært tiltenkt problemløsning fra forfatterne, som oppgavene i *Eksempel 7* og *8* i kapittel 4.3.3 som ble kategorisert til IR grunnet intern guiding. Den samme ideen om problemløsning kan være tilfellet i de tre oppgave 1.46-1.48 i Maximum 8 vist til i *Eksempel 14*. De tre oppgavene krever tilsynelatende KR, men grunnet like overflateegenskaper med tidligere oppgaver, er de satt til å kreve IR. Hadde både guiding blitt fjernet, samt flere av oppgavene fått endret plassering som oppgavene 1.46-1.48, ville andelen MP i samtlige av de tre lærebøkene økt betydelig, slik at de kunne ha oppfylt læreplanens formulering av problemløsning.

**EKSEMPEL 14**

<b>LÆREBOK</b>	Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020, s. 33)
<b>OPPGAVE</b>	1.46 Produktet av alderen til to søstre er 30. Hvor gamle kan søstrene være?  1.47 Det er 36 sjokoladebiter i en konfekteske. Det er flere forskjellige slag, men like mange biter av hvert slag. Diskuter med en annen i klassen, og finn ut hvor mange ulike slag det kan være. Hvor mange av hver er det i hvert tilfelle?  1.48 24 gullfisker er fordelt i flere enn 3 gullfiskboller. Det er like mange fisker i hver bolle. Hvor mange boller kan det være? Hvor mange fisker er det i hver bolle i hvert av tilfellene.
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	Ingen
<b>PLASSERING</b>	1.46 M 1.47-1.48 S
<b>KATEGORI</b>	IR
<b>KOMMENTAR</b>	Står i delkapitlet <i>Utforske primtallsfaktorisering</i> . Plassering er analysert grunnet tidligere plassering hadde gjort de til MP
<b>HVORFOR</b>	Alle disse tre oppgavene deler overflateegenskaper med tidligere oppgaver og teori, som gjør at de kan løses med tillærte algoritmer så lenge elevene forstår tekstopp-gaven.

En mulig konsekvens av den lave andelen MP i lærebøkene, kan være elevenes manglende mulighet til å utvikle sine evner i problemløsning. Som kjent er lærebøkene det viktigste verktøyet for læreren i både planlegging, forberedelse og gjennomføring av matematikkundervisning (Lepik et al., 2015, s. 139–141). Dermed kan lav grad av MP i lærebøkene, føre til lav grad av problemløsning i undervisning. Et viktig poeng å trekke frem, er at oppgavene analysert i denne studien, ikke nødvendigvis blir brukt i undervisning på samme måte som lærebøkene legger opp til. Lærere har autonomi over egen undervisning, hvilket betyr at de selv bestemmer hvilke oppgaver elevene skal arbeide med, og hva introduksjonen i forkant av disse oppgavene skal inneholde, hvis det i det hele tatt bør være noe introduksjon. Dette vil si at langt flere av oppgavene i lærebøkene har mulighet til å være MP, så lenge lærere trekker de frem i undervisning på en måte som gjør at oppgaven innfrir de fire kriteriene for MP. To av kriteriene vil si at lærerne ikke gir eksempler eller for mye veiledning om hvordan oppgavene kan løses. Med dette kan også lærere fjerne veiledning innad i oppgavene, som for eksempel oppgavene i *Eksempel 7* og *8* i kapittel 4.3.3. De to andre kriteriene er at elevene ikke har arbeidet med liknende oppgaver tidligere, eller ei kan memorere et løsnings-skjema. Dette kan være vanskelig å kontrollere grunnet undervisning fra tidligere skoler og andre lærere, samt at elever kan ha arbeidet med slik matematikk på egen hånd.

Lærere kan også gjøre MP'er om til oppgaver som kan løses med IR, ved å både gi for mye veiledning, samt gi eksempler i forkant slik at elevene får en algoritme å følge. Det med å gi for mye veiledning kan føre til en reduksjon av kompleksitet for eleven, kjent som tekstguidet AR, Topazeffekten eller funneling som beskrevet i kapittel 2.6. Veiledning er en viktig del av det å være en matematikklærer, men veiledningen bør ikke inneholde deler av, eller hele løsningsforslaget. Blir slik veiledningen gitt, kan kompleksiteten til matematiske problemer forsvinne, og med det muligheten for KR, som kan gi dypere matematiske forståelse for elevene enn IR.

Et annet poeng som både kan øke og minke andelen MP, er om elevene løser oppgavene med KR eller ikke. Som beskrevet i kapittel 2.2.2 er det fire aspekter av KR, der bare et av de er brukt i denne studien. Aspektet brukt i studien er *novelty*, og de tre andre aspektene er *fleksibilitet*, *plausibilitet* og *matematisk fundament*. *Novelty* har blitt brukt til å kategorisere oppgaver som MP, men for at MP'et skal løses med KR av elevene, må alle aspektene være med. En konsekvens av alle aspektene kan være at elevene bruker KR til å løse oppgaver kategorisert til IR, og motsatt med å bruke IR til å løse oppgaver kategorisert til KR. For å i størst mulig grad kunne sikre elevsvar med bruk av KR, bør læreren være bevisst på alle aspektene av KR, og oppmuntre elevene til å følge aspektene. Dette vil si åpenhet for ulike fremgangsmåter og adaptasjoner, samt argumenter forankret i iboende egenskaper for valg og implementasjon av strategi. Hvis eleven arbeidet med dette i fokus, kan elevsvarene være originale, og KR kan finne sted, noe som kan øke den totale andelen MP i lærebøkene. Hvis elevene i motsetning ikke arbeider med aspektene av KR i fokus, kan andelen MP i lærebøkene minke, da elevsvarene i større grad kan basere seg på IR.

Et siste poeng som kan øke andelen MP i lærebøkene, er fokus på oppgavens omfang i stedet for antall, som ble løftet frem i kapittel 3.5.1. Dette poenget baserer seg på hvor komplekse oppgavene er. Ut fra analysen kan jeg konkludere med at de fleste oppgavene kategorisert til IR er av lav kompleksitet, der oppgavene krever få utregninger ofte med bruk av algoritmer. For eksempel vises det til fire oppgaver i *Figur 15* i kapittel 3.5.3, der alle oppgavene kjapt kan gjennomføres med en algoritme. I motsetning til *Figur 15* er de fleste MP'ene belyst i *Eksempel 1-14* over, av større kompleksitet. De krever altså både mere tid og utregninger fra elevene. Elevene vil dermed bruke lengre tid på de fleste MP'er, enn på de andre oppgavene. Dette tilsier at den faktiske andelen MP i lærebøkene kan være noe høyere enn denne studien antyder, hvis fokuset hadde ligget på oppgavens omfang i stedet for antall.

## 5.2 Plasseringen til MP'ene i delkapitlene

Alle de matematiske problemene ble analysert etter hvor de sto i delkapitlene. Her er det store forskjeller både mellom lærebøkene, og mellom hoved- og ekstra-oppgavene. Av hovedoppgavene er både Matematikk 8 og Matemagisk 8 baktunge. Det vil si at de fleste MP'ene befinner seg på slutten av delkapitlene. Matematikk 8 har faktisk ingen MP i første del av delkapitlene, mot 2 i midten og 10 på slutten, mens Matemagisk 8 har 6 først i delkapitlet, mot 2 i midten og hele 21 på slutten av delkapitlet. En mulig konsekvens av bøkens baktunge fordeling av MP, er at færre elever faktisk får arbeide med MP'ene i lærebøkene. Som opplevd i egen praksis og som lærervikar er det vanlig at læreren gir, eller skriver opp oppgaver i stigende rekkefølge. I en slik matematikktime vil da elevene begynne i starten av delkapitlet og arbeide seg utover, som gjør at oppgavene som kommer sent i delkapitlet bare blir arbeidet med hvis elevene rekker å gjøre oppgavene i forkant. En konsekvens kan være at lærebøkens lave andel med MP, blir opplevd enda mindre for elevene, siden de fleste MP'ene er i slutten av delkapitlene til Matematikk 8 og Matemagisk 8. En annen mulig konsekvens er at elever med lavere ferdigheter i matematikk, eller elever som bare arbeider sakte, sjeldnere vil få arbeide med MP enn elever med høy matematikkompetanse, som ofte arbeider i et raskere tempo. Av MP'ene i Maximum 8 er hovedoppgavene jevnere fordelt i delkapitlene. Her er 5 MP plassert først i delkapitlene, 9 MP i midten og 9 MP på slutten. Det er fortsatt flere i enden av delkapitlene, men det er ikke like baktungt som det er i Matematikk 8 og Matemagisk 8. Med liknende arbeid i Maximum 8 som beskrevet over, kan det være større sannsynlighet at alle elever får arbeide med matematiske problemer, siden fordeling av MP'ene er jevnere.

Av ekstraoppgavene er MP'ene mye jevnere fordelt, og Matemagisk 8 er faktisk framtung når det kommer til plassering av MP'ene. I Matematikk 8 er det 3 MP først i delkapitlet, 2 i midten og 4 på slutten. Liknende jevn fordeling har Maximum 8 med 2 MP først i delkapitlet, 1 i midten og 1 på slutten. Læreboka Matemagisk 8 er utskuddet her med 9 MP plassert først i delkapitlet, 1 i midten og faktisk ingen MP plassert på slutten av delkapitlene. Grunnen til at Matemagisk 8 er framtung, skyldes at alle ekstraoppgavene i denne boka befinner seg i Fellesløypa. Av fem ulike løyper i Matemagisk 8 er det Fellesløypa som starter alle delkapitlene, slik at nesten alle ekstraoppgavene er plassert først. En konklusjon av ekstraoppgavens andel og plassering, er at flere elever vil oppleve arbeid med MP i ekstraoppgavene, enn med arbeid i hovedoppgavene.

Med endret plassering på noen av oppgavene, kunne andelen MP i de tre bøkene økt betydelig. Dette ble veldig tydelig i analysen av Maximum 8, der det opptil flere steder er oppgaver som

tilsynelatende krever KR, men grunnet like overflatestrukturer med tidligere oppgaver er de ikke MP. Dette vises i *Eksempel 14* med oppgavene 1.46-1.48 beskrevet i kapittel 5.1. Alle de tre oppgavene kan løses med tillærte algoritmer i forkant. Hadde 1.46-1.48 blitt plassert før de liknende oppgavene, kunne de ha vært MP. De kan også bli til MP hvis lærerne velger å introdusere disse oppgavene til elevene før videre arbeid med faktorisering. I *Eksempel 15* vises det til oppgavene 1.64 og 1.65, som også kan bli MP med endret plassering. Rett i forkant av disse tekstoppgavene er det fagtekster og eksempler som viser hvordan slike oppgaver med brøkgregning kan løses. Oppgavene kunne blitt plassert før introduksjonen av kapitlet, og slikt fungert som MP'er der elevene må utforske hvordan man utvider brøker. I disse oppgavene kan også lærerens autonomi gjøre disse oppgavene om til MP.

#### **EKSEMPEL 15**

<b>LÆREBOK</b>	Maximum 8
<b>OPPGAVE</b>	1.64 I en flaske er det $\frac{3}{4}$ L vann, og i en mugge er det $\frac{1}{3}$ L vann. Hvor mye vann er det til sammen? Lag en tegning, og forklar en annen elev hvordan du har tenkt. 1.65 Ida, Simen og Anne vinner en sum penger. Ida får $\frac{2}{5}$ av pengene, og Simen får $\frac{1}{4}$ av pengene. Hvor stor brøkdel av pengene får Anne?
<b>VANSKELIGHETSGRAD</b>	Ingen
<b>PLASSERING</b>	Midten
<b>KATEGORI</b>	IR
<b>KOMMENTAR</b>	Plassering ses på grunnet at endring av plassering kunne gjort oppgaven til et MP.
<b>HVORFOR</b>	Disse to oppgavene står på side 45 i Maximum 8 (Tofteberg et al., 2020). Side 43 og 44 inneholder fagtekster som forklarer hvordan man skal utvide brøker, finne minste felles multiplum og regne ut to brøker med ulik nevner. Sidene inneholder også oppgaver der elevene trener på det som står i fagtekstene. Alt dette gjør at oppgavene 1.64 og 1.65 kan løses med tillærte algoritmer. Begge oppgavene er dermed kodet til IR

I analysen av Maximum 8, ble det reagert på at første MP ble funnet etter 155 oppgaver, som tilsvarer over en fjerdedel av kapitlet. I motsetning kommer første MP i Matematikk 8 etter 9,6 % av oppgavene i kapitlet, og etter 6 % av oppgavene i kapittel 1 og 2 i Matemagisk 8.

Hadde MP'ene vært jevnt plassert gjennom kapitlet, burde første MP kommet etter; 4,7 % av kapittel 1 i Matematikk 8, 3,7 % av kapittel 1 i Maximum 8, og 2,6 % av kapittel 1 og 2 i Matemagisk 8. Dette viser at alle bøkene har første MP plassert litt sent, men det er spesielt sent i Maximum 8. Denne sene plasseringen anses som negativt, da elevene som følger denne læreboka kan risikere å måtte vente en god stund før første mulighet for problemløsning. Plasseringen av første MP i Matematikk 8 og Matemagisk 8 virker mer naturlig, sammenliknet med andelen MP i de bøkene. At første MP kommer litt sent i bøkene kan forklares med at de første delkapitlene på 8. trinn kan virke repeterende fra emner på barneskolen. En annen forklaring kan være at kapitlene i bøkene generelt er baktunge med tanke på MP, slik at majoriteten av MP'ene kommer i senere delkapitler. Den andre forklaringen virker mer naturlig, på grunn av plasseringen til første MP i kapittel 1 og 2 i Matemagisk 8 viser liknende tendenser. I kapittel 1 kommer første MP etter 13,5 % av oppgavene, mens i kapittel 2 kommer første MP etter 12,4 % av oppgavene. Basert på at kapittel 2 har større andel MP enn kapittel 1, kommer i realiteten første MP i kapittel 2 senere enn i kapittel 1. Men for å konkludere med at hovedkapitlene generelt er baktunge, er det et behov for mere forskning.

### 5.3 Vanskelighetsgraden på MP'ene

Både Matematikk 8 og Maximum 8 har tilnærmet lik bruk av vanskelighetsgrad, der et fåtall av oppgavene er delt i tre ulike vanskelighetsgrader. Matemagisk 8 har ingen oppgaver med liknende fordeling av vanskelighetsgrad, men av fem ulike løyper er to av løypene beskrevet som svært utfordrende, og at oppgavene i de går utover det som er forventet av trinnet. De to løypene er Topptur og Ekspedisjon, og de tre andre løypene er Fellesløypa, Følg stien og Terrengløypa. Oppgavene i de to førstnevnte løypene blir sett på som høyere vanskelighetsgrad i denne studien, og blir sammenliknet mot oppgavene i de tre andre løypene. Liknende med Matematikk 8 og Maximum 8, er det bare et fåtall av oppgavene i Matemagisk 8 som har vanskelighetsgrad, da de to løypene Topptur og Ekspedisjon både er kortest av de fem løypene, men også de det er færrest av.

Samtlige lærebøker har MP'ene i størst grad på høyere vanskelighetsgrad. I Matematikk 8 er det kun MP på vanskelighetsgrad 3, mens i Maximum 8 er det MP på både middels og høy vanskelighetsgrad. Ingen av bøkene har MP på den laveste vanskelighetsgraden. Liknende funn finnes i Matemagisk 8 der de to løypene Topptur og Ekspedisjon har mye høyere andel MP enn resten av hovedoppgavene, samt ekstraoppgavene. En konklusjon av dette sammen med den

baktunge plasseringen av MP'ene, er at samtlige lærebøker anser MP som vanskelig. Vanskelig i den forstand av bare høyt presterende elever bør arbeide med MP. Fjerner man MP'ene med høy vanskelighetsgrad, for å se andelen MP som blir igjen for elevene som velger å arbeide på lavere vanskelighetsgrad, faller andelen MP i; Matematikk 8 fra 3 % til 2,4 %, Maximum 8 fra 4,5 % til 3,8 %, Matemagisk 8 fra 5,3 % til 4,4 %. En konklusjon av dette er at lærebøkene ikke tilrettelegger til arbeid med problemløsning for elever med lavere prestasjoner i matematikk. Med tanke på at antall lavt presterende elever i matematikk har økt fra 19 % til 31 %, kan dette ha stor ringvirkning for disse elevene (Jensen et al., 2023, s. 1). Gjennom erfaring fra praksis og som lærervikar, er det en korrelasjon mellom hvilken vanskelighetsgrad elevene velger, og deres resultater på matematikkprøver. At lavpresterende elever da kan oppleve arbeid med færre MP, kan virke negativ for deres motivasjon, samt resultater i andre fag (Herges et al., 2017, s. 100; Mirza & Hussain, 2014, s. 36; PISA, 2014, s. 67–70). Motsatt vil elevene som velger å arbeide med høyere vanskelighetsgrad, oppleve å arbeide med flere MP'er. Dette kan ha en positiv effekt for disse elevene, både på motivasjon samt resultater i andre fag.

En effekt av fordelingen av MP i lærebøkene, er at det kan forsterke skillene i resultater og motivasjon mellom elevene. Høyt presterende elever kan arbeide med flere MP'er enn lavt presterende elever. Arbeid med problemløsning viser positiv korrelasjon med både motivasjon og prestasjoner, slik at den større mengden MP for høyt presterende elever kan virke mer forsterkende enn for lavt presterende elever. Antar man at høyt presterende elever får arbeide med alle MP'ene i bøkene, mens elevene som presterer lavt ikke får arbeide med MP'ene på høy vanskelighetsgrad eller som står på slutten av delkapitlene, blir skillet i andelen MP betydelig høyt. Når dette fjernes kan lavt presterende elever få arbeide med en andel MP av alle oppgavene på 0,7 % i Matematikk 8, og 2,5 % i både Maximum 8 og Matemagisk 8. Dette er ekstreme fall fra andelen MP av alle oppgavene, spesielt i Matematikk 8. I Matematikk 8 er det igjen 5 MP, som alle er ekstraoppgaver, slik at lavt presterende elever kan arbeide med 0 MP hvis de ikke arbeider med høyere vanskelighetsgrad, oppgaver plassert på slutten av delkapitlene eller ekstraoppgaver. I Maximum 8 og Matemagisk 8 blir det igjen MP'er til elevene som kan havne i den nevnte uheldige situasjonen. I Maximum 8 vil andelen MP falle til 2 %, og i Matemagisk 8 vil andelen MP falle til 1,1 %. Med disse funnene kan det konkluderes med at lærebøkene ikke tilrettelegger for mulighet til problemløsning for lavt presterende elever. For å minke forskjellen mellom andelen MP for høyt og lavt presterende elever bør lærebøkene øke mengden MP, spesielt med lavere vanskelighetsgrad, samt plassere MP'ene tidligere i delkapitlene. En oppgave kan fortsatt være en original utfordring for elevene



uten at det er økt mengde med beregninger, som ofte er forskjellen mellom oppgaver på lavere og høyere vanskelighetsgrad.

En siste konklusjon av fordelingen MP i lærebøkene, er at det er opp til lærerne å gi tilstrekkelig trening i problemløsning for elevene. Lærebøkene har som vist til i denne studien veldig lav andel MP, og da spesielt tidlig i delkapitlene og på lavere vanskelighetsgrad. For å dermed oppfylle læreplanens formulering av problemløsning, kan ikke læreboka følges slik den står. Læreren må bruke sin autonomi for å tilrettelegge for problemløsning.

## 5.4 Limitasjoner ved studien

Studien sammenlikner kun oppgaver med tidligere oppgaver, eksempler og andre løsningsforslag innad i samme lærebok. Studien tar ikke høyde for elevsvar, undervisning fra tidligere skoler, læreres undervisning eller elevenes egne interesser, noe som kan minke mengden MP i lærebøkene. Læreren, medelever eller foreldre kan også deproblematiskere en oppgave, slik at et MP blir til en oppgave som kan løses med IR, som også kan minke mengden MP i lærebøkene. Hvordan læreren legger opp til arbeid med lærebøkene kan også endre mengden MP i lærebøkene betydelig, siden læreren kan velge å la elevene arbeide med oppgaver som kommer sent i delkapitlene først, i stedet for å følge lærebokens progresjon fra start til slutt.

En annen limitasjon til studien, er hvilke kapitler og temaer som er analysert. Regnestrategier og de fire regnearter dominerer kapitlene som er analysert, noe som også er emner som blir arbeidet med mye på barneskolen. Andre emner på ungdomsskolen som elevene har arbeidet med mindre fra før, kan gi ulik andel MP. På grunn av dette kan ikke denne studien generalisere for andelen MP for hele lærebøker, eller ei lærebøkene for 9. og 10. trinn.

En siste limitasjon, som har vært et problem i denne studien, er å vite hva som har blitt lært fra barneskolen. Fra barneskolen til ungdomsskolen, kan elevene bytte lærebokserie, og på flere ungdomsskoler kan elevene komme fra barneskoler med ulike lærebokserier. I stedet for å da analysere oppgavene i Matematikk 8 opp mot oppgavene i Matematikk 5-7 fra barneskolen, har oppgavene blitt analysert opp mot læreplanen, som er et krav at all skolens praksis skal følge. Andre studier kan analysere oppgaver opp mot tidligere lærebøker, i stedet for læreplanen og diskutere hvorfor det gir mer gunstige resultater.

## 6. Avslutningen

Denne studien har hatt som formål å analysere fordelingen av matematiske problemer, i de første kapitlene i lærebøkene Matematikk 8, Maximum 8 og Matemagisk 8. Dette har blitt analysert etter en problemstilling og tre forskningsspørsmål. Problemstillingen lyder slik;

*Hva karakteriserer fordelingen av matematiske problemer i de første kapitlene i tre norske lærebøker for 8. trinn?*

De tre forskningsspørsmålene er ment for å videre karakterisere fordelingen av de matematiske problemene, etter først hvor stor andel av oppgavene som kan klassifiseres som MP (matematisk problem), så videre i vanskelighetsgraden, og plasseringene til MP'ene innad i delkapitlene. I analysen ble det gjort et skille mellom hoved- og ekstra-oppgaver. Hovedoppgaver er majoriteten av oppgaver markert med tall, med noen unntak. Ekstraoppgavene har en likhet mellom de tre bøkene, med at de er markert likt, uten et videre skille mellom dem. I Matematikk 8 er det oppgavene markert med ► og ?, i Maximum 8 er det refleksjonsspørsmålene og i Matemagisk 8 er det oppgavene kalt *Snakke matte*.

Funn fra denne studien viser at det er mye større andel MP i ekstraoppgavene enn i hovedoppgavene, men i sum er det svært liten andel MP, der Matematikk 8 har færrest og Matemagisk 8 har flest. En konklusjon av dette er at ingen av lærebøkene oppfyller formuleringene av problemløsning i læreplanen, og at lærerne selv står ansvarlig for arbeid med problemløsning i undervisning. Av plassering på MP'ene innad i delkapitlene er det en del forskjeller mellom bøkene, og mellom hoved- og ekstra-oppgavene. Av hovedoppgavene er Matematikk 8 og Matemagisk 8 baktunge, mens Maximum 8 er mer jevnt fordelt med litt færre først i delkapitlet. Av ekstraoppgavene er Matematikk 8 og Maximum 8 jevnt fordelt, mens Matemagisk 8 er framtung som skyldes at *Snakke matte*-oppgavene kun er i den første løypa i hvert delkapittel. I sum av alle MP'ene er Matematikk 8 baktung, mens Maximum 8 er jevnt fordelt, og Matemagisk 8 har flest i starten og slutten av delkapitlet, med få i midten. En konklusjon av dette er at bøkene behandler plasseringen av MP svært ulikt, og at det er positivt at Maximum 8 har jevn fordeling, og at Matemagisk 8 har stor andel MP tidlig i delkapitlene. Dette skyldes at oppgaver som kommer tidlig i delkapitlene har, fra erfaring, større sannsynlighet for å bli arbeidet med av elevene. Dette vil si at MP'ene som kommer sent i delkapitlene har mindre sannsynlighet for å bli arbeidet med, som gjør at svært mange av MP'ene i Matematikk 8, og for så vidt i Matemagisk 8 er mindre sannsynlig å bli arbeidet med.

Funn fra hvilken vanskelighetsgrad MP'ene har, viser at de fleste MP'ene har høyere vanskelighetsgrad. I Matematikk 8 er det kun MP med høy vanskelighetsgrad, mens i Maximum 8 er det både MP på høy og middels vanskelighetsgrad. Ingen av disse bøkene har MP med lav vanskelighetsgrad. Matemagisk 8 har ikke liknende deling av vanskelighetsgrad som de to andre bøkene, med de to siste av fem løyper med oppgaver kalt Topptur og Ekspedisjon, er i denne studien satt til å være av høyere vanskelighetsgrad. Funn fra Matemagisk 8, viser at disse løypene inneholder langt større andel MP enn de andre løypene. En konklusjon av vanskelighetsgraden til MP'ene, er at lærebøkene behandler MP som noe vanskelig, som er forbeholdt høyt presterende elever i matematikk. En felles konklusjon av MP'enes vanskelighetsgrad og plassering, er at lavt presterende elever vil få arbeide med færre MP enn høyt presterende elever. Dette skyldes at lavt presterende elever ofte velger å arbeide på lavere vanskelighetsgrad, og sjeldnere rekker å arbeide med oppgavene som kommer på slutten av delkapitlet.

Denne studien analyserer kun oppgavene opp mot det som står tidligere i læreboka, og kompetansemål i læreplanen fra barneskolen. Hvordan læreren legger frem oppgavene, eller hvordan elevene faktisk løser oppgavene er det ikke tatt høyde for. Til videre forskning kan man se på om MP'ene i lærebøkene faktisk blir arbeidet med som MP i undervisning, og om lærerne enten minker mengden MP med deproblematisering, eller øker mengden MP ved å enten ikke introdusere temaet, eller la elevene arbeide med oppgaver som kommer senere i delkapitlet først.

## 7. Litteraturliste

- Ali, R., Akhter, A., & Khan, A. (2010). Effect of Using Problem Solving Method in Teaching Mathematics on the Achievement of Mathematics Students. *Asian Social Science*, 4(2).
- Alsvik, R. (2023). *Kognitive krav i lærebøker i matematikk på 7. Og 8. Trinn* [Masteroppgave, Universitetet i Stavanger]. UiS Brage. <https://uis.brage.unit.no/uis-xmlui/handle/11250/3087587>
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subject: State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37–68. <https://doi.org/10.1007/bf00302716>
- Brehmer, D., Ryve, A., & Steenbrugge, H. V. (2016). Problem solving in Swedish mathematics textbooks for upper secondary school. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 60(6), 577–593. <https://doi.org/10.1080/00313831.2015.1066427>
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990* (N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, & V. Warfield, Overs.). Kluwer Academic Publishers.
- Cappelen Damm. (u.å.). *Matematikk 8-10 fra Cappelen Damm*. <https://utdanning.cappelendamm.no/verk/matematikk-8-10-fra-cappelen-damm-153429?omtale>
- Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117–151. <https://doi.org/10.1080/10986060903460070>
- OpenAI. (2023). *ChatGPT* (23.10.2023 versjon) [Stor Språkmodell]. <https://chat.openai.com/>

- Drageset, O. gunnar. (2013). Redirecting, progressing, and focusing actions—A framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 85(2), 281–304. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9515-1>
- Duedahl, P., & Jacobsen, M. H. (2010). *Introduktion til dokumentanalyse* (2. utg.). Syddansk Universitetsforlag.
- Engseth, S. (2023). *Kognitive krav i oppgaver innenfor funksjonstemaet i matematikklæreverk på 10. Trinn* [Masteroppgave, Høgskolen i Innlandet]. Brage. <https://brage.inn.no/innxmlui/handle/11250/3079808>
- Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2015). En metodisk studie av innholdsanalyse - med analyser av matematikklæreres undervisningskunnskap som eksempel. *Nordic Studies in Mathematics Education*. 20(2), 79–96.
- Golafshani, N. (2003). Understanding Reliability and Validity in Qualitative Research. *The Qualitative Report*, 8(4), 597–607.
- Gray, K. (2022, oktober 15). *As their focus on GPA fades, employers seek key skills on college grads resumes*. National Assosiation of colleges and Employers. <https://www.naceweb.org/talent-acquisition/candidate-selection/as-their-focus-on-gpa-fades-employers-seek-key-skills-on-college-grads-resumes>
- Grønmo, S. (2020). Innholdsanalyse. *I Store Norske Leksikon*. <https://snl.no/innholdsanalyse>
- Grønmo, S., Dahlum, S., & Svartdal, F. (2024). Validitet. *I Store Norske Leksikon*. <https://snl.no/validitet>
- Gyldendal. (u.å.a). *Maximum 8, 2. Utgave, Grunnbok: Matematikk for ungdomstrinnet*. Gyldendal. <https://www.gyldendal.no/grs/maximum/8/maximum-8-2-utgave-grunnbok/p-10024235-no/>

- Gyldendal. (u.å.b). *Maximum 8-10 smart øving*. Hentet 25. mars 2024, fra <https://www.gyldendal.no/grs/maximum/10/maximum-8-10-smart-oving/p-10023667-no/>
- Hattie, J. (2012). *Visible learning for teachers: Maximizing impact on learning*. Routledge.
- Haylock, D. (1997). Recognising Mathematical Creativity in Schoolchildren. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 29(3), 68–74. <https://doi.org/10.1007/s11858-997-0002-y>
- Haylock, D., & Thangata, F. (2007). *Key Concepts in Teaching Primary Mathematics* (1. utg.). SAGE Publications.
- Herges, R. M., Duffield, S., William, M., & Wageman, J. (2017). Motivation and Achievement of Middle School Mathematics Students. *The Mathematics Educator*, 26(1), 83–106.
- Hjardar, E., & Pedersen, J.-E. (2020). *Matematikk 8* (1. utg.). Cappelen Damm.
- Jensen, F., Pettersen, A., Frønes, T. S., Eriksen, A., Løvgren, M., & Narvhus, E. K. (2023). *PISA 2022: Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing*. Cappelen Damm Akademisk. <https://doi.org/10.23865/noasp.205>
- Johannessen, A., Tufte, P. A., & Christoffersen, L. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (5.). abstrakt forlag.
- Jonassen, D. H. (2000). Toward a Design Theory of Problem Solving. *Educational technology research and development*, 48(4), 63–85. <https://doi.org/10.1007/BF02300500>
- Kantowski, M. G. (1977). Processes Involved in Mathematical Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8(3), 163–180. <https://doi.org/10.2307/748518>
- Kjærnsli, M., Nordtvedt, G. A., & Jensen, F. (2014). *Norske elevers kompetanse i problemløsning i PISA 2012*. Universitetet i Oslo. [https://www.udir.no/globalassets/filer/tall-og-forskning/rapporter/2014/pisa-2012\\_ps.pdf](https://www.udir.no/globalassets/filer/tall-og-forskning/rapporter/2014/pisa-2012_ps.pdf)

- Kongsnes, A. L., & Wallace, A. K. (2020a). *Matemagisk 8*. Aschehoug.
- Kongsnes, A. L., & Wallace, A. K. (2020b, desember 12). *Matematikk: Trinn 8.-10*. Aschehoug. <https://innhold.aunivers.no/marked/ungdomsskole/laeremidler-8.-10/matematikk>
- Kunnskapsdepartementet. (2019a). *Fagets relevans og sentrale verdier (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift av kunnskapsdepartementet. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier?lang=nob>
- Kunnskapsdepartementet. (2019b). *Kjerneelementer (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift av kunnskapsdepartementet. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer>
- Kunnskapsdepartementet. (2023, mai 11). 150 millioner til skulebøker og arbeid med læreplanane [Pressemelding]. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/150-millionar-til-skuleboker-og-arbeid-med-lareplanane/id2976271/>
- Lepik, M., Grevholm, B., & Viholainen, A. (2015). Using textbooks in the mathematics classroom—The teachers' view. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3–4), 129–156.
- Lithner, J. (2004). Mathematical reasoning in calculus textbook exercises. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(4), 405–427.
- Lithner, J. (2006). *A framework for analysing creative and imitative mathematical reasoning*. (Department of Mathematics and Mathematical Statistics, Umeå University, Research Reports in Mathematics Education, No. 2). Umeå univeristet
- Lithner, J. (2008). A Reasearch Framework for Creative and Imitative Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67 (3), 255-276

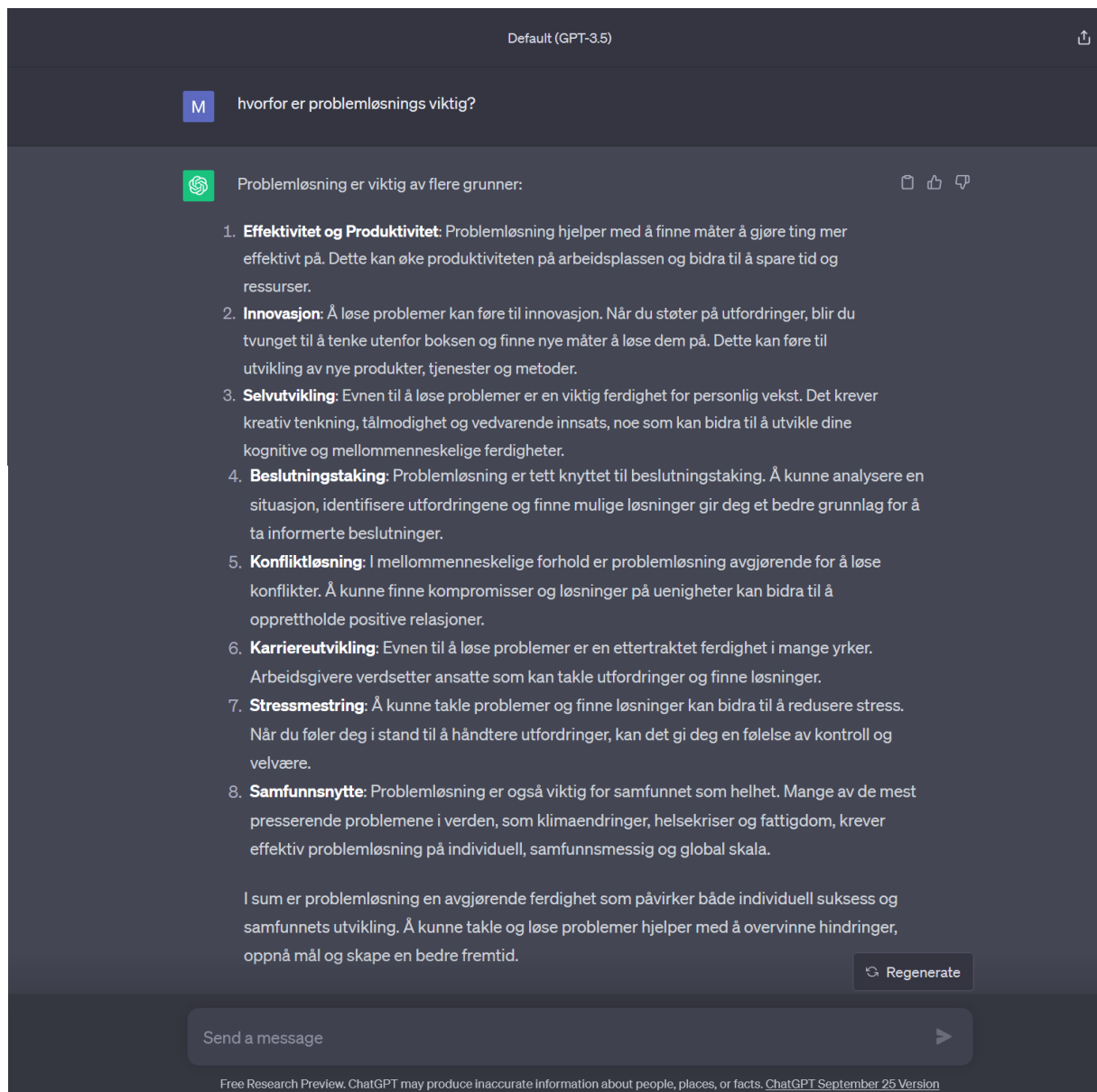
- Mirza, A., & Hussain, N. (2014). Motivating Learning in Mathematics Through Collaborative Problem Solving: A Focus on using Rich Tasks. *Journal of Education and Educational Development, 1*(1), 26–39.
- NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora* (5. utgave). De nasjonale forskningsetiske komiteene.
- Opplæringslova. (2023). *Lov om grunnskolen og den videregående opplæringa* (LOV-1998-07-17-61). Lovdata. <https://lovdata.no/lov/1998-07-17-61>
- Pedersen, J.-E., & Hjarðar, E. (2020). *Matematikk 8-10 fra Cappelen Damm Digital lærerressurs*. Cappelen Damm. [https://utdanning.cappelendamm.no/\\_matematikk-8-10-fra-cappelen-damm-digital-larerressurs-espen-hjardar-jan-erik-pedersen-9788202675486](https://utdanning.cappelendamm.no/_matematikk-8-10-fra-cappelen-damm-digital-larerressurs-espen-hjardar-jan-erik-pedersen-9788202675486)
- Pierce, R. (2023, august 8). *Problem Definition (Illustrated Mathematics Dictionary)*. Math Is Fun. <http://www.mathsisfun.com/definitions/problem.html>
- PISA. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- PISA. (2014). *PISA 2012 Results: Creative Problem Solving: Students' skills in tackling real-life problems* (Bd. 5). OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264208070-en>
- Pòlya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning*. Princeton Univeristy Press.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2016). *Læreren med forskerblick* (1. utgave). Cappelen Damm.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press.
- Silver, E. A. (1997). Fostering Creativity through Instruction rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 29*(3), 75–80. <https://doi.org/10.1007/s11858-997-0003-x>



- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998a). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School* (Bd. 3, s. 268–275). <https://www.jstor.org/stable/41180401>
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998b). REFLECTIONS on Practice: Selecting and Creating mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School* (Bd. 3, s. 344–350). <https://www.jstor.org/stable/41180423>
- Tan, C.-S., Tan, S.-A., Hashimad Mohd Hashim, I., Lee, M.-N., Wen-Huey Ong, A., & Binti Yaacob, S. nor. (2019). Problem-solving Ability and Stress Mediate the Relationship Between Creativity and Happiness. *Creativity Research Journal*, 31(1), 15–25. <https://doi.org/10.1080/10400419.2019.1568155>
- Teigen, K. H. (2019). Problemløsning. I *Store Norske Leksikon*. <https://snl.no/probleml%C3%B8sning>
- Teigen, K. H. (2019). Resonnering. I *Store Norske Leksikon*. <https://snl.no/resonnering>
- Tofteberg, G. N., Tangen, J., Bråthe, L. T., Stedøy, I., & Alseth, S. (2020). *Maximum 8* (2. utg.). Gyldendal.
- Utdanningsdirektoratet. (2023, juni 9). *Kva er nytt i matematikk?*. <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-i-fagene/hva-er-nytt-i-matematikk/>
- Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or focusin? I H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi, & A. Sierpinska, *Language and communication in the mathematics classroom* (s. 167–178). National Council of Teachers of Mathematics.
- Waagene, E., & Gjerustad, C. (2015). *Valg og bruk av læremidler: Innledende analyser av en spørreundersølelse til lærere*. Nordisk institutt for studier av innovasjon, forskning og utdanning.

## 8. Vedlegg


### Vedlegg 1: ChatGPT om problemløsning



The screenshot shows a chat interface with a dark theme. At the top, it says "Default (GPT-3.5)" and has a share icon. The user's message is "hvorfor er problemløsnings viktig?". The AI's response is a list of eight reasons why problem-solving is important, followed by a summary paragraph. At the bottom, there is a "Regenerate" button and a "Send a message" input field.

Default (GPT-3.5) ↑

M hvorfor er problemløsnings viktig?

 Problemløsning er viktig av flere grunner: 📄 🍌 🗣️

1. **Effektivitet og Produktivitet:** Problemløsning hjelper med å finne måter å gjøre ting mer effektivt på. Dette kan øke produktiviteten på arbeidsplassen og bidra til å spare tid og ressurser.
2. **Innovasjon:** Å løse problemer kan føre til innovasjon. Når du støter på utfordringer, blir du tvunget til å tenke utenfor boksen og finne nye måter å løse dem på. Dette kan føre til utvikling av nye produkter, tjenester og metoder.
3. **Selvutvikling:** Evnen til å løse problemer er en viktig ferdighet for personlig vekst. Det krever kreativ tenkning, tålmodighet og vedvarende innsats, noe som kan bidra til å utvikle dine kognitive og mellommenneskelige ferdigheter.
4. **Beslutningstaking:** Problemløsning er tett knyttet til beslutningstaking. Å kunne analysere en situasjon, identifisere utfordringene og finne mulige løsninger gir deg et bedre grunnlag for å ta informerte beslutninger.
5. **Konfliktløsning:** I mellommenneskelige forhold er problemløsning avgjørende for å løse konflikter. Å kunne finne kompromisser og løsninger på uenigheter kan bidra til å opprettholde positive relasjoner.
6. **Karriereutvikling:** Evnen til å løse problemer er en ettertraktet ferdighet i mange yrker. Arbeidsgivere verdsetter ansatte som kan takle utfordringer og finne løsninger.
7. **Stressmestring:** Å kunne takle problemer og finne løsninger kan bidra til å redusere stress. Når du føler deg i stand til å håndtere utfordringer, kan det gi deg en følelse av kontroll og velvære.
8. **Samfunnsnytte:** Problemløsning er også viktig for samfunnet som helhet. Mange av de mest presserende problemene i verden, som klimaendringer, helsekriser og fattigdom, krever effektiv problemløsning på individuell, samfunnsmessig og global skala.

I sum er problemløsning en avgjørende ferdighet som påvirker både individuell suksess og samfunnets utvikling. Å kunne takle og løse problemer hjelper med å overvinne hindringer, oppnå mål og skape en bedre fremtid.

🔄 Regenerate

Send a message ➤

Free Research Preview. ChatGPT may produce inaccurate information about people, places, or facts. ChatGPT September 25 Version